

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов направления подготовки  
23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы»  
очной формы обучения*



Могилев 2023

УДК 621.9.04  
ББК 34,5  
Т38

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «26» апреля 2023 г.,  
протокол № 10

Составитель канд. техн. наук, доц. В. Л. Комар

Рецензент канд. техн. наук, доц. В. В. Кутузов

Изложены цель, задачи, содержание и порядок выполнения практических занятий.

Учебное издание

## ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2023

## Содержание

1 Практическое занятие № 1. Структура плоских и пространственных механизмов. Структурный анализ плоских механизмов .....	4
2 Практическое занятие № 2. Построение планов скоростей рычажных механизмов. Построение планов ускорений механизмов. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев .....	6
3 Практическое занятие № 3. Метод кинематических диаграмм. Определение уравнивающей силы методом Жуковского .....	10
4 Практическое занятие № 4. Аналитический метод кинематического анализа рычажных механизмов .....	11
5 Практическое занятие № 5. Метод планов сил. Определение реакций в кинематических парах .....	15
6 Практическое занятие № 6. Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов. Графический метод кинематического анализа комбинированных зубчатых механизмов. Синтез планетарных механизмов. Кинематический анализ дифференциальных механизмов и коробок передач .....	21
7 Практическое занятие № 7. Расчет геометрии зубчатых колес. Построение картины эвольвентного зацепления .....	24
8 Практическое занятие № 8. Кинематический анализ кулачковых механизмов с плоским и игольчатым толкателем .....	28
9 Практическое занятие № 9. Определение кинематических параметров кулачкового механизма методом графического дифференцирования .....	31
10 Практическое занятие № 10. Определение кинематических параметров кулачкового механизма методом графического интегрирования .....	33
11 Практическое занятие № 11. Определение основных размеров и построение профиля кулачка механизма с плоским толкателем .....	34
12 Практическое занятие № 12. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем .....	36
13 Практическое занятие № 13. Синтез кулачкового дезаксиального механизма с роликовым толкателем .....	37
14 Практическое занятие № 14. Синтез кулачкового механизма с колебателем .....	40
15 Практическое занятие № 15. Законы движения. Удары при работе .....	43
16 Практическое занятие № 16. Определение углов давления и жесткости пружин .....	44
Список литературы .....	45

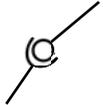
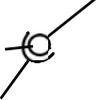
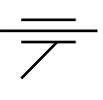
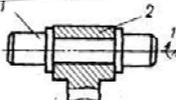
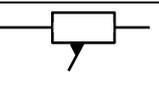
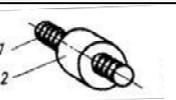
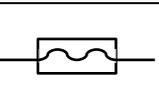
# 1 Практическое занятие № 1. Структура плоских и пространственных механизмов. Структурный анализ плоских механизмов

*Механизмом* называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел. Механизмы являются составными частями машин.

Механизм состоит из звеньев. *Звеном* называется одна деталь механизма или несколько деталей, жестко связанных между собой. Звено, относительно которого изучается движение остальных звеньев, называется *стойкой*. Звено, которому сообщается движение, называется *входным*. Звено, совершающее движение, для реализации которого создан механизм, называется *выходным*.

*Кинематическая пара* – соединение звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематические пары бывают высшие и низшие. В *низших* парах звенья соприкасаются по поверхностям, а в *высших* – по линиям или в точках. По числу допускаемых относительных движений соединяемых звеньев, кинематические пары бывают *одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные*. По числу связей, накладываемых на относительное движение соединяемых звеньев кинематические пары бывают *первого, второго, третьего, четвертого и пятого классов  $S$*  (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Классификация кинематических пар

Подвижность $W$	Класс $S$	Название	Схема	Условное обозначение
3	3	Сферическая		
2	4	Сферическая с пальцем		
2	4	Цилиндрическая		
1	5	Вращательная		 
1	5	Поступательная		
1	5	Винтовая		

*Кинематическая цепь* – это система звеньев, образующих между собой кинематические пары. Механизм – это кинематическая цепь, в которой указаны стойка, входные и выходные звенья. Если кинематическая цепь содержит  $n$

подвижных звеньев, то число ее степеней свободы определится по формуле Сомова–Малышева

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (1.1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_1, p_2$  – число одноподвижных, двухподвижных пар.

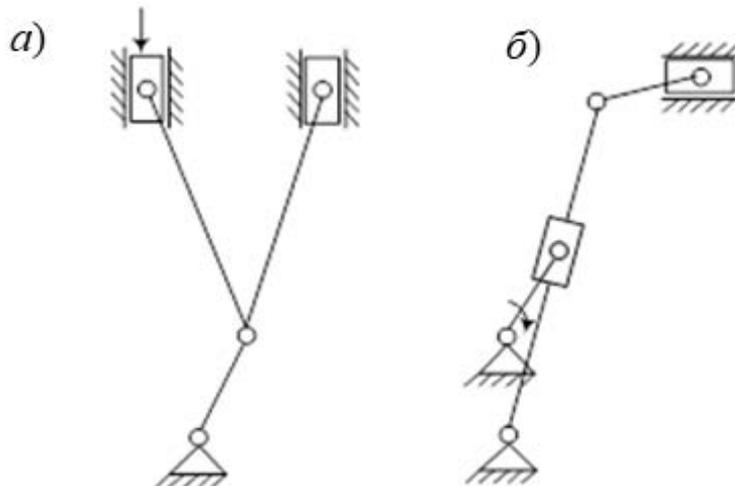
Если все звенья механизма движутся в плоскости, то (1.1) преобразуется в формулу Чебышева:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2. \quad (1.2)$$

Число степеней свободы  $W$  равно числу обобщенных координат, т. е. числу независимых между собой параметров, однозначно определяющих положение всех звеньев механизма. Чаще всего применяют механизмы с  $W = 1$ . Звенья, за которыми закреплены обобщенные координаты, называют *начальными*.

Рассмотрим структуру плоских рычажных механизмов, приведенных на рисунке 1.1. Обозначим звенья механизмов цифрами (рисунок 1.2), начиная с ведущего звена. Укажем названия звеньев и движение, которое они совершают. Обозначим кинематические пары буквами. Укажем их названия и подвижность  $W$  (таблица 1.2), номера звеньев, образующие пару. Определим степень подвижности:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$



$a$  – механизм V-образного двигателя внутреннего сгорания;  $б$  – механизм поперечно-строгального станка

Рисунок 1.1 – Плоские рычажные механизмы

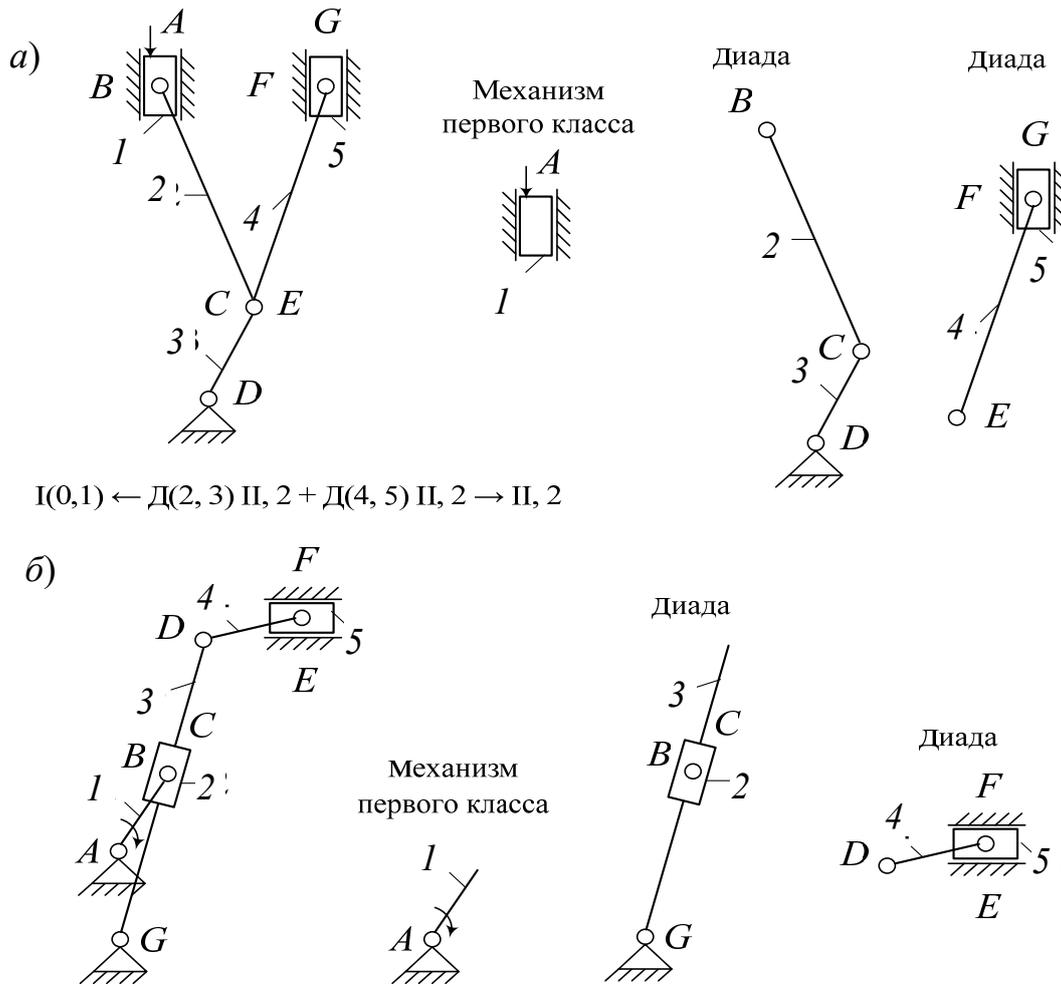


Рисунок 1.2 – Примеры структурного анализа механизмов

Таблица 1.2 – Звенья рычажных механизмов

Механизм V-образного двигателя		Механизм поперечно-строгального станка	
Название	Движение	Название	Движение
1 Ползун	Поступательное	1 Кривошип	Вращательное
2 Шатун	Сложное	2 Кулисный камень	Сложное
3 Кривошип	Вращательное	3 Кулиса	Вращательное
4 Шатун	Сложное	4 Шатун	Сложное
5 Ползун	Поступательное	5 Ползун	Поступательное

## 2 Практическое занятие № 2. Построение планов скоростей рычажных механизмов. Построение планов ускорений механизмов. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев

Кинематика – раздел механики, изучающий движение с геометрической точки зрения, т. е. без учета причин, вызывающих его. Для характеристики движения используют следующие кинематические параметры: перемеще-

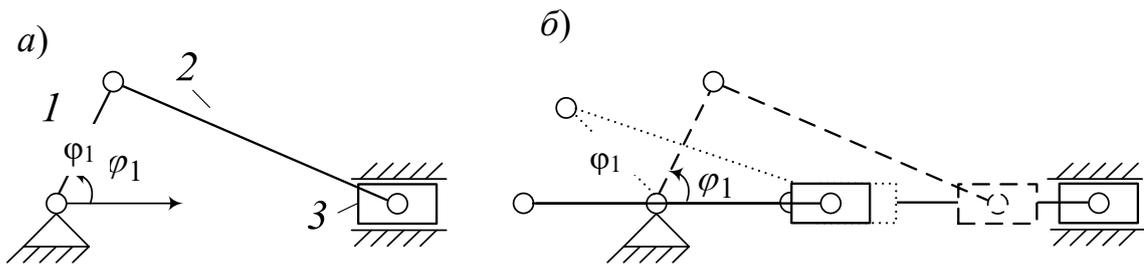
ние  $s(t)$ , м; скорость  $v = \frac{ds}{dt}$ , м/с; ускорение  $a = \frac{dv}{dt}$ , м/с<sup>2</sup>. Можно применять их аналоги – функцию положения  $s(\varphi_1)$ , м; передаточную функцию скорости  $v_q = \frac{dS}{d\varphi_1}$ , м/рад, или передаточную функцию ускорения  $a_q = \frac{dv_q}{d\varphi_1}$ , м/рад<sup>2</sup>.

При этом  $\varphi_1$  – обобщенная координата угла поворота входного звена 1;  $t$  – время. Связь между скоростями и ускорениями и их передаточными функциями:

$$v = v_q \cdot \omega; \quad (2.1)$$

$$a = a_q \cdot \omega^2. \quad (2.2)$$

Для кинематического анализа строят кинематическую схему механизма (структурную схему с учетом геометрических размеров звеньев), планы положений звеньев (кинематические схемы при заданных положениях входного звена) (рисунок 2.1). Определить кинематические параметры можно методом планов, методом замкнутых векторных контуров, методом численного или графического дифференцирования (интегрирования).



а – кинематическая схема механизма; б – несколько планов положений механизма

Рисунок 2.1 – Схемы для кинематического анализа механизма ( $\mu_s = 0,01$  м/мм)

**Планом скоростей звена** называется плоский пучок векторов, идущих из полюса, которые изображают в масштабе абсолютные скорости точек звена; отрезки, соединяющие концы векторов, изображают относительные скорости точек. Совокупность планов скоростей звеньев с общим полюсом называется **планом скоростей механизма**. **Определение плана ускорений аналогично.**

### Пример выполнения задания

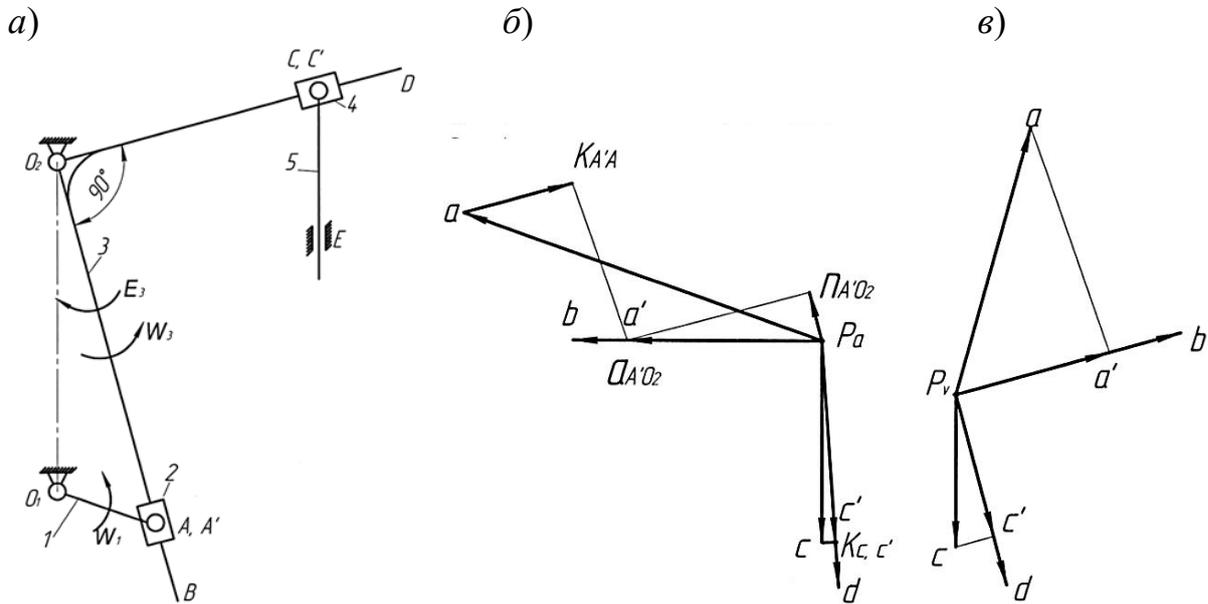
Вычерчиваем кинематическую схему механизма (рисунок 2.2), приняв масштабный коэффициент длин  $K_L = 0,0025$  м/мм.

