

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДАХ С МЕТАЛЛИЗИРОВАННОЙ ГРАНИЦЕЙ

А.Б. Сотский¹, А.В. Шилов¹, Л.И. Сотская²

¹Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, Могилёв, Белоруссия,

²Белорусско-Российский университет, Могилёв, Белоруссия

Аннотация

Получены соотношения, позволяющие рассчитать поле широкополосного терагерцового импульса в капиллярных волноводах с полой сердцевинной и металлизированной внешней границей. С позиций максимизации коэффициента передачи энергии импульса и терагерцовой спектроскопии воздуха во временной области исследованы волноводы двух типов: полые волноводы с металлизированной границей и волноводы, полая сердцевина которых отделена от металла диэлектрическим слоем. Показано, что эффективность волноводов второго типа выше благодаря квазиодномодовому режиму работы.

Ключевые слова: терагерцовый импульс, терагерцовая спектроскопия, волновод с полой сердцевинной.

Цитирование: Сотский, А.Б. Распространение терагерцовых импульсов в капиллярных волноводах с металлизированной границей / А.Б. Сотский, А.В. Шилов, Л.И. Сотская // Компьютерная оптика. – 2017 – Т.41, №6. – С.803-811. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-803-811.

Введение

В настоящее время активно проводятся работы по проектированию и оптимизации волноводов для передачи электромагнитного излучения терагерцового (ТГц) диапазона частот. Такие волноводы востребованы в астрономии, при дистанционном зондировании объектов (в частности, тканей при их медицинской диагностике), для ТГц-спектроскопии во временной области газовых компонентов в воздухе и т.д. [1, 2].

Мощное ТГц-излучение могут генерировать лазеры на свободных электронах [3]. Однако их применение ограничено высокой стоимостью, габаритами и сложностью в эксплуатации. Сейчас более распространены импульсные источники ТГц-излучения, принцип действия которых основан на нелинейном преобразовании оптических лазерных импульсов в ТГц-диапазон с помощью фотоантенн [1, 2]. Получаемые таким образом ТГц-импульсы в большинстве случаев имеют ширину полосы частот, сравнимую с несущей частотой. В результате ТГц-волноводы должны обеспечивать передачу широкополосных сигналов. Создание ТГц-волноводов осложнено и тем, что все известные материалы сильно поглощают ТГц-излучение. Исключение составляет сухой воздух. Поэтому наиболее перспективны волноводы, передающие ТГц-излучение по полой сердцевине [1]. Среди них эффективны диэлектрические капилляры кругового сечения с металлизированными границами [1, 2, 4–7]. Известны два типа таких волноводов: волноводы типа 1, у которых металлическое покрытие микронной толщины, превышающей толщину скин-слоя, нанесено на внутреннюю поверхность диэлектрического капилляра [4, 5, 7], и волноводы типа 2, которые отличаются от волноводов типа 1 наличием дополнительного диэлектрического слоя с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_L = \epsilon'_L + i\epsilon''_L$ и толщиной d , который находится между металлическим покрытием и полой сердцевинной [4, 6]. Данный слой служит для минимизации затухания основной

моды волновода на частоте f за счет изоляции её поля от металлического покрытия. Приближенно такая минимизация достигается при условиях [8]

$$k_0 d = (\epsilon'_L - 1)^{-0.5} \{s \tan^{-1}[(\epsilon'_L (\epsilon'_L - 1)^{-0.5})^{0.5}] + l\pi\}, \quad (1)$$

где $s = \pm 1$, $l = 0, 1, \dots$ при $s = 1$, $l = 1, 2, \dots$ при $s = -1$, $k_0 = 2\pi f c^{-1}$ – волновое число излучения в вакууме, c – скорость света.

В работах [4–6] основное внимание уделено расчёту затухания мод волноводов в случае монохроматического излучения. Пропускание через волноводы широкополосных ТГц-импульсов исследовалось только экспериментально с использованием сравнительно коротких отрезков волноводов, длина которых не превышала 45 см [6, 7]. Слабо исследованы и вопросы ТГц-спектроскопии во временной области примесных компонентов в воздухе, заполняющем полую сердцевину волноводов. Качественные соображения, приведенные в [9], позволяют лишь предположить, что основным ограничивающим фактором при такой спектроскопии может быть многомодовый режим работы капиллярных волноводов с металлизированной границей, который неизбежен при передаче широкополосных импульсов.

В настоящей статье разработана техника расчёта распространения широкополосных ТГц-импульсов в протяжённых волноводах, в которой поле импульса представляется в виде суперпозиции импульсов полей отдельных волноводных мод, найденных интегрированием монохроматических компонент. Выполнен сопоставительный анализ капиллярных волноводов обоих указанных выше типов с позиций максимизации коэффициента передачи энергии импульса через волновод и восстановления спектра поглощения примесного компонента в воздухе, заполняющем полую сердцевину волновода, методом ТГц-спектроскопии. В качестве примесного компонента рассмотрен водяной пар.

1. Расчётные соотношения

Пусть на входной торце волновода, находящийся в плоскости $z=0$, поступает линейно поляризованный вдоль оси Oy ТГц-импульс, создаваемый фотоантенной. Воспользуемся моделью этого импульса [10]

$$E_y = A \exp(-r^2 w^{-2}) P(t), \tag{2}$$

где E_y – компонента напряженности электрического поля, A – амплитудный множитель, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, w – радиус Гауссова пучка,

$$P(t) = -1,229U(-2, -\zeta\sqrt{2}) \exp(-0,5\zeta^2), \tag{3}$$

$U(\dots)$ – функция параболического цилиндра [11], $\zeta = tT^{-1}$, t – время, T – масштабный фактор, который может регулироваться длительностью и условиями фокусировки оптического лазерного импульса [10, 12]. Фурье-образ функции (3) имеет вид

$$\hat{P}(f) = -0,6143(\sqrt{\pi})^{-1} T \exp(-0,25\Omega^2) \times \sum_{j=0}^{\infty} \left(\prod_{l=1}^j \frac{l+j}{4} \right) \sum_{k=0}^j [A_j^{(0)} S_{kj}^{(0)} - i(j+0,5)\Omega A_j^{(2)} S_{kj}^{(2)}], \tag{4}$$

где $\Omega = 2\pi f T$ и имеют место рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} A_j^{(p)} &= A_{j-1}^{(p)} (4j-7+p) [2j(2j-1+p)]^{-1}, \\ A_0^{(0)} &= -\Gamma\left(\frac{5}{4}\right) 2^{\frac{1}{4}} (\sqrt{\pi})^{-1}, \quad A_0^{(2)} = -\Gamma\left(\frac{7}{4}\right) 2^{\frac{5}{4}} (\sqrt{\pi})^{-1}, \\ S_{kj}^{(p)} &= -S_{k-1,j}^{(p)} (j-k+1) \Omega^2 [2k(2k-1+p)]^{-1}, \\ S_{0j}^{(0)} &= S_{0j}^{(2)} = 1, \end{aligned}$$

где $\Gamma(\dots)$ – гамма-функция. Максимум $|\hat{P}(f)|$, равный $0,2215T$, достигается на частоте $f=0,2769T^{-1}$. В дальнейших расчётах выбрано значение $T=0,2769$ пс, при котором данная частота равна 1 ТГц. Графики функций (3) и (4) представлены на рис. 1 кривыми 1.

