

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Методические рекомендации к управляемой самостоятельной  
работе для студентов специальности  
1-36 11 01 «Инновационная техника  
для строительного комплекса (по направлениям)»  
очной формы обучения*



Могилев 2023

УДК 621.8  
ББК 32.816  
Т38

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин»  
«23» февраля 2023 г., протокол № 7

Составитель канд. техн. наук В. Л. Комар

Рецензент канд. техн. наук Д. М. Свирепа

Изложены цель, задачи, содержание и порядок выполнения к управляемой самостоятельной работе.

Учебное издание

## ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2023

## Содержание

Введение.....	4
1 Определение угловых скоростей и ускорений звеньев. Построение планов скоростей и ускорений шатунных механизмов.....	5
2 Силовой анализ механизмов методом планов сил .....	16
3 Синтез зубчатых механизмов.....	23
Список литературы .....	31
Приложение А .....	32

## Введение

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочими программами по курсу «Теория механизмов и машин» для студентов специальности 1-36 11 01 «Инновационная техника для строительного комплекса (по направлениям)».

Целью учебной дисциплины является формирование специалистов, умеющих обоснованно и результативно применять существующие технические решения, технические средства и технологии для их реализации, предлагать более эффективные технические решения, а также воспринимать и осваивать новые научно-техническую информацию и опыт решения задач машиностроения.

Студент, изучивший дисциплину, будет:

– **знать:**

- а) основные теоретические положения строения, кинематики, динамики и управления системами машин, отдельными машинами и механизмами;
- б) измерительную аппаратуру для определения кинематических и динамических параметров механизмов и машин;
- в) принципы проектирования основных видов механизмов;

– **уметь:**

- а) составлять расчетные схемы (модели) машин и механизмов, пригодные для решения технических задач, выполнения кинематических и динамических расчетов, применять результаты расчетов для получения оптимальных характеристик механизмов и машин;
- б) разрабатывать алгоритмы программ расчета параметров на ПК, выполнять конкретные расчеты;

– **владеть:**

- а) основными принципами проектирования, анализа и синтеза различных механизмов ПТМ и СДМ;
- б) методами проектирования основных видов механизмов;
- в) методами расчета динамической нагруженности машин и механизмов.

Практические работы оформляются на отдельном листе, либо в тетради. Рисунки и таблицы выполняют карандашом, а текст – ручкой.

Целью методических рекомендаций является помощь студентам при выполнении управляемой самостоятельной работы по дисциплине «Теория механизмов и машин».

# 1 Определение угловых скоростей и ускорений звеньев. Построение планов скоростей и ускорений шатунных механизмов

## *Теоретические основы практических занятий*

**Механизмом** называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел. Механизмы являются составными частями машин. Механизм состоит из звеньев. **Звеном** называется одна деталь механизма или несколько деталей, жестко связанных между собой. Звено, относительно которого изучается движение остальных звеньев, называется **стойкой**. Звено, которому сообщается движение, называется **входным**. Звено, совершающее движение, для реализации которого создан механизм, называется **выходным**.

**Кинематическая пара** – соединение двух звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематические пары бывают высшие и низшие. В **низших** парах звенья соприкасаются по поверхностям, а в **высших** – по линиям или в точках. По числу допускаемых относительных движений соединяемых звеньев кинематические пары бывают **одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные**. По числу связей, накладываемых на относительное движение соединяемых звеньев кинематические пары бывают **первого, второго, третьего, четвертого и пятого классов**.

**Кинематическая цепь** – это система звеньев, образующих между собой кинематические пары. Механизм – это кинематическая цепь, в которой указаны стойка, входные и выходные звенья. Если кинематическая цепь содержит  $n$  подвижных звеньев, то число ее степеней свободы определится по формуле Сомова – Малышева

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_1, \dots, p_5$  – число одноподвижных, двухподвижных и т. д. пар.

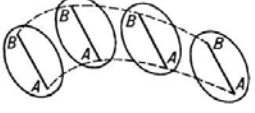
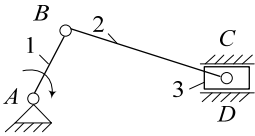

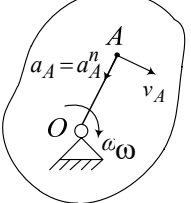
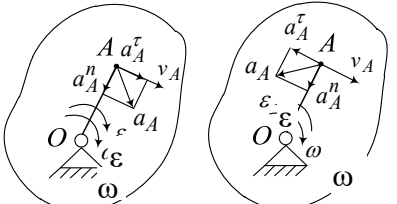
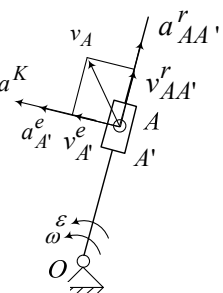
Кинематика – раздел механики, изучающий движение с геометрической точки зрения, т. е. без учета причин, вызывающих его. Для характеристики движения используют следующие кинематические параметры: перемещение  $s(t)$ , м; скорость  $v = ds / dt$ , м/с; ускорение  $a = dv / dt$ , м/с<sup>2</sup>. Можно применять их аналоги – функцию положения  $s(\varphi_1)$ , м; передаточную функцию скорости  $v_q = dS / d\varphi_1$ , м/рад, или передаточную функцию ускорения  $a_q = dv_q / d\varphi_1$ , м/рад<sup>2</sup>, где  $\varphi_1$  – обобщенная координата угла поворота входного звена  $l$ ;  $t$  – время. Связь между скоростями и ускорениями и их передаточными функциями:

$$v = v_q \omega_1; \quad (2)$$

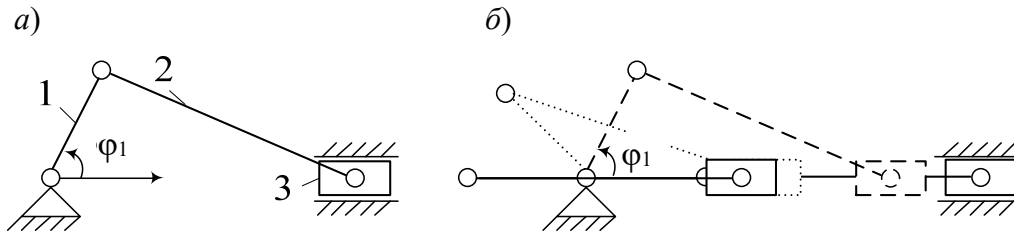
$$a = a_q \omega_1^2. \quad (3)$$

В таблице 1 рассмотрены основные виды движения и приведены их кинематические соотношения.

Таблица 1 – Основные виды движения

Вид движения	Пример движения	Скорость	Ускорение
<p><b>Поступательное движение</b> – это движение, при котором траектории, скорости и ускорения всех точек этого тела одинаковы и тело движется без поворота.</p> <p><b>Прямолинейное движение</b> – частный случай поступательного движения по прямой.</p> <p><b>Круговое поступательное</b> – траектория окружности</p>	<p>Поступательное движение тела</p>  <p>Прямолинейное движение ползуна 3</p>  <p>Круговое поступательное движение груза</p> 	$v_A = v_B = \frac{ds}{dt},$ $v_3 = \frac{ds}{dt}$	$a_A = a_B = \frac{dv}{dt},$ $a_3 = \frac{dv}{dt}$
<p><b>Вращательное движение</b> – движение, при котором одна точка тела неподвижна относительно выбранной системы отсчета</p>	<p>Равномерное вращение</p>  <p>Ускоренное      Замедленное</p> 	$v_A = \omega \cdot l_{OA},$ $v_A = \omega \cdot l_{OA}$	$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n,$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA}$ $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau,$ $\vec{a}_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2},$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA},$ $a_A^\tau = \varepsilon \cdot l_{OA}$
<p><b>Сложное движение</b> – результат сложения двух разных видов движений: переносного <math>e</math> и относительного <math>r</math></p>	<p>Переносное <math>e</math> – вращательное, относительное <math>r</math> – поступательное</p> 	$\vec{v}_A = \vec{v}_{A'}^e + \vec{v}_{AA'}^r,$	$\vec{a}_A = \vec{a}_{A'}^e + \vec{a}_{AA'}^r + \vec{a}^K,$ $a^K = 2\omega \cdot v_{AA'}^r,$
<p><i>Примечание</i> – <math>\vec{a}_A^n</math> – вектор нормального ускорения точки направляется к центру вращения; <math>a^K</math> – ускорение Кориолиса направляется поворотом на <math>90^\circ</math> вектора относительной скорости <math>\vec{v}_{AA'}^r</math> по направлению переносного вращения <math>\omega</math></p>			

Для кинематического анализа строят кинематическую схему механизма (структурную схему с учетом геометрических размеров звеньев), планы положений звеньев (кинематические схемы при заданных положениях входного звена) (рисунок 1). Определить кинематические параметры можно методом планов, методом замкнутых векторных контуров, методом численного или графического дифференцирования (интегрирования).



а – кинематическая схема механизма; б – несколько планов положений механизма

Рисунок 1 – Схемы для кинематического анализа механизма ( $\mu_s = 0,01$  м/мм)

**Планом скоростей звена** называется плоский пучок векторов, идущих из полюса, которые изображают в масштабе абсолютные скорости точек звена; отрезки, соединяющие концы векторов, изображают относительные скорости точек. Совокупность планов скоростей звеньев с общим полюсом называется **планом скоростей механизма**. Определение плана ускорений аналогично.

**Геометрический метод замкнутых векторных контуров** основан на векторных уравнениях, связывающих положения характерных точек механизма. Проецируя эти уравнения на оси координат, получают аналитические выражения для определения линейных  $x_i$ ,  $y_i$  и угловых  $\varphi_k$  координат в зависимости от обобщенной координаты  $\varphi_1$ . В качестве обобщенной координаты  $\varphi_1$  принимают угол поворота входного звена (кривошипа). На рисунке 2 рассмотрено применение этого метода для кривошипно-ползунного механизма.

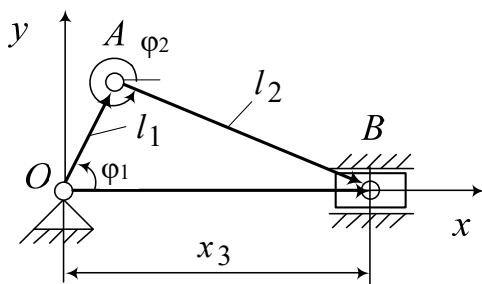


Рисунок 2 – Применение метода замкнутых векторных контуров

Механизм можно представить в виде замкнутого векторного контура  $OAB$ :

Механизм можно представить в виде замкнутого векторного контура  $OAB$ :

$$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}. \quad (4)$$

Векторное уравнение в координатной форме имеют вид:

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = x_3; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $x_3$  – координата, определяющая положение ползуна;

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы положения кривошипа длиной  $l_1$  и шатуна длиной  $l_2$ .

Система (4) включает два уравнения и два неизвестных. Задаваясь значениями угла поворота кривошипа  $\varphi_1$ , можно определить  $\varphi_2$  и  $x_3$ . Для определения передаточных функций скорости  $v_{q3}$  и ускорения  $a_{q3}$  можно продифференцировать систему (5) по  $\varphi_1$ :

$$\begin{cases} -l_1 \sin \varphi_1 - U_{21} l_2 \sin \varphi_2 = v_{q3}; \\ l_1 \cos \varphi_1 + U_{21} l_2 \cos \varphi_2 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $U_{21}$  – передаточная функция угловой скорости шатуна.

**Методы численного дифференцирования (интегрирования)** основаны на известных формулах численного дифференцирования (интегрирования) и хорошо формализуются. Например, зная значения перемещений  $x_3$  ползуна 3 (см. рисунок 2) при заданных углах поворота  $\varphi_1$  кривошипа  $l$  (см. рисунок 1, а), можно получить передаточные функции скорости  $v_{q3}$  (см. рисунок 1, б) и ускорения  $a_{q3}$  ползуна, продифференцировав численно по формулам:

$$v_{q3i} = \frac{x_{3i} - x_{3i-1}}{\varphi_{1i} - \varphi_{1i-1}}; \quad a_{q3i} = \frac{v_{q3i} - v_{q3i-1}}{\varphi_{1i} - \varphi_{1i-1}}, \quad i = \overline{1..n}, \quad (7)$$

где  $x_{3i}$  и  $x_{3i-1}$  – значения перемещений ползуна в  $i$ -й и предыдущей точках при положениях  $\varphi_{1i}$  и  $\varphi_{1i-1}$  кривошипа;

$v_{q3i}$  и  $v_{q3i-1}$  – значения передаточных функций скорости ползуна в  $i$ -й и предыдущей точках при положениях  $\varphi_{1i}$  и  $\varphi_{1i-1}$  кривошипа;

$i$  и  $n$  – номер положения и общее число рассмотренных положений.

