

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Методические рекомендации к лабораторным работам
для студентов направления подготовки
23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы»
очной формы обучения*



Могилев 2023

УДК 336.2
ББК 65.261
Т90

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «26» апреля 2023 г.,
протокол № 10

Составитель канд. техн. наук, доц. В. Л. Комар

Рецензент канд. техн. наук, доц. В. В. Кутузов

Приведены теоретические сведения для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Теория механизмов и машин», описаны порядок выполнения работ и требования к отчету.

Учебное издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2023

Содержание

Введение.....	4
1 Лабораторная работа № 1. Структурный анализ рычажных механизмов.....	5
2 Лабораторная работа № 2. Уравновешивание ротора.....	8
3 Лабораторная работа № 3. Построение эвольвентных колес методом обкатки.....	15
4 Лабораторная работа № 4. Кинематический анализ зубчатых рядов	19
5 Лабораторная работа № 5. Кинематический анализ планетарных механизмов.....	21
6 Лабораторная работа № 6. Кинематический анализ дифференциальных механизмов.....	25
7 Лабораторная работа № 7. Кинематический анализ кулачковых механизмов.....	27
Список литературы	31

Введение

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной программой по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов направления подготовки 23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы» очной формы обучения.

Целью дисциплины является обучение будущих инженеров в области машиностроения общим методом анализа, проектирования и исследования механизмов.

Целью методических рекомендаций является формирование у студентов навыков изучения конструкций, принципа работы, основных геометрических параметров объектов, изучаемых дисциплиной «Теория механизмов и машин», а также порядок их анализа.

В методических рекомендациях в краткой форме изложены цель, содержание и порядок выполнения лабораторных работ, а также требования к оформлению отчета и вопросы для самоконтроля.

Каждая лабораторная работа должна быть защищена студентом индивидуально. Защита лабораторных работ проводится путем ответа на вопросы, заданные преподавателем по теме лабораторной работы.

При выполнении лабораторных работ студенты соблюдают следующие меры безопасности:

- при проведении лабораторных работ обучающиеся работают с лабораторным оборудованием, элементы которого имеют сравнительно большую массу;
- при работе с оборудованием необходимо располагать его на столе в устойчивом положении во избежание падения;
- сборку и разборку механизмов проводить только в присутствии преподавателя в порядке, описанном в разделах «Порядок выполнения работы» и только с помощью специализированного инструмента;
- в лабораториях имеется электропитание от сети 220 и 380 В; запрещается самовольно включать лабораторное оборудование, установленное в лаборатории, переключать тумблеры на этом оборудовании.

Отчет по лабораторной работе выполняется на двойном листе в клеточку и включает титульный лист, цель работы, ход работы (в соответствии с порядком выполнения каждой работы), выводы. Схемы и требуемые графические построения аккуратно выполняются карандашом.

Защита лабораторной работы предусматривает правильное выполнение отчета и ответ студента на контрольные вопросы. Примеры вопросов к защите приведены в конце каждой лабораторной работы.

1 Лабораторная работа № 1. Структурный анализ рычажных механизмов

Цель работы: освоение методики и овладение практическими навыками проведения структурного анализа механизмов.

1.1 Теоретические сведения

Механизмом называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

Механизм состоит из звеньев, которые соединяются между собой подвижно. Жесткое соединение деталей образует одно звено. В каждом механизме одно звено неподвижно. Оно называется *стойкой*.

В механизмах различают *входные*, *выходные* и *промежуточные* звенья.

Входным звеном называется звено, которому задается движение.

Выходным звеном называется звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Остальные подвижные звенья называются соединительными или *промежуточными*.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*.

Система звеньев, связанная между собой кинематическими парами, называется *кинематической цепью*.

Механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости, называется *плоским*. В плоском механизме могут быть пары только одно- и двухподвижные.

Механизм, звенья которого образуют только вращательные и поступательные пары, называется *рычажным*.

Рычажные механизмы состоят из следующих звеньев:

– *кривошип* – звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси;

– *коромысло* – звено, совершающее неполный оборот вокруг неподвижной оси;

– *шатун* – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями (совершает плоскопараллельное движение);

– *ползун* – звено рычажного механизма, совершающее поступательное движение;

– *кулиса* – звено рычажного механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим звеном *кулисным камнем* (совершающем составное движение) поступательную пару.

Структурный анализ механизма включает:

– выяснение характера движения звеньев и видов кинематических пар;

– определение степени подвижности механизма;

– разложение механизма на структурные группы;

– определение класса механизма и составление формулы его строения.

Степень подвижности механизма называется число обобщенных координат (каждой из независимых между собой координат, определяющих положение всех звеньев механизма относительно стойки). Если кинематическая цепь содержит k подвижных звеньев, то число ее степеней свободы определится по формуле Сомова–Малышева

$$W = 6k - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (1.1)$$

где k – число подвижных звеньев;

p_1 – число одноподвижных кинематических пар;

p_2 – число двухподвижных кинематических пар;

p_3 – число трехподвижных кинематических пар;

p_4 – число четырехподвижных кинематических пар;

p_5 – число пятиподвижных кинематических пар.

Для плоских механизмов степень подвижности W механизма определяется по формуле П. Л. Чебышева

$$W = 3 \cdot k - 2 \cdot p_1 - p_2. \quad (1.2)$$

1.2 Порядок выполнения работы

1 Ознакомиться с плоским механизмом, выданным преподавателем, и установить его назначение (по преобразованию движения). Выяснить характер движения звеньев, установить, какими кинематическими парами они соединены.

2 Составить структурную схему механизма, пользуясь условными обозначениями по ГОСТ 2.770–68.

3 Пронумеровать на схеме звенья цифрами (стойку обозначить цифрой 0), кинематические пары обозначить заглавными буквами латинского алфавита. Заполнить таблицы звеньев и кинематических пар.

4 Подсчитать число подвижных звеньев и кинематических пар. Определить степень подвижности механизма по формуле Чебышева.

5 Обозначить на схеме начальное звено стрелкой и разложить механизм на структурные группы. Начертить в отсоединенном виде каждую группу отдельно, указать ее класс и порядок.

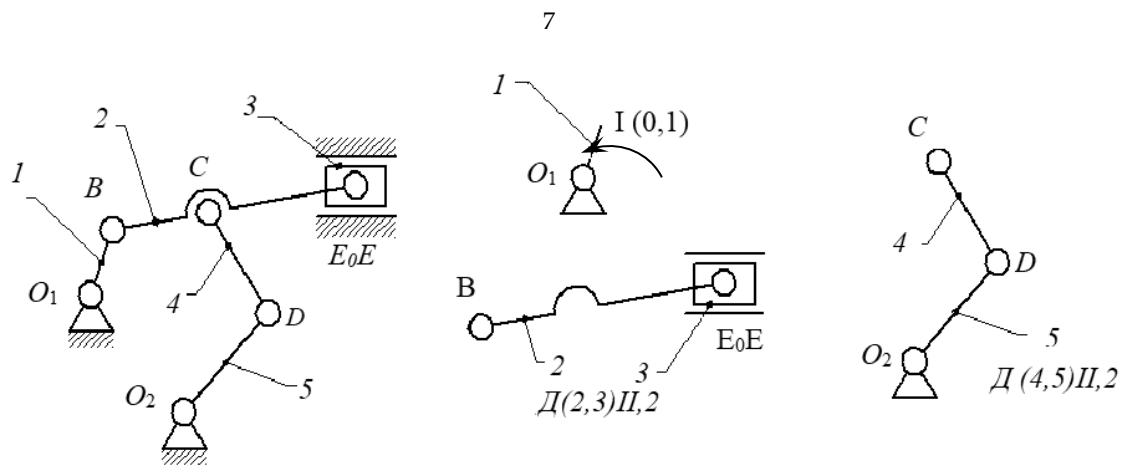
6 Написать формулу строения и определить класс механизма.

7 Ознакомиться с механизмом манипулятора, выданным преподавателем, и установить его назначение. Выяснить характер движения звеньев, установить, какими кинематическими парами они соединены.

8 Составить структурную схему механизма (см. рисунок 1.1).

9 Пронумеровать на схеме звенья цифрами (стойку обозначить цифрой 0), кинематические пары обозначить заглавными буквами латинского алфавита.

10 Подсчитать число подвижных звеньев и кинематических пар. Определить степень подвижности механизма по формуле Сомова–Малышева.

