

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Техносферная безопасность и производственный дизайн»

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ИНЖЕНЕРНАЯ И МАШИННАЯ ГРАФИКА

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальностей  
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»  
и 1-70 03 01 «Автомобильные дороги»  
очной и заочной форм обучения*



Могилев 2023

УДК 004:621.865.8  
ББК 32.973:32.816  
Н75

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Техносферная безопасность и производственный дизайн» «28» марта 2023 г., протокол № 8

Составители: ст. преподаватель И. В. Войцехович;  
ст. преподаватель Ю. А. Гуца

Рецензент канд. техн. наук, доц. Д. М. Свирепа

Методические рекомендации предназначены для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» и 1-70 03 01 «Автомобильные дороги» и являются практическим руководством для самостоятельной работы при выполнении индивидуальных заданий и подготовке к экзамену. Приведены образцы выполнения листов, сформулированы требования к оформлению чертежей.

Учебное издание

## НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ИНЖЕНЕРНАЯ И МАШИННАЯ ГРАФИКА

Ответственный за выпуск	А. В. Щур
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2023

## Содержание

Введение.....	4
1 Стандарты оформления чертежей. Геометрические построения.....	5
2 Ортогональные проекции. Прямая. Плоскость.....	9
3 Поверхности. Пересечение прямой с поверхностью. Сечение поверхности плоскостью.....	15
4 Взаимное пересечение геометрических фигур, если одна из фигур занимает проецирующее положение .....	17
5 Взаимное пересечение геометрических фигур. Метод секущих плоскостей .....	20
6 Взаимное пересечение геометрических фигур. Метод концентрических сфер.....	22
7 Способы преобразования проекций. Метод замены плоскостей проекций .....	27
8 Способы преобразования проекций. Вращение вокруг линий уровня. Решение комплексных метрических задач на сечение комбинированной поверхности плоскостью общего положения .....	31
9 Проекция с числовыми отметками. Привязка земляного сооружения к топографической поверхности .....	36
10 Перспектива .....	41
11 Тени .....	45
Список литературы .....	46

## Введение

Целью изучения дисциплины «Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика» является развитие пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм на основе графических моделей, практически реализуемых в виде чертежей конкретных пространственных объектов. Знание общих методов построения и чтения чертежей, решение большого числа разнообразных инженерно-геометрических задач, возникающих в процессе проектирования, конструирования и эксплуатации различных строительных объектов – зданий и сооружений, строительных и инженерных конструкций. Знание стандартов единой системы конструкторской документации (ЕСКД) и системы проектной документации для строительства (СПДС).

Предметом начертательной геометрии является изложение и обоснование способов построения изображений пространственных форм на плоскости, а также решение задач геометрического характера по заданным изображениям этих форм.

Все задачи, связанные с построением чертежей, разбиваются на прямые и обратные. Прямая задача начертательной геометрии изучение методики построения проекционных чертежей пространственных объектов. Обратная ее задача изучение методики чтения чертежей или мысленного восстановления пространственных объектов по их чертежам.

В методических рекомендациях для практических занятий изложены основы дисциплины, необходимые для решения практических задач и выполнения индивидуальных графических заданий по пройденным темам. Приведены образцы выполнения и оформления листов индивидуальных заданий.

Методические рекомендации по дисциплине «Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика» подготовлены на основе действующих стандартов и отвечают требованиям учебного процесса.

## 1 Стандарты оформления чертежей. Геометрические построения

При выполнении чертежей руководствуются государственными стандартами – ГОСТами. Все стандарты объединены в ЕСКД – единую систему конструкторской документации. Это комплекс стандартов, устанавливающих для всех отраслей промышленности и строительства единые правила по разработке, оформлению и обращению конструкторской документации. Соответствующие ГОСТы определяют размеры форматов, форму основных надписей, масштабы, шрифты и типы линий, используемые на чертежах, правила нанесения размеров, графические обозначения материалов.

Детали, у которых имеются элементы в виде наклоненных друг к другу плоскостей распространены в строительстве и машиностроении. Наличие уклона обусловлено технологией изготовления деталей и конструктивными решениями по повышению прочности, поэтому уклон имеет стандартную величину (рисунок 1.1).

