

## МАШЫНАБУДАВАННЕ

УДК 621.83.061.1

М. Ф. ПАШКЕВИЧ, В. В. ГЕРАЩЕНКО

### ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАНЕТАРНЫХ ШАРИКОВЫХ РЕДУКТОРОВ

В ряде случаев выбранные для конкретных условий работы редукторы обладают или излишне большой металлоемкостью в связи с неоправданно высоким коэффициентом запаса, или недостаточной надежностью. Обусловлено это тем, что при выборе редукторов не учитываются их внутренние динамические свойства, которые даже для одной и той же конструкции могут отличаться весьма существенно. Эти различия в динамических свойствах определяют неодинаковую нагруженность звеньев редукторов, работающих в совершенно одинаковых условиях, и неодинаковое протекание процесса изнашивания. Существующие методики испытаний редукторов не предусматривают оценки их динамических свойств. Аналогичная оценка этих свойств на основе составления и решения сложных дифференциальных уравнений не дает удовлетворительных результатов.

Динамика любого реального объекта, как известно, достаточно полно описывается его передаточной функцией или частотными характеристиками. Однако существующие испытательные стенды не позволяют получить такие характеристики редукторов. Ввиду этого создан специальный стенд, признанный ВНИИГПЭ изобретением и позволяющий получить переходную характеристику редуктора, а по ней — передаточную функцию.

Переходная характеристика объекта — реакция объекта на выходе, вызванная подачей на его вход единичного ступенчатого воздействия. При этом под единичным понимается воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до единицы и далее остается неизменным. Таким образом, переходная характеристика объекта — кривая изменения выходной координаты при ступенчатом изменении входной координаты.

Передаточная функция редуктора отражает связь между его выходной и входной координатами [1], т. е.

$$Y(p) = W(p)X(p),$$

где  $p = \sigma + j\omega$  — комплексное число (оператор Лапласа);  $X(p)$  и  $Y(p)$  — изображения по Лапласу входного воздействия на объект (входной координаты) и реакции объекта (выходной координаты) соответственно;  $W(p)$  — передаточная функция, которую получают по переходной характеристике.

Стенд (рис. 1) для снятия переходной характеристики редуктора содержит приводной электродвигатель 1, электротормоз 2 с обмоткой 3 управления, датчики 4 и 5 момента, установленные соответственно на ведущем и ведомом валах редуктора 6, регистрирующий осциллограф 7 со входами 8, 9, 10, подключенными соответственно к датчикам 4, 5 момента и источнику 11 постоянного тока, и коммутатор 12.

Каждый из датчиков момента выполнен в виде торсионных валов 13,

на концах которых закреплены диски 14 с прорезями. Они размещены в проемах бесконтактных переключателей 15, которые формируют при вращении дисков равные импульсы. На резисторах 16 суммируются поступающие с переключателей 15 равные противофазные импульсы, после выпрямления выпрямителем 17 и фильтрации фильтром 18 эта сумма поступает на осциллограф 7. Напряжение с датчиков момента пропорционально сдвигу фаз между импульсами, возникающему при скручивании торсионного вала, т. е. пропорционально моменту.