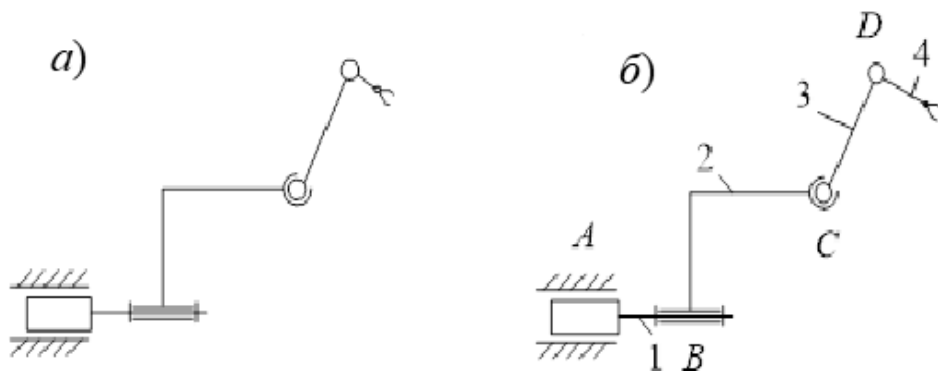


$$I(0,1) \leftarrow D(2,3)II,2 + D(4,5)II,2 \rightarrow II,2$$

Рисунок 1.1 – Пример оформления структурной схемы механизма, разложения механизма на структурные группы

Рассмотрим механизм манипулятора, приведенный на рисунке 1.2, а. Обозначим звенья цифрами, а кинематические пары – буквами (см. рисунок 1.2, б). Заполним таблицу 1.1. По формуле (1.1) определим степень подвижности манипулятора:

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 6.$$



а – исходные данные; б – обозначения

Рисунок 1.2 – Схема манипулятора

Таблица 1.1 – Пример таблицы кинематических пар манипулятора

Обозначение	Вид относительного движения	Звено	W
<i>A</i>	Поступательное	0, 1	1
<i>B</i>	Вращательное	1, 2	1
<i>C</i>	Сложное	2, 3	3
<i>D</i>	Вращательное	3, 4	1

1.3 Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать.

- 1 Структурную схему плоского механизма.
- 2 Таблицу звеньев.
- 3 Таблицу кинематических пар.
- 4 Определение степени подвижности механизма.
- 5 Разложение механизма на структурные группы.
- 6 Формулу строения механизма.
- 7 Структурную схему пространственного механизма.
- 8 Таблицу кинематических пар.
- 9 Определение степени подвижности механизма.

Контрольные вопросы

- 1 Что называется звеном, механизмом, кинематической парой, структурной схемой механизма, кинематической цепью?
- 2 Какие механизмы называются рычажными?
- 3 Какое звено механизма называется входным, а какое – выходным?
- 4 Какие задачи решаются в ходе структурного анализа механизмов?
- 5 Из каких составных частей состоит механизм?
- 6 Какое звено механизма называют начальным?
- 7 Что называется механизмом 1-го класса?

2 Лабораторная работа № 2. Уравновешивание ротора

Цель работы: изучение практических приемов уравновешивания ротора.

2.1 Теоретические сведения

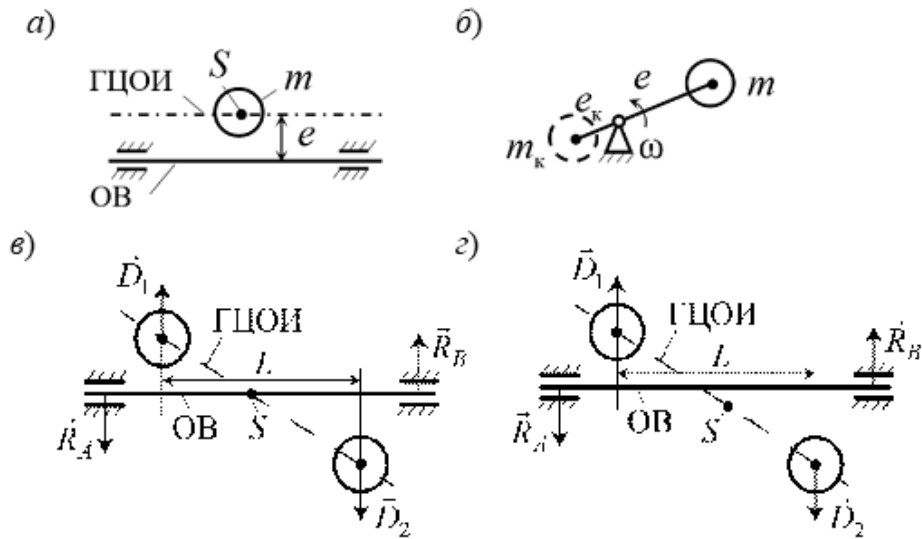
Ротором называется тело, которое при вращении удерживается своими несущими поверхностями в опорах.

При вращении неуравновешенного ротора вокруг его оси возникают центробежные силы инерции, которые проводятся к *главному вектору сил инерции* \vec{U} и *главному моменту сил инерции* \vec{M}_U .

Статической называется неуравновешенность, возникающая от того, что главная центральная ось инерции (ГЦОИ) ротора проходит параллельно оси вращения (ОВ) на расстоянии e (рисунок 2.1, а). Ее можно обнаружить путем проведения статических испытаний.

Сила инерции, развиваемая неуравновешенной массой m , при вращении с угловой скоростью ω определяется произведением массы на ускорение \vec{a} :

$$\vec{U} = m\vec{a}; U = m\omega^2 e. \quad (2.1)$$



a – статическая неуравновешенность; $б$ – ликвидация статической неуравновешенности; $в$ – моментная неуравновешенность ротора; $г$ – динамическая неуравновешенность ротора

Рисунок 2.1 – Схема неуравновешенного ротора

Силу инерции при $\omega = 1$ называют дисбалансом: $\vec{D} = m\vec{e}$.

Дисбаланс – произведение массы m на эксцентриситет e .

Моментной называется неуравновешенность, возникающая от того, что главная центральная ось инерции пересекает ось вращения в центре масс. Для моментного уравнивания необходимо добавить две корректирующие массы, такие, чтобы они создали момент дисбаланса $\vec{M}_k = -\vec{M}$. Геометрическая сумма моментов всех дисбалансов должна быть равна нулю.

2.2 Оборудование для уравнивания ротора

С помощью установки ТММ 35-М можно уравновесить ротор, размещение и величины неуравновешенных масс которого известны.

В установке ТММ 35-М ротор представляет собой вал 1 , на котором свободно насажены *пять* алюминиевых дисков 2 на расстоянии $l = 0,08$ м. Три средних диска служат для установки неуравновешенных масс. На крайних дисках устанавливаются корректирующие массы (рисунок 2.2).

В осевом направлении перемещение дисков ограничивается кольцами 3 , жестко закрепленными на валу.

Диски фиксируются винтами 4 и имеют сквозные пазы для крепления неуравновешенных масс.

Ротор установлен на двух стойках. Левый конец вала опирается на сферический шарикоподшипник, допускающий, кроме вращательного движения вала, и поворот его в горизонтальной плоскости. Правый конец вала установлен на радиальном шарикоподшипнике, вмонтированном в каретке 5 . Каретка может перемещаться на роликах 6 по направляющей 7 в горизонтальной плоскости и удерживается в центральном положении пружинами растяжения 8 . Ротор вра-

щается от электродвигателя 9 посредством фрикционной передачи.

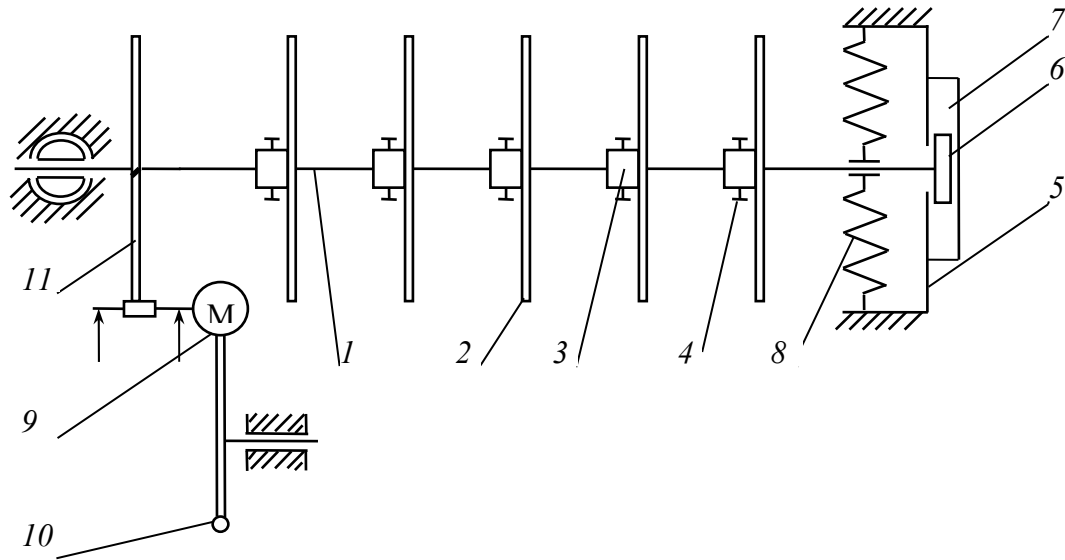


Рисунок 2.2 – Схема оборудования для уравнивания ротора

Электродвигатель смонтирован у левой стойки на качающемся рычаге 10. Под рычагом установлен тумблер двойного действия. Нажатием рукоятки рычага вниз фрикционный диск прижимается к шкиву 11 и включается электродвигатель, разгоняющий ротор. При освобождении рукоятки под действием веса электродвигателя фрикцион отжимается и электродвигатель выключается.