### **Задания для самостоятельного выполнения**

На рисунках А.1 и А.2 приведены кинематические схемы механизмов для кинематического анализа методом планов и геометрическим. Вариант схемы задает преподаватель.

### **Пример выполнения задания**

Рассмотрим применение метода планов скоростей и ускорений для механизма поперечно-строгального станка, приведенного на рисунке 4, а. Известны длины  $L$  между соответствующими точками:  $L_{OA} = 0,15$  м;  $L_{OB} = 0,3$  м;  $L_{BC} = 0,57$  м;  $L_{DC} = 0,19$  м. Кривошип  $l$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 10$  рад/м.

Необходимо вычертить кинематическую схему заданного механизма.



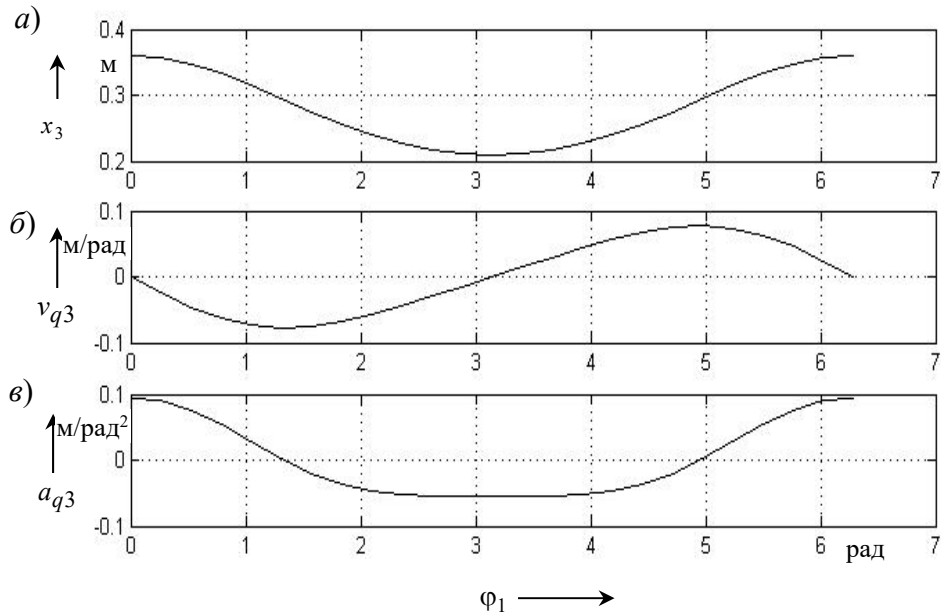
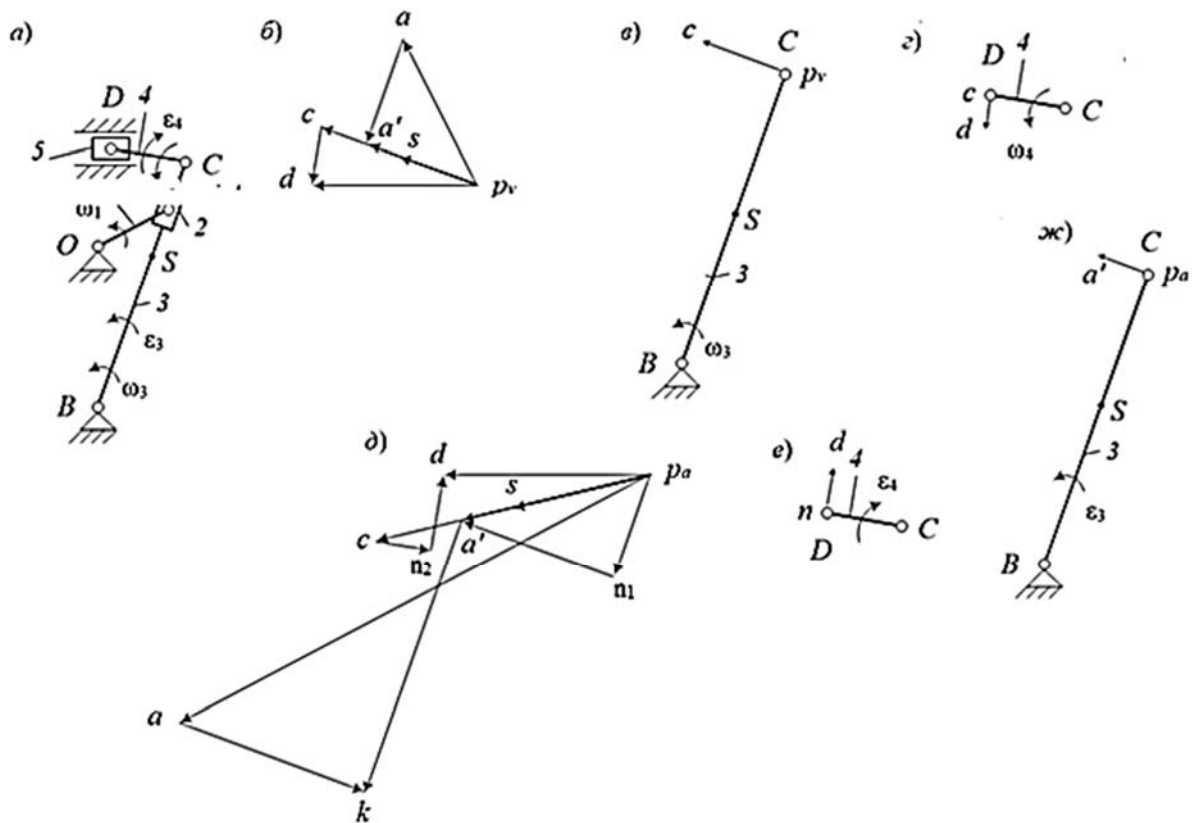


Рисунок 3 – Применение метода численного дифференцирования и интегрирования



$a$  – план положений механизма с указанными направлениями угловой скорости и ускорения;  $b$  – план скоростей;  $b$  – схема определения угловой скорости кулисы 3;  $z$  – схема определения угловой скорости шатуна 4;  $d$  – план ускорений;  $e$  – схема определения углового ускорения шатуна 4;  $ж$  – схема определения углового ускорения кулисы 3

Рисунок 4 – Построение планов скоростей и ускорений механизма

Для удобства размещения механизма можно использовать масштабный коэффициент  $\mu_s$ , который равен отношению реального значения длины  $L$  в метрах к выбранному отрезку  $l$  в миллиметрах, на схеме  $\mu_s = \frac{L}{l}$ .

Произведем структурный анализ механизма. Выделим две диады, составленные звеньями 4–5 и 2–3, и механизм первого класса, включающий кривошип  $I$  со стойкой.

Ставим полюс построения плана скоростей – точку  $p_v$ , в которой на плане скорость равна нулю и относительно которой измеряются значения скоростей подвижных точек механизма (рисунок 4, б).

По заданной угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  можно определить линейную скорость конца кривошипа точки  $A$ :

$$v_A = \omega_1 \cdot L_{OA} = 10 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ м/с}.$$

Направление скорости точки определяется касательной к траектории точки. Направляем вектор скорости  $\vec{v}_A$  перпендикулярно кривошипу в направлении его вращения, заданном на рисунке направлением  $\omega_1$ .

Выбираем произвольно длину отрезка  $p_v a$ , обозначающего скорость точки  $A$ . Определяем масштабный коэффициент построения плана скоростей  $\mu_v = \frac{v_A}{p_v a}$ . Для рассматриваемого случая  $\mu_v = \frac{v_A}{p_v a} = \frac{1,5}{150} = 0,01 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$ .

Из системы определяем скорость  $\vec{v}_{A'}$  внутренней точки  $A'$  диады 2–3, т. е. скорость кулисного камня 2, совпадающую со скоростью кулисы 3 в точке  $A'$ :

$$\begin{cases} \vec{v}_{A'} = \vec{v}_A + \vec{v}_{A'A} \parallel BC; \\ \vec{v}_{A'} = \vec{v}_B + \vec{v}_{A'B} \perp BC, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\vec{v}_{A'A}$  – относительная скорость камня по кулисе, направлена параллельно кулисе 3;

$\vec{v}_{A'B}$  – скорость точки  $A'$ , лежащей на кулисе, относительно центра вращения кулисы  $B$ , направлена перпендикулярно кулисе 3;

$\vec{v}_B$  – скорость точки  $B$ , находящейся на стойке, равна нулю.

При графическом решении первого уравнения системы (8) для получения вектора  $\vec{v}_{A'}$  необходимо к вектору скорости  $\vec{v}_A$  прибавить вектор  $\vec{v}_{A'A}$ . Это значит на плане из конца вектора скорости  $\vec{v}_A$ , т. е. из точки  $a$ , надо построить линию параллельно кулисе 3. На этой линии лежит скорость  $\vec{v}_{A'A}$ .

При графическом решении второго уравнения системы (8) для получения вектора  $\vec{v}_{A'}$  необходимо к вектору скорости  $\vec{v}_B = 0$  прибавить вектор  $\vec{v}_{A'B}$ . Это значит на плане из полюса, т. е. из точки  $p_v$ , надо построить линию перпендикулярно кулисе 3, на этой линии лежит скорость  $\vec{v}_{A'B}$ .

Там, где линии скоростей  $\vec{v}_{A'A}$  и  $\vec{v}_{A'B}$  пересекаются, находится точка  $a'$ .

Соединим полюс  $p_v$  с точкой  $a'$  и получим вектор скорости  $\vec{v}_{A'}$ . Измеряем расстояние  $p_v a'$  и умножаем на масштабный коэффициент  $\mu_v$  для определения скорости  $\vec{v}_{A'A}$  в метрах в секунду. Аналогично определим и  $\vec{v}_{A'B}$ :

$$\vec{v}_{A'A} = aa' \cdot \mu_v = 101 \cdot 0,01 = 1,01 \text{ м/с};$$

$$\vec{v}_{A'B} = p_v a' \cdot \mu_v = 108,2 \cdot 0,01 = 1,082 \text{ м/с}.$$

Вернемся к схеме механизма и обратим внимание на кулису 3. Скорость ее точки  $B$  известна и равна нулю, поэтому лежит в полюсе  $p_v$ , а скорость ее точки  $\vec{v}_{A'}$  тоже определена отрезком  $p_v a'$ . По свойству подобия на продолжении  $p_v a'$  можно найти скорость ее точки  $C$ :

$$\frac{p_v a'}{p_v c} = \frac{BA'}{BC}; \quad p_v c = \frac{p_v a' \cdot BC}{BA'}; \quad (9)$$

$$p_v c = \frac{108,2 \cdot 0,57}{0,392} = 157,3 \text{ мм}.$$

Отложим от полюса  $p_v$  в направлении точки  $a'$  отрезок  $p_v c$ . Определим скорость точки  $C$ :  $\vec{v}_C = p_v c \cdot \mu_v = 157,3 \cdot 0,01 = 1,573 \text{ м/с}$ .

Скорость центра масс кулисы, т. е. точки  $S$  можно определить из соотношения, аналогичного (9). Зная, что точка  $S$  делит кулису пополам, скорость точки  $C$  тоже можно поделить пополам:  $\vec{v}_S = \vec{v}_C / 2 = 1,573 / 2 = 0,787 \text{ м/с}$ . Отметим точку  $s$  на плане посередине отрезка  $p_v c$ .

Из системы определяем скорость  $\vec{v}_D$  внутренней точки  $D$  диады 4–5, т. е. скорость ползуна 5:

$$\begin{cases} \vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{DC} \perp DC; \\ \vec{v}_D = \vec{v}_E + \vec{v}_{DE} \parallel OX, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\vec{v}_{DC}$  – относительная скорость точки  $D$  во вращательном движении вокруг точки  $C$ , направлена перпендикулярно шатуну 4;

$\vec{v}_{DE}$  – скорость точки  $D$ , лежащей на ползуне 5, относительно точки  $E$  стойки, направлена параллельно направляющим ползуна, т. е. горизонтально;

$\vec{v}_E$  – скорость точки  $E$ , находящейся на стойке, равна нулю.