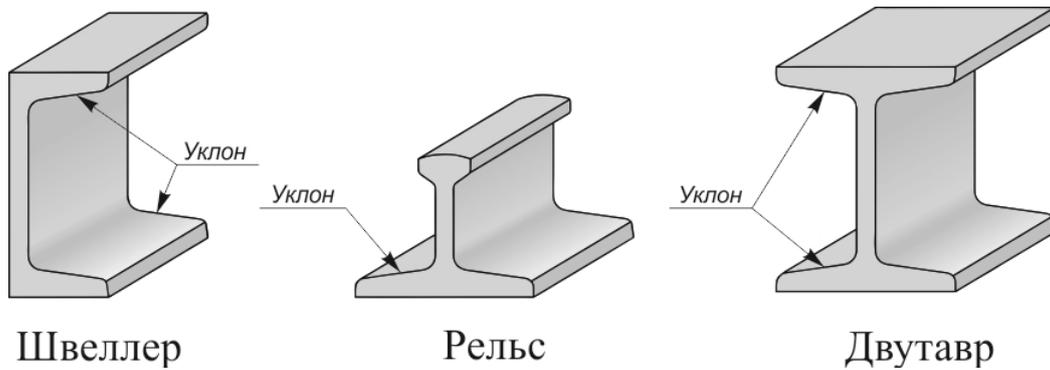


Рисунок 1.1 – Стальной фасонный прокат для металлоконструкций

Уклон – это величина, характеризующая наклон одной линии по отношению к другой, она равна тангенсу угла между линиями и может быть выражена простой дробью или в процентах. Уклоном  $i$  отрезка прямой  $AB$  относительно прямой  $AC$  называется отношение катетов прямоугольного треугольника  $ABC$ . Это отношение превышения прямой  $h$  к длине ее горизонтального заложения  $L$  (рисунок 1.2).

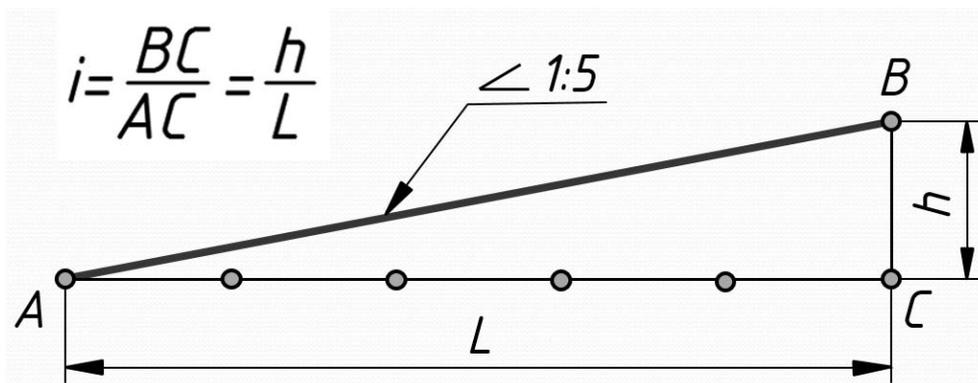


Рисунок 1.2 – Образование уклона двух прямых

Для обозначения величины уклона на чертежах от наклонного участка проводят линию-выноску со стрелкой, а на ее горизонтальной полке помещают знак « $\sphericalangle$ » или знак « $\sphericalangle$ », рядом с которым записывают величину уклона. Острый угол знака уклона должен быть направлен в сторону понижения прямой (рисунок 1.3).