Порядок исследования точек

$$A \rightarrow A^1 \rightarrow C^1 \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C.$$

Определяем скорость точки  $A$ :

$$v_A = \frac{\pi \cdot n_1}{30} l_{O_1A} = \frac{3,14 \cdot 70}{30} 0,08 = 0,59 \text{ м/с.}$$



$a$  – план механизма  $K_l = 0,0025$  мм;  $b$  – план ускорений  $K_a = 0,05$  м/(с<sup>2</sup> · мм);  $c$  – план скоростей  $K_v = 0,01$  м/(с · мм)

Рисунок 2.2 – Кинематический анализ механизма

Построение плана скоростей.

Рассчитываем масштабный коэффициент плана скоростей:

$$K_v = \frac{v_A}{P_v a} = \frac{0,59}{59} = 0,01 \text{ м/(с · мм).}$$

Выбираем полюс построения  $P_v$  и из него проводим вектор  $P_v a$  перпендикулярно звену  $O_1A$  в сторону его вращения.

Скорость точки  $A^1$  определяем графическим решением системы двух векторных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{v}_{A^1} = \bar{v}_{O_2} + \bar{v}_{A^1O_2}; \\ \bar{v}_{A^1} = \bar{v}_{O_2} + \bar{v}_{A^1O_2}, \end{cases}$$

где  $\bar{v}_{O_2} = 0$ ;

$$v_{A^1} = P_v a^1 k_v = 41 \cdot 0,01 = 0,41 \text{ м/с;}$$

$\bar{v}_{A^1A}$  параллельно  $O_2B$ ;

$\bar{v}_{A^1 O_2}$  перпендикулярно  $O_2 B$ .

Для определения скорости точки  $A^1$  проводим из конца вектора  $P_v a$  линию, параллельную звену  $O_2 B$ , а из полюса  $P_v$  – перпендикулярную звену  $O_2 B$ , точка пересечения этих линий дает точку  $a^1$ .

Скорости точек  $C^1$ ,  $B$  и  $D$  рассчитываем по свойству подобия:

$$\frac{P_v a^1}{P_v c^1} = \frac{O_2 A^1}{O_2 C^1} \Rightarrow P_v c^1 = P_v a^1 \frac{O_2 C^1}{O_2 A^1} = 41 \cdot \frac{75}{115} = 26,7 \text{ мм};$$

$$\frac{P_v a^1}{P_v b} = \frac{O_2 A^1}{O_2 B} \Rightarrow P_v b = P_v a^1 \frac{O_2 B}{O_2 A^1} = 41 \cdot \frac{130}{115} = 46,3 \text{ мм};$$

$$\frac{P_v a^1}{P_v d} = \frac{O_2 A^1}{O_2 D} \Rightarrow P_v d = P_v a^1 \frac{O_2 D}{O_2 A^1} = 41 \cdot \frac{96}{115} = 34,2 \text{ мм};$$

$$v_{A^1} = P_v a^1 \cdot k_v = 41 \cdot 0,01 = 0,41 \text{ м/с};$$

$$v_B = P_v b \cdot k_v = 46,3 \cdot 0,01 = 0,463 \text{ м/с};$$

$$v_D = P_v d \cdot k_v = 34,2 \cdot 0,01 = 0,342 \text{ м/с}.$$

Точка  $b$  лежит на продолжении вектора  $P_v a^1$ .

Скорость точки  $C$  определяем графическим решением системы двух векторных уравнений:

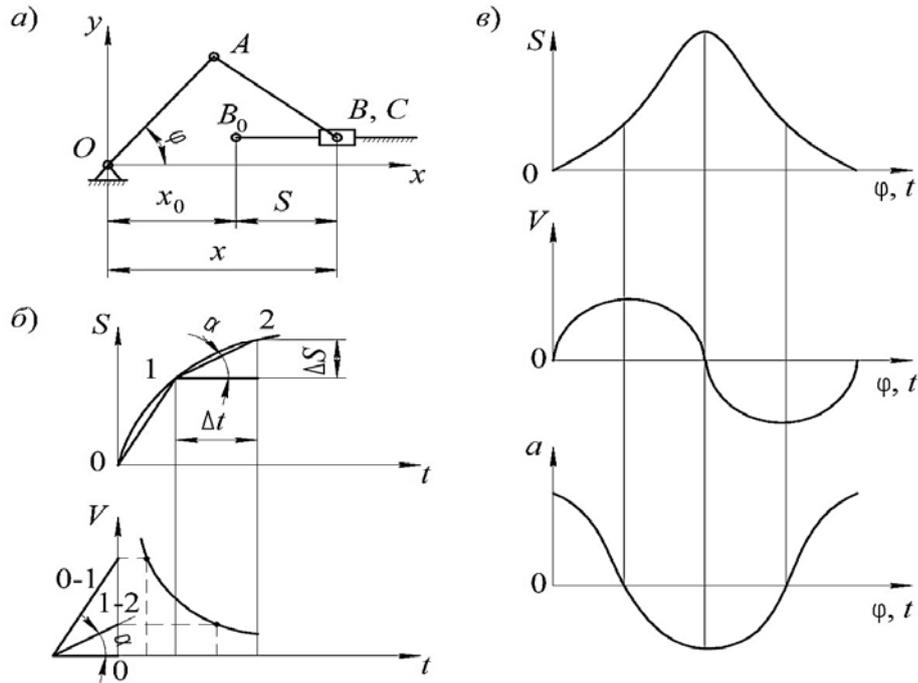
$$\begin{cases} \bar{v}_C = \bar{v}_{C^1} + \bar{v}_{CC^1}; \\ \bar{v}_C = \bar{v}_{C_0} + \bar{v}_{CC_0}. \end{cases}$$

Для нахождения точки  $C$  проводим из конца вектора  $P_v c^1$  линию, параллельную звену  $O_2 D$ , а из полюса  $P_v$  – линию по вертикали. Точка пересечения этих линий дает точку  $C$ .

$$v_C = P_v c \cdot k_v = 38 \cdot 0,01 = 0,38 \text{ м/с}.$$

### 3 Практическое занятие № 3. Метод кинематических диаграмм. Определение уравнивающей силы методом Жуковского

*Метод кинематических диаграмм* отличается простотой реализации, хорошо иллюстрирует связь между кинематическими параметрами, однако дает низкую точность результатов. Рассмотрим его на примере кривошипно-ползунного механизма (рисунок 3.1).



*a* – кинематическая схема механизма; *б* – метод графического дифференцирования, кинематические графики перемещений; *в* – метод скоростей и ускорений ползуна

Рисунок 3.1 – Метод хорд

Положение точки *B* при заданном значении обобщенной координаты  $\varphi$  определяется координатой  $x$ . Если обозначить координату точки *B* в крайнем положении механизма  $x_0$ , то ее перемещение  $S_B = x - x_0$ . Перемещение представляет функцию угла  $\varphi$ . Задаваясь значениями этого угла, по планам положений механизма определим перемещения  $S$  и построим график  $S(\varphi)$ . Поскольку  $\varphi = \omega t$ , ось  $\varphi$  можно считать осью  $t$ , и, следовательно, полученный график есть график  $S(t)$ . Согласно определению скорости и графическому смыслу производной, имеем

$$V = dS/dt = \operatorname{tg} \alpha_s \cdot k_V,$$

где  $\alpha_s$  – угол наклона касательной к графику  $S(t)$ .

Отсюда следует способ построения графика  $V(t)$ : проводятся касательные в выбранных точках графика  $S(t)$ , измеряются углы наклона  $\alpha_s$ , вычисляются

тангенсы этих углов. Аналогичным образом находится ускорение

$$a = dV/dt = \operatorname{tg}\alpha_V \cdot k_a.$$

Между графиками  $S(t)$ ,  $V(t)$ ,  $a(t)$  существует связь, как между интегральными и дифференциальными кривыми.

Экстремуму интегральной кривой соответствует ноль на дифференциальной кривой.

Точке перегиба интегральной кривой соответствует экстремум дифференциальной кривой.

Возрастающим значениям интегральной кривой соответствуют положительные значения дифференциальной кривой, убывающим – отрицательные.

Непосредственное применение указанного способа построения графиков не практикуется из-за сложности точного построения касательных. Обычно используется его модификация, которая называется методом хорд: **касательные, проведенные в точках, лежащих на серединах выбранных участков, заменяются хордами этих участков.**

Для динамического расчета будем использовать два метода: *метод планов сил* и *метод рычага Жуковского*. Метод планов сил позволяет определить силу, уравновешивающую заданные внешние силы и силы инерции, а также позволяет определить реакции в кинематических парах. Метод основан на принципе освобождаемости от связей (отброшенные связи заменяются реакциями) и на принципе Даламбера. *Уравновешивающая сила* прикладывается к концу кривошипа перпендикулярно ему и уравновешивает все остальные силы, приложенные к звеньям механизма.

Метод рычага Жуковского основан на принципе возможных перемещений (принципе Даламбера–Лагранжа), согласно которому работа всех активных сил и сил инерции на возможном перемещении системы равна нулю. Этот метод позволяет оценить уравновешивающую силу без определения реакций в кинематических парах.

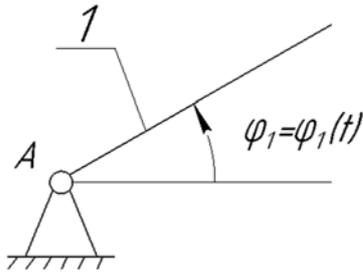
#### **4 Практическое занятие № 4. Аналитический метод кинематического анализа рычажных механизмов**

*Функция положения* – аналитическая зависимость координаты выходного звена от обобщенной координаты входного звена механизма.

Предположим, что положение входного звена  $l$  определяется угловой координатой  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ , тогда его угловая скорость  $\omega_1 = d\varphi_1 / dt$ , а угловое ускорение  $\varepsilon_1 = d\omega_1 / dt$  (рисунок 4.1); положение выходного звена определяется координатой  $\varphi_2$ .

$$\varphi_1 = \varphi_1(t); \omega_1 = d\varphi_1 / dt; \varepsilon_1 = d\omega_1 / dt.$$

а)



б)

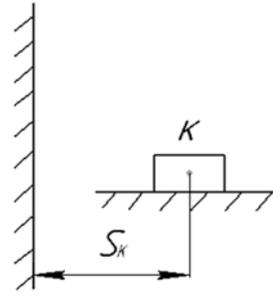


Рисунок 4.1 – Входное (а) и выходное (б) звенья

Допустим функция положения имеет следующий вид:

$$S_k = S_k(\varphi_1),$$

тогда линейная скорость выходного звена определится как

$$V_k = \frac{dS_k}{dt} = \frac{dS_k}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{dS_k}{d\varphi_1} \cdot \omega_1 = U_{k-1} \cdot \omega_1,$$

где  $U_{k-1}$  – передаточная функция скоростей или передаточное отношение.

Касательное ускорение выходного звена

$$a_k^{\tau} = \frac{dV_k}{dt} = \frac{d(U_{k-1} \cdot \omega_1)}{dt} = \frac{dU_{k-1}}{dt} \cdot \omega_1 + U_{k-1} \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{dU_{k-1}}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + U_{k-1} \cdot \varepsilon_1 = U'_{k-1} \cdot \omega_1^2 + U_{k-1} \cdot \varepsilon_1,$$

где  $U'_{k-1}$  – передаточная функция ускорений,  $U'_{k-1} = \frac{dU_{k-1}}{d\varphi_1} = \frac{d^2 S_k}{d\varphi_1^2}$ .

Таким образом, значение параметров движения выходного звена определяется значением скорости и ускорения входного звена. Вид функции положения зависит от схемы и только.

Порядок аналитического решения задач кинематического анализа механизма рассмотренным способом следующий.

Составляется функция положения  $S_k = S_k(\varphi)$ .

Дифференцированием функции положения по параметру  $\varphi_1$  определяется передаточная функция скоростей  $U_{k-1}$ .

Дифференцированием передаточного отношения  $U_{k-1}$  по параметру  $\varphi_1$  определяется передаточная функция ускорения  $U'_{k-1}$ .

Вычисляются значения скорости и ускорения выходного звена по соотношениям

$$V_k = \omega_1 \cdot U_{k-1};$$

$$a_k = U'_{k-1} \cdot \omega_1^2 + U_{k-1} \cdot \varepsilon_1.$$

### Пример выполнения задания

Дана схема центрального кривошипно-ползунного механизма (рисунок 4.2),  $l_1, l_2, \varphi_1, \omega_1$ . Определить перемещение, скорость, ускорение звена 3.