В свободном полупространстве $z \geq 0$ с диэлектрической проницаемостью ϵ поле импульса (2) описывается интегралом [13]

$$E_y(x, y, z, t) = 8\pi^2 z A \operatorname{Re} \int_0^{\infty} df \hat{P} \exp(i2\pi ft) \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+ik_0\sqrt{\epsilon}R}{R^3} \exp\left(-\frac{x'^2+y'^2}{w^2} - ik_0\sqrt{\epsilon}R\right) dx' dy', \tag{5}$$

где $R = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + z^2}$. После перехода к цилиндрическим координатам (5) приобретает вид

$$E_y(r, z, t) = 4\pi z A \exp(-r^2 w^{-2}) \times \operatorname{Re} \int_0^{\infty} df \hat{P} \exp(i2\pi ft) \int_0^{\infty} \rho (1+ik_0\sqrt{\epsilon}R') R'^{-3} \times I_0(2r\rho w^{-2}) \exp(-\rho^2 w^{-2} - ik_0\sqrt{\epsilon}R') d\rho, \tag{6}$$

где $R' = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, $I_0(\dots)$ – модифицированная функция Бесселя.

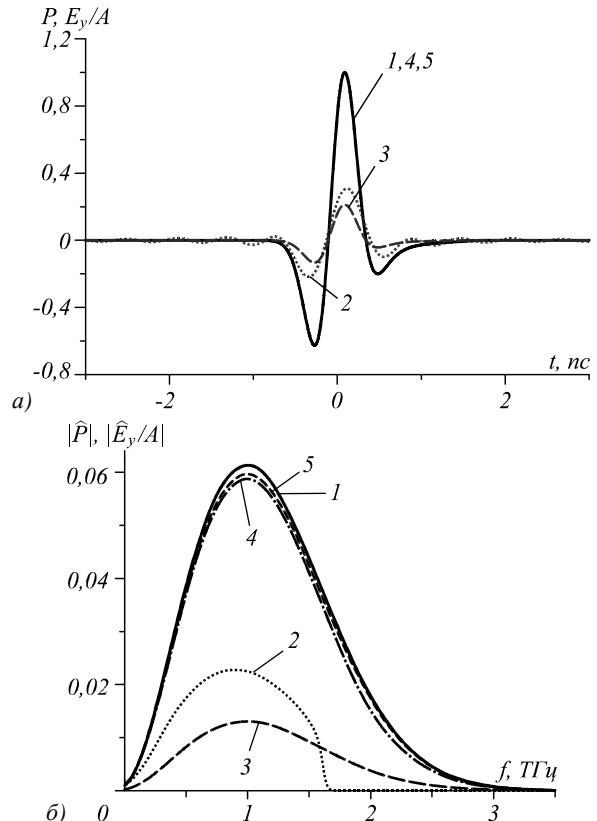


Рис. 1. Временная (а) и частотная (б) формы импульса на входе в волноводы и иллюстрация влияния числа учитываемых волноводных мод на точность расчётов. Кривые 1 – модель (2), (3) и разложения (7), (8) для волноводов типов 1 и 2 при $m \geq 8$; 3 ($m=1$), 4 ($m=6$) – волновод типа 1; 2 ($m=2$), 5 ($m=6$) – волновод типа 2

Рассматривая (6) в дальней зоне ($r^2 + z^2 \rightarrow \infty$) и учитывая связь между компонентами электромагнитного поля \mathbf{E} и \mathbf{H} , вытекающую из уравнений Максвелла, можно рассчитать полную энергию импульса (2) W_0 , излучаемую в полупространство $z \geq 0$. Полагая $\epsilon = 1$, находим:

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} r (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dr = \frac{8\pi^5 w^4}{\mu_0 c^3} A^2 \int_0^{\infty} df f^2 \times \left| \hat{P} \right|^2 \int_0^1 (1+u^2) \exp[0,5(k_0 w)^2 (u^2 - 1)] du, \tag{7}$$

где φ – угол цилиндрической системы координат, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

Электромагнитное поле импульса в волноводе, ориентированном вдоль оси Oz , представим в виде суммы импульсов полей волноводных мод:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}(r, \varphi, z, t) \end{pmatrix} = A \sum_{\nu=1}^m \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\nu}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}_{\nu}(r, \varphi, z, t) \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где ν – номер моды, m – число учитываемых мод,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\nu}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}_{\nu}(r, \varphi, z, t) \end{pmatrix} = 4\pi \operatorname{Re} \int_0^{\infty} C_{\nu}(f) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\nu}(r, \varphi, f) \\ \mathbf{h}_{\nu}(r, \varphi, f) \end{pmatrix} \times \exp\{i[2\pi ft - k_0 \beta_{\nu}(f) z]\} df, \tag{9}$$

C_v – амплитуда, β_v – безразмерная постоянная распространения, \mathbf{e}_v и \mathbf{h}_v – векторы электрического и магнитного поля моды, $z \geq 0$.

Энергия мод рассматриваемых волноводов практически полностью сосредоточена в диэлектрических средах. Поэтому выполняются соотношения ортогональности [14]

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr r (\mathbf{e}_\mu \times \mathbf{h}_\nu^*)_z = \delta_{\mu\nu} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr r (\mathbf{e}_\nu \times \mathbf{h}_\mu^*)_z, \quad (10)$$

где $\delta_{\mu\nu}$ – дельта-символ Кронекера, а звездочка означает комплексное сопряжение. Как следует из (2), (8) – (10),

$$C_v = -\hat{P}(f)^0 \frac{\int_0^{\infty} dr r \exp(-r^2 w^{-2}) \int_0^{2\pi} d\varphi h_{vx}^*}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr r (\mathbf{e}_\nu \times \mathbf{h}_\nu^*)_z}. \quad (11)$$

Согласно (11), амплитуды C_v отличны от нуля только для тех мод волновода, у которых компонента поля h_{vx} является четной функцией x и y . Такие моды являются аналогами HE_{1m} мод круглого диэлектрического волновода. В разложении (8), (9) фигурируют только поля указанных мод, причем нумерация мод осуществляется в порядке убывания значений $\text{Re}\beta_v$.

Строгий расчет модовых характеристик рассматриваемых в настоящей статье однослойных и двухслойных волноводов с цилиндрической симметрией может быть выполнен методом, изложенным в [15].