При графическом решении первого уравнения системы (10) для получения вектора  $\vec{v}_D$  необходимо к вектору скорости  $\vec{v}_C$  прибавить вектор  $\vec{v}_{DC}$ . Это значит на плане из конца вектора скорости  $\vec{v}_C$ , т. е. из точки  $c$ , надо построить линию перпендикулярно шатуну 4. На этой линии лежит вектор скорости  $\vec{v}_{DC}$ .

При графическом решении второго уравнения системы (10) для получения вектора  $\vec{v}_D$  необходимо к вектору скорости  $\vec{v}_E = 0$  прибавить вектор  $\vec{v}_{DE}$ . Это значит на плане из полюса, т. е. из точки  $p_v$  надо построить линию параллельно направляющей ползуна 5, на этой линии лежит вектор скорости  $\vec{v}_{DE}$ .

Там, где линии скоростей  $\vec{v}_{DC}$  и  $\vec{v}_{DE}$  пересекаются, находится точка  $d$ .

Соединяем полюс  $p_v$  с точкой  $d$  и получим вектор скорости  $\vec{v}_D$ . Измеряем расстояние  $p_v d$  в миллиметрах и умножаем на масштабный коэффициент  $\mu_v$  для определения скорости  $\vec{v}_{DE}$  в метрах в секунду. Аналогично определим и  $\vec{v}_{DC}$ .

$$\vec{v}_{DC} = dc \cdot \mu_v = 54,7 \cdot 0,01 = 0,547 \text{ м/с}; \quad \vec{v}_{DE} = p_v d \cdot \mu_v = 155,2 \cdot 0,01 = 1,552 \text{ м/с}.$$

Из второго уравнения системы (10), поскольку  $\vec{v}_E = 0$ , получим  $\vec{v}_D = \vec{v}_{DE} = 1,552 \text{ м/с}$ .

Определим угловую скорость звеньев, совершающих вращательное или сложное движение, в данном случае это скорость кулисы и шатуна:

$$\omega_3 = \frac{v_B}{L_{BC}} = \frac{1,573}{0,57} = 2,76 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_4 = \frac{v_{DC}}{L_{DC}} = \frac{0,0547}{0,19} = 0,29 \text{ с}^{-1}.$$

На рисунке 4, в, г показана схема определения направления угловых скоростей кулисы 3 и шатуна 4.

Ставим полюс построения плана ускорений – точку  $p_a$ , в которой на плане ускорение равно нулю и относительно которой измеряются значения ускорений подвижных точек механизма (рисунок 4, д).

Построение плана ускорений начинается с определения ускорения точки  $A$  конца кривошипа. Рассмотрим случай равномерного вращения кривошипа с заданной постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 10 \text{ рад/с}$ . Тогда касательное ускорение  $a_A^t$  точки  $A$  тоже будет равно нулю, а ускорение  $a_A$  будет равно нормальной составляющей  $a_A^n$ .  $a_A = a_A^n = \omega_1^2 L_{OA} = 10^2 \cdot 0,15 = 15 \text{ рад/с}$ .

Нормальное ускорение точки  $A$  направлено параллельно кривошипу к центру его вращения, т. е. к точке  $O$  (центростремительное).

Определяем масштабный коэффициент построения плана ускорений

$\mu_a = \frac{a_A}{p_a a}$ . Длину отрезка, обозначающего вектор ускорений  $\vec{a}_A$ , выбираем произвольно исходя из удобства размещения на листе.

$$\text{Для рассматриваемого случая } \mu_a = \frac{a_A}{p_a a} = \frac{15}{500} = 0,03 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Для определения ускорения  $\vec{a}_{A'}$  внутренней точки  $A'$  диады 2–3 составим систему:

$$\begin{cases} \vec{a}_{A'} = \vec{a}_A + \vec{a}_{A'A}^K + \vec{a}_{A'A}^\tau \parallel BC; \\ \vec{a}_{A'} = \vec{a}_B + \vec{a}_{A'B}^n + \vec{a}_{A'B}^\tau \perp BC, \end{cases} \quad (11)$$

где  $a_{A'A}^\tau$  – относительное ускорение камня по кулисе, направлено параллельно кулисе 3;

$\vec{a}_{A'A}^K$  – ускорение Кориолиса, модуль которого  $\vec{a}_{A'A}^K = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A'A}$ ;

$\vec{a}_{A'B}^n$  – относительное нормальное ускорение точки  $A'$  во вращении ее относительно точки  $B$ , направлено к центру вращения кулисы к точке  $B$ ;

$\vec{a}_{A'B}^\tau$  – относительное касательное ускорение точки  $A'$  во вращении ее относительно точки  $B$ , направлено перпендикулярно нормальному, т. е. перпендикулярно кулисе 3;

$\vec{a}_B$  – ускорение точки  $B$ , которая находится на стойке, поэтому  $\vec{a}_B = 0$ .

Определяем ускорение Кориолиса по формуле

$$\vec{a}_{A'A}^K = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A'A} = 2 \cdot 2,76 \cdot 1,01 = 5,575 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется поворотом вектора относительной скорости  $\vec{v}_{A'A}$  (отрезок  $aa'$  на плане скоростей) на  $90^\circ$  в направлении вращения кулисы  $\omega_3$ . Схема для определения направления ускорения Кориолиса приведена на рисунке 4, ж. Отрезок в миллиметрах, обозначающий ускорение Кориолиса, на плане ускорений определяется с учетом масштабного коэффициента:  $ak = a^K / \mu_a = 5,575 / 0,03 = 185,8 \text{ мм}$ .

Определяем нормальное ускорение:

$$\vec{a}_{A'B}^n = \frac{v_{A'B}^2}{L_{A'B}} = \frac{1,082^2}{0,392} = 2,987 \text{ м/с}^2.$$

Отрезок в миллиметрах, обозначающий ускорение  $\vec{a}_{A'B}^n$  на плане ускорений, определяется с учетом масштабного коэффициента:

$$p_a n_1 = a_{A'B}^n / \mu_a = 2,987 / 0,03 = 99,56 \text{ мм}.$$

При графическом решении первого уравнения системы (10) для получения вектора  $\vec{a}_{A'}$  необходимо к вектору ускорения  $\vec{a}_A$  прибавить вектор  $\vec{a}_{A'A}^K$  и вектор  $a_{A'A}^\tau$ . Это значит на плане из конца вектора ускорения  $\vec{a}_A$ , т. е. из точки  $a$ , надо построить отрезок  $ak$  ускорение Кориолиса и провести линию параллельно кулисе 3, на которой лежит вектор ускорения  $a_{A'A}^\tau$ .

При графическом решении второго уравнения системы (10) для получения вектора  $\vec{a}_{A'}$  необходимо к вектору ускорения  $\vec{a}_B = 0$  прибавить вектор  $\vec{a}_{A'B}^n$ . Это значит на плане из полюса, т. е. из точки  $p_a$  надо построить отрезок  $p_a n_1$  параллельно кулисе 3 к центру вращения  $B$ . Из его конца  $n$  провести перпендикуляр к кулисе 3. На этой линии лежит вектор ускорения  $\vec{a}_{A'B}^\tau$ .

Там, где линии ускорений  $a_{A'A}^\tau$  и  $\vec{a}_{A'B}^\tau$  пересекаются, находится точка  $a'$ .

Соединим полюс  $p_a$  с точкой  $a'$  и получим вектор ускорения  $\vec{a}_{A'}$ . Измеряем расстояние  $p_a a'$  в миллиметрах и умножаем на масштабный коэффициент  $\mu_a$  для определения ускорения  $\vec{a}_{A'}$ , м/с<sup>2</sup>. Определим  $a_{A'A}^\tau$  и  $\vec{a}_{A'B}^\tau$ .

$$a_{A'} = p_a a' \cdot \mu_a = 182,9 \cdot 0,03 = 5,49 \text{ м/с}^2; \quad a_{A'A}^\tau = ka' \cdot \mu_a = 270 \cdot 0,03 = 8,1 \text{ м/с}^2;$$

$$\vec{a}_{A'B}^\tau = n_1 a' \cdot \mu_a = 152 \cdot 0,03 = 4,56 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки  $C$ , как и ее скорость, мы определим по свойству подобия. Ускорение точки  $B$  известно и равно нулю, поэтому лежит в полюсе  $p_a$ , а ускорение точки  $\vec{a}_{A'}$  уже определено отрезком  $p_a a'$ . По свойству подобия на продолжении  $p_a a'$  можно найти ускорение точки  $C$ :

$$\frac{p_a a'}{p_a c} = \frac{BA'}{BC}; \quad p_a c = \frac{p_a a' \cdot BC}{BA'}; \quad (12)$$

$$p_a c = \frac{182,9 \cdot 0,57}{0,392} = 266 \text{ мм}.$$

Отложим от полюса  $p_a$  в направлении точки  $a'$  отрезок  $p_a c$ . Определим ускорение точки  $C$ :  $a_C = p_a c \cdot \mu_a = 266 \cdot 0,03 = 7,98 \text{ м/с}^2$ .

Ускорение центра масс  $S$  кулисы можно определить из соотношения аналогичного (12). Зная, что точка  $S$  делит кулису пополам, ускорение точки  $C$  можно

поделить пополам:  $a_S = a_C / 2 = 7,98 / 2 = 3,99$  м/с. Отметим точку  $S$  на плане посередине отрезка  $p_a c$ .

Для определения ускорения  $\vec{a}_D$  внутренней точки  $D$  диады 4–5 составим систему:

$$\begin{cases} \vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau \perp DC; \\ \vec{a}_D = \vec{a}_E + \vec{a}_{DE}^\tau \parallel OX, \end{cases} \quad (13)$$

где  $a_{DC}^\tau$  – относительное касательное ускорение во вращательном движении точки  $D$  по отношению к  $C$ , направлено перпендикулярно шатуну 4;

$\vec{a}_{DC}^n$  – относительное нормальное ускорение точки  $D$  во вращении ее относительно  $C$ , направлено параллельно шатуну к точке  $C$ ;

$\vec{a}_{DE}^\tau$  – относительное касательное ускорение точки  $D$  при ее поступательном движении параллельно горизонтальным направляющим стойки;

$\vec{a}_E$  – ускорение точки  $E$ , которая находится на стойке, поэтому  $\vec{a}_E = 0$ .

$$\text{Определяем нормальное ускорение: } \vec{a}_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{L_{DC}} = \frac{0,547^2}{0,19} = 1,57 \text{ м/с}^2.$$

Отрезок, обозначающий ускорение  $\vec{a}_{DC}^n$  на плане ускорений, определяется с учетом масштабного коэффициента  $p_a n_2 = a_{DC}^n / \mu_a = 1,57 / 0,03 = 52,33$  мм.

При графическом решении первого уравнения системы (13) для получения вектора  $\vec{a}_D$  необходимо к вектору ускорения  $\vec{a}_C$  прибавить вектор  $\vec{a}_{DC}^n$  и вектор  $a_{DC}^\tau$ . Это значит на плане из конца вектора ускорения  $\vec{a}_C$ , т. е. из точки  $c$ , надо построить отрезок  $cn_2$  ускорения  $\vec{a}_{DC}^n$  и провести линию перпендикулярно шатуну 4, на которой лежит ускорение  $a_{DC}^\tau$ .

При графическом решении второго уравнения системы (13) для получения вектора  $\vec{a}_D$  необходимо к вектору ускорения  $\vec{a}_E = 0$  прибавить вектор  $\vec{a}_{DE}^\tau$ . Это значит на плане из полюса, т. е. из точки  $p_a$ , надо построить горизонтальную линию. На этой линии лежит ускорение  $\vec{a}_{DE}^\tau$ .

Там, где линии ускорений  $a_{DC}^\tau$  и  $\vec{a}_{DE}^\tau$  пересекаются, находится точка  $d$ .