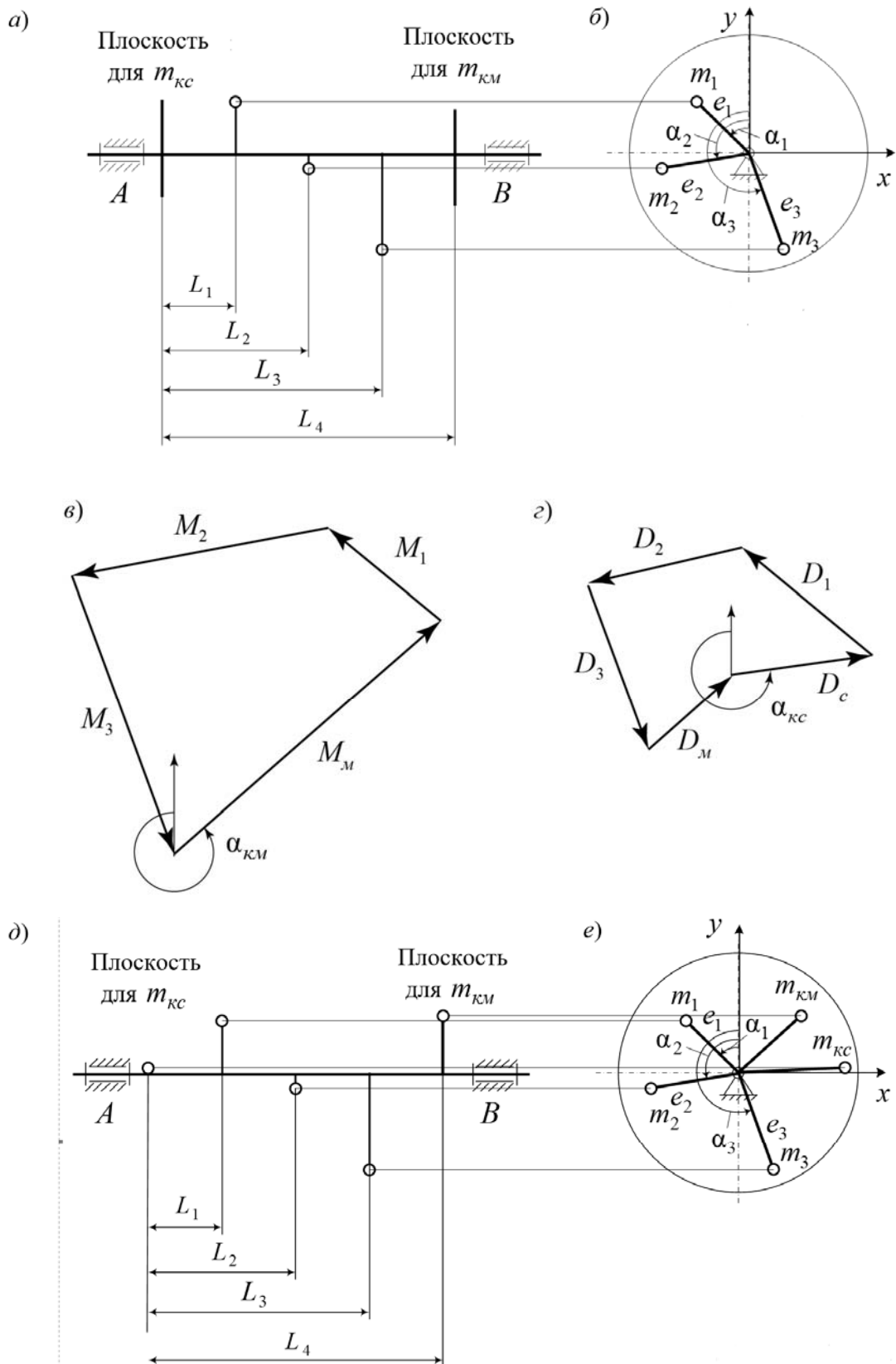
Установка снабжена комплектом масс в 40, 50, 60 и 70 г, служащих для создания дисбалансов и уравнивания.

2.3 Задания для выполнения лабораторной работы

Графическим методом выполнить полное уравнивание ротора, приведенного на рисунке 2.3, определив значения двух масс $m_{км}$, $m_{кс}$, корректирующих моментную и статическую неуравновешенности. Исходные данные приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Значения неуравновешенных масс и их координаты

Вариант	Неуравновешенная масса, г			Эксцентриситет, см			Угол отклонения, град		
	m_1	m_2	m_3	e_1	e_2	e_3	α_1	α_2	α_3
1	40	50	70	4,5	6	7	30	110	200
2	60	40	50	5	7	9	45	130	210
3	50	60	70	6	9	8	60	100	230
4	70	50	60	8	6	4,5	75	165	205
5	40	70	50	9	5	8	40	120	220
6	40	50	60	8	7	6	50	150	250
7	40	40	70	5	8	5	70	160	240
8	50	40	60	7	9	8	25	110	180
9	60	40	70	6	8	4,5	20	105	190
10	40	60	70	7	9	6	15	100	170



а – схема расположения неуравновешенных масс ротора (вид спереди);
 б – схема расположения неуравновешенных масс ротора (вид слева); в – план моментов дисбалансов;
 г – план дисбалансов; д – схема установки корректирующих масс (вид спереди); е – схема установки корректирующих масс (вид слева)

Рисунок 2.3 – Полное уравновешивание ротора

2.4 Порядок выполнения работы

На листе бумаги вычертить кинематическую схему установки с изображением неуравновешенных масс на трех средних дисках в двух проекциях (см. рисунок 2.3, *a*, *b*), согласно данным своего варианта (см. таблицу 2.1).

Устранение моментной неуравновешенности.

Определить значение начальных дисбалансов трех неуравновешенных масс:

$$D_i = m_i e_i, \quad (2.2)$$

где m_i – масса i -го груза;

e_i – модуль эксцентриситета i -й массы.

Определить значение моментов дисбалансов трех неуравновешенных масс:

$$M_i = D_i L_i, \quad (2.3)$$

где L_i – расстояние вдоль оси ротора от левого диска до диска, в котором размещена масса i -го груза ($L_1 = 8$ см; $L_2 = 16$ см; $L_3 = 24$ см).

Векторное уравнение равновесия моментов дисбаланса

$$\sum_{i=1}^3 \vec{M}_i + \vec{M}_m = 0, \quad (2.4)$$

где \vec{M}_m – замыкающий вектор, т. е. момент дисбаланса корректирующей массы $m_{км}$ для устранения моментной неуравновешенности.

Принимаем масштабный коэффициент $K_m = 100 \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{мм}}$ и выполняем графическое построение многоугольника моментов (см. рисунок 2.3, *в*) по уравнению (2.4). Измеряем замыкающий вектор \vec{M}_m , мм. Определяем его модуль M_m , μ_X , $\text{г} \cdot \text{см}^2$.

Момент дисбаланса корректирующей массы $m_{км}$ для устранения моментной неуравновешенности

$$M_m = D_m L_4, \quad (2.5)$$

где L_4 – расстояние вдоль оси ротора от левого диска до диска, в котором размещена корректирующая масса $m_{км}$, $L_4 = 32$ см.

Из формулы (2.5) определяем значение дисбаланса D_m , устраняющего моментную неуравновешенность.

Выбрав значение корректирующей массы $m_{км}$ из комплекта масс, находим величину эксцентриситета по формуле

$$e_{км} = \frac{D_m}{m_{км}}. \quad (2.6)$$

При выборе корректирующей массы необходимо соблюдать условие $4 \text{ см} \leq e_{км} \leq 9 \text{ см}$.

Угол коррекции $\alpha_{км}$ определяется непосредственным измерением положения вектора \vec{M}_m из векторного многоугольника моментов дисбалансов относительно вертикальной оси против часовой стрелки.

Устранение статической неуравновешенности.

Записываем векторное уравнение равновесия дисбалансов

$$\sum_{i=1}^3 \vec{D}_i + \vec{D}_m + \vec{D}_c = 0, \quad (2.7)$$

где \vec{D}_c – замыкающий вектор, т. е. дисбаланс корректирующей массы $m_{кc}$ для устранения статической неуравновешенности.

Принимаем масштабный коэффициент $K_c = 10 \frac{\text{Г} \cdot \text{см}}{\text{мм}}$ и выполняем графическое построение многоугольника дисбалансов (см. рисунок 2.3, з) по уравнению (2.7). Измеряем замыкающий вектор \vec{D}_c в миллиметрах и определяем его модуль в граммах на сантиметрах.