При исследовании ТГц-импульсов в протяженных волноводах может выполняться неравенство $k_0 z \gg 1$. В этом случае численное интегрирование в (9) затруднено быстрыми осцилляциями подынтегральных функций. Избежать этой проблемы позволяет квадратная формула

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_v(r, \varphi, z, \tau) \\ \mathbf{H}_v(r, \varphi, z, \tau) \end{pmatrix} = 8\pi \text{Re} \sum_j C_v(f_j) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_v(r, \varphi, f_j) \\ \mathbf{h}_v(r, \varphi, f_j) \end{pmatrix} \times \frac{\sin(\pi \Delta f \alpha_{vj})}{\alpha_{vj}} \exp \left\{ 2\pi i f_j \left[\tau - (\beta_v(f_j) - 1) \frac{z}{c} \right] \right\}, \quad (12)$$

где $\alpha_{vj} = \tau + zc^{-1} - z\nu_{gv}^{-1}$, $t = t - zc^{-1}$, вещественная часть параметра $\nu_{gv} = c(\beta_v + f d\beta_v / df)_{f=f_j}^{-1}$ имеет смысл групповой скорости моды. Выражение (12) получено в результате разбиения эффективного промежутка интегрирования в (8) на элементарные интервалы протяженности Δf с центрами на частотах $f=f_j$ и аналитического интегрирования на этих интервалах быстро осциллирующей экспоненты. Применение (12) оправдано, если Δf удовлетворяет условию

$$\left| \Delta f^2 z c^{-1} (d\beta_v / df + 0,5 f d^2 \beta_v / df^2)_{f=f_j} \right| \ll 1.$$

Практический интерес представляет коэффициент передачи волноводом энергии ТГц-импульса. Определим этот коэффициент как отношение $\eta = WW_0^{-1}$, где W – энергия импульса, проходящая через поперечное сечение волновода с координатой z . В соответствии с (8) – (11)

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} r (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dr = \sum_{v=1}^m W_v, \quad (13)$$

где

$$W_v = 8\pi^2 A^2 \int_0^{\infty} df |C_v|^2 \exp(2k_0 z \text{Im}\beta_v) \times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} r \text{Re}(\mathbf{e}_v \times \mathbf{h}_v^*)_z dr -$$

энергия импульса v -й моды.

Рассмотрим особенности волноводной ТГц-спектроскопии воздуха. Стандартный вариант метода ТГц-спектроскопии воздуха имеет дело с импульсами, распространяющимися в однородном пространстве [16]. Здесь с помощью регулируемой линии задержки измеряются импульсы $E_y^0(\tau)$ и $E_y(\tau)$, прошедшие расстояние z между источником и приемником ТГц-поля через чистый сухой воздух и воздух с исследуемой примесью соответственно. Спектр коэффициента поглощения примеси $k(f)$ определяется по формуле [16]

$$k(f) = -(k_0 z)^{-1} \ln \left| \hat{E}_y(f) [\hat{E}_y^{(0)}(f)]^{-1} \right|, \quad (14)$$

где $\hat{E}_y(f)$ и $\hat{E}_y^{(0)}(f)$ – фурье-образы функций $E_y(\tau)$ и $E_y^{(0)}(\tau)$ соответственно. Одним из ограничивающих факторов при такой спектроскопии является значительная дифракционная расходимость широкополосного ТГц-излучения [16]. Аналогичный подход в случае использования волновода с поллой сердцевинной позволяет устранить эффект дифракционной расходимости и за счет этого существенно повысить отношение сигнал/шум [7]. Вместе с тем волноводная ТГц-спектроскопия также имеет ограничения.

Пусть $E_y(\tau)$ и $E_y^0(\tau)$ представляют собой импульсы компоненты напряжённости электрического поля на выходе волновода в центре его поллой сердцевинной (техника измерения таких импульсов в локальных областях сечения волноводов описана в [9]). Предположим также, что выполняется естественное условие $|\Delta n| \ll 1$, где $\Delta n = \text{Re}\Delta n - ik(f)$ – приращение показателя преломления сердцевинной волновода n , вызванное наличием примеси в сухом воздухе. В этом случае заметное изменение фурье-образа поля (8) будет связано только с экспоненциальными множителями в (9), содержащими большой параметр $k_0 z$. В главном приближении

$$\frac{\hat{E}_y(f)}{\hat{E}_y^{(0)}(f)} = \frac{\sum_{v=1}^m C_v e_{vy} \exp \left[-ik_0 \left(\beta_v + \frac{\partial \beta_v}{\partial n} \Delta n \right) z \right]}{\sum_{v=1}^m C_v e_{vy} \exp[-ik_0 \beta_v z]}, \quad (15)$$

где функции частоты $C_v(f)$, $e_{vy}(0, 0, f)$, $\beta_v(f)$, $\partial \beta_v(f) / \partial n$ вычисляются при $\Delta n = 0$. Заметим, что в соответствии с теорией возмущений [14] мнимая часть производной $\partial \beta_v(f) / \partial n$ пренебрежимо мала по сравнению с её вещественной частью (для исследованных ниже вол-

новодов модули этих величин отличаются на 4 – 6 порядков). Поэтому производные $\partial\beta_v/\partial n$ в (15) могут быть заменены на $\partial\text{Re}\beta_v/\partial n$.

В общем случае найти функцию $k(f)$ из уравнения (15) достаточно сложно. Ситуация упрощается, если на данной частоте при некотором номере μ

$$\exp(\text{Im}\beta_\mu k_0 z) \gg \exp(\text{Im}\beta_\nu k_0 z) \quad (\nu \neq \mu).$$

Тогда волновод может рассматриваться как одномодовый, и в соответствии с (15)

$$k(f) = - \left(k_0 z \frac{\partial \text{Re}\beta_\mu}{\partial n} \right)^{-1} \ln \left| \frac{\hat{E}_y(f)}{\hat{E}_y^{(0)}(f)} \right|. \quad (16)$$

Выражение (16) сохраняет силу и в случае многомодового волновода, если зависимостью производных $\partial\beta_\nu(f)/\partial n$ от номера моды можно пренебречь. Для рассматриваемых волноводов такая ситуация возникает, когда существенный вклад в суммы, входящие в (15), дают только моды, находящиеся в условиях, удаленных от критических, и $\partial\beta_\nu(f)/\partial n \approx 1$ (см. параграф 2).

2. Импульс в волноводах

Расчёты выполнены для волноводов типов 1 и 2 с серебряным покрытием и внутренним радиусом $B = 1,5$ мм. Экспериментальные образцы таких волноводов демонстрируют приемлемые гибкость и затухание ТГц-сигналов [4, 5, 7]. Для задания диэлектрической проницаемости покрытия ϵ_m использована дисперсионная модель Друде [17]:

$$\epsilon_m = 1 - \frac{\Omega_p^2}{F^2 + \Omega_i^2} - i \frac{\Omega_p^2 \Omega_i}{F(F^2 + \Omega_i^2)},$$

где $\Omega_p = 73381$, $\Omega_i = 147,376$, $F = 100f/3$, f берется в ТГц. Материалом диэлектрического слоя, отделяющего металлическое покрытие от полости сердцевины волновода, служит полипропилен с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_L = 2,229 - i 3,88 \cdot 10^{-3}$ [18]. Толщина слоя $d = 41,2$ мкм. Она найдена из (1) при $f = 1$ ТГц, $s = 1$, $l = 0$.