Измеряем расстояние  $p_a d$  в миллиметрах и умножаем на масштабный коэффициент  $\mu_a$  для определения ускорения  $\vec{a}_D$ , м/с<sup>2</sup>.

$$a_D = a_{DE}^\tau = p_a d \cdot \mu_a = 195,2 \cdot 0,03 = 5,86 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{DC}^\tau = n_2 c \cdot \mu_a = 70,9 \cdot 0,03 = 2,13 \text{ м/с}^2.$$

Определяем величины угловых ускорений кулисы 3 и шатуна 4 отношением касательных ускорений к длине звена.

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{L_{BC}} = \frac{7,98}{0,57} = 14 \text{ рад/с}^2; \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{L_{DC}} = \frac{2,13}{0,19} = 11,21 \text{ рад/с}^2.$$

На рисунке 4, *e, ж* показано, как определять направление углового ускорения, мысленно устанавливая векторы соответствующих ускорений на схеме механизма. Если направление ускорения совпало с направлением угловой скорости, то звено в своем вращательном движении ускоряется, а если  $\varepsilon$  и  $\omega$  направлены в противоположные стороны, то замедляется.

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Какие масштабные коэффициенты применяются?
- 2 Как строится план положений механизма?
- 3 Каковы свойства плана скоростей?
- 4 Как строится план ускорений механизма?
- 5 Каковы свойства плана ускорений?
- 6 Как по плану скоростей и ускорений определить угловые скорости и ускорения звеньев?

## **2 Силовой анализ механизмов методом планов сил**

### ***Теоретические основы практического занятия***

Предыдущее занятие было посвящено изучению **кинематики** звеньев механизма, т. е. изучению движения самого по себе, без учета воздействия сил. Однако на все окружающие нас тела действуют силы, различные по своей природе. **Динамика** изучает движение тел под действием сил. При этом учитываются инерционные свойства тела.

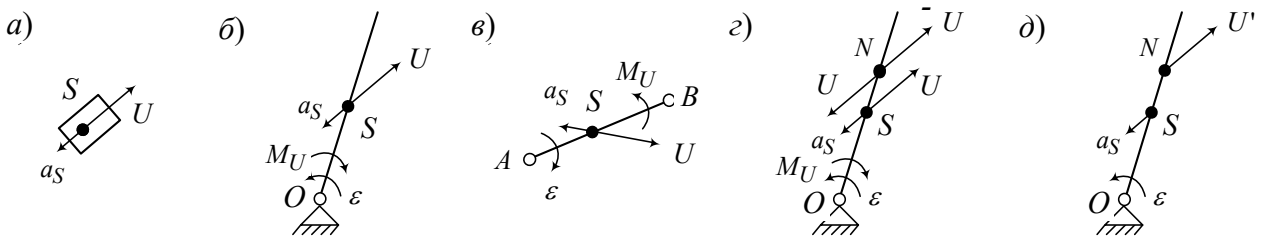
Принято выделять две основные задачи динамики: прямую и обратную. **Прямая задача динамики** состоит в том, чтобы по заданным силам найти закон движения звеньев. **Обратная задача динамики** – по заданному закону движения найти силы, вызвавшие это движение. К прямым задачам относятся рассматриваемые здесь задачи об истинном движении механизма, о регулировании хода машины, задача о маховике, к обратным задачам – силовое исследование механизма, уравновешивание роторов и механизмов.

**Сила** – мера механического взаимодействия тел. Это векторная величина, имеющая точку приложения, направление и модуль. Принята следующая классификация сил. **Движущая сила** – это внешняя сила, приложенная к ведущему звену механизма со стороны двигателя и совершающая положительную работу. **Сила полезного сопротивления** – это внешняя сила, для преодоления которой



предназначен механизм, она приложена к ведомому звену и совершает отрицательную работу. **Силы вредного сопротивления** – силы трения в кинематических парах, силы гидравлического и аэродинамического сопротивления, совершающие отрицательную работу. **Сила тяжести**  $G = mg$  приложена к телу в центре масс, работа силы при опускании центра масс положительная, а при подъеме отрицательная, за полный цикл движения работа нулевая.

**Силы реакции связей** – силы, возникающие в местах взаимодействия звеньев, т. е. в кинематических парах, и по третьему закону Ньютона равные по величине и противоположные по направлению. Для механизма работа сил реакции в кинематических парах равна нулю. **Сила инерции**  $\bar{U} = -m\bar{a}$  – в инерциальных системах позволяет свести динамическую задачу к задаче статики. По **принципу Даламбера**, если к внешним силам добавить силы инерции, то систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии (**метод кинестатики**). Для поступательно движущегося тела (рисунок 5, а) сила инерции определяется произведением массы тела на ускорение центра масс  $\bar{U} = -m\bar{a}_S$ , прикладывается к центру масс противоположно направлению ускорения. Для вращающегося тела (рисунок 5, б), кроме силы, учитывают момент сил инерции  $M_U = -J_S \varepsilon$ , где  $J_S$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс  $S$  перпендикулярно плоскости движения;  $\varepsilon$  – угловое ускорение тела. Для сложного движения (рисунок 5, в) тоже необходимо учесть и силу инерции, и момент сил инерции.



а – для поступательного движения; б – для вращательного движения; в – для сложного движения; г – прием замены силы и момента сил инерции одной силой; д – результат замены

Рисунок 5 – Силы и моменты инерции для различных видов движения

Удобно заменить  $U$  и  $M_U$  (рисунок 5, г) одной силой  $U'$  (рисунок 5, д). Для этого можно приложить в точке  $N$  силы  $U$  и  $-U$ . Это не изменит равновесия тела. Силы  $-U$  (в точке  $N$ ) и  $U$  (в центре масс  $S$ ), образуют пару сил с моментом  $M = U \cdot SN$ . Если выбрать расстояние  $SN$  из условия  $SN = \frac{M_U}{U}$ , то  $M$  компенсирует  $M_U$  и можно учитывать в расчетах только силу  $\bar{U}' = -m\bar{a}_S$ , приложенную в точке  $N$ . Для коромысла  $SN = \frac{L}{6}$ , а  $ON = \frac{2}{3}L$ , где  $L$  – длина звена.

Для динамического расчета будем использовать два метода: **метод планов сил** и **метод рычага Жуковского**. Метод планов сил позволяет определить силу, уравнивающую заданные внешние силы и силы инерции, а также позволяет определить реакции в кинематических парах. Метод основан на принципе освобожденности от связей (отброшенные связи заменяются реакциями) и на принципе Даламбера. **Уравнивающая сила** прикладывается к концу кривошипа перпендикулярно ему и уравнивает все остальные силы, приложенные к звеньям механизма.

Метод рычага Жуковского основан на принципе возможных перемещений (принципе Даламбера – Лагранжа), который утверждает, что работа всех активных сил и сил инерции на возможном перемещении системы равна нулю. Этот метод позволяет оценить уравнивающую силу без определения реакций в кинематических парах.

### Задания для самостоятельного выполнения

На рисунках А.1 и А.2 приведены кинематические схемы механизмов для силового анализа методом планов сил. Вариант схемы задает преподаватель.

### Пример выполнения задания

Пусть задан механизм и сила полезного сопротивления  $Q = 250$  Н (рисунок 6, а), план его скоростей (рисунок 6, б) и ускорений (рисунок 6, в). Определим требуемую уравнивающую силу  $F_{ур}$  и реакции в кинематических парах методом планов сил и методом рычага Жуковского. Пусть известны массы звеньев: масса кулисы  $m_3 = 8$  кг; масса ползуна  $m_5 = 25$  кг. Массы остальных звеньев малы по сравнению с заданными, ими пренебрегаем.

Определим веса звеньев:  $G_3 = m_3 \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48$  Н;  $G_5 = m_5 \cdot g = 25 \cdot 9,81 = 245,25$  Н. Определим силы инерции этих звеньев:  $U_3 = -m_3 \cdot a_S = 8 \cdot (-3,99) = -31,92$  Н,  $U_5 = -m_5 \cdot a_D = 25 \cdot (-5,86) = -146,5$  Н. Знаки «минус» показывают, что направление сил инерции противоположно соответствующим ускорениям, указанным на плане ускорений векторами  $\vec{a}_S - P_a s$ ,  $\vec{a}_D - P_a d$  (рисунок 6, в). Уравнивающую силу  $F_{ур}$  прикладываем к концу кривошипа, перпендикулярно ему в направлении его вращения (рисунок 6, з).

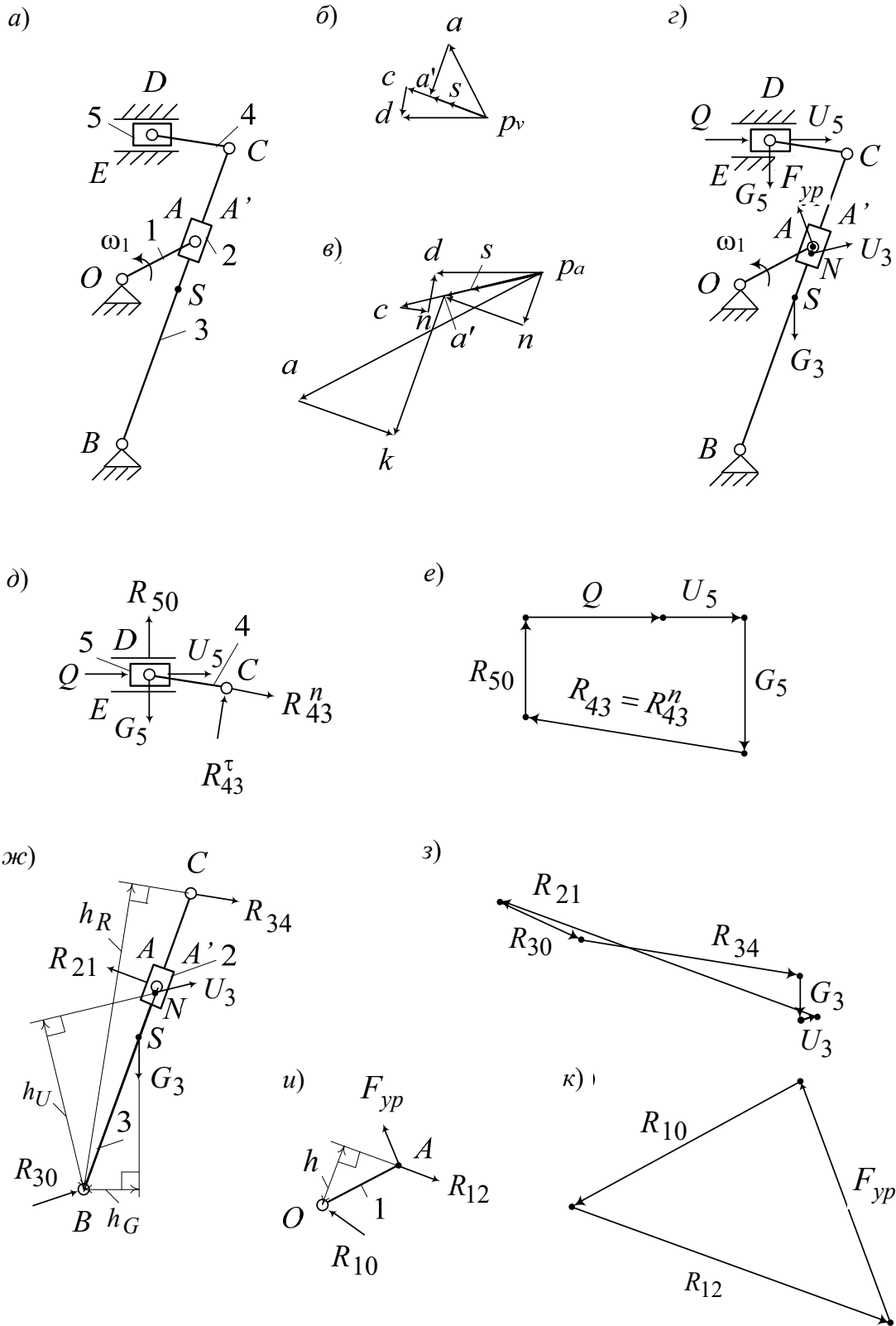
Выделяем диаду 4–5 (рисунок 6, д). В местах отрыва (кинематических парах E и C) отбрасываем связи и заменяем их действие реакциями. Для поступательной пары E реакция  $R_{50}$  (перпендикулярна направляющим пары), а во вращательной паре реакция неизвестного направления, которую можно разложить на две составляющие: нормальную –  $R_{43}^n$  (параллельно звену) и касательную –  $R_{43}^t$  (перпендикулярно звену). Нижний индекс состоит из двух чисел. Первое число указывает, на какое звено действует реакция, а второе – со стороны какого звена. Записываем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\underline{\underline{\vec{Q}}} + \underline{\underline{\vec{U}}}_5 + \underline{\underline{\vec{G}}}_5 + \underline{\underline{\vec{R}}}_{50} + \underline{\underline{\vec{R}}}_{43}^n + \underline{\underline{\vec{R}}}_{43}^t = 0.$$