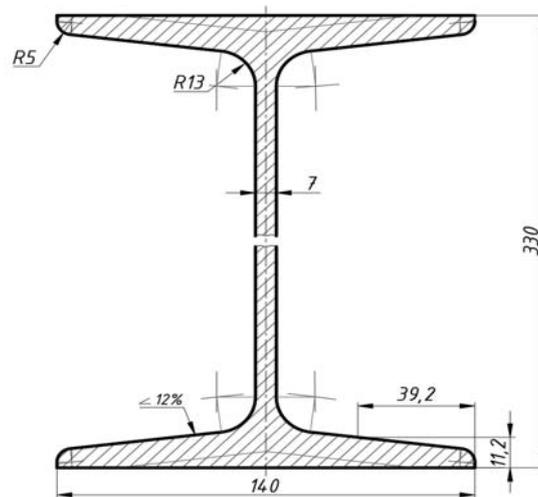


Рисунок 1.3 – Пример построения двутавра

При вычерчивании деталей с контурами, состоящими из прямых линий и дуг окружностей, с плавными переходами линий, применяют сопряжения. Сопряжением называют плавный переход одной линии в другую. Чтобы построить сопряжение, нужно найти центр сопрягающей дуги и определить точки сопряжения или касания. Точки сопряжения – это общие точки для сопрягаемых линий, точки их перехода.

Построение сопряжения двух прямых дугой заданного радиуса сводится к нахождению центра дуги. Для этого необходимо на расстоянии  $R$  возле каждой прямой провести параллельные прямые. Они пересекутся в точке  $O$ , которая и будет искомым центром. Далее из точки  $O$  опускают перпендикуляры на исходные прямые для нахождения начала  $A$  и конца  $B$  сопряжения. В завершение между ними проводят дугу заданного радиуса (рисунок 1.4). Аналогично выполняют построение сопряжений для прямых, находящихся под острым, прямым и тупым углом друг к другу.

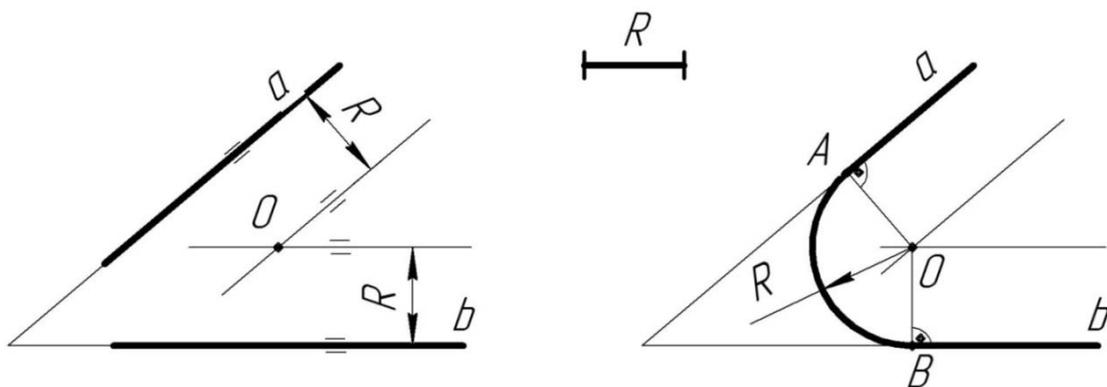


Рисунок 1.4 – Построение сопряжения двух прямых дугой заданного радиуса

Сопряжение прямой линии и окружности может быть внешним и внутренним. Для внешнего сопряжения центр дуги находится на равном расстоянии от окружности и прямой, а именно в точке пересечения вспомогательной параллельной прямой, которая расположена от заданной на расстоянии  $R$ , и от дуги окружности радиусом  $R_1 + R$ , центр которой совпадает с центром заданной окружности. После нахождения центра сопряжения следует определить точки касания, для чего из центра  $O$  опускают на исходную прямую перпендикуляр и находят точку  $B$ . Затем, соединив центр окружности  $O_1$  с центром  $O$  прямой, устанавливают точку  $A$ . Завершают построение проведением между  $A$  и  $B$  дуги радиусом  $R$  (рисунок 1.5).