Выбрав значение корректирующей массы $m_{кc}$ из комплекта масс, находим величину эксцентриситета по формуле

$$e_{кc} = \frac{D_c}{m_{кc}}. \quad (2.8)$$

При выборе корректирующей массы необходимо соблюдать условие $4 \text{ см} \leq e_{кc} \leq 9 \text{ см}$.

Угол коррекции $\alpha_{кc}$ определяется непосредственным измерением положения вектора \vec{D}_c , из векторного многоугольника моментов дисбалансов относительно вертикальной оси против часовой стрелки.

Проверяем расчеты и построения. Заполняем таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Таблица данных для уравновешивания ротора на ТММ 35-М

Масса неуравновешенная m_i , г	Эксцентриситет e_i , см	Угол отклонения α_i , град	Момент дисбаланса M_i , Г·см ²	Дисбаланс D_i , Г·см
m_1				
m_2				
m_3				
Масса корректирующая $m_{км}$, г	Эксцентриситет $e_{км}$, см	Угол коррекции $\alpha_{км}$, град	Момент дисбаланса M_m , Г·см ²	Дисбаланс D_m , Г·см
Масса корректирующая $m_{кс}$, г	Эксцентриситет $e_{кс}$, см	Угол коррекции $\alpha_{кс}$, град	Момент дисбаланса M_c , Г·см ²	Дисбаланс D_c , Г·см

2.5 Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать.

1 Исходные данные (см. таблицу 2.1). Схему ротора с установленными неуравновешенными массами (см. рисунок 2.3, а, б).

2 Расчет значений дисбалансов.

3 Расчет значений моментов дисбалансов.

4 Построение планов моментов дисбалансов и дисбалансов (см. рисунок 2.3, в, г).

5 Определение корректирующих масс, их эксцентриситетов и углов коррекции (см. таблицу 2.2).

6 Схему ротора с установленными корректирующими массами (см. рисунок 2.3, д, е).

Контрольные вопросы

1 Что называется ротором?

2 Какие причины вызывают неуравновешенность ротора?

3 К каким последствиям приводит неуравновешенность ротора?

4 Что называется статической неуравновешенностью?

5 Что называется моментной неуравновешенностью?

6 Что называется динамической неуравновешенностью?

7 В каком случае ротор можно считать динамически уравновешенным?

8 Что называется дисбалансом?

9 Как вычисляется сила инерции неуравновешенного ротора?

3 Лабораторная работа № 3. Построение эвольвентных колес методом обкатки

Цель работы: изучение геометрии эвольвентных колес, нарезаемых без смещения и с положительным смещением зубчатой рейки.

3.1 Теоретические сведения

Зубчатые колеса, применяемые в машиностроении, имеют эвольвентный профиль зуба.

Эвольвента (развертка) окружности есть кривая, центры кривизны которой лежат на окружности. Эвольвента окружности полностью определяет геометрию зуба.

Основные параметры эвольвентного колеса следующие (рисунок 3.1):

- число зубьев z ;
- окружность впадин диаметром d_f ;
- окружность вершин диаметром d_a ;
- основная окружность диаметром d_b ;
- делительная окружность диаметром d (делит зуб на две части: головку и ножку);
- высота головки зуба h_a ;
- высота ножки зуба h_f ;
- высота зуба $h = h_a + h_f$;
- толщина зуба S ;
- делительный шаг зубьев p ;
- модуль зубьев m (отношение делительного шага к числу π), который определяется по формуле

$$m = \frac{p}{\pi}. \quad (3.1)$$

Модуль измеряется в миллиметрах и регламентирован ГОСТ 9563–74.

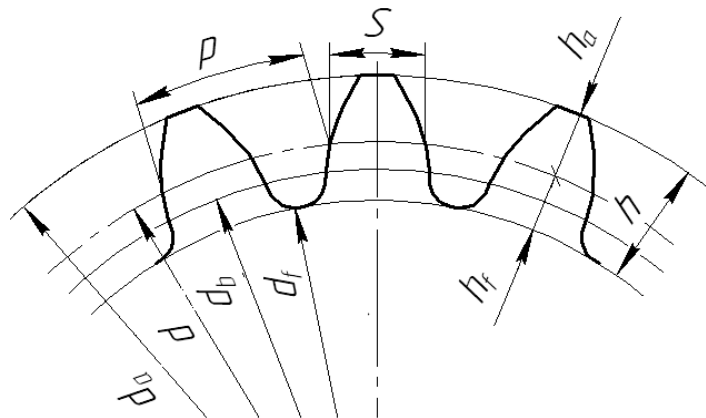


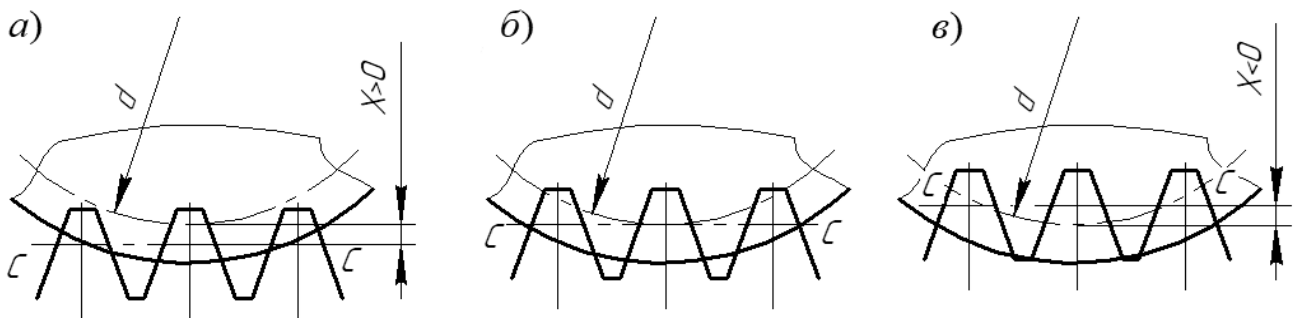
Рисунок 3.1 – Геометрические параметры эвольвентного зубчатого колеса

Для получения зубчатых передач меньших габаритов колеса должны иметь малые числа зубьев. Вместе с тем, в процессе изготовления колес с числами зубьев $z < 17$ часть зуба у основания срезается режущей кромкой инструмента. В результате получается колесо с подрезанным зубом. Подрез зуба ослабляет его ножку и уменьшает эвольвентную часть профиля. Поэтому для устранения подрезания зубьев выполняют корригирование (смещение).

Смещением X (рисунок 3.2) называется расстояние между средней линией рейки CC и делительной окружностью:

$$X = x \cdot m, \quad (3.2)$$

где x – коэффициент смещения.



a – положительное смещение; *b* – нулевое колесо; *v* – отрицательное смещение

Рисунок 3.2 – Схемы колес со смещением

При нарезании колес средняя линия рейки CC может занимать три различные позиции по отношению к заготовке:

- 1) средняя линия CC катится без скольжения по делительной окружности $x = 0$ (см. рисунок 3.2, *b*);
- 2) средняя линия CC смещена от центра колеса $x > 0$ (см. рисунок 3.2, *a*);
- 3) средняя линия CC смещена к центру колеса $x < 0$ (см. рисунок 3.2, *v*).

Соответственно, различают три вида колес: нулевые, положительные, отрицательные.

Смещение инструмента влияет на толщину зуба S и на соотношение высоты ножки и головки зуба. Поэтому этот прием применяется для усиления отдельных элементов колеса. В частности, при $x > 0$ ножка зуба становится короче и толще, а значит, прочнее.

Зубчатые колеса с $z < 17$ проектируют только положительными. Минимальный коэффициент смещения инструмента рассчитывают из условия отсутствия подрезания по формуле

$$x = \frac{17 - z}{17}. \quad (3.3)$$

Максимальное смещение инструмента ограничено условием $S_a \geq 0,3 m$. В противном случае зуб может оказаться заостренным.

Расчет размеров смещенных и нулевых колес при заданном модуле m и числе зубьев колес z производят по формулам из таблицы 3.1.