Геометрически это значит, что многоугольник, стороны которого являются векторами суммы, должен быть замкнут. Такой многоугольник можно построить, имея не более двух неизвестных. Для определения их числа удобно применять подчеркивание. Два подчеркивания – вектор известен и по направлению, и по величине. Одно подчеркивание – вектор известен лишь по направлению. В данном случае имеем три неизвестных. Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил звена 4 относительно точки  $D$ . Линия действия силы  $\vec{R}_{43}^n$  проходит через точку  $D$ , поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно точки  $D$  равен нулю. Момент создает сила  $\vec{R}_{43}^t$  на плече  $L_{CD}$ , поскольку  $L_{CD}$  является перпендикуляром, опущенным из точки  $D$  на линию действия силы. Причем момент положительный потому, что сила стремится повернуть звено 4 относительно точки  $D$  против часовой стрелки, тогда уравнения равновесия моментов:  $\sum M_D(4) = 0$ ,  $R_{43}^t \cdot L_{CD} = 0$ ,  $R_{43}^t = 0$ . Теперь в уравнении равновесия две неизвестных. Можно приступить к его графическому решению. Строить векторный многоугольник можно в любой последовательности, начиная с известных по направлению и модулю векторов. Отложим  $Q = 250$  Н, по ее направлению вектор длиной  $|Q| = 50$  мм и определим масштабный коэффициент построения:  $\mu_F = \frac{Q}{|Q|} = \frac{250}{50} = 5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ . Определим  $|U_5| = U_5 / \mu_F = 146,5 / 5 = 29,3 \approx 29$  мм, и  $|G_5| = G_5 / \mu_F = 245,25 / 5 = 49,05 \approx 49$  мм. Пристроим их последовательно к вектору  $\vec{Q}$  (рисунок 6, е). Далее к концу вектора  $G_5$  пристроим линию действия реакции  $R_{43}^n$ , а из точки начала построения вектора  $Q$  – линию действия  $R_{50}$  до точки пересечения с линией реакции  $R_{43}^n$ . Поставим направление векторов  $R_{43}^n$  и  $R_{50}$  так, чтобы получился замкнутый векторный контур. Вектор  $R_{43}^n$  на схеме сил (см. рисунок 6, д) имеет противоположное направление тому, что получилось из построения.

Следует понимать, что истинное направление векторов получается при графическом решении векторных уравнений на планах сил. Но менять направление на схемах сил не стоит, иначе расчеты моментов окажутся неверными. Замеряем полученные вектора на плане  $|R_{43}^n| = 80,5$  мм,  $|R_{50}| = 36$  мм. Определяем значения реакций:  $R_{43}^n = |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 80,5 \cdot 5 = 402,5$  Н,  $R_{50} = |R_{50}| \cdot \mu_F = 36 \cdot 5 = 180$  Н. Поскольку  $R_{43}^t = 0$ , то реакция  $\vec{R}_{43} = \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^t = \vec{R}_{43}^n = 402,5$  Н.

Реакция  $\vec{R}_{45}$  во внутренней вращательной кинематической паре  $D$  определяется из условий равновесия звена 4:  $\sum \vec{F}(4) = 0$ ,  $\vec{R}_{45} + \vec{R}_{43} = 0$ ,  $\vec{R}_{45} = -\vec{R}_{43}$ .



*a* – заданный механизм; *б* – план скоростей механизма; *в* – план ускорений механизма; *г* – схема приложенных к механизму сил; *д* – схема сил диады 4–5; *е* – план сил диады 4–5; *ж* – схема сил диады 2–3; *з* – план сил диады 2–3; *и* – схема сил механизма первого класса; *к* – план сил механизма первого класса

Рисунок 6 – Применение метода планов сил

Рассмотрим диаду 2–3 (рисунок 6, ж). Отбрасываем связи и заменяем их действие реакциями: в точке  $C$  реакция  $\vec{R}_{34} = -\vec{R}_{43} = -402,5 \text{ Н}$  (направлена противоположно  $\vec{R}_{43}$ ); в точке  $B$  реакция  $\vec{R}_{30}$  (неизвестного направления, поэтому на схеме направим произвольно); в точке  $A$  реакция  $\vec{R}_{21}$  (перпендикулярно кулисе 3). Записываем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\underline{\vec{R}_{34}} + \underline{\vec{G}_3} + \underline{\vec{U}_3} + \underline{\vec{R}_{21}} + \underline{\vec{R}_{30}} = 0.$$

Снова имеем три неизвестных: модуль и направление реакции  $\vec{R}_{30}$  и модуль реакции  $\vec{R}_{21}$ . Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил диады относительно точки  $B$ :

$$\sum M_B = 0; \quad R_{34} \cdot h_R + U_S \cdot h_U + G_3 \cdot h_G - R_{21} \cdot L_{AB} = 0;$$

$$R_{21} = \frac{R_{34} \cdot h_R + U_3 \cdot h_U + G_3 \cdot h_G}{L_{AB}} = \frac{402,5 \cdot 55,2 + 31,92 \cdot 311 + 78,48 \cdot 100}{392} = 611,99 \text{ Н},$$

где  $h_R$ ,  $h_U$ ,  $h_G$  – плечи (перпендикуляры, опущенные из точки  $B$  на линии действия сил) сил  $R_{34}$ ,  $U_3$ ,  $G_3$  соответственно, значения подставляются в миллиметрах, измеряются на схеме сил. Поскольку реакция получилась положительной, на схеме выбрано верное направление вектора  $\vec{R}_{21}$ .

Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению. Начнем построение с известных сил. Реакция  $\vec{R}_{34}$  уже определена при рассмотрении диады 4–5 (см. рисунок 6, е) и по третьему закону Ньютона равна  $\vec{R}_{43}$ , но противоположно направлена. Далее определим в выбранном масштабе длины в миллиметрах остальных известных векторов и пристроим их последовательно к вектору  $\vec{R}_{34}$  (рисунок 6, з):  $|G_3| = G_3 / \mu_F = 78,48 / 5 = 15,696 \approx 16 \text{ мм}$ ,  $|U_3| = U_3 / \mu_F = 31,92 / 5 = 6,384 \approx 6 \text{ мм}$ .

К вектору  $U_3$  пристроим определенную выше реакцию  $R_{21}$ . Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором  $R_{30}$ . Замеряем его длину  $|R_{30}| = 32,6 \text{ мм}$ . Определяем реакцию  $R_{30} = |R_{30}| \cdot \mu_F = 32,6 \cdot 5 = 163 \text{ Н}$ .

Реакция  $\vec{R}_{23}$  во внутренней кинематической паре  $A'$  определяется из условий равновесия звена 2:  $\sum F(2) = 0$ ,  $\vec{R}_{21} + \vec{R}_{23} = 0$ ,  $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{21}$ .

Силовой расчет механизма первого класса (рисунок 6, и) заключается в определении уравновешивающей силы  $F_{yp}$  и реакции в кинематической паре  $O$ . Отбрасываем связи и заменяем их действие реакциями: в точке  $A$  – реакция  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21} = -618,39 \text{ Н}$  (направлена противоположно  $\vec{R}_{21}$ ); в точке  $O$  – реак-



Считая, что план скоростей – это жесткий рычаг с опорой в полюсе, запишем уравнение моментов всех сил относительно полюса. Плечи будем подставлять в миллиметрах, измеряя их непосредственно на рисунке 7, б.

$$\sum M_{p_v} = 0; F_{yp} \cdot p_v a - G_3 \cdot h_G - U_3 \cdot h_U - (Q + U_5) \cdot p_v d = 0.$$

Линия действия силы  $G_5$  проходит через полюс, поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно полюса равен нулю. Определим уравнивающую силу:

$$F_{yp} = \frac{G_3 \cdot h_G + U_3 \cdot h_U + (Q + U_5) \cdot p_v d}{p_v a};$$

$$F_{yp} = \frac{78,48 \cdot 28 + 31,92 \cdot 92 + (250 + 146,5) \cdot 155,2}{150} = 444,47 \text{ Н.}$$

Определяем расхождение результатов, полученных разными методами:

$$\Delta = 100 - \frac{444,47 \cdot 100}{461,03} = 3,59 \text{ \%}.$$

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Перечислите задачи силового анализа.
- 2 Какие силы действуют в механизмах?
- 3 В чем заключается метод планов сил плоских механизмов?

## **3 Синтез зубчатых механизмов**

### ***Теоретические основы практического занятия***

Зубчатые механизмы служат для передачи вращения. В машиностроении чаще используются зубчатые механизмы, понижающие угловую скорость  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$ , и увеличивающие вращающий момент  $T$ ,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ , т. е. усилие. Такие передачи называют **редукторами**. Их необходимость обусловлена тем, что выпускаемые промышленностью двигатели быстроходны. Рабочие же органы, как правило, тихоходны и требуют больших усилий для выполнения работы. Но бывают зубчатые механизмы, которые увеличивают угловую скорость – **мультипликаторы**. Они могут использоваться, например, для центрифуг.

**Передаточное отношение**  $i$  – отношение угловой скорости  $\omega_1$ ,  $\text{с}^{-1}$ , ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого  $\omega_2$  с учетом направления

вращения (это справедливо и для частот вращения  $n_1$  и  $n_2$ ,  $\text{мин}^{-1}$ ), индексы в формуле указывают на номера колес:

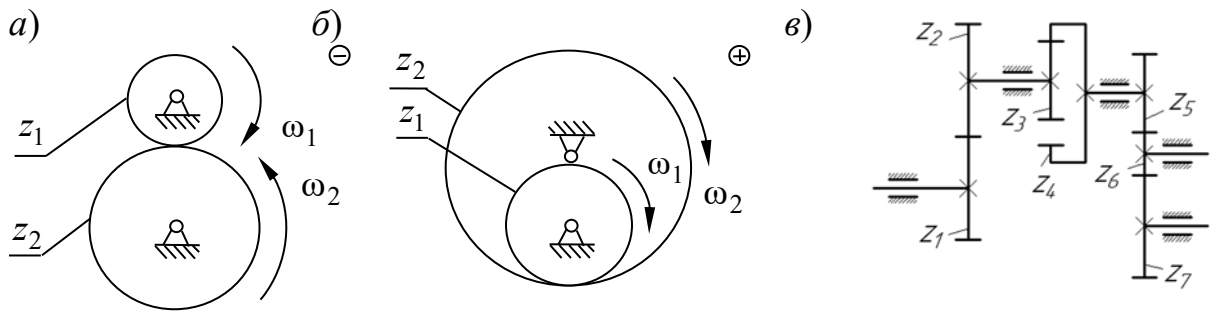
$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2}.$$

Знак плюс используют при внутреннем зацеплении, а минус – при внешнем (рисунок 8, *a*, *б*). Передаточное отношение не следует путать с **передаточным числом  $u$** , под которым понимают отношение числа зубьев большего колеса  $z_2$

к меньшему  $z_1$ :  $u_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1}$ .

Передаточное отношение всегда больше единицы и знака не имеет. Часто передаточное отношение определяют через число зубьев.

**Зубчатым рядом** называют зубчатый механизм, образованный зубчатыми колесами с неподвижными осями. Зубчатый ряд может состоять из одной или нескольких передач (рисунок 8, *в*).