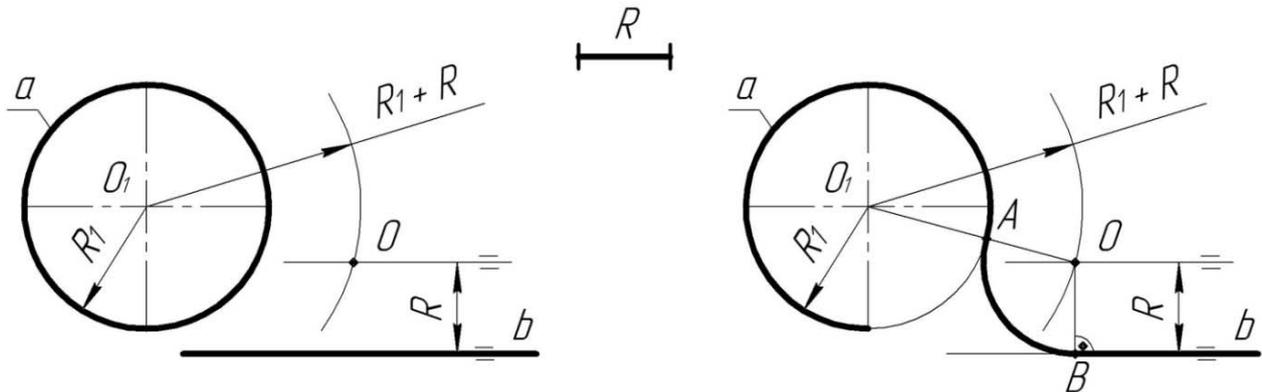


Рисунок 1.5 – Построение внешнего сопряжения прямой и окружности

Сопряжение двух окружностей также бывает внешним и внутренним, оно сводится, как и в предыдущих случаях, к определению местоположения центра сопрягающей дуги. У внешнего сопряжения он находится в точке пересечения вспомогательных окружностей радиусами  $R + R_1$  и  $R + R_2$ , у внутреннего радиусы вспомогательных дуг имеют значения  $R - R_1$  и  $R - R_2$ . Нахождение точек  $A$  и  $B$  касания сопряжения аналогично описанному выше (рисунок 1.6).

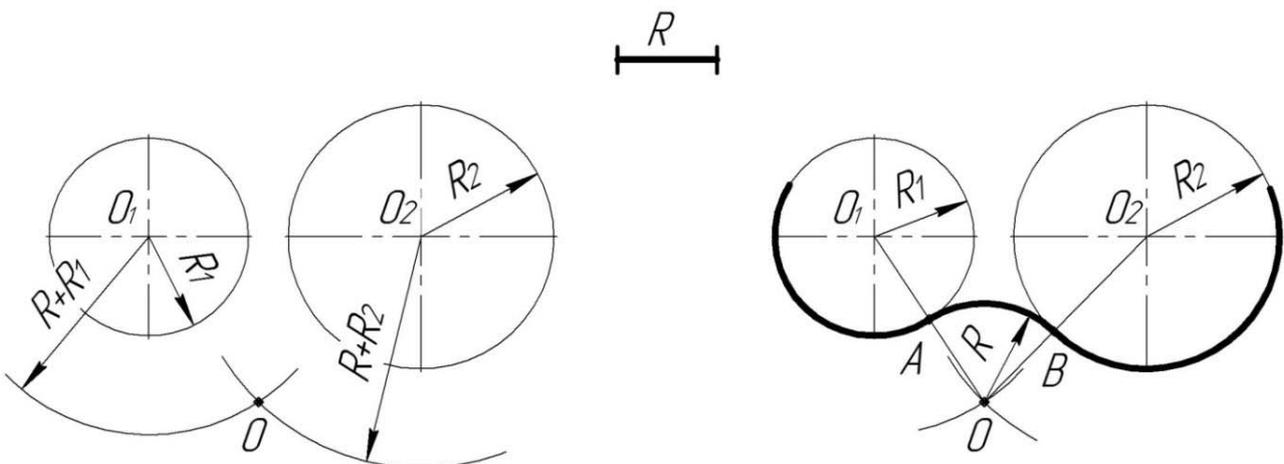


Рисунок 1.6 – Построение внешнего сопряжения двух окружностей

В случае построения внутреннего сопряжения радиус сопрягающей дуги имеет значительно большую величину, чем радиусы исходных окружностей (рисунок 1.7).