Поперечные сечения волноводов и нормированные интенсивности

$$\bar{S}_v = S_v S_{v\text{max}}^{-1}, \quad S_v = 0,5 \text{Re}(\mathbf{e}_v \times \mathbf{h}_v^*)_z$$

их мод, которые имеют минимальное по сравнению с другими модами затухание, приведены на рис. 2.

Дисперсионные свойства мод с указанной выше чётностью компонент h_{vx} представлены на рис. 3. Они соответствуют показателю преломления $n = 1$ и диапазону f , в котором $|\hat{P}(f)|$ заметно отличается от нуля (рис. 1б).

На рис. 3 функции $\text{Re}\beta_\nu(f)$ являются монотонно возрастающими. При уменьшении частоты графики этих функций вырождаются в вертикальные прямые линии, соответствующие критическим частотам. Данные частоты для мод волноводов типов 1 и 2 практически совпадают как между собой, так и с известными частотами отсечки круглого металлического волновода с идеально проводящими стенками [19].

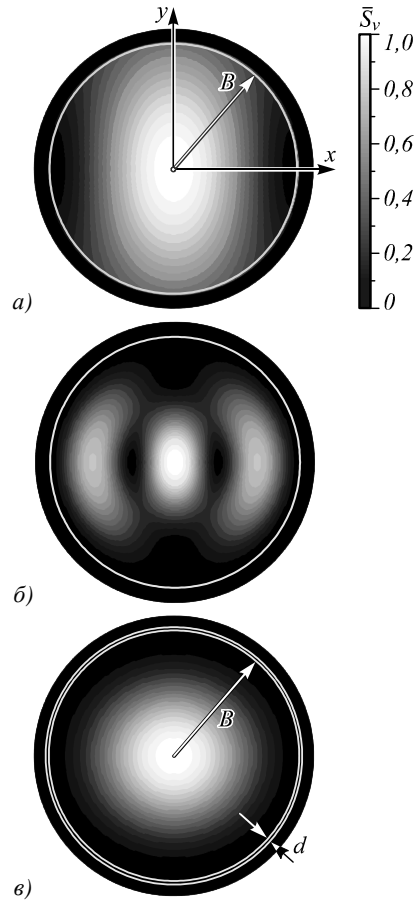


Рис. 2. Поперечные сечения волноводов типа 1 (а), (б), типа 2 (в) и распределения интенсивности их мод с номерами $\nu = 1$ (а), $\nu = 3$ (б), $\nu = 2$ (в) на частоте $f = 1$ ТГц

По мере приближения частоты к критическим значениям наблюдается резкий рост производных $\partial\text{Re}\beta_\nu(f)/\partial n$ и затухания мод. С ростом f для мод волновода типа 1 $\text{Re}\beta_\nu \rightarrow 1$, $\partial\text{Re}\beta_\nu(f)/\partial n \rightarrow 1$, $|\text{Im}\beta_\nu(f)| \rightarrow 0$, что объясняется улучшением локализации полей этих мод в полости сердцевине волновода. Для каждой из мод волновода типа 2 при достаточно больших частотах выполняется неравенство $\text{Re}\beta_\nu > 1$. В этом случае поле моды локализовано в основном в диэлектрическом слое и слабо взаимодействует с сердцевинной волновода. С этим связаны неравенства $\partial\text{Re}\beta_\nu(f)/\partial n < 1$ при $\text{Re}\beta_\nu(f) < 1$ (рис. 3б) и немонотонный характер зависимостей $1' - 4'$ на рис. 3в. Для мод волновода типа 2 с номером $\nu > 1$ существует протяжённый интервал частоты, на котором $\text{Re}\beta_\nu(f) \approx 1$, $\partial\text{Re}\beta_\nu(f)/\partial n \approx 1$ (рис. 3б). В частности, эти равенства имеют место в окрестностях минимумов функций $|\text{Im}\beta_\nu(f)|$, соответствующих $\nu = 2$ и $\nu = 3$ (рис. 3в). Здесь поля мод с указанными номерами подобны полю основной моды HE_{11} круглого диэлектрического волновода (рис. 2в). Затухание этих мод существенно ниже затухания остальных мод, что позволяет рассматривать волновод типа 2 в указанных областях частот как квазиедномодовый. Заметим, что минимумы затухания мод 1 и 2 наблюдаются на частотах, заметно превышающих корни приближённого уравнения (1) (рис. 3в).

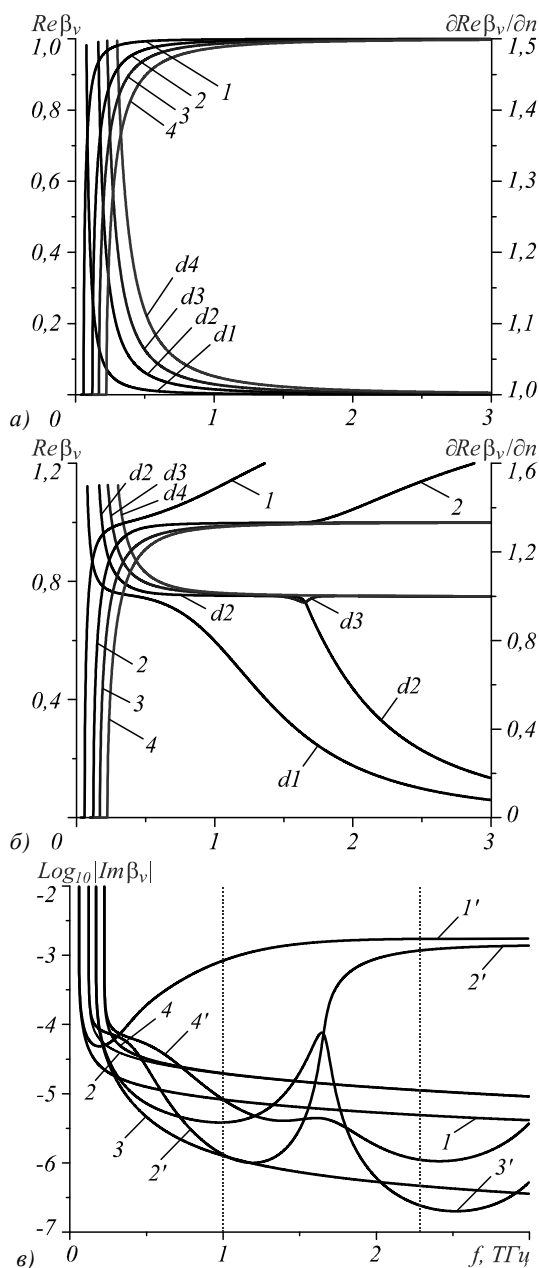


Рис. 3. Дисперсионные характеристики волновода типа 1 (а), типа 2 (б) и волноводов обоих типов (в, 1–4 – волновод типа 1; 1'–4' – волновод типа 2). Кривые d1–d4 – зависимости $\partial Re\beta_v(f)/\partial n$. В обозначениях кривых v, v', dv $v = 1, \dots, 4$ – номер моды. Вертикальные штриховые линии – решения уравнения (1) при $l = 0$ и $l = 1$

Рис. 4 иллюстрирует энергетические характеристики волноводов, рассчитанные при $m \geq 8, n = 1$.