Таблица 3.1 – Расчет размеров колеса

Наименование	Нулевое колесо	Смещенное колесо
	Расчетная формула, исходные значения и результат, мм	Расчетная формула, исходные значения и результат, мм
1 Число зубьев	$z = d / m$	
2 Коэффициент смещения		$x = (17 - z) / 17$
3 Смещение рейки		$X = x \cdot m$
4 Диаметр основной	$d_b = d \cdot \cos(\alpha)$	
5 Диаметр вершин	$d_a = m \cdot (z + 2)$	$d_a^x = m \cdot (z + 2) + 2 \cdot X$
6 Диаметр впадин	$d_f = m \cdot (z - 2,5)$	$d_f^x = m \cdot (z - 2,5) + 2 \cdot X$
7 Шаг делительный	$p = \pi \cdot m$	
8 Шаг основной	$p = \pi \cdot m \cdot \cos(\alpha)$	
9 Делительная окружная толщина зуба	$S = \pi \cdot m / 2$	$S^x = \pi \cdot m / 2 + 2 \cdot X \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$
10 Толщина S , измеренная	S	S^x
11 Основная окружная толщина зуба	$S_b = d_b \cdot (S / d + \operatorname{inv}(\alpha))$	$S_b^x = d_b \cdot (S^x / d + \operatorname{inv}(\alpha))$
12 Толщина S_b , измеренная	S_b	S_b^x
13 Толщина зуба по окружности вершин		$S_a^x \geq 0,3 \cdot m$
14 Толщина S_a , измеренная		S_a^x

3.2 Порядок выполнения работы

Работа выполняется с использованием прибора ТММ-42 для вычерчивания профилей зубьев, который имитирует процесс нарезания эвольвентных профилей смещенных и несмещенных колес по методу обкатки.

Работа выполняется в следующем порядке.

1 Вычислить размеры колес по формулам прилагаемой формы отчета (см. таблицу 3.1).

2 Закрепить бумажный круг на диске 4 прибора.

3 Установить рейку в нулевое положение – риска на рейке должна совпадать с нулевой отметкой шкалы. Перевести рейку в исходное крайнее правое положение, освободив рычаг 8.

4 Очертить зубья рейки остро заточенным карандашом.

5 Нажимом на рычаг 7 передвинуть рейку влево на один шаг и вновь очертить зубья рейки. Повторять операции до тех пор, пока рейка не дойдет влево до упора.

6 Перевести рейку в исходное положение.

7 Освободив винты 2, отодвинуть рейку от оси заготовки на величину рассчитанного смещения (по шкалам) и вновь закрепить.

8 Вращением рукоятки 8 влево до отказа освободить диск с бумажным кругом и повернуть его чистым полем к рейке. Рукоятку 8 вернуть в правое положение.

9 Выполнить действия, указанные в пп. 4 и 5. В результате будет получен контур трех зубьев смещенного колеса.

10 Сняв бумажный круг, прочертить циркулем делительную и основную окружности и измерить по ним окружные толщины зубьев для обоих колес. Сравнить полученные величины с расчетными.

11 Провести на чертеже окружности вершин и впадин. Для нулевого и смещенного колес их размеры различны.

12 Проверить зуб колеса со смещением на заострение, замерив S_a^x .

13 Оформить отчет и приложить к нему бумажный круг с вычерченными профилями зубьев (рисунок 3.3).

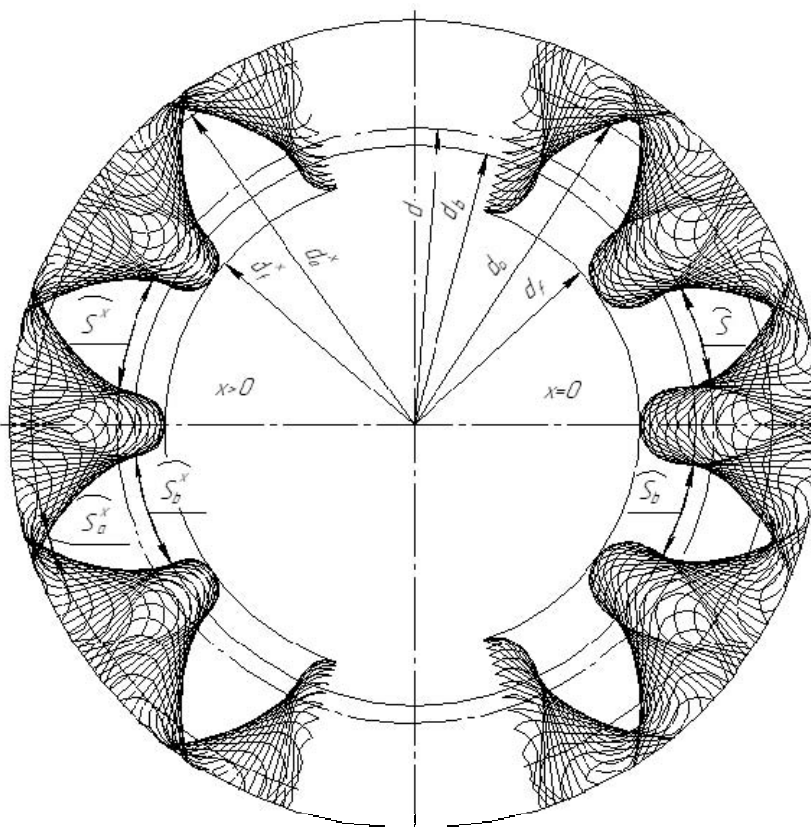


Рисунок 3.3 – Бумажный круг с вычерченными профилями зубьев

3.3 Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать.

1 Исходные параметры:

– модуль рейки $m =$ мм;

- угол профиля рейки $\alpha = 20^\circ$;
- диаметр делительный $d =$ мм.

2 Расчет размеров колес (см. таблицу 3.1).

3 Бумажный круг с вычерченными профилями зубьев (см. рисунок 3.3).

Контрольные вопросы

- 1 Что такое эвольвента и как она образуется?
- 2 Какие элементы эвольвентного колеса являются расчетными?
- 3 Что такое средняя линия рейки, смещение, модуль?
- 4 Какое колесо называют нулевым, положительным, отрицательным?
- 5 Как рассчитать размеры нулевого колеса, если известны m и z ?
- 6 Как рассчитать минимальную величину смещения?
- 7 Почему требуется выполнять условие отсутствия заострения?

4 Лабораторная работа № 4. Кинематический анализ зубчатых рядов

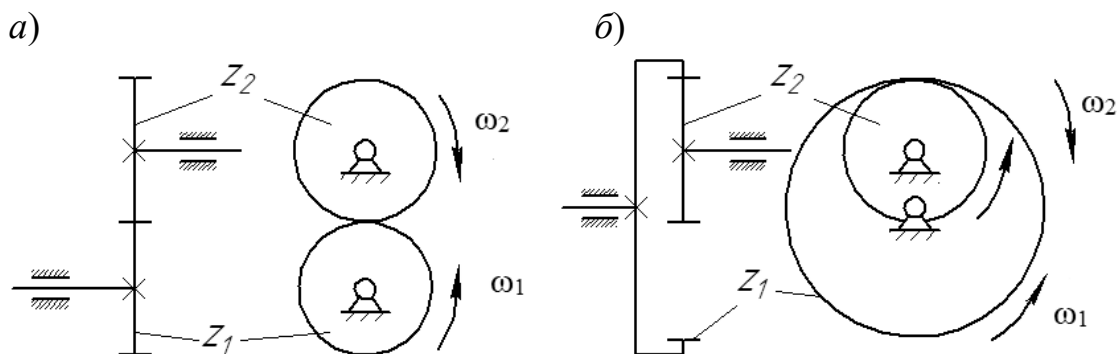
Цель работы: определение передаточного отношения по заданной схеме и известным числам зубьев колес.

4.1 Теоретические сведения

Зубчатый механизм, составленный из зубчатых колес с неподвижными осями, называется *зубчатым рядом*.

Зубчатый ряд, состоящий из двух колес и стойки, есть рядовая передача.

Основные схемы рядовых передач представлены на рисунке 4.1.



a – передача с внешним зацеплением; *б* – передача с внутренним зацеплением

Рисунок 4.1 – Схемы рядовых передач

Значение передаточного отношения рядовой передачи обратно пропорционально числу зубьев колес:

$$i_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (4.1)$$

Знак перед дробью позволяет учесть направление вращения колес. Для внешнего зацепления принят знак «-», учитывающий противоположность вращения колес (см. рисунок 4.1, а), для внутреннего зацепления принят знак «+» (см. рисунок 4.1, б).

Передаточное отношение любого зубчатого ряда равно произведению передаточных отношений всех передач, входящих в него:

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n} \quad (4.2)$$

Рассмотрим пример зубчатого ряда, приведенный на рисунке 4.2.

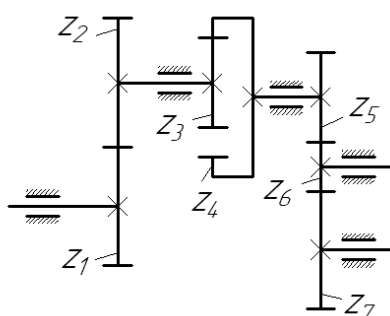


Рисунок 4.2 – Кинематическая схема зубчатого ряда

Для этого зубчатого ряда передаточное отношение определится по выражению

$$i_{1n} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3} \right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5} \right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6} \right) = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_7}{z_5} \quad (4.3)$$

4.2 Порядок выполнения работы

1 Для выданного преподавателем механизма составить кинематическую схему, обозначить звенья и кинематические пары.