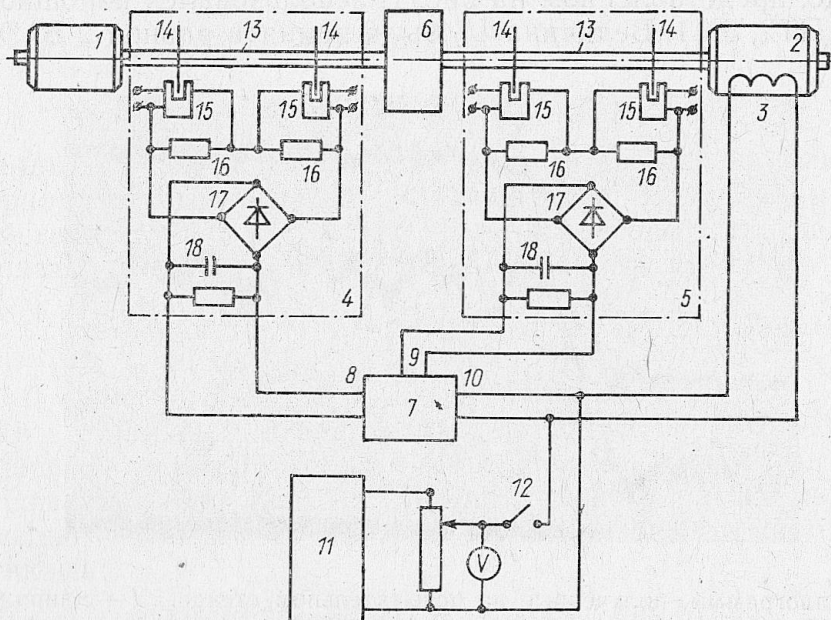


Рис. 1. Стенд для снятия переходной характеристики редуктора

Снятие переходной характеристики на стенде осуществляется следующим образом. При отключенном положении коммутатора 12 на выходе источника 11 устанавливается напряжение, равное 5—15% от уровня, соответствующего номинальной нагрузке испытуемого редуктора. Затем включается коммутатор 12 и тем самым скачкообразно подается напряжение одновременно на обмотку 3 электротормоза и на вход 10 осциллографа. С момента подачи напряжения на обмотку возбуждения в динамической системе стенда возникают переходные процессы моментов на валах редуктора, которые регистрируются осциллографом, так как его входы 8, 9 подключены к выходам датчиков 4, 5 момента.

На рис. 2 приведены осциллограммы ступенчатого напряжения, подаваемого на обмотку электротормоза (линия 1), момента на ведомом валу редуктора, или переходной характеристики электротормоза (линия 2), и момента на ведущем валу редуктора, или переходной характеристики динамической системы, состоящей из последовательно соединенных электротормоза и редуктора (линия 3). Скорость записи осциллограмм составляла 8 мм/с. Для испытуемого редуктора производилась запись переходных характеристик не менее пять раз. Ступенчатое воздействие, поданное на вход электротормоза, описывается соотношением

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ U_0 & \text{при } t \geq 0, \end{cases}$$

где  $t$  — текущее время.

Судя по виду кривой 2, переходную характеристику электромагнитного тормоза можно аппроксимировать аналитическим выражением экспоненциального типа

$$h_1(t) = k_1(1 - e^{-t/T_1}),$$

где  $k_1$  — коэффициент усиления электромагнитного тормоза, равный отношению величин выходного и входного возмущений;  $T_1$  — постоянная времени, т. е. время, за которое переходный процесс в тормозе закончился бы, если бы он развивался максимально быстро для данной переходной характеристики.

Из соотношения для  $h_1(t)$  следует, что

$$T_1 = -t / \ln [1 - h_1(t)/k_1].$$

В стенде, представленном на рис. 1, использовался порошковый электротормоз ПТ2, 5М1. Величина  $U_0$  была принята равной 2 В. Этому зна-

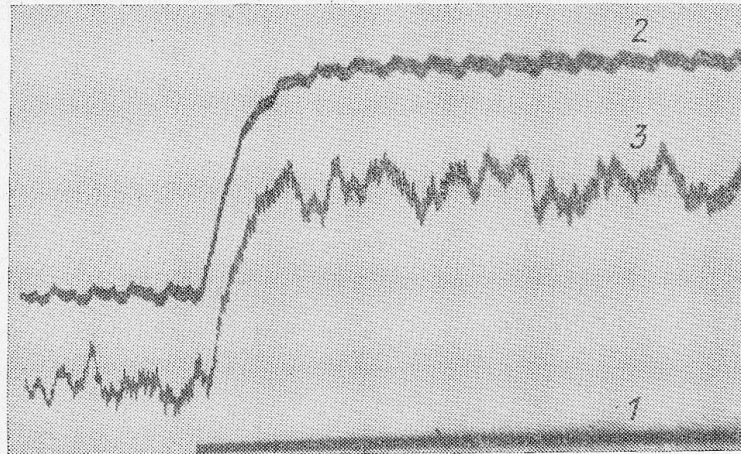


Рис. 2. Оциллограммы, полученные на испытательном стенде. 1 — напряжение, подаваемое на обмотку электромагнитного тормоза; 2, 3 — соответственно переходная характеристика электротормоза, электротормоза и редуктора вместе

чению напряжения соответствовал момент на тормозе (на ведомом валу редуктора)  $M_B = 4,55$  Н·м. Следовательно,

$$k_1 = 4,55/2 = 2,275 \text{ (Н·м/В)}.$$

Испытывались малогабаритные шариковые двухрядные редукторы с передаточным отношением  $u=8$ , количеством сателлитов  $m=16$  в двух рядах, средним диаметром беговых дорожек  $D=76$  мм, амплитудой  $A=5$  мм, диаметром сателлитов  $d_c=9,55$  мм и циклоидальными беговыми дорожками. Переходная характеристика динамической системы, состоящей из электротормоза и редуктора, представлена на оциллограмме кривой 3. Видно, что она аналогична кривой 2 и отличается от нее лишь коэффициентом усиления и постоянной времени. В связи с этим, как и для электротормоза, данную переходную характеристику можно аппроксимировать соотношением

$$h_2(t) = k_2 (1 - e^{-t/T_2}).$$

Ступенчатому воздействию на динамическую систему, численно равному 2 В, соответствовал момент на ведущем валу редуктора  $M_A = 0,57$  Н·м. Следовательно,  $k_2 = 0,57/2 = 0,285$  Н·м/В.

Постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  переходных характеристик можно найти или методом наименьших квадратов, или методом площадей, подробно изложенными в литературе [2]. Мы использовали наиболее простой метод наименьших квадратов, предварительно произведя нормирование переходных функций путем деления всех их ординат  $h(t)$  на установившееся значение ординаты  $h(\infty)$ . Тогда для каждого нормированного значения переходной функции  $\bar{h}(t)$  можно найти  $T$  по соотношению:

$$T = -t / \ln [1 - \bar{h}(t)],$$

а среднее арифметическое из множества найденных  $T$  принять в качестве постоянной времени для рассматриваемой переходной функции. Результирующее значение  $T_1$  или  $T_2$  для исследуемой динамической системы находится как среднее арифметическое из  $T$  для несколько раз снятых переходных характеристик.

В соответствии с изложенным были получены значения  $T_1$  и  $T_2$ :  $T_1 = 0,72$  с;  $T_2 = 0,58$  с. Аналитические выражения переходных характеристик для тормоза и динамической системы, состоящей из тормоза и редуктора, тогда примут соответственно вид

$$h_1(t) = 2,275(1 - e^{-t/0,72}),$$

$$h_2(t) = 0,285(1 - e^{-t/0,58}).$$

Полученные функции являются решениями дифференциальных уравнений апериодического звена первого порядка при единичном ступенчатом воздействии, т. е. при  $X=I(t)$ . Поэтому соответствующие такому звену передаточные функции представляются выражениями

$$W_1(p) = 2,275/(0,72p + 1),$$

$$W_2(p) = 0,285/(0,58p + 1).$$

Заменив в найденных передаточных функциях оператор Лапласа на  $j\omega$ , т. е. перейдя к изображению Фурье, получаем частотные функции для электромагнитного тормоза и исследуемой динамической системы соответственно, являющиеся их амплитудно-фазовыми частотными характеристиками:

$$W_1(j\omega) = 2,275/(0,72j\omega + 1), \quad W_2(j\omega) = 0,285/(0,58j\omega + 1).$$

Избавимся от мнимости в знаменателях этих соотношений, умножив их числители и знаменатели на сопряженные числа

$$W_1(j\omega) = \frac{2,275 - 1,638j\omega}{1 + 0,5184\omega^2},$$

$$W_2(j\omega) = \frac{0,285 - 0,165j\omega}{1 + 0,3364\omega^2}.$$

Полученные амплитудно-фазовые частотные характеристики можно представить алгебраической суммой действительной  $U(\omega)$  и мнимой  $V(\omega)$  частотных характеристик, являющихся координатами амплитудно-фазовой характеристики в комплексной плоскости, т. е.

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

тогда

$$U_1(\omega) = 2,275/(1 + 0,5184\omega^2),$$

$$V_1(\omega) = -1,638\omega/(1 + 0,5184\omega^2),$$

$$U_2(\omega) = 0,285/(1 + 0,3364\omega^2),$$

$$V_2(\omega) = -0,165\omega/(1 + 0,3364\omega^2).$$

Теперь найдем модуль частотных функций  $|W(j\omega)|$  и их аргумент  $\varphi(\omega)$ , которые определяют соответственно амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики исследуемых объектов, по известным соотношениям:

$$|W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \arctg [V(\omega)/U(\omega)].$$

Подставив в эти формулы найденные выше значения  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$ , получим для электромагнитного тормоза

$$|W_1(j\omega)| = 2,275/\sqrt{1 + 0,5184\omega^2},$$

$$\varphi_1(\omega) = -\operatorname{arctg}(0,72\omega)$$

и динамической системы

$$|W_2(j\omega)| = 0,285/\sqrt{1 + 0,3364\omega^2},$$

$$\varphi_2(\omega) = -\operatorname{arctg}(0,58\omega).$$

Известно [1], что для цепочки последовательно соединенных звеньев передаточная функция и частотные характеристики определяются соотношениями

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p), \quad |W(j\omega)| = \prod_{i=1}^n |W_i(j\omega)|,$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega).$$

Поэтому для нашего случая по известным динамическим характеристикам электротормоза и системы последовательно соединенных электротормоза и редуктора найдем динамические характеристики редуктора:

$$W(p) = 0,125(0,72p + 1)/(0,58p + 1),$$

$$|W(j\omega)| = 0,125 \sqrt{(1 + 0,5184\omega^2)/(1 + 3364\omega^2)},$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}(0,72\omega) - \operatorname{arctg}(0,58\omega).$$