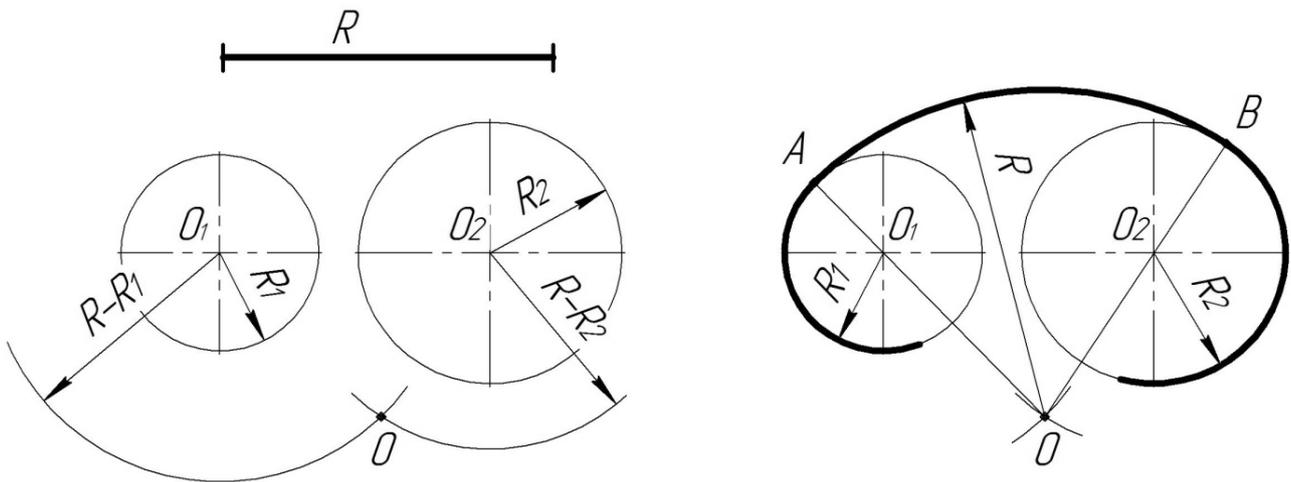


Рисунок 1.7 – Построение внутреннего сопряжения двух окружностей

Индивидуальное задание № 1 «Геометрическое черчение» выполняется на формате А3 и включает в себя две задачи (рисунок 1.8).

**Задача 1.** Выполнить изображение детали (двутавра или швеллера), требующей построения уклона, нанести штриховку и размеры

**Задача 2.** Выполнить изображение технической формы, требующей построения линий контура, различных типов сопряжений. Обвести, соблюдая типы линий, нанести штриховку и размеры.