2 Проверить степень подвижности механизма по формуле Чебышева.

3 Подсчитать числа зубьев зубчатых колес.

4 Вычислить передаточное отношение.

5 Проверить правильность подсчитанного передаточного отношения опытным путем. Для этого определить угол поворота выходного вала $\varphi_{вых}$, повернув входной вал на 360° . Обратить внимание на направления вращения входного и выходного валов.

$$i_{опытн} = \frac{n_{ex}}{n_{вых}} = \frac{\varphi_{ex}}{\varphi_{вых}} \quad (4.4)$$

4.3 Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать.

- 1 Цель работы.
- 2 Кинематическую схему зубчатого механизма.
- 3 Числа зубьев колес.
- 4 Проверку степени подвижности механизма.
- 5 Определение передаточного отношения механизма расчетным и опытным путем.

Контрольные вопросы

- 1 Назначение зубчатых механизмов.
- 2 Что такое передаточное отношение?
- 3 Какой механизм называется зубчатым рядом?
- 4 Как вычислить значение передаточного отношения рядовой передачи, рядового механизма при известных числах зубьев колес?
- 5 Как определить передаточное отношение опытным путем?

5 Лабораторная работа № 5. Кинематический анализ планетарных механизмов

Цель работы: определение передаточного отношения планетарного механизма по заданной схеме и известным числам зубьев колес.

5.1 Теоретические сведения

Зубчатый механизм, в котором присутствуют зубчатые колеса с подвижными осями вращения, называется *планетарным зубчатым механизмом*.

В планетарном механизме обязательно имеются колеса с подвижной осью. Эти колеса z_{g1} и z_{g2} (рисунок 5.1) называются сателлитами. Подвижное звено, в котором помещена ось сателлита, называется водилом h .

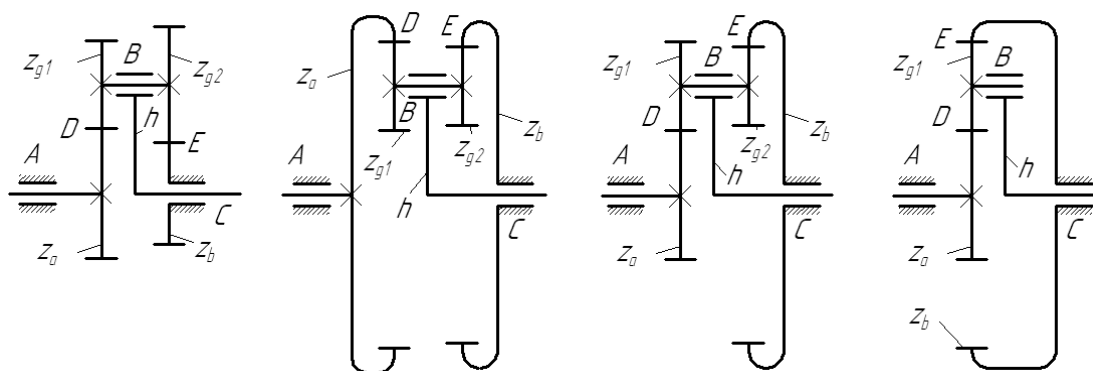


Рисунок 5.1 – Типовые схемы планетарных передач

Кроме того, в планетарной передаче есть два центральных колеса: подвижное центральное Z_a и неподвижное (*опорное*) Z_b . Центральное колесо с внешними зубьями называется *солнечным*, а центральное колесо с внутренними зубьями называется *эпициклом* (*коронным колесом*).

Геометрическая ось центральных колес и водила общая. Типовые схемы планетарных передач представлены на рисунке 5.1.

Степень подвижности рассчитываемых передач равна 1. Докажем это, используя формулу Чебышева

$$W = 3k - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1, \quad (5.1)$$

где k – число подвижных звеньев, $k = 3$;

p_1 – число одноподвижных пар (A, B, C), $p_1 = 3$;

p_2 – число двухподвижных пар (D, E), $p_2 = 2$.

Для планетарных механизмов в обозначении передаточного отношения указывается, от какого звена к какому звену передается движение, например, обозначение передаточного отношения i_{ah}^b означает, что в планетарном механизме движение передается от ведущего звена – солнечного колеса a – к ведомому звену – водилу h при неподвижном опорном колесе b .

Задача кинематического анализа планетарных передач состоит в определении передаточного отношения i_{ah}^b либо i_{ha}^b при заданных числах зубьев.

Эта задача решается путем приведения планетарного механизма к рядовому методом обращенного движения (метода Виллиса), который заключается в следующем: условно всем звеньям механизма (рисунок 5.2, *а*) мысленно сообщается дополнительное вращение с угловой скоростью ω_h , равной, но противоположной по направлению угловой скорости водила h . При этом водило как бы остановится и планетарная передача превратится в зубчатый ряд (рисунок 5.2, *б*), передаточное отношение которого может быть выражено отношением чисел зубьев колес.

Проиллюстрируем метод обращенного движения для механизма, представленного на рисунке 5.2, *а*.

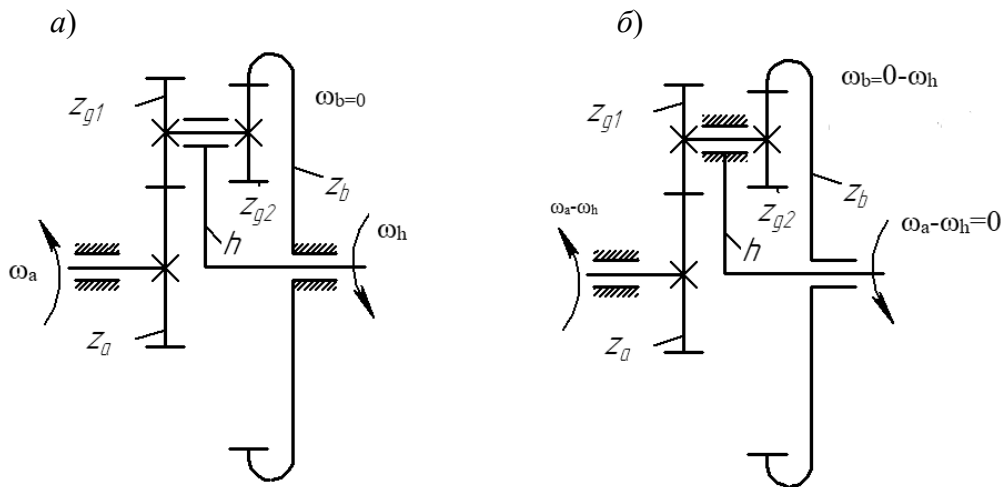
Передаточное отношение данного механизма может быть определено через угловые скорости ведущего звена (солнечного колеса a) и ведомого звена (водила h) по выражению

$$i_{ah}^b = -\frac{\omega_a}{\omega_h}. \quad (5.2)$$

При этом знак « \leftarrow » указывает, что направления вращения солнечного колеса a и водила h противоположны.

Сообщаем всем звеньям механизма угловую скорость, равную по величине и обратную по направлению угловой скорости водила $-\omega_h$. При этом водило останавливается, а опорное колесо начинает вращаться и движение будет пере-

даваться от солнечного колеса a (имеющему угловую скорость $\omega_a - \omega_h$) к опорному колесу b (см. рисунок 5.2, б), имеющему угловую скорость $\omega_b = 0 - \omega_h = -\omega_h$.



a – планетарный механизм; b – обращённый механизм

Рисунок 5.2 – Кинематический анализ планетарного механизма

Передаточное отношение i_{ah}^b обращенного механизма можно посчитать через угловые скорости ведущего и ведомого звена, и через числа зубьев колес

$$i_{ab}^h = \frac{\omega_a - \omega_h}{-\omega_h} = \left(-\frac{z_{g1}}{z_a} \right) \cdot \frac{z_b}{z_{g2}}. \quad (5.3)$$

Преобразуем последнее выражение

$$-\frac{\omega_a}{\omega_h} + \frac{\omega_h}{\omega_h} = \left(-\frac{z_{g1}}{z_a} \right) \cdot \frac{z_b}{z_{g2}}. \quad (5.4)$$

Выражаем из формулы (5.4) величину $-\frac{\omega_a}{\omega_h}$, которая является искомым передаточным отношением рассматриваемого планетарного механизма, получим

$$-\frac{\omega_a}{\omega_h} = -1 + \left(-\frac{z_{g1}}{z_a} \right) \cdot \frac{z_b}{z_{g2}} \quad (5.5)$$

или

$$i_{ah}^b = 1 + \frac{z_{g1}}{z_a} \cdot \frac{z_b}{z_{g2}}. \quad (5.6)$$

Если в планетарном механизме ведущим звеном является водило h , то при использовании метода обращенного движения учитывают выражение

$$i_{ha}^b = \frac{1}{i_{ah}^b}. \quad (5.7)$$

То есть, если в механизме, представленном на рисунке 5.2, *a*, ведущим звеном является водило *h*, то передаточное отношение определится по выражению

$$i_{ha}^b = \frac{1}{1 + \frac{z_{g1}}{z_a} \cdot \frac{z_b}{z_{g2}}}. \quad (5.8)$$

5.2 Порядок выполнения работы

1 Для выданного преподавателем механизма составить кинематическую схему (примеры кинематических схем изображены на рисунке 5.1), обозначить звенья и кинематические пары.

