УДК 517.977

В. Н. ЛАПТИНСКИЙ

К ТЕОРИИ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ *)

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\frac{dy}{dt} = A(t)\,y + Q(t)\,v, \tag{1}$$

где $(t,\ y,\ v) \in R \times R^n \times R^r$; $A(t)$, $Q(t)$ — непрерывные ω-периодические матрицы порядков $n \times n$, $n \times r$ соответственно.

Решается задача: выбором управления

$$v = C(t)\,y, \tag{2}$$

где $C(t)$ — непрерывная ω-периодическая $(r \times n)$-матрица, в системе (1) следует сделать асимптотическую устойчивость решения $y = 0$.

Введем обозначения: $P = \Phi^{-1}A\Phi - \Phi^{-1}d\Phi/dt$, $R = \Phi^{-1}Q$, $M = RR^{\mathrm{T}}$, $m = \max\limits_t \|M(t)\|$, $\gamma = \|\overline{M}^{-1}\|$, $a(\lambda) = \max\limits_t \|P(t) + \lambda E\|$, $S(t,\ \lambda) = X(t)\exp(\lambda t)$, где $\Phi(t)$, $\Phi(0) = E$,—класса C^1 ω-периодическая неособенная матрица; E—единичная матрица; $\lambda > 0$—скалярный параметр, $X(t)$, $X(0) = E$, —фундаментальная матрица однородной системы $dx/dt = P(t)\,x$; $(\cdot)^{\mathrm{T}}$ — операция транспонирования матриц; черта сверху обозначает усреднение по t; $\|\cdot\|$—кубическая либо октаэдрическая норма векторов и матриц.

Теорема 1. *Пусть выполняются условия*

$$\det(S(\omega,\ \lambda) - E) \neq 0,\ \det \int\limits_t^{t+\omega} S^{-1}(\tau,\ \lambda)\, M(\tau)\, d\tau \neq 0;\ \ t \in [0,\ \omega],\ \lambda \in]0,\ \lambda_0[;\ \lambda_0 > 0.$$

Тогда всегда можно сделать асимптотическую устойчивость системы (1) выбором управления (2); мультипликаторы замкнутой системы (1), (2) равны $\exp(-\lambda\omega)$. *Матрица обратной связи* C_0 *имеет вид*

$$C_0(t,\ \lambda) = R^{\mathrm{T}}(t)\left(\int\limits_t^{t+\omega} S^{-1}(\tau,\ \lambda)\, M(\tau)\, d\tau\right)^{-1} (S^{-1}(\omega,\ \lambda) - E)\, S^{-1}(t,\ \lambda)\, \Phi^{-1}(t).$$

---

*) Рукопись полностью депонирована в ВИНИТИ 17.04.87, № 27—В87.

Множество матриц обратной связи задается формулой

$$C(t, \lambda) = [R^{\mathrm{T}}(t)\,\alpha + \beta(t)]\, H^{-1}(t, \lambda)\, \Phi^{-1}(t),$$

где α — постоянная матрица; $\beta(t)$ — достаточно малая по норме, непрерывная ω-периодическая матрица; $H(t+\omega, \lambda) = H(t, \lambda)$; $H(0, \lambda) = E$; $C = C_0$ при $\beta = 0$.

Теорема 2. *Пусть выполняются условия* $\det \bar{M} \neq 0$, $a(\lambda) < \nu/\gamma m\omega$; $\lambda \in]0, \lambda_0[$; $\lambda_0 > 0$, *где* $\nu = 1{,}088\ldots$ *Тогда всегда можно сделать асимптотическую устойчивость системы* (*1*) *выбором управления* (*2*); *мультипликаторы замкнутой системы* (*1*), (*2*) *равны* $\exp(-\lambda\omega)$.

Аналогичные результаты имеют место в случае, когда в замкнутой системе (1), (2) назначаются мультипликаторы $\exp(-\lambda_k\omega)$, где $\lambda_k > 0$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

Способ построения матрицы обратной связи основан на задании фундаментальной матрицы $Y(t)$, $Y(0) = E$, замкнутой системы в желаемом виде. В данной работе использовано представлено $Y(t) = \Phi(t) H(t) \exp(-Dt)$, где $D = \mathrm{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ ($D = \lambda E$ в теоремах 1, 2).

Могилевское отделение
Института физики АН БССР

Поступила в редакцию
12 марта 1987 г.