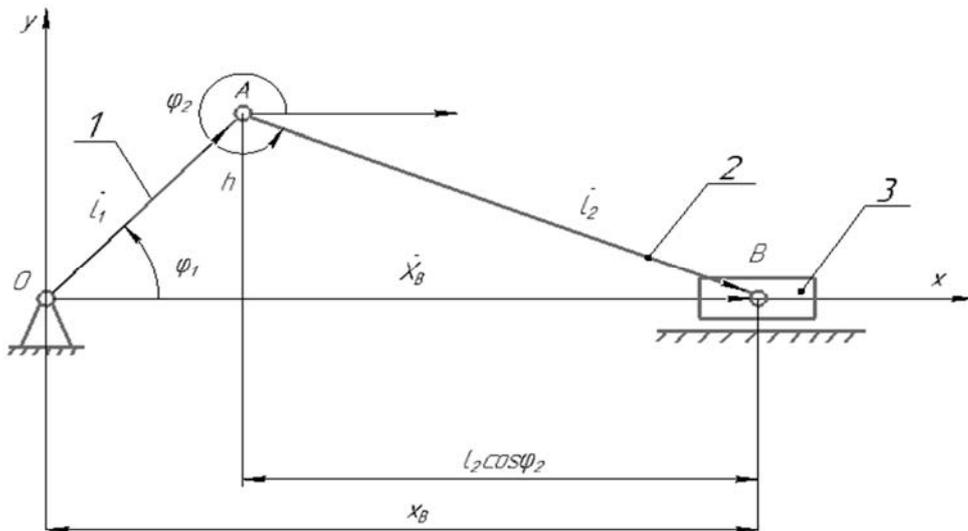


Рисунок 4.2 – Схема механизма

Назначаем систему координат  $XOY$ . Вдоль звеньев от шарнира к шарниру направляем векторы  $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{X}_B$  так, чтобы получился замкнутый контур. Составляем уравнение замкнутости векторного контура и работаем с ним.

Уравнение замкнутости векторного контура

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{X}_B.$$

Система уравнений в координатной форме

$$\begin{cases} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 = X_B; \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 = Y_B. \end{cases}$$

Так как  $Y_B = 0$ , то

$$l_2 \sin \varphi_2 = -l_1 \sin \varphi_1;$$

$$l_2 \cos \varphi_2 \sqrt{l_2^2 - h^2} = \sqrt{l_2^2 - (l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2}.$$

Дифференцируя уравнения, получаем передаточные отношения  $U_{31}$ ,  $U_{21}$ :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{dx_B}{d\varphi_1}; \\ l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = 0; \end{cases}$$

$$\frac{dx_B}{d\varphi_1} = U_{31}; \quad \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = U_{21}.$$

Из второго уравнения системы находим  $U_{21}$ :

$$U_{21} = \frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1}{l_2 \cdot \cos \varphi_2}.$$

Из первого уравнения системы находим  $U_{31}$ :

$$U_{31} = -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - U_{21} \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2 = -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - U_{21} \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_1 = l_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (U_{21} - 1).$$

Дифференцируя уравнения, получаем передаточные функции ускорений  $U'_{21}$ ,  $U'_{31}$ :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \cos \varphi_1 - l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot U_{21}^2 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot U'_{21} = U'_{31}; \\ -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot U_{21}^2 - l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot U'_{21} = 0, \end{cases}$$

откуда

$$U'_{21} = \frac{l_1 \cdot \sin \varphi_1 + U_{21}^2 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2}{l_2 \cdot \cos \varphi_2};$$

$$U'_{31} = -l_1 \cdot \cos \varphi_1 - U_{21}^2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2 - U'_{21} \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2.$$

Кинематические параметры звеньев механизма:

$$\omega_2 = U_{21} \cdot \omega_1; \quad V_B = U_{21} \cdot \omega_1;$$

$$\varepsilon_2 = U'_{21} \cdot \omega_1^2 + U_{21} \cdot \varepsilon_1; \quad a_B = U'_{31} \cdot \omega_1^2 + U_{31} \cdot \varepsilon_1.$$

## 5 Практическое занятие № 5. Метод планов сил. Определение реакций в кинематических парах

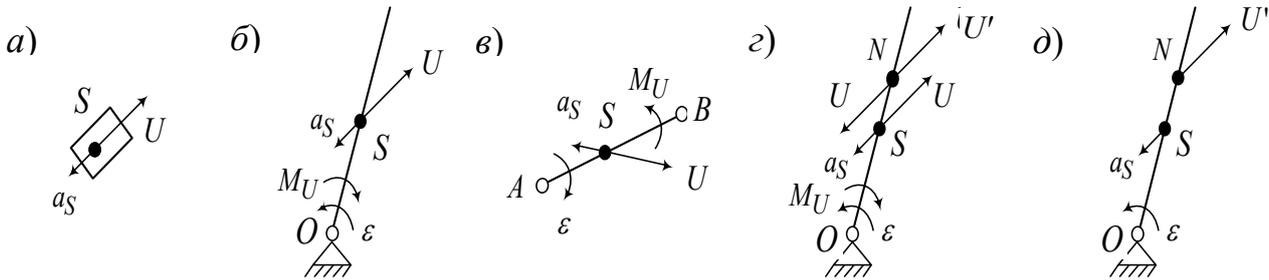
*Динамика* изучает движение тел под действием сил. При этом учитываются инерционные свойства тела.

Принято выделять две основные задачи динамики: прямую и обратную. *Прямая задача динамики* состоит в том, чтобы по заданным силам найти закон движения звеньев. *Обратная задача динамики* – по заданному закону движения найти силы, вызвавшие это движение. К прямым задачам относятся рассматриваемые здесь задачи об истинном движении механизма, о регулировании хода машины, задача о маховике, к обратным задачам – силовое исследование механизма, уравнивание роторов и механизмов.

*Сила* – мера механического взаимодействия тел. Это векторная величина, имеющая точку приложения, направление и модуль. Принята следующая классификация сил. *Движущая сила* – это внешняя сила, приложенная к ведущему звену механизма со стороны двигателя и совершающая положительную работу. *Сила полезного сопротивления* – это внешняя сила, для преодоления которой предназначен механизм, она приложена к ведомому звену и совершает отрицательную работу. *Силы вредного сопротивления* – силы трения в кинематических парах, силы гидравлического и аэродинамического сопротивления, совершающие отрицательную работу. *Сила тяжести*  $G = mg$  приложена к телу в центре масс, работа силы при опускании центра масс положительная, а при подъеме отрицательная, за полный цикл движения работа нулевая. *Силы реакции связей* – силы, возникающие в местах взаимодействия звеньев, т. е. в кинематических парах, и по третьему закону Ньютона равные по величине и противоположные по направлению. Для механизма работа сил реакции в кинематических парах равна нулю. *Сила инерции*  $U = -ma$  в инерциальных системах позволяет свести динамическую задачу к задаче статики. По *принципу Даламбера*, если к внешним силам добавить силы инерции, то систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии (*метод кинестатики*). Для поступательно движущегося тела (рисунок 5.1, а) сила инерции определяется произведением массы тела на ускорение центра масс  $U = -ma_S$ , прикладывается к центру масс противоположно направлению ускорения. Для вращающегося тела (рисунок 5.1, б), кроме силы, учитывают момент сил инерции  $M_U = -J_S \varepsilon$ , где  $J_S$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс  $S$  перпендикулярно плоскости движения;  $\varepsilon$  – угловое ускорение тела. Для сложного движения (рисунок 5.1, в) тоже необходимо учесть и силу инерции, и момент сил инерции.

Удобно заменить  $U$  и  $M_U$  (рисунок 5.1, з) одной силой  $U'$  (рисунок 5.1, д). Для этого можно приложить в точке  $N$  силы  $U$  и  $-U$ . Это не изменит равновесия тела. Силы  $-U$  (в точке  $N$ ) и  $U$  (в центре масс  $S$ ) образуют пару сил с моментом  $M = U \cdot SN$ . Если выбрать расстояние  $SN$  из условия  $SN = \frac{M_U}{U}$ , то  $M$  ком-

пенсирует  $M_U$  и можно учитывать в расчетах только силу  $U' = -ma_s$ , приложенную в точке  $N$ . Для коромысла  $SN = \frac{L}{6}$ , а  $ON = \frac{2}{3}L$ , где  $L$  – длина звена.



$a$  – для поступательного движения;  $b$  – для вращательного движения;  $c$  – для сложного движения;  $d$  – прием замены силы и момента сил инерции одной силой;  $d$  – результат замены

Рисунок 5.1 – Силы и моменты инерции для различных видов движения

### Пример выполнения задания

Пусть задан механизм и сила полезного сопротивления  $Q = 250$  Н (рисунок 5.2,  $a$ ), план его скоростей (рисунок 5.2,  $b$ ) и ускорений (рисунок 5.2,  $c$ ). Определим требуемую уравновешивающую силу  $F_{yp}$  и реакции в кинематических парах методом планов сил и методом рычага Жуковского. Пусть известны массы звеньев: масса кулисы  $m_3 = 8$  кг; масса ползуна  $m_5 = 25$  кг. Массы остальных звеньев малы по сравнению с заданными, ими пренебрегаем.

Рассчитаем веса звеньев:

$$G_3 = m_3 \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48 \text{ Н};$$

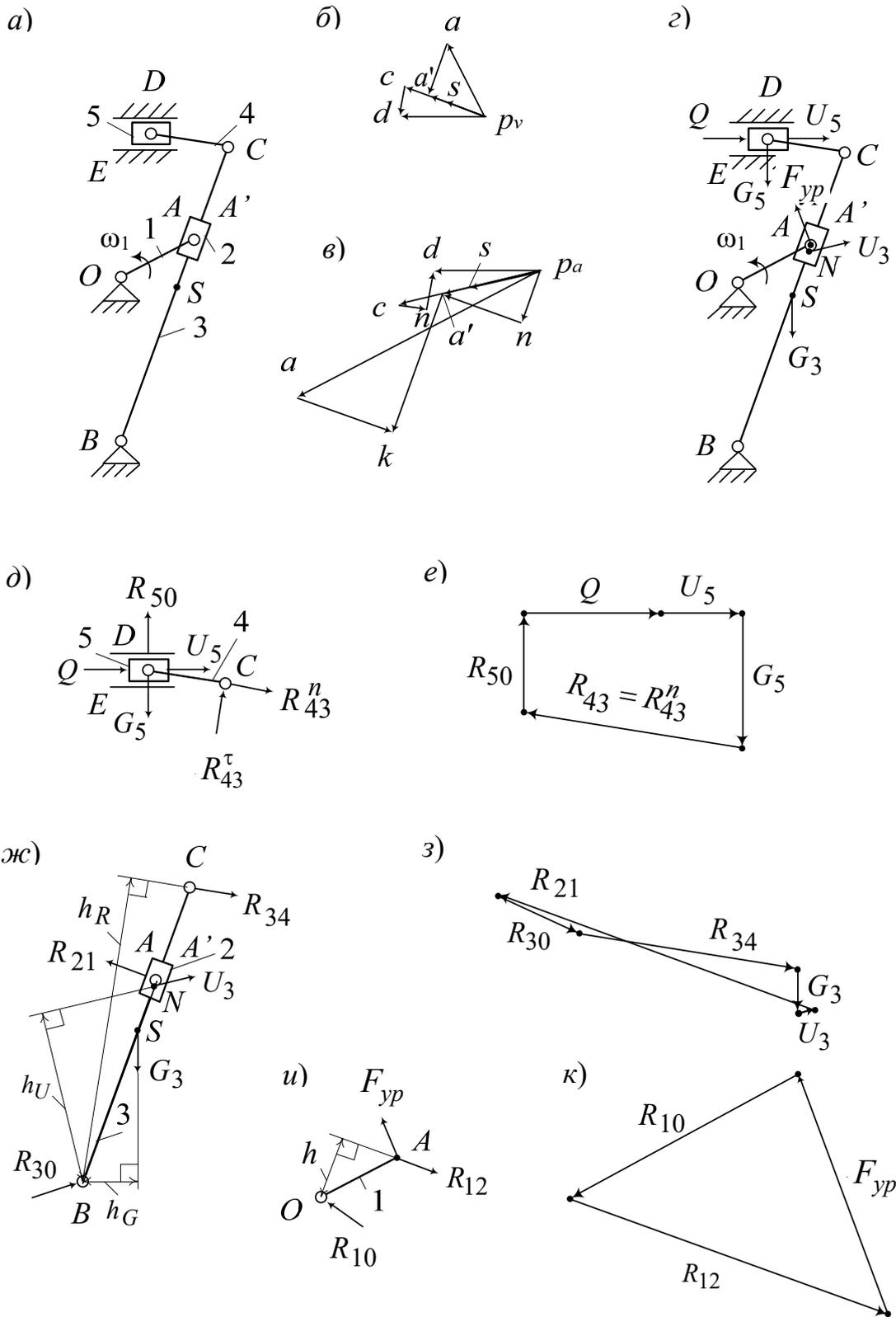
$$G_5 = m_5 \cdot g = 25 \cdot 9,81 = 245,25 \text{ Н}.$$

Определим силы инерции этих звеньев:

$$U_3 = -m_3 \cdot a_S = 8 \cdot (-3,99) = -31,92 \text{ Н};$$

$$U_5 = -m_5 \cdot a_D = 25 \cdot (-5,86) = -146,5 \text{ Н}.$$

Знаки «минус» показывают, что направление сил инерции противоположно соответствующим ускорениям, указанным на плане ускорений векторами  $\vec{a}_S - p_a s$ ,  $\vec{a}_D - p_a d$  (рисунок 5.2,  $c$ ). Уравновешивающую силу  $F_{yp}$  приложим к концу кривошипа перпендикулярно ему в направлении его вращения (рисунок 5.2,  $d$ ).