2 Проверить степень подвижности механизма по формуле Чебышева (см. выражение (5.1)).

3 Подсчитать числа зубьев зубчатых колес.

4 Составить кинематическую схему обращенного механизма.

5 Вычислить передаточное отношение, используя метод обращенного движения.

6 Проверить правильность подсчитанного передаточного отношения опытным путем. Для этого определить угол поворота выходного вала $\varphi_{вых}$, повернув входной вал на 360° . Обратить внимание на направления вращения входного и выходного валов.

$$i_{опытн} = \frac{n_{ex}}{n_{вых}} = \frac{\varphi_{ex}}{\varphi_{вых}}. \quad (5.9)$$

5.3 Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать.

1 Цель работы.

2 Кинематические схемы планетарного и обращенного механизмов.

3 Числа зубьев колес.

4 Проверку степени подвижности механизма.

5 Определение передаточного отношения планетарного механизма (расчетные зависимости и расчеты).

6 Определение передаточного отношения опытным путем.

Контрольные вопросы

1 Назначение зубчатых механизмов.

2 Что такое редуктор?

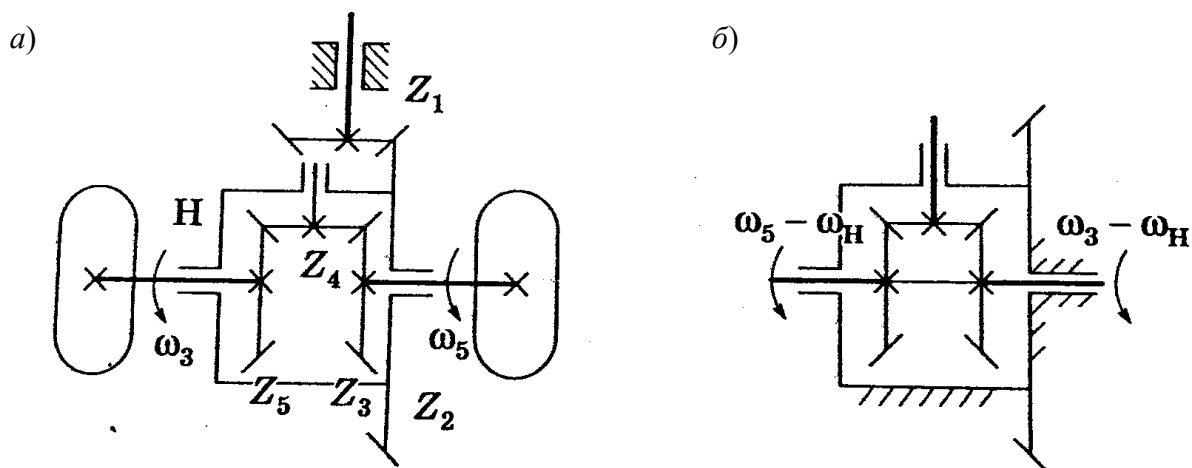
- 3 Для чего служит мультипликатор?
- 4 Что такое передаточное отношение?
- 5 В чем отличие планетарных зубчатых механизмов от рядовых?
- 6 Назвать все звенья планетарной передачи.
- 7 Что такое обращенный механизм?

6 Лабораторная работа № 6. Кинематический анализ дифференциальных механизмов

Цель работы: освоение методики и овладение практическими навыками кинематического анализа кулачковых механизмов.

6.1 Теоретические сведения

Метод кинематического исследования планетарных механизмов применим и к анализу дифференциальных зубчатых механизмов. Одним из наиболее известных механизмов является автомобильный дифференциальный механизм (рисунок 6.1). Его назначение – передача движения от карданного вала автомобиля к колесам. Механизм, представленный на рисунке 6.1, *а*, включает главную передачу, образованную коническими колесами Z_1 и Z_2 , корпус дифференциала, являющийся в то же время водилом дифференциального механизма, несколько сателлитов Z_4 и два центральных колеса Z_3 и Z_5 , жестко посаженных на полуоси колес.



а – дифференциальный механизм; *б* – обращенный механизм

Рисунок 6.1 – Автомобильный дифференциал

Применим к этому механизму принцип обращенного движения, сообщив всем звеньям механизма дополнительную скорость ω_H . На рисунке 6.1, *б* изображена схема обращенного механизма.

Для него можно записать

$$i_{35}^h = \frac{\omega_3 - \omega_h}{\omega_5 - \omega_h} = \frac{z_5}{z_3}. \quad (6.1)$$

Поскольку $Z_5 = Z_3$, $i = -1$. Знак « \leftarrow » указывает на то, что колеса Z_3 и Z_5 в обращенном механизме вращаются в противоположном направлении. Произведя подстановку, получим уравнение автомобильного дифференциала:

$$\omega_3 + \omega_5 = 2\omega_h. \quad (6.2)$$

При движении по прямому участку дороги $\omega_3 = \omega_5 = \omega_h$, следовательно, дифференциал как бы жестко связывает полуоси, происходит кинематическая блокировка дифференциала. Совершенно по-другому ведет себя дифференциал при движении по закруглению. Внешнее колесо движется с большей угловой скоростью, чем внутреннее, но так, что их средняя скорость равна скорости водила. Если бы колеса были связаны жесткой осью, происходила бы пробуксовка одного или обоих колес, что ухудшало бы условия эксплуатации автомобиля.

В том случае, когда одно колесо свободно пробуксовывает, второе колесо неподвижно, при этом скорость буксующего колеса равна $2\omega_h$. В этих условиях автомобиль не может двигаться. В таких случаях применяют механическую блокировку дифференциала.

6.2 Порядок выполнения работы

- 1 Вычертить структурную схему механизма.
- 2 Посчитать числа зубьев конической передачи и дифференциального механизма.
- 3 Определить передаточное отношение конической передачи, а также передаточное отношение дифференциального механизма при следующих режимах работы:
 - при прямолинейном движении автомобиля;
 - при повороте автомобиля;
 - при буксовании.
- 4 Определить угловые скорости колес при этих трех режимах.

Контрольные вопросы

- 1 В чем отличие планетарного и дифференциального механизмов?
- 2 Почему дифференциальные механизмы не обладают определенным передаточным отношением?
- 3 Каким образом можно получить планетарный механизм из дифференциального?
- 4 Определить степень подвижности дифференциального механизма.
- 5 Записать условие соосности для дифференциального механизма.

7 Лабораторная работа № 7. Кинематический анализ кулачковых механизмов

Цель работы: освоение методики и овладение практическими навыками кинематического анализа кулачковых механизмов.

7.1 Теоретические сведения

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок. *Кулачком* называется звено, имеющее элемент высшей пары, выполненное в виде поверхности переменной кривизны.

Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении элемента кулачка плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения. Профиль кулачка, которого касается ролик, называется *действительным*. Траектория центра ролика при движении его относительно кулачка называется *центральной профилем*. Центральной и действительный профили кулачка являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми (рисунок 7.1).

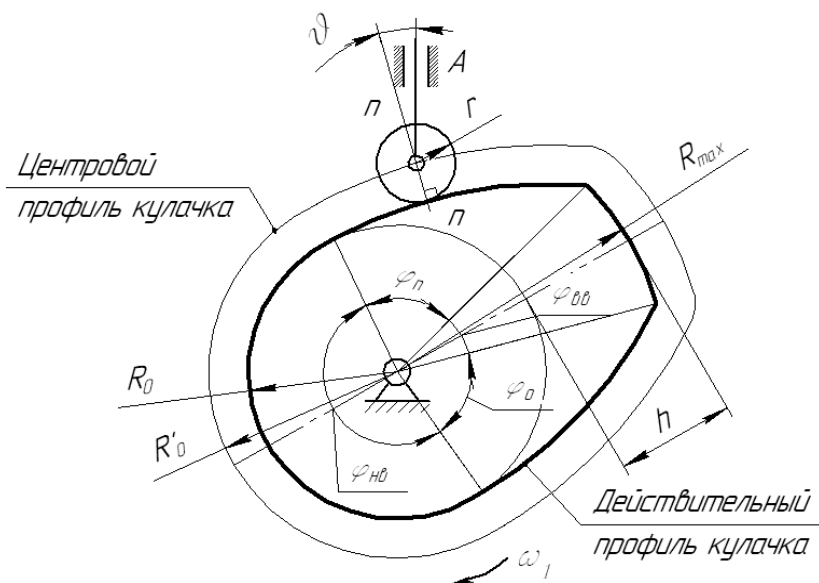


Рисунок 7.1 – Геометрические параметры кулачка

Минимальный радиус кулачка R_0 – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой профиля кулачка (см. рисунок 7.1). Различают минимальный радиус R_0 действительного профиля и минимальный радиус R'_0 центрального профиля кулачка. $R'_0 = R_0 + r$, где r – радиус ролика.