По полученным формулам построены амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики электротормоза, системы, состоящей из электротормоза и редуктора, и редуктора (рис. 3). Анализ кривой 2 на рис. 3 показывает, что исследуемый шариковый редуктор при возрастании частоты силового возмущения от 0 до 6 с<sup>-1</sup> проявляет склонность к повышению нагруженности ведущего звена: при одном и том же моменте  $M_B$  на его выходе момент  $M_A$  на входе увеличивается от 0,125  $M_B$  до 0,149  $M_B$ , т. е. почти в 1,2 раза. В этой связи при эксплуатации редуктора в условиях переменного нагружения с частотой  $\omega = 6$  с<sup>-1</sup> необходимо

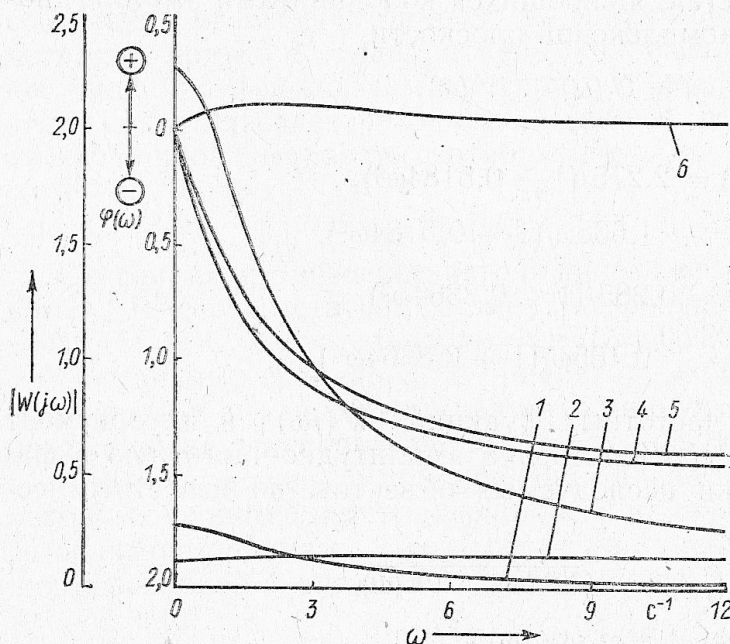


Рис. 3. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики. 1, 2, 3 — АЧХ электротормоза и редуктора, редуктора и электротормоза соответственно; 4, 5, 6 — ФЧХ электротормоза, электротормоза и редуктора, редуктора соответственно

уменьшать нагрузку на выходном валу в 1,2 раза против номинальной. Детали редуктора тогда будут находиться в напряженном состоянии, соответствующем расчетному.

Фазочастотная характеристика исследуемого шарикового редуктора (рис. 3, кривая б) свидетельствует о том, что по своим динамическим свойствам он напоминает реальное дифференцирующее звено, обладающее конечной инерционностью. Его можно заменить последовательным соединением идеального дифференцирующего звена и апериодического звена первого порядка. Это важное свойство редуктора обеспечивает возможность его эффективного использования в системах автоматического управления.

Таким образом, проведение динамических испытаний редукторов позволяет обоснованно выбирать их параметры с учетом конкретных условий работы, а также судить о фактической нагруженности их деталей в любом частотном диапазоне изменения внешних сил. Это дает возможность обеспечить такой режим работы редуктора, при котором наиболее полно используется его нагрузочная способность и отсутствуют перегрузки, приводящие к снижению надежности. Экономическая целесообразность динамических испытаний несомненна. Она обусловлена полным использованием нагрузочной способности редуктора и повышением его надежности и долговечности.

### Summary

For establishing the field of rational application of planetary gear units and their loading in the work in the given frequency range it is necessary to know their dynamic properties. These properties are well enough described by frequency characteristics which can be found by transmission reduction gear function obtained on the basis of surge characteristics analysis measured while testing the reducer on a special stand.

### Литература

1. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. Л., 1975.
2. Балакирев В. С., Дудников Е. Г., Цирлин А. М. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. М., 1967.

Могилевский машиностроительный институт

Поступила в редакцию  
17.01.91

УДК 621.85.052

А. Н. НИКОНЧУК

## ПРОФИЛИРОВАНИЕ ШКИВОВ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

Пространственные ременные передачи — перекрестные, полуперекрестные и другие — используют при необходимости передачи мощности между непараллельными и достаточно удаленными валами. В них в основном применяются плоские, поликлиновые или зубчатые ремни. Задача профилирования шкивов сводится к определению величины бочкообразности одного из шкивов, обеспечивающей фиксированное осевое положение ремня на шкивах и предотвращающей его спадание. Обычно для создания бочкообразности образующую большего шкива выполняют радиусной, а максимальная величина бочкообразности не превышает 0,3—1% диаметра шкива [1].

Более широкому распространению пространственных передач препятствует низкая долговечность работающих в них ремней, что связано с неравномерным нагружением ремня по ширине. При этом средние