*a* – заданный механизм; *б* – план скоростей механизма; *в* – план ускорений механизма; *г* – схема приложенных к механизму сил; *д* – схема сил диады 4–5; *е* – план сил диады 4–5; *ж* – схема сил диады 2–3; *з* – план сил диады 2–3; *и* – схема сил механизма первого класса; *к* – план сил механизма первого класса

Рисунок 5.2 – Применение метода планов сил

Выделим диаду 4–5 (рисунок 5.2, *д*). В местах отрыва (кинематических парах *E* и *C*) отбросим связи и заменим их действие реакциями. Для поступательной пары *E* реакция  $R_{50}$  перпендикулярна направляющим пары, а во вращательной паре реакция неизвестного направления, которую можно разложить на две составляющие: нормальную –  $R_{43}^n$  (параллельно звену) и касательную –  $R_{43}^t$  (перпендикулярно звену). Нижний индекс состоит из двух чисел. Первое число указывает, на какое звено действует реакция, а второе – со стороны какого звена. Записываем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\underline{\underline{\vec{Q}}} + \underline{\underline{\vec{U}}}_5 + \underline{\underline{\vec{G}}}_5 + \underline{\underline{\vec{R}}}_{50} + \underline{\underline{\vec{R}}}_{43}^n + \underline{\underline{\vec{R}}}_{43}^t = 0.$$

Геометрически это значит, что многоугольник, стороны которого являются векторами суммы, должен быть замкнут. Такой многоугольник можно построить, имея не более двух неизвестных. Для определения их числа удобно применять подчеркивание. Два подчеркивания – вектор известен и по направлению, и по величине. Одно подчеркивание – вектор известен лишь по направлению. В данном случае имеем три неизвестных. Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил звена 4 относительно точки *D*. Линия действия силы  $\vec{R}_{43}^n$  проходит через точку *D*, поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно точки *D* равен нулю. Момент создает сила  $\vec{R}_{43}^t$  на плече  $L_{CD}$ , поскольку  $L_{CD}$  является перпендикуляром, опущенным из точки *D* на линию действия силы. Причем момент положительный потому, что сила стремится повернуть звено 4 относительно точки *D* против часовой стрелки, тогда уравнения равновесия моментов  $\sum M_D(4) = 0$ ,  $R_{43}^t \cdot L_{CD} = 0$ ,  $R_{43}^t = 0$ . Теперь в уравнении равновесия две неизвестных. Можно приступить к его графическому решению. Строить векторный многоугольник можно в любой последовательности, начиная с известных по направлению и модулю векторов. Отложим  $Q = 250$  Н, по ее направлению – вектор длиной  $|Q| = 50$  мм и определим масштабный коэффициент построения:

$$\mu_F = \frac{Q}{|Q|} = \frac{250}{50} = 5 \text{ Н/мм.}$$

Определим что  $|U_5|$  и  $|G_5|$ :

$$|U_5| = U_5 / \mu_F = 146,5 / 5 = 29,3 \approx 29 \text{ мм;}$$

$$|G_5| = G_5 / \mu_F = 245,25 / 5 = 49,05 \approx 49 \text{ мм.}$$

Пристроим их последовательно к вектору  $\vec{Q}$  (рисунок 5.2, е). Далее к концу вектора  $G_5$  построим линию действия реакции  $R_{43}^n$ , а из точки начала построения вектора  $Q$  – линию действия  $R_{50}$  до точки пересечения с линией реакции  $R_{43}^n$ . Поставим направление векторов  $R_{43}^n$  и  $R_{50}$  так, чтобы получился замкнутый векторный контур. Вектор  $R_{43}^n$  на схеме сил (см. рисунок 5.2, д) имеет противоположное направление тому, что получилось из построения.

Следует понимать, что истинное направление векторов получается при графическом решении векторных уравнений на планах сил. Но менять направление на схемах сил не следует, иначе расчеты моментов окажутся неверными. Замерим полученные вектора на плане:  $|R_{43}^n| = 80,5 \text{ мм}$ ,  $|R_{50}| = 36 \text{ мм}$ .

Определим значения реакций:  $R_{43}^n = |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 80,5 \cdot 5 = 402,5 \text{ Н}$ ,  $R_{50} = |R_{50}| \cdot \mu_F = 36 \cdot 5 = 180 \text{ Н}$ . Поскольку  $R_{43}^t = 0$ , то реакция  $\vec{R}_{43} = \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^t = \vec{R}_{43}^n = 402,5 \text{ Н}$ .

Реакция  $\vec{R}_{45}$  во внутренней вращательной кинематической паре  $D$  определяется из условий равновесия звена 4:  $\sum F(4) = 0$ ,  $\vec{R}_{45} + \vec{R}_{43} = 0$ ,  $\vec{R}_{45} = -\vec{R}_{43}$ .

Рассмотрим диаду 2–3 (рисунок 5.2, ж). Отбросим связи и заменим их действие реакциями: в точке  $C$  реакция  $\vec{R}_{34} = -\vec{R}_{43} = -402,5 \text{ Н}$  (направлена противоположно  $\vec{R}_{43}$ ); в точке  $B$  реакция  $\vec{R}_{30}$  (неизвестного направления, поэтому на схеме направим произвольно); в точке  $A$  реакция  $\vec{R}_{21}$  (перпендикулярно кулисе 3). Запишем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\underline{\vec{R}_{34}} + \underline{\vec{G}_3} + \underline{\vec{U}_3} + \underline{\vec{R}_{21}} + \underline{\vec{R}_{30}} = 0.$$

Снова имеем три неизвестных: модуль и направление реакции  $\vec{R}_{30}$  и модуль реакции  $\vec{R}_{21}$ . Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил диады относительно точки  $B$ :

$$\sum M_B = 0; \quad R_{34} \cdot h_R + U_3 \cdot h_U + G_3 \cdot h_G - R_{21} \cdot L_{AB} = 0;$$

$$R_{21} = \frac{R_{34} \cdot h_R + U_3 \cdot h_U + G_3 \cdot h_G}{L_{AB}} = \frac{402,5 \cdot 55,2 + 31,92 \cdot 311 + 78,48 \cdot 100}{392} = 611,99 \text{ Н},$$

где  $h_R$ ,  $h_U$ ,  $h_G$  – плечи (перпендикуляры, опущенные из точки  $B$  на линии действия сил) сил  $R_{34}$ ,  $U_3$ ,  $G_3$  соответственно, значения подставляются в миллиметрах, измеряются на схеме сил.

Поскольку реакция получилась положительной, на схеме выбрано верное направление вектора  $\vec{R}_{21}$ .

Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Можно приступить к его

графическому решению. Начнем построение с известных сил. Реакция  $\vec{R}_{34}$  уже определена при рассмотрении диады 4–5 (см. рисунок 5.2, е) и по третьему закону Ньютона равна  $\vec{R}_{43}$ , но противоположно направлена. Далее определим в выбранном масштабе длины в миллиметрах остальных известных векторов и пристроим их последовательно к вектору  $\vec{R}_{34}$  (рисунок 5.2, з):  $|G_3| = G_3/\mu_F = 78,48/5 = 15,696 \approx 16$  мм,  $|U_3| = U_3/\mu_F = 31,92/5 = 6,384 \approx 6$  мм.

К вектору  $U_3$  пристроим определенную выше реакцию  $R_{21}$ . Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором  $R_{30}$ . Замерим его длину  $|R_{30}| = 32,6$  мм. Определим реакцию:  $R_{30} = |R_{30}| \cdot \mu_F = 32,6 \cdot 5 = 163$  Н.

Реакция  $\vec{R}_{23}$  во внутренней кинематической паре  $A'$  определяется из условий равновесия звена 2:  $\sum F(2) = 0$ ,  $\vec{R}_{21} + \vec{R}_{23} = 0$ ,  $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{21}$ .

Силовой расчет механизма первого класса (рисунок 5.2, и) заключается в определении уравновешивающей силы  $F_{yp}$  и реакции в кинематической паре  $O$ . Отбросим связи и заменим их действие реакциями: в точке  $A$  – реакция  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21} = -618,39$  Н (направлена противоположно  $\vec{R}_{21}$ ); в точке  $O$  – реакция  $\vec{R}_{10}$  (неизвестного направления, поэтому на схеме направим произвольно). Запишем уравнение равновесия кривошипа:

$$\underline{\vec{R}_{12}} + \underline{\vec{F}_{yp}} + \vec{R}_{10} = 0.$$

Снова имеем три неизвестных: модуль и направление реакции  $\vec{R}_{10}$  и модуль реакции  $\vec{F}_{yp}$ .

Составим уравнение равновесия моментов сил кривошипа относительно точки  $O$ :

$$\sum M_O = 0; \quad R_{12} \cdot h - F_{yp} \cdot L_{OA} = 0; \quad F_{yp} = \frac{R_{12} \cdot h}{L_{OA}} = \frac{611,99 \cdot 11,3}{15} = 461,03 \text{ Н}.$$

Теперь в уравнении равновесия кривошипа две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению (рисунок 5.2, к). Реакция  $\vec{R}_{12}$  уже определена при рассмотрении диады 2–3 (см. рисунок 5.2, з) и по третьему закону Ньютона равна  $\vec{R}_{21}$ , но противоположно направлена. К вектору  $R_{12}$  пристроим определенную выше силу  $F_{yp}$ . Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором  $R_{10}$ . Замерим его длину  $|R_{10}| = 94,6$  мм. Определим реакцию  $R_{30} = |R_{30}| \cdot \mu_F = 94,6 \cdot 5 = 473$  Н.

## 6 Практическое занятие № 6. Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов. Графический метод кинематического анализа комбинированных зубчатых механизмов. Синтез планетарных механизмов. Кинематический анализ дифференциальных механизмов и коробок передач

Зубчатые механизмы служат для передачи вращения. В машиностроении чаще используются зубчатые механизмы, понижающие угловую скорость  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$ , и увеличивающие вращающий момент  $T$ , Н·м, т. е. усилие. Такие передачи называют *редукторами*. Их необходимость обусловлена тем, что выпускаемые промышленностью двигатели быстроходны. Рабочие же органы, как правило, тихоходны и требуют больших усилий для выполнения работы. Но бывают зубчатые механизмы, которые увеличивают угловую скорость – *мультипликаторы*. Они могут использоваться, например, для центрифуг.

*Передаточное отношение*  $i$  – отношение угловой скорости  $\omega_1$ ,  $\text{с}^{-1}$ , ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого  $\omega_2$  с учетом направления вращения (это справедливо и для частот вращения  $n_1$  и  $n_2$ , об/мин), индексы в формуле указывают на номера колес:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2}.$$

Знак «плюс» используют при внутреннем зацеплении, а «минус» – при внешнем (рисунок 6.1, а, б). Передаточное отношение не следует путать с *передаточным числом*  $u$ , под которым понимают отношение числа зубьев большего колеса  $z_2$  к меньшему  $z_1$ :

$$U = \frac{z_2}{z_1}.$$

Передаточное число всегда больше единицы и знака не имеет. Часто передаточное отношение определяют через число зубьев.

*Зубчатым рядом* называют зубчатый механизм, образованный зубчатыми колесами с неподвижными осями. Зубчатый ряд может состоять из одной или нескольких передач (рисунок 6.1, в).

Если зубчатый ряд имеет несколько зацеплений, то его передаточное отношение будет равно произведению передаточных отношений каждого зацепления. Например (см. рисунок 6.1, в), для зубчатого ряда от колеса 1 к колесу 7 передаточное отношение

$$i_{17} = i_{12}i_{34}i_{56}i_{67} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) = -\frac{z_2z_4z_7}{z_1z_3z_5}.$$

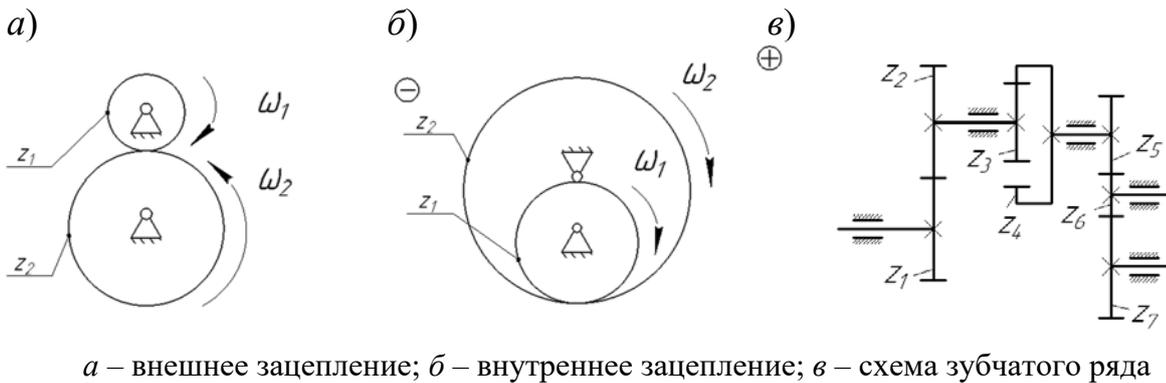


Рисунок 6.1 – Зубчатый ряд

*Планетарным* называется зубчатый механизм, содержащий колеса с подвижными осями. Звенья планетарного механизма имеют особенные названия. Зубчатые колеса с подвижной осью называются *сателлитами*. Подвижное звено, в котором помещена ось сателлита, называется *водилом*  $h$ . В планетарной передаче есть два центральных колеса: *центральное*  $z_1$  с внешними зубьями называется *солнечным*,  $z_1$  с внутренними зубьями – *эпициклом* (короной), неподвижное  $z_2$  – *опорным*.

При определении передаточного отношения планетарных передач используется *метод обращенного движения* (метод остановки водила).