*a* – внешнее зацепление; *б* – внутреннее зацепление; *в* – схема зубчатого ряда

Рисунок 8 – Зубчатый ряд

Если зубчатый ряд имеет несколько зацеплений, то его передаточное отношение будет равно произведению передаточных отношений каждого зацепления. Например, (см. рисунок 8, *в*), для зубчатого ряда от колеса 1 к колесу 7 передаточное отношение

$$i_{17} = i_{12}i_{34}i_{56}i_{67} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) = -\frac{z_2z_4z_7}{z_1z_3z_5}.$$

**Планетарным** называется зубчатый механизм, содержащий колеса с подвижными осями. Звенья планетарного механизма имеют особенные названия. Зубчатые колеса с подвижной осью ( $z_{g1}$  и  $z_{g2}$  в таблице 2) называются **сателлитами**. Подвижное звено, в котором помещена ось сателлита, называется **водителом  $h$** . В планетарной передаче есть два центральных колеса: **центральное  $z_a$**  с внешними зубьями называется **солнечным**,  $z_a$  с внутренними зубьями – **эпициклом** (коронай), неподвижное  $z_b$  – **опорным**.



При определении передаточного отношения планетарных передач используется метод **обращенного движения** (метод остановки водила) [2].

Рассмотрим данный метод, применительно к планетарной передаче типа В, показанной в таблице 2. Передаточное отношение для данной передачи при передаче движения от солнечного колеса  $a$  к водилу  $h$  при остановленном коронном колесе  $b$  определяется по выражению

$$i_{ah}^b = \frac{\omega_a}{\omega_h}.$$

Таблица 2 – Основные типы планетарных механизмов

Схема				
Название	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внешних)	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внутренних)	Механизм с двухвенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями	Механизм с одновенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями
Значение $i_{ab}^h$	$\frac{z_{g1}}{z_a} \frac{z_b}{z_{g2}}$	$\frac{z_{g1}}{z_a} \frac{z_b}{z_{g2}}$	$-\frac{z_{g1}}{z_a} \frac{z_b}{z_{g2}}$	$-\frac{z_b}{z_a}$
Диапазон $i_{ab}^h$	1...2	1...2	-10...-1	-5...1,4
Условие соосности	$z_a + z_g = z_b + z_f$	$z_a - z_g = z_b - z_f$	$z_a + z_g = z_b - z_f$	$z_b = z_a + 2z_g$
Условие сборки	$(z_b z_g - z_a z_f) / k_c = n$	$(z_b z_g + z_a z_f) / k_c = n$	$(z_b z_g + z_a z_f) / k_c = n$	$(z_a + z_b) / k_c = n$
Примечание – $i_{ab}^h$ – передаточное отношение обращенного механизма; $k_c$ – число сателлитов; $n$ – любое целое число				

По методу Виллиса сообщаем всему механизму угловую скорость, равную угловой скорости водила, но направленную в противоположном направлении. При этом получаем обращенный механизм, в котором движение передается от солнечного колеса  $a$  к коронному колесу  $b$  при остановленном водиле  $h$ . Передаточное отношение обращенного механизма определяется по выражению

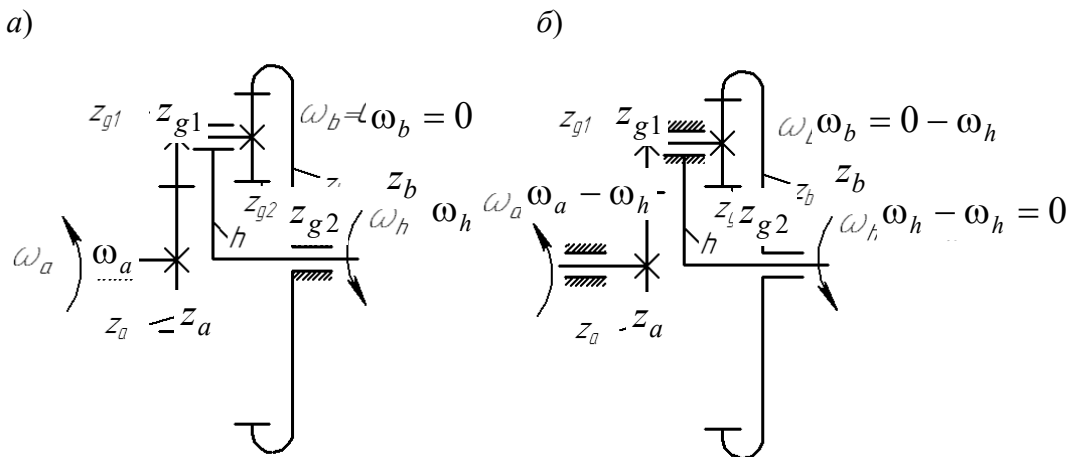
$$i_{ab}^h = \frac{\omega_a - \omega_h}{\omega_b - \omega_h}.$$

В рассматриваемом механизме (см. рисунок 9, а) угловая скорость коронного колеса  $\omega_b = 0$ , следовательно  $i_{ab}^h = \frac{\omega_a - \omega_h}{-\omega_h} = \frac{\omega_a}{-\omega_h} + \frac{-\omega_h}{-\omega_h} = 1 - \frac{\omega_a}{\omega_h} = 1 - i_{ah}^b$ .

$$i_{ab}^h = 1 - i_{ah}^b \text{ или } i_{ah}^b = 1 - i_{ab}^h.$$

**Обращённый механизм** представляет собой зубчатый ряд, в которой движение передаётся от солнечного колеса  $z_a$  к колесу  $z_{g1}$  и через колесо  $z_{g2}$  колесу  $z_b$ . Пример такого механизма приведен на рисунке 9, б. Следовательно передаточное отношение обращённого механизма  $i_{ab}^h$  при известных числах зубьев всех звеньев планетарной передачи будет определяться выражением

$$i_{ab}^h = \left( -\frac{z_{g1}}{z_a} \right) \cdot \frac{z_b}{z_{g2}}.$$



а – планетарный механизм; б – обращённый механизм

Рисунок 9 – Кинематический анализ планетарного механизма

Окончательно получим передаточное отношение:

$$i_{ah}^b = 1 - i_{ab}^h = 1 + \frac{z_{g1}z_b}{z_a z_{g2}}.$$

**Задача синтеза** планетарного механизма заключается в назначении чисел зубьев зубчатых колес с учетом условий обеспечения требуемого передаточного отношения, соосности, сборки и соседства (см. таблицу 2), отсутствия подрезания и заклинивания.

**Условие соосности** обеспечивает совпадение осей вращения центральных зубчатых колес и водила, иначе механизм заклинит. **Условие соседства** сателлитов выражается в том, что соседние сателлиты не должны касаться друг друга

окружностями вершин. **Условие сборки** заключается в том, что при сборке после установки первого сателлита может оказаться, что остальные сателлиты установить нельзя. Это происходит потому, что поставленный первым сателлит полностью определяет взаимное положение центральных колес. **Условие отсутствия подрезания** колес с внешними зубьями обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство  $z_i \geq z_{\min} = 17$ . **Условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении** для передачи, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств:  $z_{\text{внешн}} \geq 20$ ,  $z_{\text{внутр}} \geq 85$ ,  $z_{\text{внутр}} - z_{\text{внешн}} \geq 8$ .

### Задания для самостоятельного выполнения

По варианту, заданному преподавателем, произвести синтез планетарной части смешанного зубчатого механизма (таблица 3). Определить угловые скорости каждого зубчатого колеса и водила.

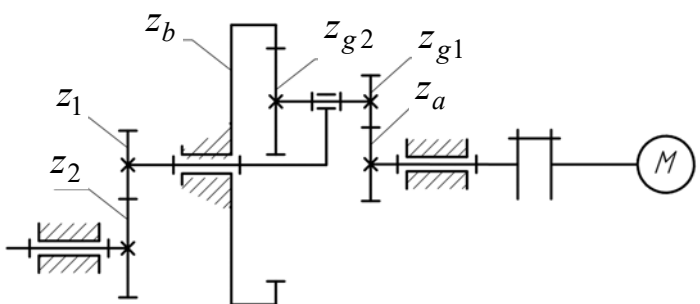
Таблица 3 – Схемы для синтеза планетарных механизмов

Схема	Исходные данные	
	Вариант 1.1	Вариант 1.2
	$i_{h2}^b = 5,5$ ; $z_1 = 18$ ; $z_2 = 45$ ; $n_{\text{дв}} = 750 \text{ мин}^{-1}$	$i_{h2}^b = 14$ ; $z_1 = 20$ ; $z_2 = 56$ ; $n_{\text{дв}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{a2}^b = -7,2$ ; $z_1 = 25$ ; $z_2 = 45$ ; $n_{\text{дв}} = 750 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = -9$ ; $z_1 = 20$ ; $z_2 = 24$ ; $n_{\text{дв}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{a2}^b = -3$ ; $z_1 = 17$ ; $z_2 = 64$ ; $n_{\text{дв}} = 750 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = 2,85$ ; $z_1 = 19$ ; $z_2 = 60$ ; $n_{\text{дв}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$

## Продолжение таблицы 3

Схема	Исходные данные	
	Вариант 4.1	Вариант 4.2
	$i_{a2}^b = -7,65;$ $z_1 = 20;$ $z_2 = 34;$ $n_{\text{дв}} = 1500 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = -4,6;$ $z_1 = 17;$ $z_2 = 34;$ $n_{\text{дв}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{a2}^b = -14,25;$ $z_1 = 18;$ $z_2 = 27;$ $n_{\text{дв}} = 1500 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = -21,32;$ $z_1 = 15;$ $z_2 = 39;$ $n_{\text{дв}} = 2000 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{h2}^b = 8,65;$ $z_1 = 20;$ $z_2 = 52;$ $n_{\text{дв}} = 2000 \text{ мин}^{-1}$	$i_{h2}^b = 3,33;$ $z_1 = 17;$ $z_2 = 51;$ $n_{\text{дв}} = 750 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{h2}^b = 8,65;$ $z_1 = 20;$ $z_2 = 52;$ $n_{\text{дв}} = 2000 \text{ мин}^{-1}$	$i_{h2}^b = 4,42;$ $z_1 = 20;$ $z_2 = 62;$ $n_{\text{дв}} = 750 \text{ мин}^{-1}$
	$i_{a2}^b = 2,8;$ $z_1 = 17;$ $z_2 = 53;$ $n_{\text{дв}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = 3,32;$ $z_1 = 18;$ $z_2 = 63;$ $n_{\text{дв}} = 1500 \text{ мин}^{-1}$

Окончание таблицы 3

Схема	Исходные данные	
	Вариант 9.1	Вариант 9.2
	$i_{a2}^b = -13,1;$ $z_1 = 17;$ $z_2 = 34;$ $n_{дв} = 1000 \text{ мин}^{-1}$	$i_{a2}^b = -10,8;$ $z_1 = 19;$ $z_2 = 27;$ $n_{дв} = 750 \text{ мин}^{-1}$

### Пример выполнения задачи синтеза

На рисунке 10 приведена схема исследуемого механизма. Исходные данные:  $i_{h2}^b = 5,5$  – передаточное отношение от водила  $h$  к выходному колесу  $z_2$  при остановленном колесе  $z_b$ ;  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 45$  – число зубьев колес зубчатого ряда;  $n_{дв} = 750 \text{ мин}^{-1}$  – частота вращения двигателя, обозначенного  $M$  на схеме.

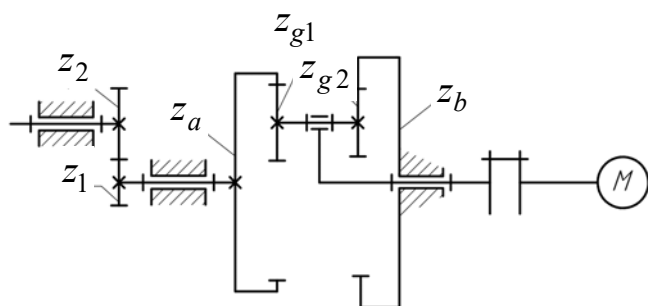


Рисунок 10 – Схема зубчатого механизма

Зубчатый механизм состоит из планетарного механизма передающего вращение от водила  $h$  к зубчатому колесу  $z_a$  и зубчатого ряда  $z_1$  и  $z_2$ . Передаточное отношение такого механизма равно произведению передаточных отношений планетарного механизма и зубчатого ряда:  $i_{h2}^b = i_{ha}^b \cdot i_{12}$ .

Известно передаточное отношение зубчатого ряда  $i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{45}{18} = -2,5$ . Определим передаточное число

планетарного механизма  $i_{ha}^b = \frac{i_{h2}^b}{i_{12}} = \frac{5,5}{-2,5} = -2,2$ .