Существование оптимальных значений w , соответствующих максимумам η на рис. 4, объясняется двумя конкурирующими процессами: уменьшением модулей амплитуд мод (11) при уменьшении w и уменьшением доли энергии импульса (2), попадающей в полую сердцевину волновода при увеличении w . Оптимальные значения w , соответствующие им значения η , а также относительные энергии импульсов мод, дающих основной вклад в суммарную энергию импульса (13), приведены в табл. 1 и 2.

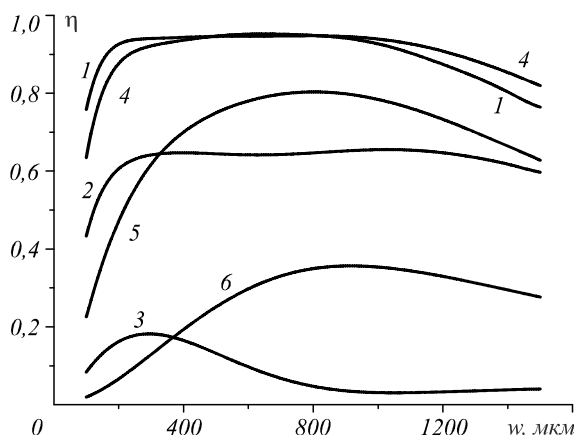


Рис. 4. Коэффициент передачи энергии импульса (2) волноводами типа 1 (кривые 1, 2, 3) и типа 2 (4, 5, 6) в зависимости от радиуса возбуждающего Гауссова пучка при $z = 0,1$ м (1, 4), 1 м (2, 5), 10 м (3, 6)

Табл. 1. Оптимальные условия возбуждения волновода типа 1

| $z, \text{ м}$ | $w_{opt}, \text{ мкм}$ | η_{max} | W_1 / W | W_3 / W |
|----------------|------------------------|--------------|-----------|-----------|
| 0,1 | 793 | 0,948 | 0,729 | 0,041 |
| 1 | 1024 | 0,655 | 0,898 | 0,004 |
| 10 | 296 | 0,182 | 0,029 | 0,581 |

Табл. 2. Оптимальные условия возбуждения волновода типа 2

| $z, \text{ м}$ | $w_{opt}, \text{ мкм}$ | η_{max} | W_2 / W | W_3 / W |
|----------------|------------------------|--------------|-----------|-----------|
| 0,1 | 646 | 0,952 | 0,750 | 0,125 |
| 1 | 800 | 0,803 | 0,889 | 0,079 |
| 10 | 919 | 0,357 | 0,940 | 0,059 |

Согласно рис.4, коэффициент η убывает при увеличении z , что объясняется затуханием мод. Как следует из рис. 4 и табл. 1, 2, оптимальные условия возбуждения волноводов зависят от z . Это, а также то, что максимальные значения W_v / W заметно отличаются от 1, объясняется тем, что в волноводах распространяются импульсы нескольких мод, испытывающих различное затухание. В частности, в волноводе типа 1 при $z = 0,1$ м и $z = 1$ м основной вклад в энергию суммарного импульса дает мода 1, поле которой лучше согласуется с радиально-симметричным полем Гауссова пучка, чем поле моды 3 (рис. 2а, б). В то же время при увеличении z до 10 м в волноводе типа 1 превалирует импульс моды 3, которая испытывает гораздо меньшее затухание в полосе частот входного импульса по сравнению с модой 1 (рис. 1б, 3в). В волноводе типа 2 основной вклад в суммарную энергию импульса при всех рассмотренных z дает мода 2, которая испытывает минимальное затухание в полосе частот входного импульса (рис. 1б, 3в) и имеет распределение поля, подобное Гауссову (рис. 2в).

В целом, согласно рис. 4 и табл. 1 и 2, волновод типа 2 обеспечивает более высокий коэффициент передачи энергии импульса по сравнению с волноводом типа 1.

Кривые 1–5 на рис. 1, рассчитанные при $z = +0$ и значениях $w = 1024$ мкм для волновода типа 1, и $w = 800$ мкм для волновода типа 2, выбранных в соответствии с табл. 1, 2, иллюстрируют внутреннюю сходимость принятой расчётной схемы. Здесь, в соответствии с (8), (9):

$$E_y A^{-1} = \sum_{v=1}^m E_{vy}(0,0,0,t), \hat{E}_y A^{-1} = \sum_{v=1}^m C_v(f) e_{vy}(0,0,f).$$

Как следует из рис. 1, практически точное представление поля импульса в волноводе в виде суммы полей импульсов мод и фурье-образа поля импульса в виде суммы фурье-образов полей импульсов мод достигается при выборе $m \geq 8$.

На рис. 5 приведены импульсы компоненты поля E_y в волноводах типов 1 и 2 и в свободном пространстве при $r=0, z=1$ м. Вычисления выполнены на основании квадратурной формулы (12) при выборе эффективного диапазона интегрирования в (9) $4 \text{ ТГц} \geq f \geq 0 \text{ ТГц}$ (рис. 1б). Результаты, устойчивые относительно задания частотного шага Δf , получены при $\Delta f \leq 0,01 \text{ ТГц}$. Поля импульсов в свободном пространстве рассчитаны по формуле (6).

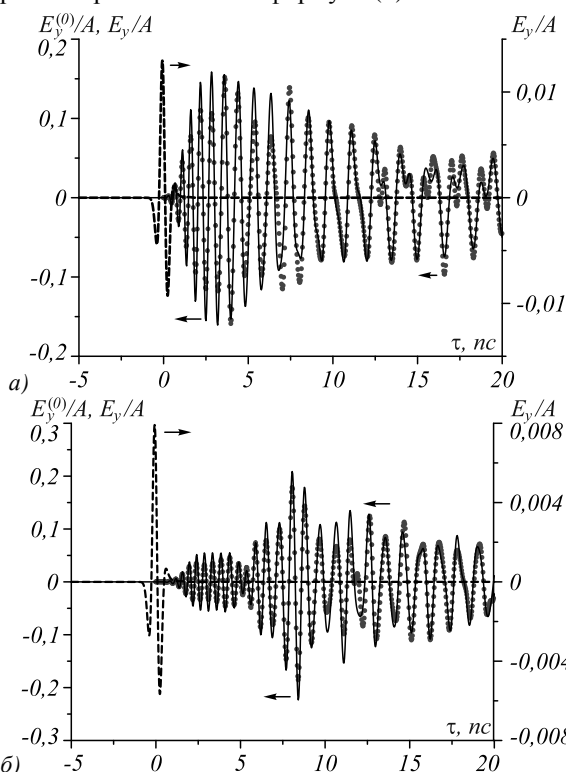


Рис. 5. Импульсы при $w = 1024 \text{ мкм}$ (а, волновод типа 1) и $w = 800 \text{ мкм}$ (б, волновод типа 2). Сплошные кривые соответствуют сухому воздуху ($n = 1$), дискретные точки – влажному воздуху. Штриховые кривые – импульсы в свободном пространстве с $n = 1$

Заметим, что форма импульса на выходе волновода типа 1 (рис. 5а) качественно согласуется с экспериментальными данными, приведенными в [7].