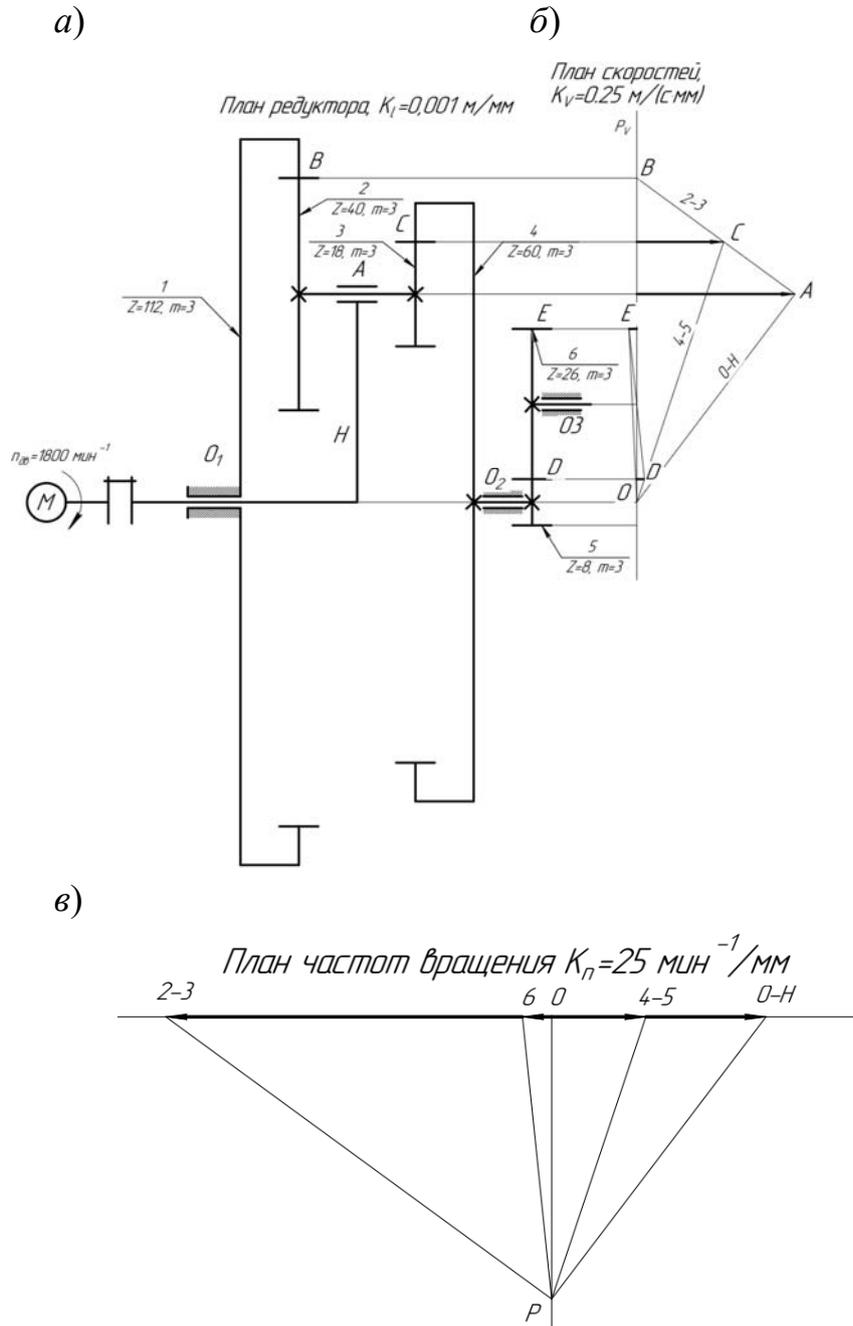
*Условие соосности* обеспечивает совпадение осей вращения центральных зубчатых колес и водила, иначе механизм заклинит. *Условие соседства* сателлитов выражается в том, что соседние сателлиты не должны касаться друг друга окружностями вершин. *Условие сборки* заключается в том, что при сборке после установки первого сателлита может оказаться, что остальные сателлиты установить нельзя. Это происходит потому, что поставленный первым сателлит полностью определяет взаимное положение центральных колес. *Условие отсутствия подрезания* колес с внешними зубьями обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство  $z_i \geq z_{\min} = 17$ . *Условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении* для передачи, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств:  $z_{\text{внешн}} \geq 20$ ,  $z_{\text{внутр}} \geq 85$ ,  $z_{\text{внутр}} - z_{\text{внешн}} \geq 8$ .

### **Пример выполнения аналитического метода кинематического анализа планетарного механизма**

Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов основан на методе обращенного движения. Сущность метода заключается в том, что всем звеньям планетарной ступени сообщается частота вращения водила  $n_H$ , но в противоположном направлении. Тогда водило становится неподвижным, а остальные звенья приобретут дополнительную скорость  $n_H$ .

На рисунке 6.2 приведена схема исследуемого механизма. Исходные данные:  $n_{\text{ов}} = n_H = 1800 \text{ мин}^{-1}$ ;  $z_5 = 8$ ;  $z_6 = 26$  – числа зубьев колес зубчатого ряда;

$z_1 = 112$ ;  $z_2 = 40$ ;  $z_3 = 18$ ;  $z_4 = 90$  – числа зубьев планетарной ступени. Необходимо определить частоты вращения всех звеньев механизма  $n_2, n_4, n_5, n_6$ .



а – кинематическая схема механизма; б – план скоростей механизма; в – план частот вращения зубчатых колес механизма

Рисунок 6.2 – Графический метод кинематического анализа

Передаточное отношение обращенного механизма определится по формуле

$$i_{14}^H = \frac{n_1^H}{n_4^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H}.$$

Верхний индекс  $H$  указывает, что параметры относятся к обращенному механизму. Передаточное отношение  $i_{14}^H$  выразим через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left( \frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left( \frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{40}{112} \cdot \frac{90}{18} = 1,786.$$

Подставляя значение  $i_{14}^H = 1,786$  в предыдущее выражение, найдем частоту вращения колеса 4

$$1,786 = \frac{0 - 1800}{n_4 - 1800},$$

отсюда  $n_4 = 791,873 \text{ мин}^{-1}$ .

Частоту вращения колеса 6 определим из выражения

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = \frac{n_5}{n_6};$$

$$n_6 = -\frac{n_5 \cdot z_5}{z_6} = -\frac{791,9 \cdot 8}{26} = -243,6 \text{ мин}^{-1}.$$

Для определения частоты вращения колеса 2 запишем формулу Виллиса для первой ступени планетарного механизма:

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}; \quad i_{12}^H = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{40}{112} = \frac{0 - 1800}{n_2 - 1800};$$

$$n_2 = -3240 \text{ мин}^{-1}.$$

## 7 Практическое занятие № 7. Расчет геометрии зубчатых колес. Построение картины эвольвентного зацепления

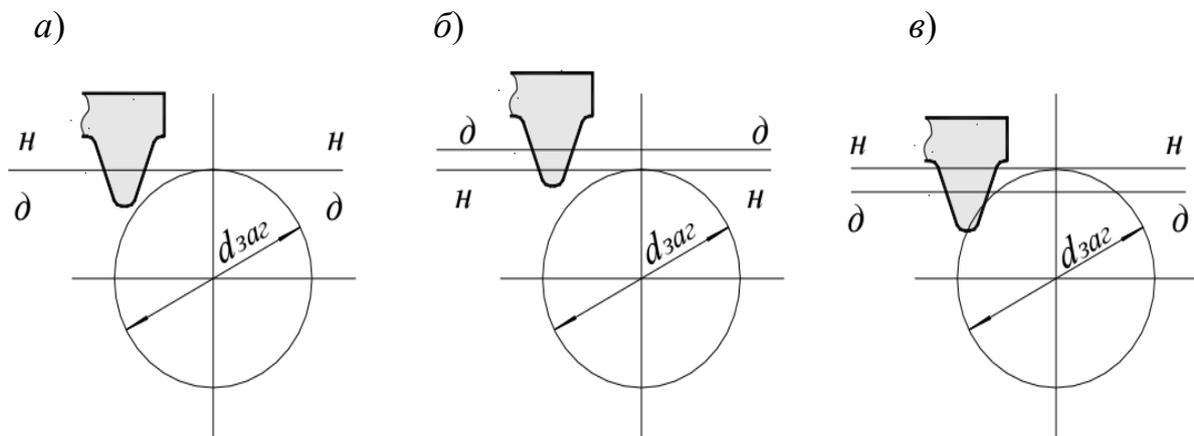
Исходными данными для расчета параметров являются число зубьев шестерни  $z_5$ , число зубьев колеса  $z_6$ , модуль  $m$ .

Нарезание производится по методу обкатки инструментом реечного типа, который профилируется на основе исходного контура по ГОСТ 13755–81.

Известно, что при нарезании по методу обкатки зубчатых колес с числом зубьев  $z < 17$  происходит подрезание ножки зуба, ослабление прочности

зубчатого колеса и ухудшение других качественных показателей передачи. Подрезание не допускается. Избежать его можно соответствующей установкой режущего инструмента.

Если при нарезании делительная прямая рейки (прямая, по которой толщина зуба равна ширине впадины) касается делительной окружности нарезаемого колеса, то такие зубчатые колеса называются колесами без смещения (рисунок 7.1, *а*), если не касается или пересекает делительную окружность, то такие колеса называются колесами со смещением. Смещение принимается положительным, если делительная прямая не пересекает делительную окружность нарезаемого колеса (рисунок 7.1, *б*), и отрицательным, если пересекает ее (рисунок 7.1, *в*). Положительное смещение дает возможность нарезания колес без подрезания ножки зуба.



*а* – нулевое смещение; *б* – положительное смещение; *в* – отрицательное смещение

Рисунок 7.1 – Виды смещения режущего инструмента

Если при расчете геометрических параметров руководствоваться только отсутствием подрезания ножки и возможностью сохранения делительного межосевого расстояния, то коэффициенты смещения будут выбираться следующим образом:

1) при  $z_{\Sigma} = z_5 + z_6 \geq 34$  коэффициент смещения шестерни определяется по формуле

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17},$$

а коэффициент смещения колеса  $X_6 = -X_5$ ;

2) при  $z_{\Sigma} < 34$  коэффициенты смещения обоих колес вычисляются по формулам:

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17}; \quad X_6 = \frac{17 - z_6}{17};$$

3) при заданном требуемом межосевом расстоянии  $a_w$  определяется суммарный коэффициент смещения  $X_\Sigma$ , а затем  $X_5$  и  $X_6$ .

### **Пример выполнения задания**

Исходные данные:

- число зубьев шестерни  $z_5 = 8$ ;
- число зубьев колеса  $z_6 = 26$ ;
- модуль  $m = 3$  мм;
- угол профиля  $\alpha = 20^\circ$ ;
- коэффициент высоты головки  $h_a^* = 1$ ;
- коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,25$ .

*Решение*

1 Суммарное число зубьев

$$z = z_5 + z_6 = 8 + 26 = 34.$$

2 Минимальные коэффициенты смещения

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17} = \frac{17 - 8}{17} = 0,53;$$

$$X_6 = -X_5 = -0,53.$$

3 Угол профиля исходного контура  $\alpha = 20^\circ$ .

4 Угол зацепления  $\alpha = \alpha_w = 20^\circ$ .

5 Делительное межосевое расстояние

$$a = a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_5 + z_6) = 0,5 \cdot 3 \cdot (8 + 26) = 51 \text{ мм.}$$

6 Межосевое расстояние  $a_w = a = 51$  мм.

7 Делительная высота головки зуба

$$h_{a5} = m \cdot (h_a^* + X_5) = 3(1 + 0,53) = 4,59 \text{ мм};$$

$$h_{a6} = m \cdot (h_a^* + X_6) = 3(1 - 0,53) = 1,41 \text{ мм.}$$

8 Делительная высота ножки зуба

$$h_{f5} = m \cdot (h_a^* + c^* - X_5) = 3(1 + 0,25 - 0,53) = 2,16 \text{ мм};$$

$$h_{f6} = m \cdot (h_a^* + c^* - X_6) = 3(1 + 0,25 + 0,53) = 5,34 \text{ мм.}$$

9 Высота зуба

$$h_5 = h_6 = h = 2,25 \cdot m = 2,25 \cdot 3 = 6,75 \text{ мм.}$$

10 Делительные диаметры

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3 \cdot 8 = 24 \text{ мм};$$

$$d_6 = m \cdot z_6 = 3 \cdot 26 = 78 \text{ мм.}$$

## 11 Основной диаметр

$$d_{b5} = m \cdot z_5 \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 8 \cdot \cos 20 = 22,55 \text{ мм;}$$

$$d_{b6} = m \cdot z_6 \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 26 \cdot \cos 20 = 73,3 \text{ мм.}$$

## 12 Начальный диаметр

$$d_{w5} = d_5 = 24 \text{ мм;}$$

$$d_{w6} = d_6 = 78 \text{ мм.}$$

## 13 Диаметр вершин зубьев

$$d_{a5} = m \cdot z_5 + 2m \cdot (h_a^* + X_5) = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,53) = 33,18 \text{ мм;}$$

$$d_{a6} = m \cdot z_6 + 2 \cdot m \cdot (h_a^* + X_6) = 3 \cdot 26 + 2 \cdot 3 \cdot (1 - 0,53) = 80,82 \text{ мм.}$$

## 14 Диаметр впадин зубьев

$$d_{f5} = m \cdot z_5 - 2 \cdot m \cdot (h_a^* + c^* - X_5) = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 - 0,53) = 19,68 \text{ мм;}$$

$$d_{f6} = m \cdot z_6 - 2 \cdot m \cdot (h_a^* + c^* - X_6) = 3 \cdot 26 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 + 0,53) = 67,32 \text{ мм.}$$

## 15 Начальная толщина зуба и делительная толщина зуба

$$S_5 = 0,5 \cdot \pi \cdot m + 2 \cdot m \cdot X_5 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 0,53 \cdot \operatorname{tg} 20 = 5,87 \text{ мм;}$$

$$S_6 = 0,5 \cdot \pi \cdot m + 2 \cdot m \cdot X_6 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (-0,53) \cdot \operatorname{tg} 20 = 3,55 \text{ мм.}$$

## 16 Основная толщина зуба

$$S_5 = d_{b5} \left( \frac{\pi}{2 \cdot z_5} + \frac{2 \cdot X_5 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_5} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 22,55 \cdot \left( \frac{3,14}{2 \cdot 8} + \frac{2 \cdot 0,53 \cdot \operatorname{tg} 20}{8} + \operatorname{inv} 20 \right) = 5,85;$$

$$S_6 = d_{b6} \left( \frac{\pi}{2 \cdot z_6} + \frac{2 \cdot X_6 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_6} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 73,3 \cdot \left( \frac{3,14}{2 \cdot 26} + \frac{2 \cdot (-0,53) \cdot \operatorname{tg} 20}{26} + \operatorname{inv} 20 \right) = 4,43.$$

## 17 Угол профиля по окружности вершин

$$\alpha_{a5} = \arccos \frac{d_{b5}}{d_{a5}} = \arccos \frac{22,55}{33,18} = 47,19;$$

$$\alpha_{a6} = \arccos \frac{d_{b6}}{d_{a6}} = \arccos \frac{73,3}{80,82} = 24,91.$$

## 18 Толщина зуба по окружности вершин

$$S_{a5} = d_{a5} \left( \frac{S_5}{d_5} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a5} \right) = 33,18 \left( \frac{5,85}{24} + \operatorname{inv} 20 - \operatorname{inv} 47,19 \right) = 0,09 \text{ мм;}$$

$$S_{a6} = d_{a6} \left( \frac{S_6}{d_6} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_{a6} \right) = 80,82 \left( \frac{4,43}{78} + \operatorname{inv}20 - \operatorname{inv}24,91 \right) = 3,4 \text{ мм.}$$