Для обеспечения условия требуемого передаточного отношения выразим передаточное число планетарного механизма через число зубьев. Для этого сначала определим передаточное отношение планетарного механизма от колеса  $z_a$

к водилу  $h$  при остановленном колесе  $z_b$   $i_{ah}^b = \frac{1}{i_{ha}^b} = \frac{1}{-2,2} = -0,45$ .

Передаточное отношение обращенного механизма (при остановленном водиле  $h$ ):  $i_{ab}^h = 1 - i_{ah}^b = 1 - (-0,45) = 1 + 0,45 = 1,45$ .

Передаточное отношение обращенного механизма выразим через число зубьев:  $i_{ab}^h = \frac{z_{g1} z_b}{z_a z_{g2}}$ , т. е.  $1,45 = \frac{z_{g1} z_b}{z_a z_{g2}}$ .

Теперь известно, какое должно быть соотношение числа зубьев. Представим десятичную дробь простой и сократим ее. Распределим с помощью сомножителей это соотношение, учитывая, что центральные зубчатые колеса с внутренними зубьями  $z_a$  и  $z_b$  всегда имеют большее число зубьев, чем сателлиты  $z_{g1}$  и  $z_{g2}$ :

$$1,45 = \frac{145}{100} = \frac{29}{20} = \frac{1 \cdot 29}{10 \cdot 2} = \frac{z_{g1} z_b}{z_a z_{g2}}.$$

Из соотношения видно, что для обеспечения заданного передаточного отношения с высокой точностью колесо  $z_b$  должно быть в 29 раз больше сателлита  $z_g$ . Для уменьшения габаритов механизма, а значит снижения материалоемкости допускается 3...5-процентные погрешности при обеспечении заданного передаточного отношения. Поэтому округлим до десятых 1,45. Получим

$$1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{z_{g1} z_b}{z_a z_{g2}}.$$

Применим условие соосности:

$$(z_a - z_{g1}) = (z_b - z_{g2});$$

$$2 \cdot (2 - 1) = 1 \cdot (3 - 1);$$

$$(4 - 2) = (3 - 1).$$

Умножим обе части равенства на 20 – минимальное число зубьев которое можно нарезать для внешнего колеса при внутреннем зацеплении (условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении):

$$20 \cdot (4 - 2) = (3 - 1) \cdot 20;$$

$$(80 - 40) = (60 - 20).$$

Получилось, что число зубьев колес с внутренними зубьями меньше 85, значит необходимо умножать не на 20, а на 29:

$$29 \cdot (4 - 2) = (3 - 1) \cdot 29;$$

$$(116 - 58) = (87 - 29).$$

В результате синтезирован зубчатый планетарный механизм со следующим числом зубьев :  $z_a = 116$ ,  $z_b = 87$ ,  $z_{g1} = 58$ ,  $z_{g2} = 29$ .

Зная частоту вращения двигателя и передаточное отношение механизма можно определить частоту вращения выходного вала зубчатого механизма:

$$n_2 = \frac{n_{\text{дв}}}{i_{h2}^b} = \frac{750}{5,5} = 136,36 \text{ мин}^{-1}.$$

### **Контрольные вопросы**

- 1 Что такое планетарный механизм?
- 2 В чем состоит отличие планетарного механизма от рядового?
- 3 В чем заключается аналитический метод анализа планетарного механизма?

### **Список литературы**

- 1 **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов : учебное пособие / Л. А. Борисенко. – Минск : Новое знание, 2011. – 285 с.
- 2 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин : учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 328 с.
- 3 **Молотников, В. Я.** Техническая механика : учебное пособие / В. Я. Молотников. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2017. – 476 с. : ил.

## Приложение А (рекомендуемое)

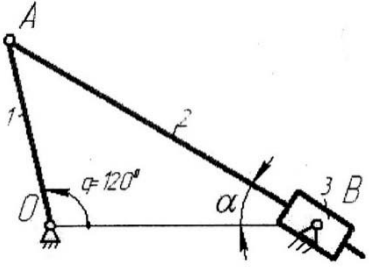
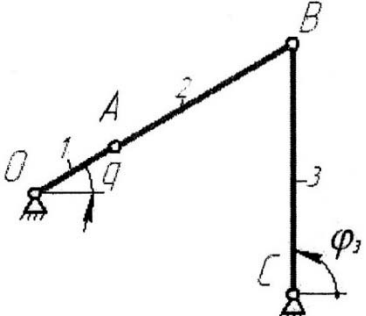
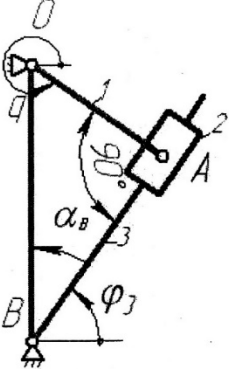
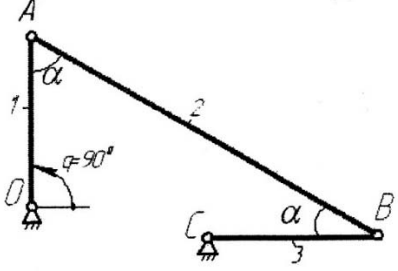
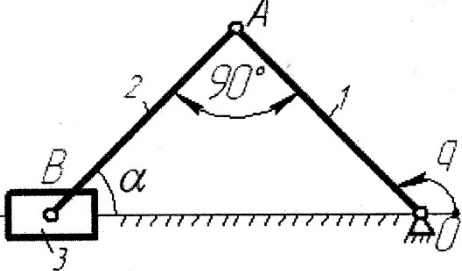
<p style="text-align: center;"><b>1</b></p> <p><math>l_1 = 0,2 \text{ м}; \alpha_B = 30^\circ;</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 0; v^r = 4 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 230,9 \text{ с}^{-2}; w^r = 0)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>2</b></p> <p><math>q = 90^\circ; \alpha_B = 30^\circ;</math>  <math>l_1 = 0,2 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 5 \text{ с}^{-1}; v^r = 3,464 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 83,6 \text{ с}^{-2}; w^r = -30 \text{ м/с}^2)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>3</b></p> <p><math>q = 0^\circ; \alpha_B = 30^\circ;</math>  <math>l_1 = 0,3 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 5 \text{ с}^{-1}; v^r = 5,196 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 83,6 \text{ с}^{-2}; w^r = -45 \text{ м/с}^2)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>4</b></p> <p><math>q = 90^\circ; \alpha_B = 30^\circ;</math>  <math>l_1 = 0,1 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_2, v_B, \varepsilon_2, w_B - ?</math>  <math>(\omega_2 = 0; v_B = -4 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_2 = 230,9 \text{ с}^{-2}; w_B = 23,09 \text{ м/с}^2)</math></p>	

Рисунок А.1 – Задания для решения задачи кинематики геометрическим методом



<p style="text-align: center;"><b>5</b></p> <p><math>OA = 0,4 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>BC = 0,8 \text{ м}; BC \parallel oy;</math>  <math>BA = 0,8 \text{ м}; \angle CBA = 90^\circ.</math>  <math>\omega_2, \omega_3, \varepsilon_2, \varepsilon_3 - ?</math>  <math>(\omega_2 = 8,66 \text{ с}^{-1}; \omega_3 = 5 \text{ с}^{-1};</math>  <math>\varepsilon_2 = -75 \text{ с}^{-2}; \varepsilon_3 = 98,2 \text{ с}^{-2})</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>6</b></p> <p><math>OA = 0,05 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>AB = BC = 0,2 \text{ м}; BC \parallel oy;</math>  <math>q = 90^\circ; \angle OAB = \angle ABC = 90^\circ.</math>  <math>\omega_2, \omega_3, \varepsilon_2, \varepsilon_3 - ?</math>  <math>(\omega_2 = 0; \omega_3 = 5 \text{ с}^{-1};</math>  <math>\varepsilon_2 = 75 \text{ с}^{-2}; \varepsilon_3 = 0)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>7</b></p> <p><math>OA = 0,1 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>BC = 0,4 \text{ м}; BC \parallel oy;</math>  <math>AB = 0,2 \text{ м}; \angle ABC = 90^\circ.</math>  <math>\omega_2, \omega_3, \varepsilon_2, \varepsilon_3 - ?</math>  <math>(\omega_2 = -8,66 \text{ с}^{-1}; \omega_3 = 2,5 \text{ с}^{-1};</math>  <math>\varepsilon_2 = 87,5 \text{ с}^{-2}; \varepsilon_3 = 124,1 \text{ с}^{-2})</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>8</b></p> <p><math>OA = 0,2 \text{ м}; \alpha = 30^\circ;</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 0; v^r = 4 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 230,9 \text{ с}^{-2}; w^r = 0)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>9</b></p> <p><math>OA = 0,1 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>AB = 0,2 \text{ м}; q = 90^\circ.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 5 \text{ с}^{-1}; v^r = 1,732 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 86,6 \text{ с}^{-2}; w^r = -15 \text{ м/с}^2)</math></p>	

Продолжение рисунка А.1

<p style="text-align: center;"><b>10</b></p> <p><math>OA = 0,2 \text{ м}; AB = 0,2\sqrt{3} \text{ м};</math>  <math>\alpha = 30^\circ; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 10 \text{ с}^{-1}; v^r = 2 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 0; w^r = -34,64 \text{ м/с}^2)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>11</b></p> <p><math>q = 30^\circ; \varphi_3 = 90^\circ;</math>  <math>l_1 = 0,1 \text{ м}; l_2 = 0,2 \text{ м}; l_3 = 0,3 \text{ м};</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_2, \omega_3, \varepsilon_2, \varepsilon_3 - ?</math>  <math>(\omega_2 = -10 \text{ с}^{-1}; \omega_3 = 0;</math>  <math>\varepsilon_2 = 173,2 \text{ с}^{-2}; \varepsilon_3 = 230,9 \text{ с}^{-2})</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>12</b></p> <p><math>l_1 = 0,1 \text{ м}; \alpha_B = 30^\circ;</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 0; v^r = 2 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = 230,9 \text{ с}^{-2}; w^r = 0)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>13</b></p> <p><math>AB = 0,16 \text{ м}; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>OA = BC = 0,1 \text{ м}; \alpha = 45^\circ.</math>  <math>\omega_2, \omega_3, \varepsilon_2, \varepsilon_3 - ?</math>  <math>(\omega_2 = 17,68 \text{ с}^{-1}; \omega_3 = 20 \text{ с}^{-1};</math>  <math>\varepsilon_2 = -41,05 \text{ с}^{-2}; \varepsilon_3 = -92,9 \text{ с}^{-2})</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>14</b></p> <p><math>l_1 = 0,1 \text{ м}; \alpha = 30^\circ;</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_2, v_B, \varepsilon_2, w_B - ?</math>  <math>(\omega_2 = -6,67 \text{ с}^{-1}; v_B = -2,3 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_2 = -205,28 \text{ с}^{-2}; w_B = 8,889 \text{ м/с}^2)</math></p>	

Продолжение рисунка А.1

<p style="text-align: center;"><b>15</b></p> <p><math>q = 30^\circ; a = 0,05\sqrt{3} \text{ м};</math>  <math>l_1 = 0,1 \text{ м}; l_2 = 0,3 \text{ м};</math>  <math>l_2 = BC \parallel oy; \omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_2, v_B, \varepsilon_2, w_B - ?</math>  <math>(\omega_2 = 3,33 \text{ с}^{-1}; v_B = 1,732 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_2 = 115,47 \text{ с}^{-2}; w_B = -16,67 \text{ м/с}^2)</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>16</b></p> <p><math>l_1 = 0,2 \text{ м}; \alpha = 30^\circ;</math>  <math>\angle OBA = 90^\circ;</math>  <math>\omega = \dot{q} = 20 \text{ с}^{-1}.</math>  <math>\omega_3, v^r, \varepsilon_3, w^r - ?</math>  <math>(\omega_3 = 20 \text{ с}^{-1}; v^r = 2 \text{ м/с};</math>  <math>\varepsilon_3 = -230,9 \text{ с}^{-2}; w^r = 0)</math></p>	

Окончание рисунка А.1

*Примечания*

1 Составить уравнения геометрического анализа механизма.

2 Дважды продифференцировать их и в заданном положении найти искомые скорости и ускорения, если кривошип вращается против часовой стрелки (в скобках указаны ответы).