Максимальный радиус кулачка R_{\max} – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удалённой точкой профиля.

Подъём толкателя h – разность длин максимального R_{\max} и минимального R_0 радиусов кулачка.

При вращении кулачка на один оборот различают следующие фазы движения выходного звена и соответствующие им центральные углы поворота кулачка:

ка: подъёма φ_n , верхнего выстоя $\varphi_{вв}$, опускания φ_o , нижнего выстоя $\varphi_{нв}$ или холостой ход. При этом $\varphi_n + \varphi_{вв} + \varphi_o + \varphi_{нв} = 360^\circ$.

Сумма углов $\varphi_p = \varphi_n + \varphi_{вв} + \varphi_o$ называется *рабочим углом кулачка*.

Угол U , заключённый между нормалью $n-n$ к профилю кулачка в точке касания и направлением движения выходного звена, называется *углом давления*.

Приведенные геометрические параметры кулачка показаны на рисунке 7.1.

Задачей кинематического анализа кулачковых механизмов является определение закона движения выходного звена по заданному закону движения кулачка и кинематической схеме механизма. В основу анализа кулачковых механизмов положен *метод обращённого движения*, который заключается в том, что мысленно всему механизму сообщают вращение вокруг центра вращения кулачка с угловой скоростью $(-\omega_1)$ равной, но противоположно направленной угловой скорости кулачка. Тогда кулачок становится как бы неподвижным. Относительное вращение звеньев от этого не изменится, а перемещение выходного звена S будет таким, как и в истинном движении при неподвижной стойке. Таким образом, по кинематической схеме кулачкового механизма в обращённом движении определяются ряд положений выходного звена и соответствующие им перемещения, а затем строится диаграмма перемещений $S = f(\varphi)$ или $\psi = f(\varphi)$.

7.2 Порядок выполнения работы

1 Вычерчивается действительный профиль обводкой контура заданной преподавателем модели кулачка, изображается толкатель и стойка.

2 Для кулачковых механизмов с роликовым толкателем строится центровый профиль кулачка методом обкатки, для чего радиусом ролика r проводят дуги, центры которых лежат на действительном профиле кулачка.

3 Дуга окружности радиусом R_0 (для механизмов с центральным толкателем) или R'_0 (при роликовых толкателях) делится на 24 части, принимается начало отсчёта (точку на окружности минимального радиуса R_0 или R'_0), пронумеровываются позиции: 0, 1, 2, 3, ..., 24 в обращённом движении.

4 Если механизм дезаксиальный, то из центра вращения кулачка проводится окружность дезаксиала радиусом, равным величине дезаксиала e .

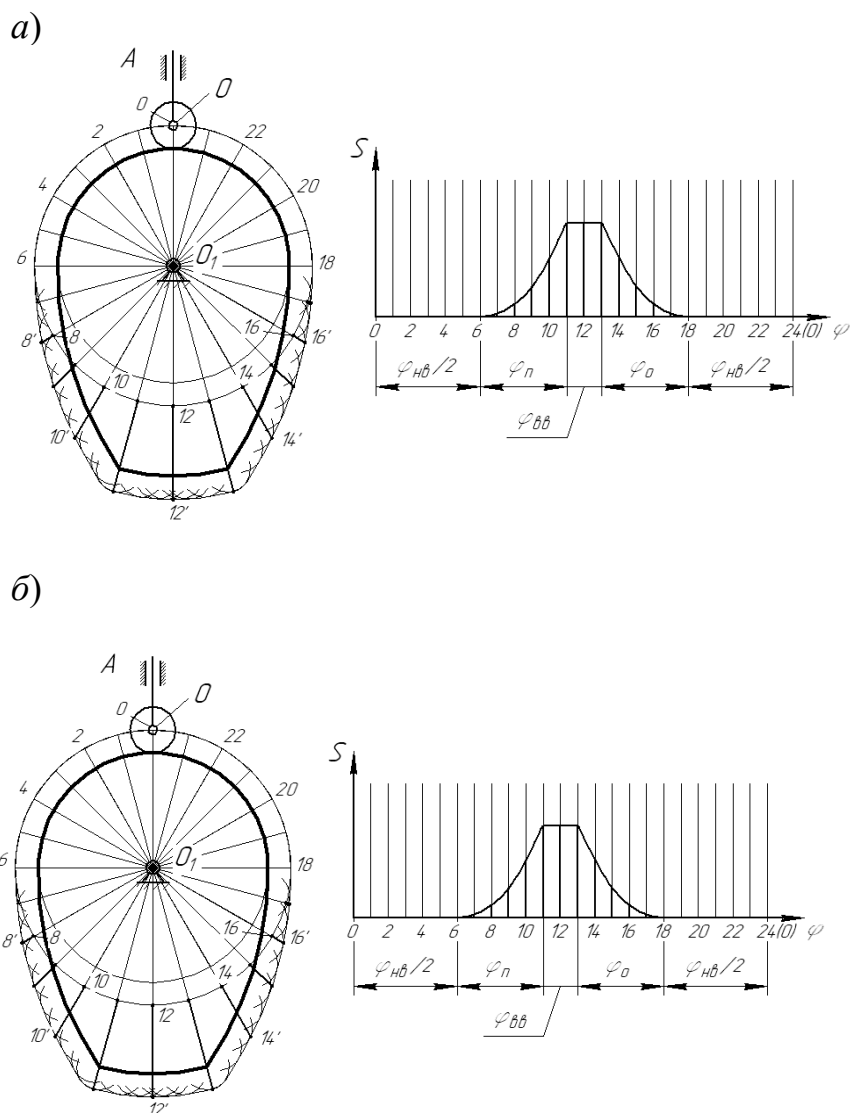
5 Определяются перемещения толкателя в каждом положении:

– для центрального механизма с роликовым толкателем перемещение толкателя в каждом положении определяется как расстояние, измеренное по радиус-вектору кулачка от окружности минимального радиуса центрального профиля кулачка (0-0', 1-1', ..., 23-23') при повороте кулачка на соответствующий угол (рисунок 7.2, а);

– для дезаксиального механизма с роликовым толкателем проводятся через точки деления (0, 1, 2, ..., 24) касательные к окружности дезаксиала e против угловой скорости кулачка, которые и являются текущими положениями оси толкателя в обращённом движении. Точки 0, 1, 2, ... пересечения этих каса-

тельных с центровым профилем кулачка определяют текущие положения центра ролика. Отрезки по касательным от окружности минимального радиуса центрального профиля кулачка до центрального профиля (например, б-б') представляют собой перемещения толкателя в соответствующих положениях (рисунок 7.2, б);

– если механизм с плоским толкателем, то проводят через точки деления лучи из центра вращения кулачка; на данных лучах строятся положения тарелки толкателя исходя из того, что плоскость тарелки в каждом положении перпендикулярна к оси толкателя и должна касаться профиля кулачка. Перемещения толкателя в соответствующих положениях определяют как расстояния от плоскости тарелки толкателя (0-0', 1-1', ..., 23-23') до окружности центрального профиля кулачка (рисунок 7.2, в).



a – дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем; *б* – центральный кулачковый механизм с роликовым толкателем; *в* – центральный кулачковый механизм с плоским толкателем

Рисунок 7.2 – Кинематический анализ кулачковых механизмов

Таблица 7.2 – Исходные данные

Номер варианта	Номер кулачков	Дезаксиал, мм	Диаметр ролика, мм	Номер варианта	Номер кулачков	Дезаксиал, мм	Диаметр ролика, мм
1	1	0	20	8	3	15	20
2	1	15	20	9	3	Плоский толкатель	
3	1	Плоский толкатель		10	4	0	20
4	2	0	20	11	4	15	20
5	2	15	20	12	4	Плоский толкатель	
6	2	Плоский толкатель		13	5	0	20
7	3	0	20	14	5	15	20

Контрольные вопросы

- 1 Что такое кулачок?
- 2 Что такое кулачковый механизм?
- 3 Как определяются перемещения толкателя в центральном кулачковом механизме?
- 4 Как определяются перемещения толкателя в дезаксиальном кулачковом механизме?
- 5 Как определяются перемещения толкателя в кулачковом механизме с плоским толкателем?

Список литературы

- 1 **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов : учебное пособие / Л. А. Борисенко. – Минск : Новое знание, 2011. – 285 с.
- 2 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин : учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 328 с.
- 3 **Леонов, И. В.** Теория механизмов и машин. Основы проектирования по динамическим критериям и показателям экономичности: учебник / И. В. Леонов. – Москва: Юрайт, 2016. – 239 с.