19 Делительный шаг

$$P = \pi \cdot m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм.}$$

20 Основной шаг

$$P_b = \pi \cdot m \cdot \cos\alpha = 3,14 \cdot 3 \cdot \cos 20 = 8,85 \text{ мм.}$$

21 Радиус кривизны галтели

$$\rho = 0,38 \cdot m = 0,38 \cdot 3 = 1,14 \text{ мм.}$$

22 Начальный шаг

$$P_w = P = \pi \cdot m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм.}$$

Проверка коэффициента торцового перекрытия

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{z_5 \operatorname{tg}\alpha_{a5} + z_6 \operatorname{tg}\alpha_{a6} - (z_5 + z_6) \operatorname{tg}\alpha_w}{2\pi} = \\ &= \frac{8 \cdot \operatorname{tg}47,19 + 26 \cdot \operatorname{tg}24,91 - (8 + 26) \cdot \operatorname{tg}20}{2 \cdot 3,14} = 1,33 \text{ мм.} \end{aligned}$$

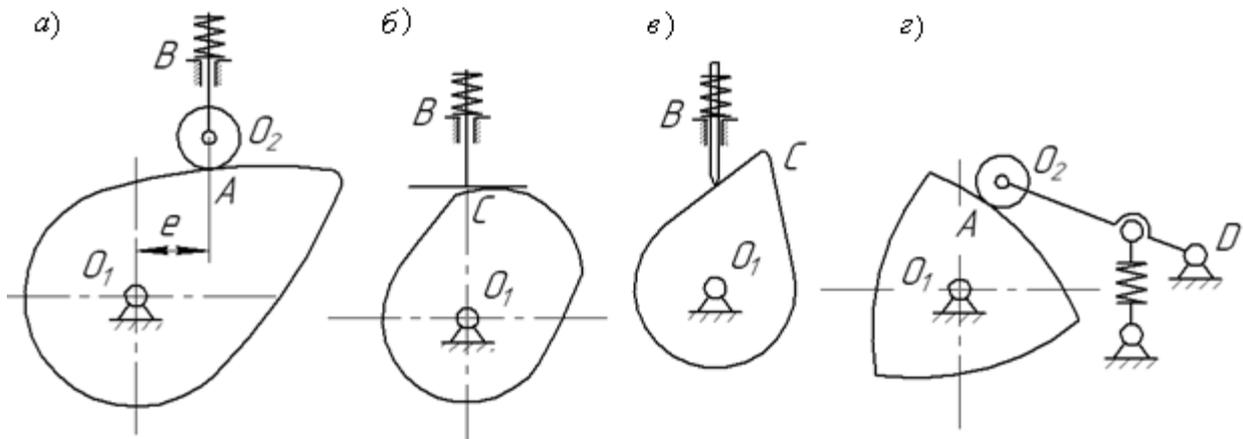
## 8 Практическое занятие № 8. Кинематический анализ кулачковых механизмов с плоским и игольчатым толкателем

### Основные понятия и определения.

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок. Кулачком называется звено, имеющее элемент высшей пары, выполненной в виде поверхности переменной кривизны.

Простейший кулачковый механизм состоит из трёх звеньев: входного звена – кулачка  $1$ , совершающего вращательное движение, выходного звена  $3$  – толкателя или колебателя и стойки  $0$  (рисунок 8.1,  $a$ – $в$ ). Выходное звено в кулачковом механизме называется толкателем при возвратно-поступательном его движении или коромыслом (колебателем) при возвратно-качательном движении. Для уменьшения трения о поверхность кулачка выходное звено часто снабжают роликом  $2$  (рисунок 8.1,  $a$ ,  $г$ ).

Постоянное соприкосновение звеньев в кулачковой паре обеспечивается замыканием силовым или геометрическим (пазовый кулачок, рамочный толкатель и т. п.). По форме элементов кинематической пары выходные звенья могут быть остrokонечные, роликовые, плоские (тарельчатые), сферические (грибовидные) и др.



*a* – дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем; *б* – центральный кулачковый механизм с плоским толкателем; *в* – центральный кулачковый механизм с игольчатым толкателем; *г* – кулачковый механизм с роликовым колебателем

Рисунок 8.1 – Кинематические схемы кулачковых механизмов

Кулачковый механизм называется центральным, если ось толкателя проходит через центр вращения кулачка ( $e = 0$ ), и дезаксиальным, если ось толкателя смещена относительно центра вращения кулачка на некоторую величину  $e$ , называемую дезаксиалом (см. рисунок 8.1, *б*, *в*).

Достоинством кулачковых механизмов является способность воспроизводить движения выходных звеньев по сложным законам. Наличие высшей пары, обуславливающей значительные удельные давления, вызывающие повышенный износ элементов пары, а также необходимость замыкания пары относятся к недостаткам кулачковых механизмов.

Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении элемента кулачка плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения.

Профиль кулачка  $l$ , которого касается ролик, называется действительным. Траектория центра ролика  $2$  при движении его относительно кулачка называется центровым профилем. Центровой и действительный профили кулачка являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми (рисунок 8.2).

Минимальный радиус кулачка  $R_0$  – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой профиля кулачка (см. рисунок 8.2). Различают минимальный радиус  $R_0$  действительного профиля и минимальный радиус  $R'_0$  центрального профиля кулачка:

$$R'_0 = R_0 + r_p,$$

где  $r_p$  – радиус ролика.

Максимальный радиус кулачка  $R_{\max}$  – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удалённой точкой профиля.



звеном 3 будут вращаться вокруг центра вращения кулачка  $O_1$  в противоположную сторону (рисунок 8.3). Относительное вращение звеньев от этого не изменится, а перемещение выходного звена  $S_i$  будет таким, как и в истинном движении при неподвижной стойке. Например, для кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. рисунок 8.3) перемещение толкателя в этом положении  $S_i$  представляет собой расстояние от окружности минимального радиуса  $R'_0$  кулачка до центрального профиля кулачка.

Таким образом, по кинематической схеме кулачкового механизма в обратном движении определяются ряд положений выходного звена и соответствующие им перемещения, а затем строится диаграмма перемещений  $S = f(\varphi)$  или  $\psi = f(\varphi)$ .

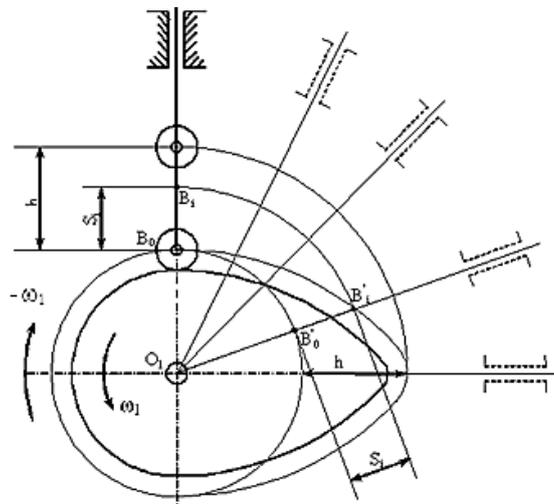


Рисунок 8.3 – Схема перемещения толкателя кулачкового механизма с роликовым толкателем

## 9 Практическое занятие № 9. Определение кинематических параметров кулачкового механизма методом графического дифференцирования

Задачей кинематического анализа кулачкового механизма является определение закона движения выходного звена (толкателя или колебателя) от угла поворота кулачка.

При конструировании машин приходится подбирать тип механизма или серию механизмов, включаемых в состав машины, исходя из тех процессов, которые должны быть воспроизведены в машине во время ее работы. В тех случаях, когда перемещение, а следовательно, скорость и ускорение ведомого звена должны изменяться по заранее заданному закону, и особенно в тех случаях, когда ведомое звено должно временно останавливаться при непрерывном движении ведущего звена, наиболее просто вопрос решается применением кулачковых механизмов.

Очертание элемента кинематической пары на кулачке называется профилем кулачка. Выбирая тот или иной закон изменения радиуса вектора кривой профиля кулачка, можно получить самые разнообразные движения ведомого звена. Простота воспроизведения заданного закона движения ведомого звена послужила причиной широкого распространения кулачковых механизмов в качестве исполнительных механизмов в машинах и автоматах.

За один оборот кулачка происходит последовательное удаление ведомого звена от центра вращения кулачка, затем остановка и приближение к центру кулачка, вновь остановка и повторение всего цикла движения. Эти четыре этапа в движении кулачкового механизма называются фазами движения. Фаза подъема, когда ведомое звено движется от центра вращения кулачка. Фаза верхнего выстоя, когда ведомое звено стоит неподвижно в наиболее удаленном от центра вращения кулачка положении. Фаза опускания, когда ведомое звено приближается к центру вращения кулачка. Фаза нижнего выстоя, когда ведомое звено стоит неподвижно в наиболее близком положении к центру вращения кулачка (рисунок 9.1). Участки профиля кулачка, соответствующие фазе дальнего стояния, представляют собой дугу окружности, центр которой совпадает с центром вращения кулачка, а соответствующие ближнему стоянию совпадают с окружностью минимальным радиусом. В некоторых кулачковых механизмах фазы ближнего и дальнего стояния могут отсутствовать, сразу обе или одна. Углы, на которые поворачивается кулачок за время каждой фазы, называются фазовыми углами. Расстояние между ближним и дальним стоянием центра ролика толкателя называется максимальным ходом ведомого звена и обозначается  $h_{\max}$ .

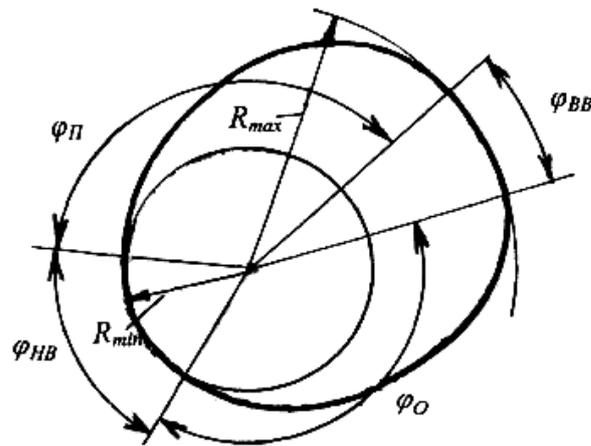


Рисунок 9.1 – Элементы профиля кулачка

Требуемый закон движения ведомого звена диктуется рабочим процессом машины, например, в металлорежущих станках требуется постоянная скорость подачи рабочих органов. Постоянная скорость толкателя требуется также в текстильных и швейных машинах, где кулачки служат для направления нитки при наматывании на катушку. При медленном движении кулачка силы инерции

толкателя и связанные с ним силы инерции детали настолько малы, что почти не ощутимы. Поэтому в этих случаях можно выбирать закон перемещения толкателя, исходя из технологического процесса и не учитывая величину и характер изменения ускорения. Далее, дифференцируя график  $S = S(\varphi)$ , находим закон изменения

$$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi).$$

## 10 Практическое занятие № 10. Определение кинематических параметров кулачкового механизма методом графического интегрирования

На формате наносятся оси всех графиков и оси вспомогательного построения. В произвольном масштабе заданный график вычерчивается в своих осях. Заданные графики, очерченные такими кривыми, как синусоида, косинусоида, эллипс, парабола должны быть построены известными из геометрического черчения графическими методами.

Пусть задан график  $v-t$  или  $\omega-t$  (рисунок 10.1). Требуется построить график  $s-t$  или  $\psi-t$ .

Прямым интегрированием графика  $v-t$  или  $\omega-t$  методом хорд получим  $s-t$  или  $\psi-t$ , для чего делим график  $v-t$  вертикалями на ряд участков и, продолжая их вверх, разобьем ось времени на такие же участки. Средние ординаты каждого участка кривой  $v-t$  переносим на ось ординат. Полученные точки соединяем прямыми с произвольной точкой  $P_1$ , лежащей на продолжении оси абсцисс. Получились лучи  $0-1$ ,  $1-2$  и т. д. Из начала координат искомого графика  $s-t$  проводим отрезок, параллельный лучу  $0-1$ , до встречи с первой вертикалью (точка  $1$ ), из конца этого отрезка – новый отрезок, параллельный лучу  $1-2$ , до встречи со второй вертикалью и т. д. В результате получилась ломаная  $0-1-2-3-4-5-6$ , представляющая собой хорды искомого графика. Соединив концы хорд плавной кривой, построим искомый график  $s-t$  (рисунок 10.1).

Прямым дифференцированием графика  $v-t$  или  $\omega-t$  методом хорд получим график  $a-t$  или  $\varepsilon-t$ . Проводим ординаты кривой  $v-t$  или  $\omega-t$ , получим точки деления на графике  $0$ ,  $1$ ,  $2$  и т. д. Соединив эти точки прямыми, получим хорды  $0-1$ ,  $1-2$ ,  $2-3$  и т. д. Продолжив ординаты  $v-t$  вниз, разобьем ось времени на такие же участки. Далее откладываем по оси абсцисс влево от начала координат отрезок  $H_2$  произвольной длины. Через конец этого отрезка (точку  $P_2$ ) проводим лучи, параллельные хордам: луч  $0-1$  параллелен хорде  $0-1$ , луч  $1-2$  параллелен хорде  $1-2$  и т. д. Отрезки на оси ординат, отсекаемые этими лучами, представляют собой средние ускорения участков. Ординату ускорения, отсекаемую лучом  $0-1$ , переносим в середину участка  $0-1$ , ординату ускорения, отсекаемую лучом  $1-2$  – в середину участка  $1-2$  и т. д. Соединив полученные точки плавной кривой, получим искомый график  $a-t$  или  $\varepsilon-t$ .