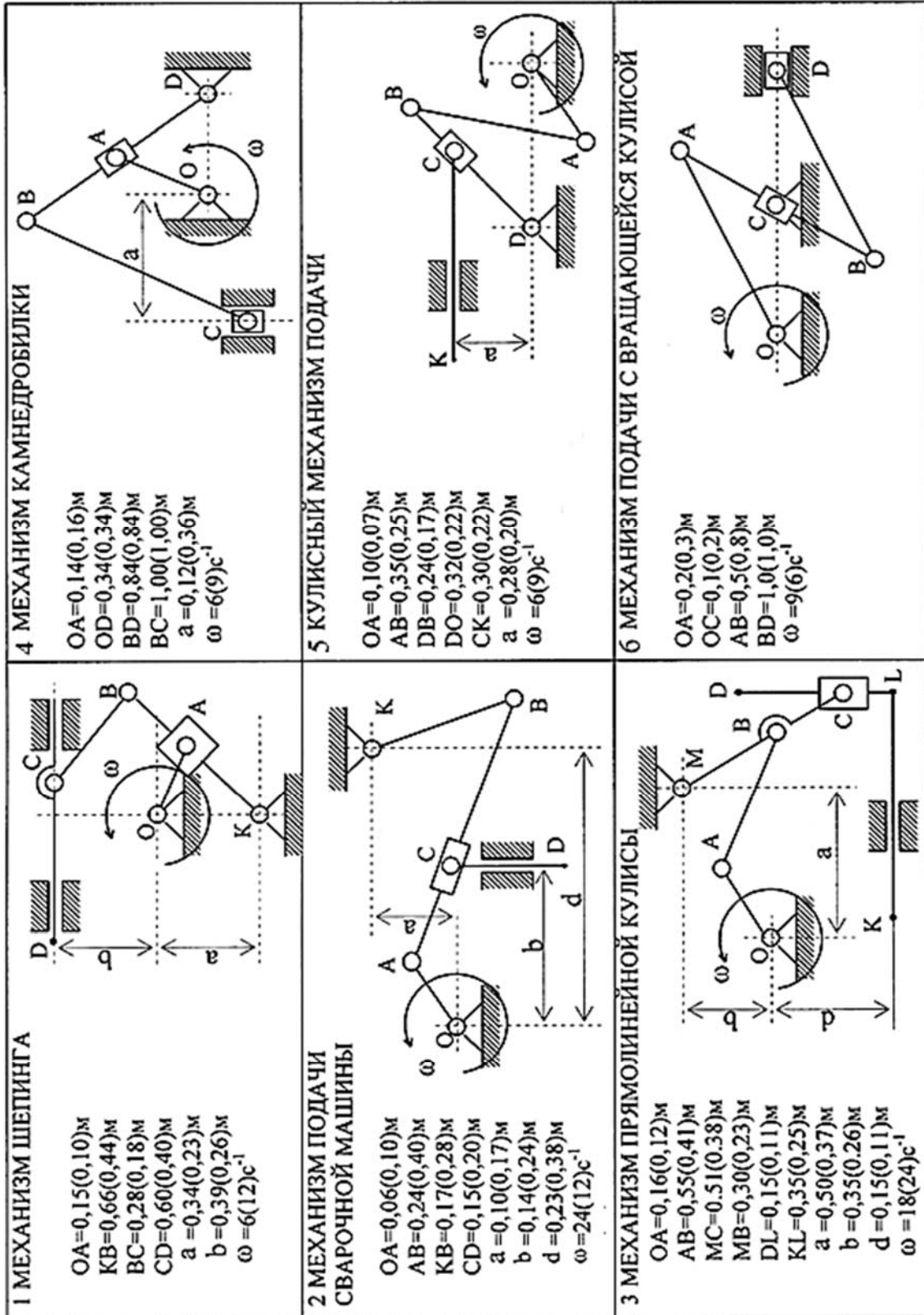
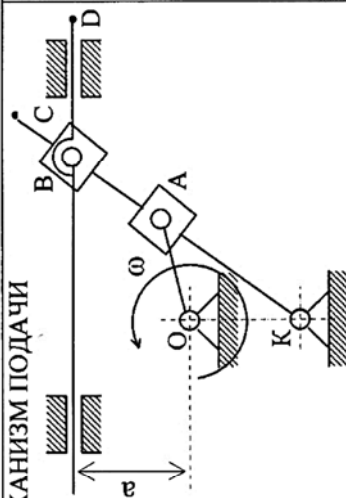
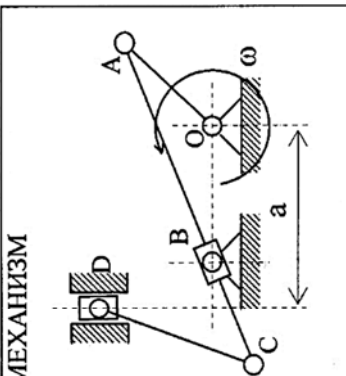
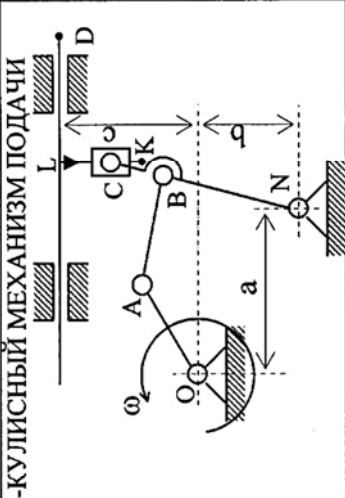
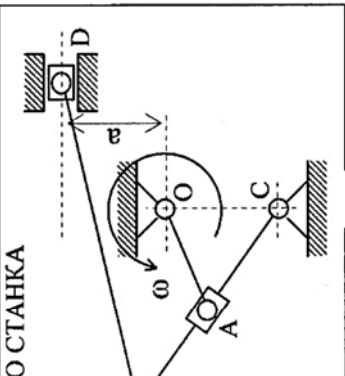
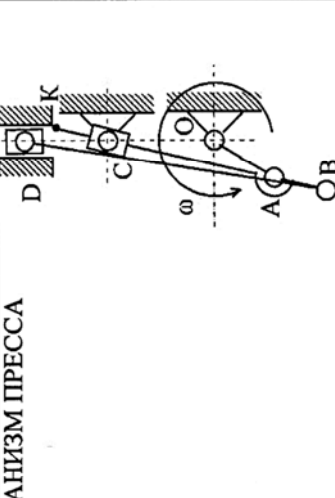
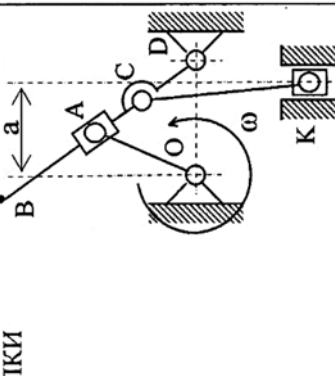


Рисунок А.2 – Задания для решения задачи кинематики методом планов

<p><b>7 МЕХАНИЗМ ПОДАЧИ</b></p> <p> <math>OA=0,10(0,07)м</math>  <math>AB=0,35(0,25)м</math>  <math>LB=0,24(0,17)м</math>  <math>LO=0,32(0,22)м</math>  <math>LD=0,30(0,22)м</math>  <math>CK=0,30(0,22)м</math>  <math>a=0,28(0,20)м</math>  <math>\omega=6(9)с^{-1}</math> </p>	<p><b>10 МЕХАНИЗМ НОЖА СВАРОЧНОГО АППАРАТА</b></p> <p> <math>OA=0,20(0,20)м</math>  <math>AB=1,00(0,80)м</math>  <math>CD=0,40(0,40)м</math>  <math>a=0,60(0,45)м</math>  <math>\omega=12(16)с^{-1}</math> </p>
<p><b>8 КУЛИСНЫЙ МЕХАНИЗМ НАСОСА</b></p> <p> <math>OA=0,20(0,12)м</math>  <math>AB=1,00(0,60)м</math>  <math>BD=0,80(0,48)м</math>  <math>a=0,50(0,30)м</math>  <math>b=0,70(0,42)м</math>  <math>\omega=8(12)с^{-1}</math> </p>	<p><b>11 МЕХАНИЗМ ПРОВОЛОЧНОГО ПЕТЛИТЕЛЯ</b></p> <p> <math>OA=0,20(0,20)м</math>  <math>OC=0,13(0,15)м</math>  <math>CD=0,60(0,60)м</math>  <math>AB=0,50(0,60)м</math>  <math>a=0,05(0,10)м</math>  <math>\omega=15(12)с^{-1}</math> </p>
<p><b>9 МЕХАНИЗМ СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА</b></p> <p> <math>OA=0,2(0,3)м</math>  <math>OD=0,1(0,1)м</math>  <math>BD=0,4(0,6)м</math>  <math>BC=0,9(1,0)м</math>  <math>\omega=9(6)с^{-1}</math> </p>	<p><b>12 КУЛИСНЫЙ МЕХАНИЗМ НАСОСА</b></p> <p> <math>OA=0,20(0,15)м</math>  <math>OC=0,60(0,40)м</math>  <math>AB=0,45(0,35)м</math>  <math>BK=1,40(1,10)м</math>  <math>BD=0,90(0,60)м</math>  <math>a=0,10(0,15)м</math>  <math>\omega=9(12)с^{-1}</math> </p>

<p><b>13 ТАГЕНСНЫЙ МЕХАНИЗМ ПОДАЧИ</b></p>  <p> <math>OA=0,12(0,15)\text{м}</math>  <math>OK=0,42(0,30)\text{м}</math>  <math>KC=0,75(0,60)\text{м}</math>  <math>BD=0,29(0,25)\text{м}</math>  <math>a=0,29(0,25)\text{м}</math>  <math>\omega=15(12)\text{с}^{-1}</math> </p>	<p><b>16 КУЛИСНЫЙ ПОДЪЕМНЫЙ МЕХАНИЗМ</b></p>  <p> <math>OA=0,20(0,25)\text{м}</math>  <math>OB=0,85(0,90)\text{м}</math>  <math>AC=1,20(1,20)\text{м}</math>  <math>CD=0,90(1,20)\text{м}</math>  <math>a=0,80(0,90)\text{м}</math>  <math>\omega=6(12)\text{м}</math> </p>
<p><b>14 ПРЯМОЛИНЕЙНО-КУЛИСНЫЙ МЕХАНИЗМ ПОДАЧИ</b></p>  <p> <math>OA=0,10(0,10)\text{м}</math>  <math>AB=0,45(0,45)\text{м}</math>  <math>NB=0,40(0,30)\text{м}</math>  <math>NC=0,75(0,65)\text{м}</math>  <math>KL=0,45(0,40)\text{м}</math>  <math>LD=0,45(0,40)\text{м}</math>  <math>a=0,35(0,40)\text{м}</math>  <math>b=0,45(0,40)\text{м}</math>  <math>c=0,45(0,40)\text{м}</math>  <math>\omega=10(15)\text{с}^{-1}</math> </p>	<p><b>17 МЕХАНИЗМ СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА</b></p>  <p> <math>OA=0,2(0,2)\text{м}</math>  <math>OC=0,6(0,4)\text{м}</math>  <math>BC=0,9(0,7)\text{м}</math>  <math>BD=0,8(0,6)\text{м}</math>  <math>a=0,4(0,4)\text{м}</math>  <math>\omega=15(9)\text{с}^{-1}</math> </p>
<p><b>15 КУЛИСНЫЙ МЕХАНИЗМ ПРЕССА</b></p>  <p> <math>OA=0,20(0,15)\text{м}</math>  <math>OC=0,60(0,40)\text{м}</math>  <math>BA=0,45(0,35)\text{м}</math>  <math>BD=1,70(1,30)\text{м}</math>  <math>BK=1,30(1,00)\text{м}</math>  <math>\omega=9(12)\text{с}^{-1}</math> </p>	<p><b>18 МЕХАНИЗМ КАМНЕДРОБИЛКИ</b></p>  <p> <math>OA=0,14(0,16)\text{м}</math>  <math>OD=0,34(0,34)\text{м}</math>  <math>BD=0,84(0,84)\text{м}</math>  <math>CK=1,00(1,00)\text{м}</math>  <math>CD=0,15(0,13)\text{м}</math>  <math>a=0,24(0,24)\text{м}</math>  <math>\omega=6(9)\text{с}^{-1}</math> </p>

Окончание рисунка А.2