Согласно рис. 5, несмотря на дисперсионное расплывание импульсов в волноводах, амплитуда их колебаний значительно превосходит амплитуду колебаний импульсов в свободном пространстве, где дисперсионное уширение отсутствует. Этот результат является следствием дифракционной расходимости импульсов в свободном пространстве. Данная расходимость уменьшается с ростом радиуса пучка, что объясняет более значительную амплитуду колебаний

импульса в свободном пространстве на рис. 5а по сравнению с рис. 5б.

На рис. 5б можно отметить разделение импульса на два. Левый импульс с более высокочастотным заполнением сформирован гармониками с частотами, находящимися в окрестности правого минимума зависимости $3'$, а правый соответствует окрестности минимума зависимости $2'$ на рис. 3в.

3. Волноводная ТГц-спектроскопия

Дискретными точками на рис. 5 представлены импульсы, соответствующие заполнению сердцевин волновода влажным воздухом. Для задания Δn использована модель Друде–Лоренца

$$\Delta n = \sum_{j=1}^{29} a_j [b_j (f_j^2 - f^2) + i f b_j^2]^{-1}, \tag{17}$$

где f берется в ТГц, а параметры a_j, b_j, f_j определены путем интерполяции экспериментальных данных для спектра $k(f) = -\text{Im} \Delta n(f)$, измеренного в лабораторных условиях в диапазоне частот $0,24 \text{ ТГц} - 2,6 \text{ ТГц}$ в [20]. Значения a_j, b_j, f_j , существенные для диапазона $1,5 \text{ ТГц} \geq f \geq 0,5 \text{ ТГц}$ приведены в табл. 3.

Табл. 3. Константы модели (17)

| j | $a_j \cdot 10^9, \text{ ТГц}^3$ | $b_j \cdot 10^3, \text{ ТГц}$ | $f_j, \text{ ТГц}$ |
|-----|---------------------------------|-------------------------------|--------------------|
| 2 | 3,33 | 9,98 | 0,557 |
| 3 | 2,42 | 9,98 | 0,752 |
| 4 | 1,91 | 9,98 | 0,988 |
| 5 | 8,42 | 9,98 | 1,096 |
| 6 | 3,07 | 9,98 | 1,112 |
| 7 | 7,19 | 8,14 | 1,162 |
| 8 | 3,12 | 9,38 | 1,206 |
| 9 | 3,16 | 9,98 | 1,228 |
| 10 | 4,97 | 7,62 | 1,411 |

Для моделирования метода волноводной ТГц-спектроскопии использовано выражение (14), где

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_y(f) \\ \hat{E}_y^{(0)}(f) \end{pmatrix} = \int_{\tau_f}^{\tau_f} \begin{pmatrix} E_y(0,0,z,\tau) \\ E_y^{(0)}(0,0,z,\tau) \end{pmatrix} \exp(-i2\pi f \tau) d\tau, \tag{18}$$

импульсы $E_y(0,0,z,\tau)$ и $E_y^{(0)}(0,0,z,\tau)$ соответствуют показателям преломления сердцевины волновода $n = 1 + \Delta n$ и $n = 1$. Расчёт этих импульсов при $z = 1 \text{ м}$, $\tau_f = -5 \text{ пс}$, $\tau_f = 200 \text{ пс}$ выполнен по схеме, описанной в предыдущем параграфе. Для имитации измерительных погрешностей к значениям E_y и $E_y^{(0)}$, рассчитанным при шаге τ , равном $0,03 \text{ пс}$, добавлялись смещения, полученные нормальным генератором случайных чисел с дисперсией, соответствующей отношению сигнал/шум = 1000. Численное интегрирование в (18) выполнено методом трапеций.

Результаты восстановления функции $k(f)$ в диапазоне $1,5 \text{ ТГц} \geq f \geq 0,5 \text{ ТГц}$ приведены на рис. 6.

Рассмотрение рис. 6 позволяет заключить, что метод волноводной ТГц-спектроскопии в целом пригоден для восстановления спектра поглощения примесного компонента.

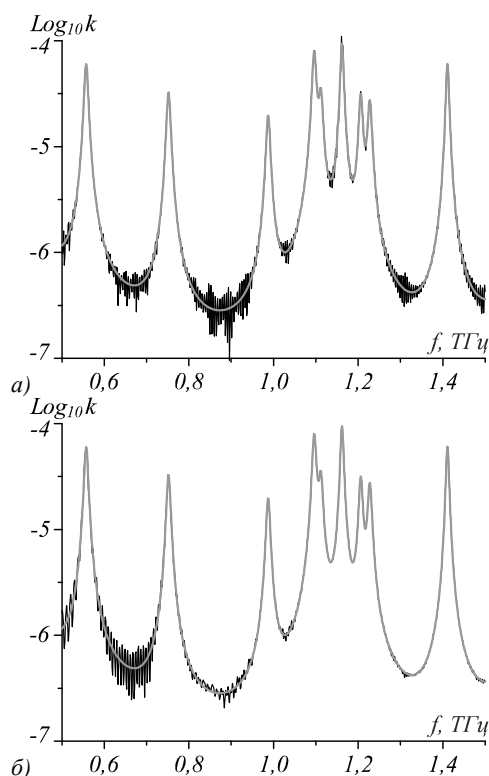


Рис. 6. Восстановление спектра коэффициента поглощения водяного пара методом ТГц-спектроскопии при использовании волноводов типа 1 (а) и типа 2 (б). Серая кривая – точная функция $k(f)$, черные колеблющиеся кривые – её восстановление на основании (14)

Колебания восстановленных функций объясняются неполным совпадением производных $\partial \beta_\nu / \partial n$ при различных ν в (16) и отклонением этих производных от 1. Согласно рис. 3а, б данные расхождения сильнее выражены для мод волновода 1, с чем связана более низкая точность восстановления $k(f)$ на рис. 6а по сравнению с рис. 6б. Для количественной иллюстрации этого факта мы рассчитали среднеквадратичное расхождение $\sigma(k)$ между точной и восстановленной функциями $k(f)$. Рис. 6а соответствует $\sigma(k) = 1,14 \cdot 10^{-6}$, а рис. 6б – $\sigma(k) = 3,99 \cdot 10^{-7}$.

Заметим, что увеличение точности восстановления $k(f)$ с ростом частоты для волновода типа 2 связано с отмечавшимся выше квазиодномодовым режимом его работы при $f > 0,8$ ТГц (рис. 3в).