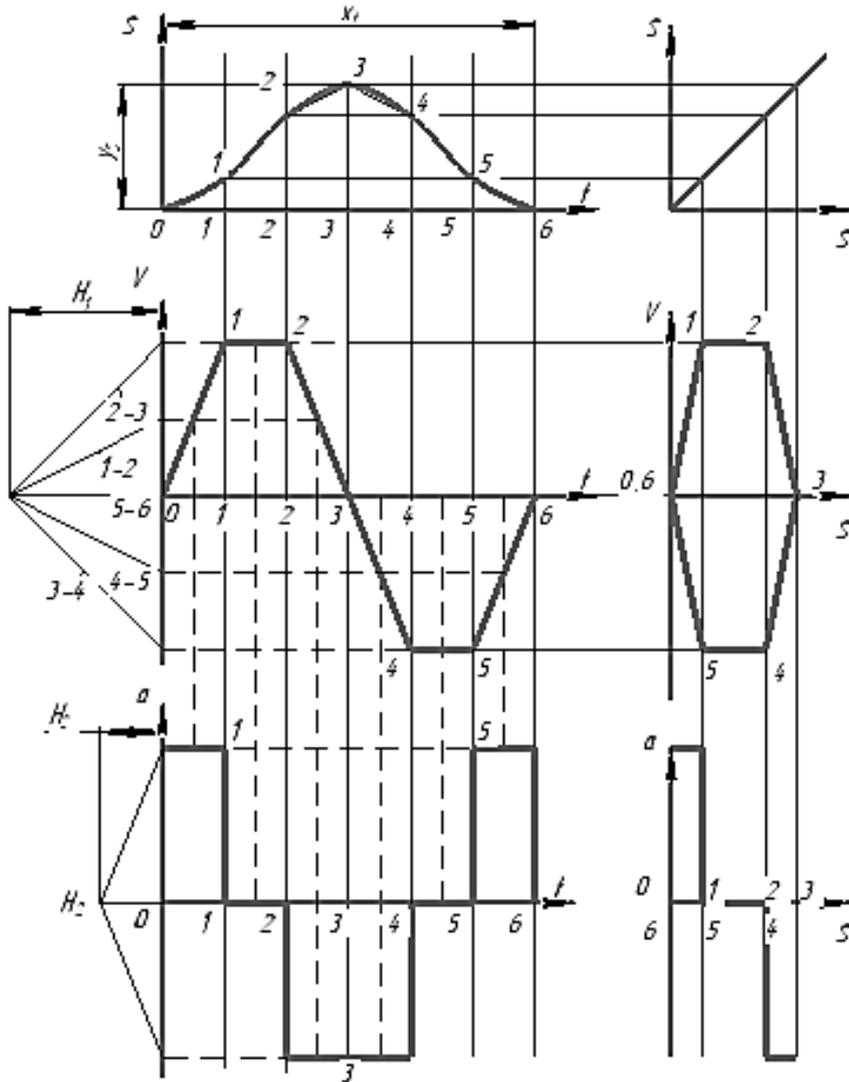


Рисунок 10.1 – Построение диаграмм графическим интегрированием и дифференцированием

## 11 Практическое занятие № 11. Определение основных размеров и построение профиля кулачка механизма с плоским толкателем

### Определение минимального радиуса кулачка.

Принимают масштабный коэффициент построения  $K_l = 0,002$  м/мм.

Значение минимального радиуса центрального профиля кулачка

$$R_0 = \frac{y_{a\max} \cdot K_a}{\omega_k^2 \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,093}{6,8^2 \cdot 0,002} = 60,3 \text{ мм},$$

где  $y_{a\max}$  – максимальное значение ординаты графика  $a = f(t)$ , мм;

$\omega_k$  – угловая скорость кулачка,  $c^{-1}$ ;

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{\pi \cdot 65}{30} = 6,8 \text{ c}^{-1}.$$

Определяют значения перемещения толкателя для каждого положения:

$$y'_{S0} = y'_{S12} = 0 \text{ мм};$$

$$y'_{S1} = y'_{S11} = \frac{y_{S1\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{2,8125 \cdot 0,0004}{0,002} = 0,56 \text{ мм};$$

$$y'_{S2} = y'_{S10} = \frac{y_{S2\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{14,0625 \cdot 0,0004}{0,002} = 2,81 \text{ мм};$$

$$y'_{S3} = y'_{S9} = \frac{y_{S3\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{36,5625 \cdot 0,0004}{0,002} = 7,31 \text{ мм};$$

$$y'_{S4} = y'_{S8} = \frac{y_{S4\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{59,0625 \cdot 0,0004}{0,002} = 11,81 \text{ мм};$$

$$y'_{S5} = y'_{S7} = \frac{y_{S5\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{70,3125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,06 \text{ мм};$$

$$y'_{S5} = y'_{S7} = \frac{y_{S5\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{70,3125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,06 \text{ мм};$$

$$y'_{S6} = \frac{y_{S6\max} \cdot K_S}{K_I} = \frac{73,125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,63 \text{ мм},$$

где  $y_{Si\max}$  – наибольшее расстояние на оси ординат графика  $S = f(t)$  в каждом положении, мм.

### Построение профиля кулачка.

Из центра  $O_1$  проводится окружность с минимальным радиусом  $R_0$  (рисунок 11.1).

На окружности с минимальным радиусом  $R_0$  в обращенном движении откладывают рабочий угол  $\varphi_p$  и делят его на 12 равных частей, как и ось  $t$  графика  $S = f(t)$ . Через точки 0, 1, 2, ..., 12 к центру  $O_1$  проводят лучи, на которых от

окружности радиусом  $R_0$  откладывают перемещения  $y'_{S0}, y'_{S1}, y'_{S2}, \dots, y'_{S12}$ . Через эти точки проводят перпендикуляры к лучам, т. е. положение тарелки толкателя в обратном движении. Действительным профилем будет огибающая всех положений тарелки, т. е. необходимо построить плавную кривую, касающуюся перпендикуляров в каждом положении.

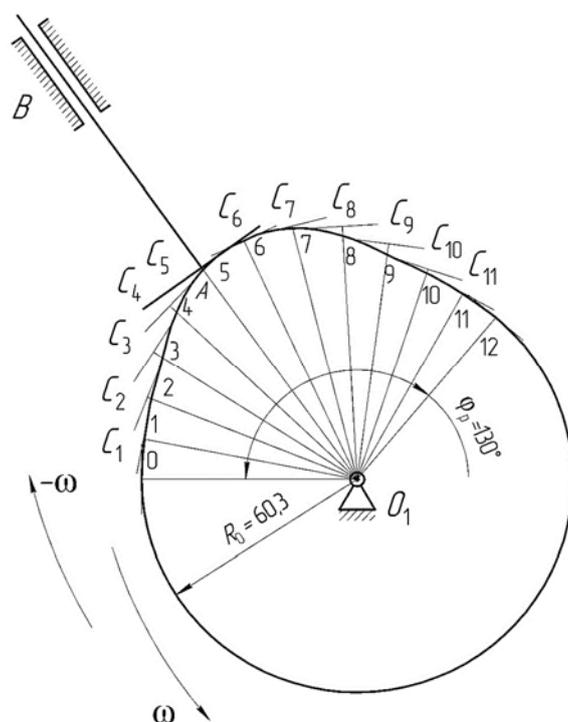


Рисунок 11.1 – Схема кулачкового механизма

В одном из положений изображают толкатель и все кинематические пары, образованные подвижными звеньями между собой и со стойкой.

## 12 Практическое занятие № 12. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем

### Построение профиля кулачка.

Радиусом  $R'_0$  в масштабе  $K_l$  строят окружность с минимальным радиусом центрального профиля кулачка (рисунок 12.1) и от точки  $O_1$  в обратном движении откладывают рабочий угол  $\varphi_p = 180^\circ$ , дугу которого делят на столько частей (в примере на восемь), на сколько разделена ось  $t$  графика  $S=f(t)$  (см. рисунок 12.1).

Из центра окружности  $O_1$  (см. рисунок 12.1) через точки деления 1, 2, ..., 8 проводят лучи, на которых откладывают от окружности с минимальным радиусом значения перемещения толкателя, найденные в масштабе  $K_l$ . Соединив

концы этих отрезков плавной кривой, получают центральный профиль кулачка (см. рисунок 12.1).

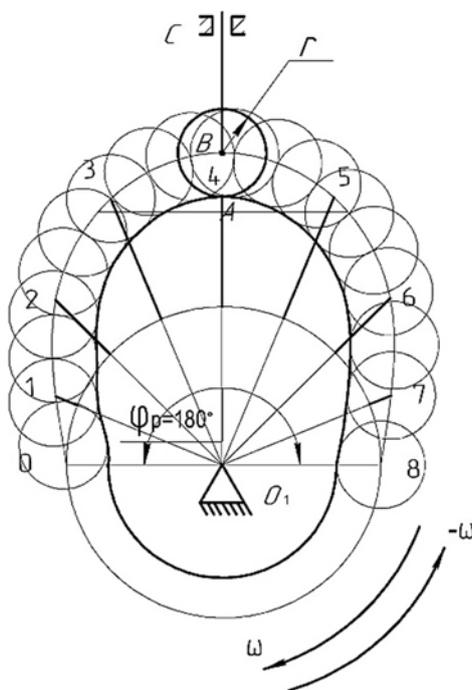


Рисунок 12.1 – Схема кулачкового механизма

Выбирают радиус ролика  $r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = 0,35 \cdot 36 = 12,5$  мм. Методом обкатки центрального профиля радиусом  $r$  строят действительный профиль кулачка и изображают тип толкателя.

### 13 Практическое занятие № 13. Синтез кулачкового дезаксиального механизма с роликовым толкателем

#### Определение минимального радиуса кулачка.

Принимается стандартный масштабный коэффициент  $K_l = 0,001$  м/мм. По оси ординат графика  $V = f(S)$  в масштабе откладывают величины перемещений толкателя в каждом положении, которые определяются графически (рисунок 13.1).

Для этого на диаграмме  $S = f(t)$  из точки  $V$  под любым углом проводят луч, на котором откладывается величина заданного подъема толкателя  $h = 25$  мм. Сносят на ось  $S$  графика  $S = f(t)$  максимальную ординату и соединяют ее с отложенным подъемом толкателя  $h$ . Для определения подъемов толкателя в каждом положении также на ось  $S$  сносят ординаты перемещений для каждого положения (0, 1, 2, ..., 14) и из точек деления проводят линии параллельно отложенному значению в максимальном положении.

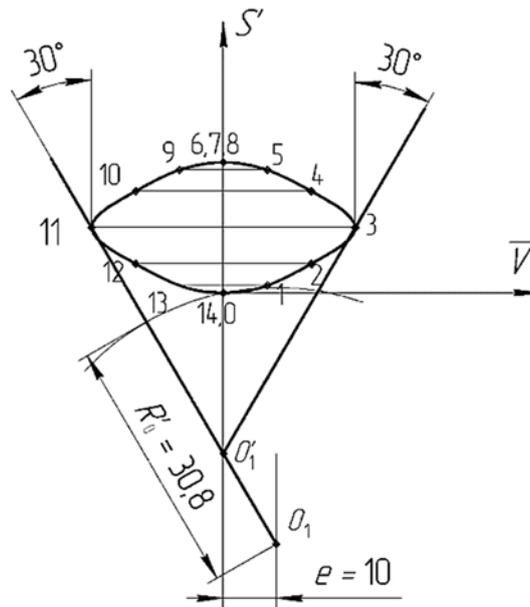


Рисунок 13.1 – Диаграмма приведенных скоростей

Для определения значений приведенных скоростей в каждом положении на графике  $V = f(S)$  проводят из точки 0 под любым углом луч и откладывают на нем значение максимальной приведенной скорости, определенной следующим образом:

$$\bar{V}_{\max} = \frac{Y_{V_{\max}} \cdot K_V}{\omega_k \cdot K_S} = \frac{60 \cdot 0,00547}{10,3 \cdot 0,001} = 37,8 \text{ мм.}$$

Соединяют  $\bar{V}_{\max} = 37,8$  мм с максимальной ординатой  $Y_{V_{\max}} = 60$  мм и из остальных положений проводят параллельные линии.

В масштабе  $K_l = 0,001$  м/мм строят диаграмму приведенных скоростей в осях  $S' = f(\bar{V})$ . На оси  $S'$  откладывают полученные графически ординаты перемещений в каждом положении, а по оси  $\bar{V}$  – значения приведенных скоростей для каждого положения. Соединяют их плавной кривой и к максимальным значениям приведенной скорости под заданным углом давления  $\alpha = 30^\circ$  проводят касательные. Точка их пересечения даст центр  $O_1'$ . От вертикальной оси  $S$  откладывают дезаксиал  $e = 10$  мм в одну из сторон. Расстояние от точки пересечения касательной с отложенным дезаксиалом дает точку  $O_1$ . Радиус окружности, проведенной из точки  $O_1$  до точки 0, составляет  $R_0' = 30,8$  мм (см. рисунок 13.1).

### Построение профиля кулачка.

Построение профиля кулачка выполняется в масштабе  $K_l = 0,001$  м/мм. Из центра вращения  $O_1$  проводят окружность радиусом  $R'_0 = 30,8$  мм и дезаксиальную окружность радиусом  $e = 10$  мм. По окружности радиусом  $R'_0$  откладывают рабочий угол кулачка  $\varphi_p = 140^\circ$  и разбивают ее на 14 равных частей. Из точек деления проводят лучи, которые касаются дезаксиальной окружности. На проведенных касательных от окружности радиусом  $R'_0$  откладывают подъемы толкателя  $h$ , соответствующие каждому положению (следует взять из диаграммы  $\bar{V} = f(S)$ ). Соединив отложенные толкатели плавной кривой, получают центровой профиль кулачка (рисунок 13.2).

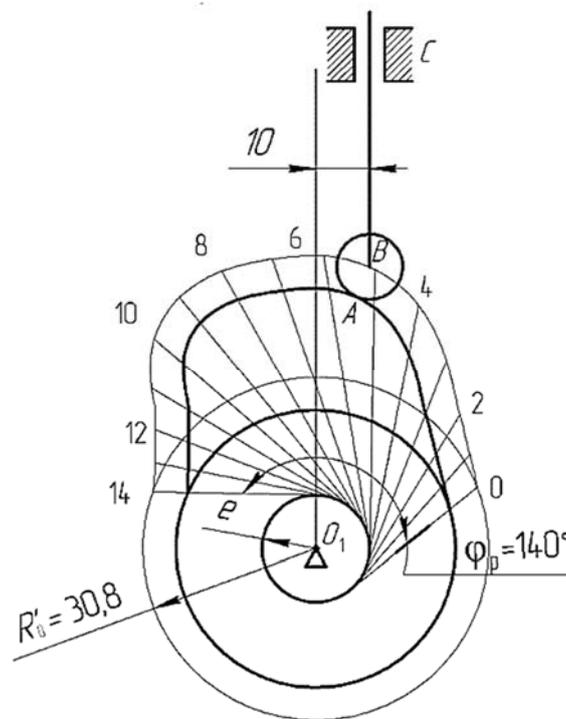


Рисунок 13.2 – Схема кулачкового механизма

Выбирают радиус ролика:

$$r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = (0,2 \dots 0,4) \cdot 30,8 = 6,16 \dots 12,32 \text{ мм.}$$

Принимается радиус ролика  $r = 12$  мм. Для построения действительного профиля кулачка радиусом  $r$  строят эквидистантную кривую, в одном из положений вычерчивают действительный профиль кулачкового механизма и изображают толкатель.

## 14 Практическое занятие № 14. Синтез кулачкового механизма с колебателем

### Определение минимального радиуса центрального профиля кулачка.

В выбранном масштабе  $K_l = 0,002$  м/мм строится диаграмма приведенных скоростей (рисунок 14.1). Для этого определяют значения приведенных скоростей и угловых перемещений колебателя. Максимальное значение приведенной скорости конца колебателя

$$\bar{V}_{\max} = \frac{Y_{\omega \max} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_{\kappa} \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 49,8 \text{ мм},$$

где  $\omega_{\kappa}$  – угловая скорость кулачка,  $\text{с}^{-1}$ ;

$$\omega_{\kappa} = \frac{\pi \cdot n_{\kappa}}{30} = \frac{3,14 \cdot 280}{30} = 29,3 \text{ с}^{-1}.$$

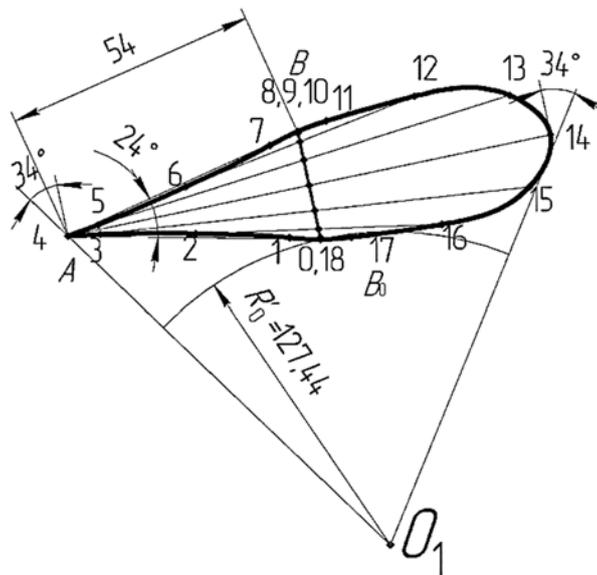


Рисунок 14.1 – Диаграмма приведенных скоростей

Максимальное значение углового перемещения конца колебателя

$$\bar{C}_{\max} = \frac{\pi \cdot \beta \cdot l_{BA}}{180 \cdot K_l} = \frac{3,14 \cdot 24 \cdot 0,108}{180 \cdot 0,002} = 22,6 \text{ мм}.$$

Значения угловых перемещений конца колебателя в каждом положении определяется графически. Для этого из точки 0 диаграммы  $\varphi = f(t)$  проводят луч

под любым углом и откладывают на нем  $\bar{C}_{\max} = 22,6$  мм. Отложенное значение соединяют с максимальной ординатой перемещений  $\varphi$  (положения 8, 9, 10), а из остальных точек деления проводят параллельные линии и получают значения приведенных скоростей.

Значения приведенных скоростей конца колебателя для каждого положения определяют следующим образом:

$$\bar{V}_{1,17} = \frac{Y_{\omega 1} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{5 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 4,15 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{2,16} = \frac{Y_{\omega 2} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{30 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 25 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{3,15} = \frac{Y_{\omega 3} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{55 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 45,6 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{4,14} = \frac{Y_{\omega 4} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 49,8 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{5,13} = \frac{Y_{\omega 5} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{55 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 45,6 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{6,12} = \frac{Y_{\omega 6} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{30 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 25 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{7,11} = \frac{Y_{\omega 7} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{5 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 4,15 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{8,9,10} = 0,$$

где  $Y_{\omega i}$  – ордината графика  $\omega = f(t)$ , мм.

В выбранном масштабе  $K_l = 0,002$  м/мм откладывают длину колебателя  $AB = 54$  мм и угол размаха коромысла  $\beta = 24^\circ$  (см. рисунок 14.1). Угол  $\beta$  ( $C_{\max}$ ) разбивают на 18 равных частей и через точки деления 0, 1, 2, ..., 18 проводят лучи, на которых откладывают значения приведенных скоростей  $\bar{V}_i$ , определенных ранее аналитически. Получают диаграмму (см. рисунок 14.1). К максимальным значениям диаграммы под заданным углом давления  $\alpha = 34^\circ$  проводят

касательные. Минимальный радиус кулачка  $R'_0$  от точки пересечения касательных  $O_1$  до точки  $O$

$$R'_0 = O_1B_0 \cdot K_l = 63,72 \cdot 0,002 = 0,12744 \text{ м.}$$

### Построение профиля кулачка.

В масштабе  $K_l = 0,002$  м/мм строится схема кулачкового механизма (рисунок 14.2). Из точки  $O_1$  проводят окружности радиусом  $R'_0$  и  $O_1A$ . Откладывают рабочий угол кулачка  $\varphi_p = 117^\circ$  и разбивают на 18 равных частей (точки деления 0, 1, 2, ..., 18). В точку  $A$  переносят колебатель  $AB$  с траекториями его движения. Профиль кулачка будет определяться точками пересечения колебателя  $l_{AB}$  с соответствующей окружностью положения точки  $B$ . После этого строят центровой и действительный профили кулачкового механизма. Определяют радиус ролика:

$$r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = 0,2 \cdot 127,44 = 25,5 \text{ мм.}$$

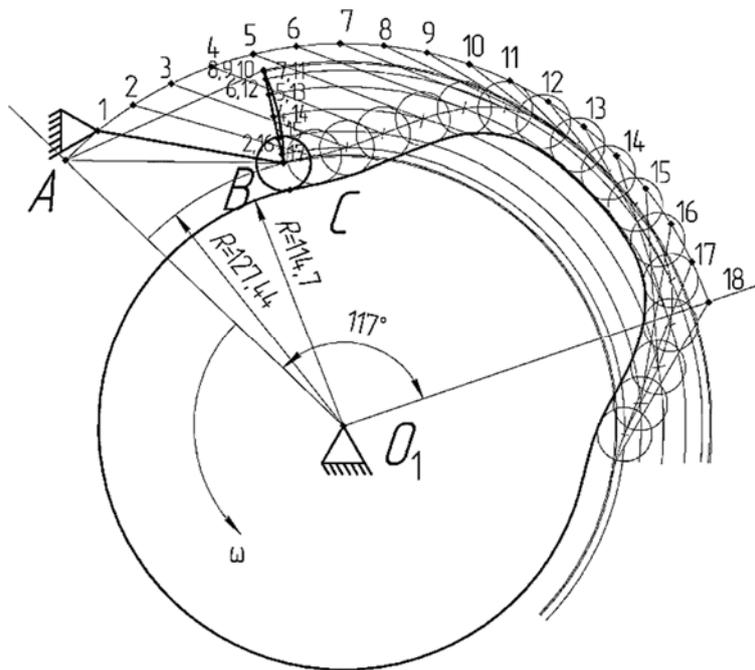


Рисунок 14.2 – Схема кулачкового механизма

## 15 Практическое занятие № 15. Законы движения. Удары при работе

В ряде технологических машин, таких как текстильные, полиграфические и другие, закон движения полностью определен той операцией, для выполнения которой механизм предназначен. В таком случае выбор закона движения отпадает. Однако во многих случаях, например, в машинах-автоматах, автомобильных двигателях, технологическим процессом задаются только фазовые углы и величины перемещений. Внутри каждой фазы подъема и опускания закон движения может быть произвольным, тогда закон движения выбирается таким, чтобы механизм был оптимальным в динамическом отношении.

Простейшим законом является закон постоянной скорости (рисунок 15.1). Скорость в точке 1 теоретически мгновенно изменяет направление, следовательно, ускорение стремится к бесконечности. Практически из-за упругости звеньев изменение направления происходит за некоторый малый промежуток времени, поэтому ускорение не бесконечно, но велико, а следовательно, и очень велика сила инерции. Это явление носит название жесткого удара. Такой закон движения может быть применен только для малоответственных тихоходных механизмов.

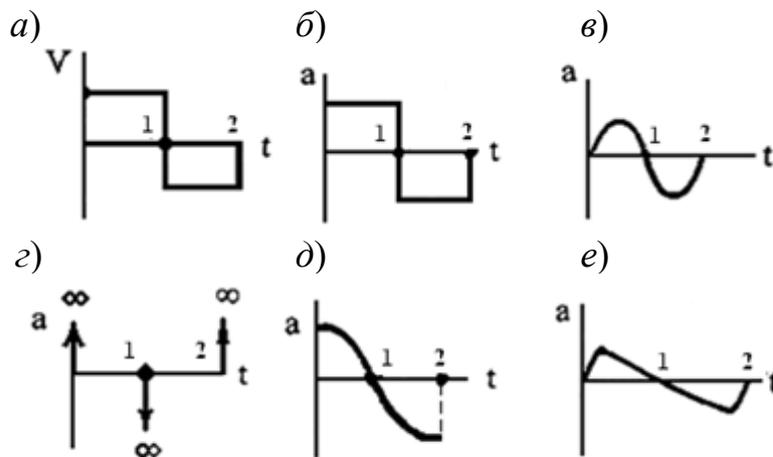


Рисунок 15.1 – Законы движения толкателя

Жесткого удара можно избежать, если принять закон постоянного ускорения. Однако здесь мгновенно изменяется направление ускорения и, следовательно, направление силы инерции. Это тоже проявляется в виде удара – «мягкого удара», который приводит к колебаниям и дополнительным динамическим нагрузкам. При применении закона косинусоидального ускорения в точке 1 сила инерции равна нулю, но мягкий удар в точке 2 все же происходит, если далее следует выстой толкателя.

Безударными будут синусоидальный и полиномиальный законы. Однако применение двух последних законов предъявляет очень высокие требования к точности изготовления кулачков.

Раньше обычно применялись кулачки, очерченные дугами сопряженных окружностей. Несмотря на то, что профиль таких кулачков был абсолютно гладким, в точках сопряжения происходили мягкие удары, т. к. имело место мгновенное изменение радиусов кривизны.

## 16 Практическое занятие № 16. Определение углов давления и жесткости пружин

В соответствии с направлением толкателя – от центра вращения кулачка или к центру – различают четыре фазы цикла работы кулачкового механизма, такие как фазы подъема, верхнего выстоя, опускания, нижнего выстоя.

Движение толкателя 2 на фазе его подъема происходит под действием силы  $F_{21}$ , действующей со стороны 1 (рисунок 16.1). При этом толкатель, преодолевая силу сопротивления  $F_{2c}$  и силу трения  $F_{2T}$  в направляющих стойки (на рисунке 16.1, а  $F_{2T}$  условно показана на оси толкателя), перемещается со скоростью  $V_B$ . Сила  $F_{21}$  в механизме с роликовым толкателем направлена почти по нормали  $nn$  к центрному профилю кулачка, т. к. трение качения в паре кулачок – ролик незначительно.

Угол  $\alpha$  между вектором силы, действующей со стороны ведущего звена на ведомое, и вектором скорости точки ведомого звена, в которой приложена сила, называется *углом давления*.

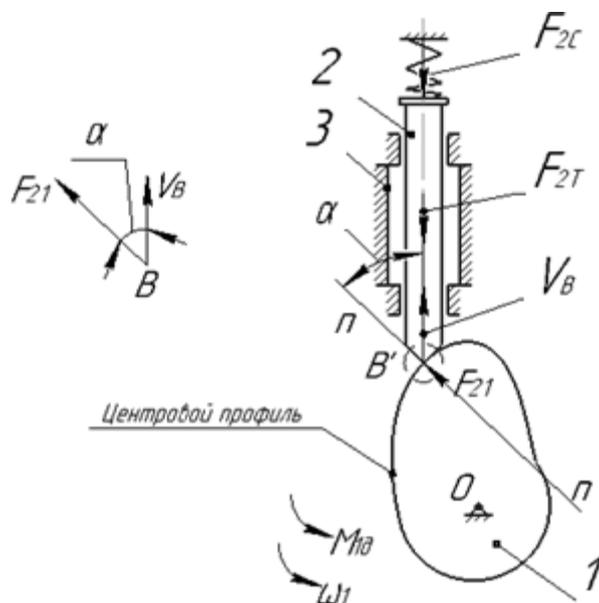


Рисунок 16.1 – Схема действия сил в кулачковом механизме

Несовпадение направления движущей силы  $F_{21}$  и направления движения толкателя на фазе его удаления вызывает перекокс толкателя в направляющих стойки. Чем больше угол давления, тем сильнее прижат толкатель к направляющим, тем больше трение в них и их износ. При этом увеличение силы тре-

ния  $F_{2T}$  вызывает необходимость увеличить движущую силу  $F_{21}$ , в результате чего возрастают изгибные и контактные напряжения в звеньях механизма. При большем значении угла давления сила трения  $F_{2T}$  настолько увеличивается, что толкатель заклинивается в направляющих и остается неподвижным, сколько бы ни была бы движущая сила  $F_{21}$  – механизм становится *неработоспособным*. Угол давления, при котором происходит заклинивание, называется *углом заклинивания*.

В механизмах с колебателем увеличение угла давления на фазе удаления также нежелательно, а при больших углах  $\alpha$  механизм становится неработоспособным.

На фазе опускания, когда кулачок не является ведущим звеном и толкатель перемещается от пружины (в механизмах с силовым замыканием), заклинивания не происходит.

### Список литературы

1 **Комар, В. Л.** Теория механизмов и машин : учебное пособие / В. Л. Комар, А.П. Прудников. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2022. – 334 с.

2 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин : учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 328 с.

3 **Леонов, И. В.** Теория механизмов и машин. Основы проектирования по динамическим критериям и показателям экономичности: учебник / И. В. Леонов. – Москва: Юрайт, 2016. – 239 с.