Заключение

Разработана техника расчёта широкополосных ТГц-импульсов в протяжённых волноводах, в которой поле импульса представляется в виде суперпозиции импульсов полей отдельных волноводных мод, найденных интегрированием монохроматических компонент. Исследованы капиллярные волноводы с металлизацией внешней границы, обладающие цилиндрической симметрией. Рассмотрены два типа волноводов: полые волноводы и волноводы, поля сердцевина которых отделена от металла диэлектрическим слоем. Для волноводов с диаметром сечения 3 мм, серебряным покрытием и полипропиленовым

диэлектрическим слоем определены оптимальные радиусы Гауссова пучка, задающего пространственное распределение возбуждающего волновода импульса, при которых коэффициенты передачи энергии импульса достигают максимумов, и на примере восстановления спектра поглощения водяного пара оценены возможности терагерцовой спектроскопии воздуха, находящегося в полых сердцевинах волноводов. Волновод с диэлектрическим слоем оказался более эффективным для рассмотренных применений ввиду квазиодномодового режима его работы.

Благодарности

Авторы благодарны М.М. Назарову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант Ф16Р-138).

Литература

1. **Atakaramians, Sh.** Terahertz dielectric waveguides / Sh. Atakaramians, Sh.V. Afshar, T.M. Monro, D. Abbott // *Advances in Optics and Photonics*. – 2013. – Vol. 5, Issue 2. – P. 169-215. – DOI: 10.1364/AOP.5.000169.
2. **Barh, A.** Specialty fibers for terahertz generation and transmission: A review / A. Barh, G.P. Agrawal, B.P. Pal, R.K. Varshney, B.M.A. Rahman // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. – 2016. – Vol. 22, Issue 2. – P. 1-14. – DOI: 10.1109/JSTQE.2015.2494537.
3. **Агафонов, А.Н.** Управление поперечно-модовым составом терагерцового излучения с помощью элементов би-нарной кремниевой оптики / А.Н. Агафонов, Б.О. Володкин, С.Г. Волотовский, А.К. Кавеев, Б.А. Князев, Г.И. Кропотов, В.С. Павельев, К.Н. Тукмаков, Ю.Ю. Чопорова // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 763-769.
4. **Harrington, J.A.** Hollow polycarbonate waveguides with inner Cu coatings for delivery of terahertz radiation / J.A. Harrington, R. George, P. Pedersen, E. Mueller // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 12, Issue 21. – P. 5263-5268. – DOI: 10.1364/OPEX.12.005263.
5. **Matsuura, Y.** Hollow optical fibers loaded with an inner dielectric film for terahertz broadband spectroscopy / Y. Matsuura, E. Takeda // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2008. – Vol. 25, Issue 12. – P. 1949-1954. – DOI: 10.1364/JOSAB.25.001949.
6. **Navarro-Cia, M.** Terahertz wave transmission in flexible polystyrene-lined hollow metallic waveguides for the 2.5-5 THz band / M. Navarro-Cia, M.S. Vitiello, C.M. Bledt, J.E. Melzer, J.A. Harrington, O. Mitrofanov // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21, Issue 20. – P. 23748-23755. – DOI: 10.1364/OE.21.023748.
7. **Ito, K.** Analysis of transmission properties of terahertz hollow-core optical fiber by using time-domain spectroscopy and application for remote spectroscopy / K. Ito, T. Katagiri, Y. Matsuura // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2017. – Vol. 34, Issue 1. – P. 60-65. – DOI: 10.1364/JOSAB.34.000060.
8. **Miyagi, M.** Design theory of dielectric-coated circular metallic waveguides for infrared transmission / M. Miyagi, S. Kawakami // *Journal of Lightwave Technology*. – 1984. – Vol. 2, Issue 2. – P. 116-126. – DOI: 10.1109/JLT.1984.1073590.
9. **Mitrofanov, O.** Terahertz waveguides with low transmission losses: Characterization and applications / O. Mitrofanov, M. Navarro-Cia, M.S. Vitiello, J.E. Melzer, J.A. Harrington // *Proceedings of SPIE*. – 2014. – Vol. 9199. – 91990I (8 p.). – DOI: 10.1117/12.2062758.

10. **Auston, D.H.** Cherenkov radiation from femtosecond optical pulses in electro-optic media / D.H. Auston, K.P. Cheung, J.A. Valdmanis, D.A. Kleinman // *Physical Review Letters*. – 1984. – Vol. 53, Issue 16. – P. 1555-1558. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.53.1555.
11. Справочник по специальным функциям: справочник / М. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука. 1979. – 830 с.
12. **Jepsen, P.U.** Generation and detection of terahertz pulses from biased semiconductor antennas / P.U. Jepsen, R.H. Jacobsen, S.R. Keiding // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1996. – Vol. 13, Issue 11. – P. 2424-2436. – DOI: 10.1364/JOSAB.13.002424.
13. **Сотский, А.Б.** Дифракция светового пучка на микроструктурном волокне / А.Б. Сотский, О.А. Бельская, Л.И. Сотская // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 11-19.
14. **Снайдер, А.** Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Дж. Лав; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 656 с.
15. **Унгер, Х.Г.** Плоские и волоконные оптические волноводы / Х.Г. Унгер; пер. с англ., под ред. В.В. Шевченко. – М.: Мир, 1980. – 656 с.
16. **Dexheimer, S.L.** Terahertz spectroscopy: principles and applications / S.L. Dexheimer. – New York: CRS Press, 2007. – 360 p. – ISBN: 978-0-849375255.
17. **Ordal, M.A.** Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared / M.A. Ordal, L.L. Long, R.J. Bell, S.E. Bell, R.R. Bell, R.W. Alexander, C.A. Ward // *Applied Optics*. – 1983. – Vol. 22, Issue 7. – P. 1099-1120. – DOI: 10.1364/AO.22.001099.
18. **Nazarov, M.M.** Investigations of capillary polymer terahertz fibers / M.M. Nazarov, M.S. Kitai, V.I. Sokolov, K.A. Bzheumihov, Z.Ch. Margushev, A.B. Sotsky, A.V. Shilov, L.I. Sotskaya, A.M. Goncharenko, G.V. Sinitsyn // In book: *Proceedings of the XXI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO 2016)*, Minsk, Belarus, Sep. 26-30, 2016. – 2016.
19. *Электромагнитные волны* / Л.А. Вайнштейн. – Изд. 2-е, испр. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
20. **Cheville, R.A.** Far-infrared terahertz time-domain spectroscopy of flames / R.A. Cheville, D. Grischkowsky // *Optics Letters*. – Vol. 20, Issue 15. – 1995. – P. 1646-1648. – DOI: 10.1364/OL.20.001646.

Сведения об авторах

Сотский Александр Борисович, 1953 года рождения. В 1976 году окончил Белорусский государственный университет. Доктор физико-математических наук (2002 г.), профессор, работает профессором кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова. Область научных интересов: дифракционная оптика, интегральная и волоконная оптика, обратные оптические задачи. E-mail: ab_sotsky@mail.ru.

Шилов Артур Владимирович, родился в 1993 году. В 2015 году окончил Могилёвский государственный университет имени А.А. Кулешова. Магистр физико-математических наук (2016), аспирант кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета имени А.А. Кулешова. Область научных интересов: дифракционная оптика, интегральная и волоконная оптика, субинфракрасная спектроскопия, эллипсометрия. E-mail: undersv@yandex.ru.

Сотская Людмила Ивановна. Кандидат физико-математических наук, доцент, работает доцентом кафедры высшей математики Белорусско-Российского университета (г. Могилев). Область научных интересов: моделирование характеристик оптических волноводных элементов. E-mail: li_sotskaya@tut.by.

ГРНТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 17 июня 2017г. Окончательный вариант – 21 июля 2017 г.

PROPAGATION OF TERAHERTZ PULSES IN CAPILLARY WAVEGUIDES WITH A METALIZED CLADDING

A.B. Sotsky¹, A.V. Shilov¹, L.I. Sotskaya²

¹Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev, Belorussia,

²Belarusian-Russian University, Mogilev, Belorussia

Abstract

Relations are obtained that make it possible to compute the field of the wide-band terahertz pulse in capillary waveguides with a hollow core and a metalized cladding. From the standpoints of maximization of the pulse energy transfer coefficient and time-domain spectroscopy of air, two types of waveguides are investigated: hollow waveguides with a metalized cladding and dielectric-lined waveguides whose hollow core is separated from the metal by a dielectric layer. It is shown that the efficiency of the waveguides of the second type is higher due to their quasi-single-mode operation.

Keywords: terahertz pulse, terahertz spectroscopy, hollow core waveguide.

Citation: Sotsky AB, Shilov AV, Sotskaya LI. Propagation of terahertz pulses in capillary waveguides with a metalized cladding. *Computer Optics* 2017; 41(6): 803-811. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-803-811.

Acknowledgements: The authors are grateful to M.M. Nazarov for fruitful discussions. The work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Basic Research (grant F15R-138).

References

- [1] Atakaramians Sh, Afshar ShV, Monro TM, Abbott D. Terahertz dielectric waveguides. *Advances in Optics and Photonics* 2013; 5(2): 169-215. DOI: 10.1364/AOP.5.000169.
- [2] Barh A, Agrawal GP, Pal BP, Varshney RK, Rahman BMA. Specialty fibers for terahertz generation and transmission: A review. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 2016; 22(2): 1-14. DOI: 10.1109/JSTQE.2015.2494537.
- [3] Agafonov AN, Volodkin BO, Kaveev AK, Knyazev BA, Kropotov GI, Pavelyev VS, Tukmakov KN, Choporova YuYu. Control of transverse modal spectrum of terahertz laser irradiation by binary silicon optical elements [In Russian]. *Computer Optics* 2014; 38(4): 763-769.
- [4] Harrington JA, George R, Pedersen P, Mueller E. Hollow polycarbonate waveguides with inner Cu coatings for delivery of terahertz radiation. *Optics Express* 2004; 12(21): 5263-5268. DOI: 10.1364/OPEX.12.005263.
- [5] Matsuura Y, Takeda E. Hollow optical fibers loaded with an inner dielectric film for terahertz broadband spectroscopy. *JOSA B* 2008; 25(12): 1949-1954. DOI: 10.1364/JOSAB.25.001949.
- [6] Navarro-Cia M, Vitiello MS, Bledt CM, Melzer JE, Harrington JA, Mitrofanov O. Terahertz wave transmission in flexible poly-styrene-lined hollow metallic waveguides for the 2.5-5 THz band. *Optics Express* 2013; 21(20): 23748-23755. DOI: 10.1364/OE.21.023748.
- [7] Ito K, Katagiri T, Matsuura Y. Analysis of transmission properties of terahertz hollow-core optical fiber by using time-domain spectroscopy and application for remote spectroscopy. *JOSA B* 2017; 34(1): 60-65. DOI: 10.1364/JOSAB.34.000060.
- [8] Miyagi M, Kawakami S. Design theory of dielectric-coated circular metallic waveguides for infrared transmission. *J Lightw Technol* 1984; 2(2): 116-126. DOI: 10.1109/JLT.1984.1073590.
- [9] Mitrofanov O, Navarro-Cia M, Vitiello MS, Melzer JE, Harrington JA. Terahertz waveguides with low transmission losses: Characterization and applications. *Proc SPIE* 2014; 9199; 91990I. DOI: 10.1117/12.2062758.
- [10] Auston DH, Cheung KP, Valdmanis JA, Kleinman DA. Cherenkov radiation from femtosecond optical pulses in electro-optic media. *Phys Rev Lett* 1984; 53(16): 1555-1558. DOI: 10.1103/PhysRevLett.53.1555.
- [11] Abramovits M, Stegun IA, eds. *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*. National Bureau of Standards; 1964.
- [12] Jepsen PU, Jacobsen RH, Keiding SR. Generation and detection of terahertz pulses from biased semiconductor antennas. *JOSA B* 1996; 13(11): 2424-2436. DOI: 10.1364/JOSAB.13.002424.
- [13] Sotsky AB, Belskaya OA, Sotskaya LI. Diffraction of light beam on microstructured fiber. *Computer Optics* 2014; 38(1); 11-19.
- [14] Snyder AW, Love JD. *Optical waveguide theory*. New York: Chapman and Hall Publishers; 1983. ISBN: 0-412-09950-0.
- [15] Unger HG. *Planar optical waveguides and fibers*. Oxford: Clarendon Press Inc; 1977.
- [16] Dexheimer SL. *Terahertz spectroscopy: principles and applications*. New York: CRS Press; 2007. ISBN: 978-0-849375255.
- [17] Ordal MA, Long LL, Bell RJ, Bell SE, Bell RR, Alexander RW, Ward CA. Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared. *Appl Opt* 1983; 22(7): 1099-1120. DOI: 10.1364/AO.22.001099.
- [18] Nazarov MM, Kitai MS, Sokolov VI, Bzheumihov KA, Margushev ZCh, Sotsky AB, Shilov AV, Sotskaya LI, Goncharenko AM, Sinitsyn GV. Investigations of capillary polymer terahertz fibers. In: *Proc XXI Int Conf Coherent Nonlinear Optics (ICONO 2016)*; 2016.
- [19] Weinstein LA. *Electromagnetic waves*. University Reprints, Science Department; 2012.
- [20] Chevillon RA, Grischkowsky D. Far-infrared terahertz time-domain spectroscopy of flames. *Opt Lett* 1995; 20(15): 1646-1648. DOI: 10.1364/OL.20.001646.

Authors' information

Alexandr Borisovich Sotsky (b. 1953). In 1976 graduated from Belarusian State University. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (2002), professor, a professor of Experimental and Theoretical Physics department in Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: diffractive optics, integrated and fiber optics, optical inverse problems. E-mail: ab_sotsky@mail.ru.

Artur Vladimirovitch Shilov (b. 1993). In 2015 graduated from Mogilev State Kuleshov University. He received his Master of Physical and Mathematical Sciences in Mogilev State A. Kuleshov University in 2016. Since 2016 he is PhD student of Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: diffractive optics, integrated and fiber optics, sub-infrared spectroscopy, ellipsometry. E-mail: undersv@yandex.ru.

Luidmila Ivanovna Sotskaya. PhD, docent, docent of Mathematics department in State Institution of Higher Professional Education "Belarusian-Russian University". Research interests: modeling of optical waveguide elements. E-mail: li_sotskaya@tut.by.

Received June 17, 2017. The final version – July 21, 2017.