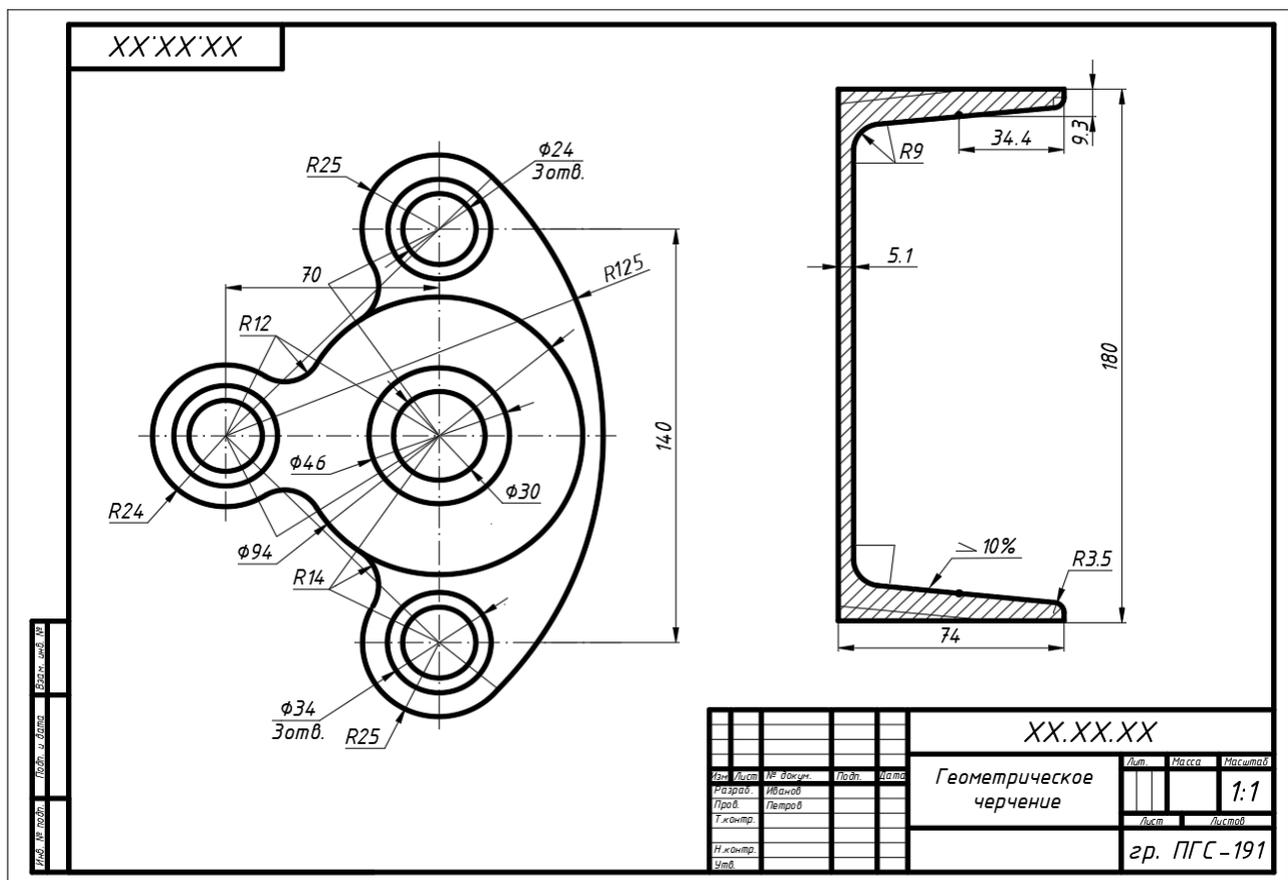


Рисунок 1.8 – Пример выполнения индивидуального задания № 1 «Геометрическое черчение»

## 2 Ортогональные проекции. Прямая. Плоскость

Основным методом начертательной геометрии является метод проекций. Все пространственные объекты ориентируют относительно пространственной системы координатных осей:  $X$  – ось абсцисс (широта точки);  $Y$  – ось ординат (глубина точки);  $Z$  – ось аппликат (высота точки);  $O$  – точка пересечения осей, начало координат. Проекции объектов получают на взаимно перпендикулярных плоскостях:  $\Pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций,  $\Pi_2$  – фронтальная плоскость проекций,  $\Pi_3$  – профильная плоскость проекций. Точка задается расстояниями до плоскостей проекций, т. е. координатами  $(X, Y, Z)$ , где  $X$  – расстояние до  $\Pi_3$ ;  $Y$  – расстояние до  $\Pi_2$ ;  $Z$  – расстояние до  $\Pi_1$ .

Прямая линия – это линия, вдоль которой расстояние между двумя точками является кратчайшим, ее положение в пространстве определяют две точки, через которые она проходит. Прямая, расположенная в пространстве произвольно, не параллельно и не перпендикулярно ни одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения (рисунок 2.1).

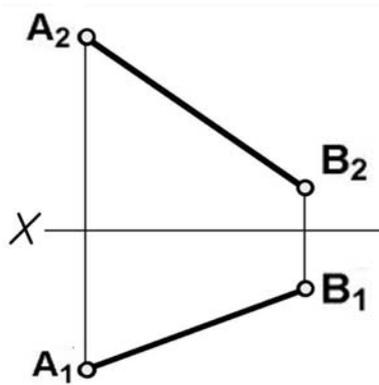


Рисунок 2.1 – Прямая общего положения

Прямые, параллельные плоскостям проекций, называют прямыми уровня. Горизонтальные прямые – прямые, параллельные горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Отрезок, принадлежащий горизонтали, на горизонтальную плоскость проекций проецируется в натуральную величину (рисунок 2.2).

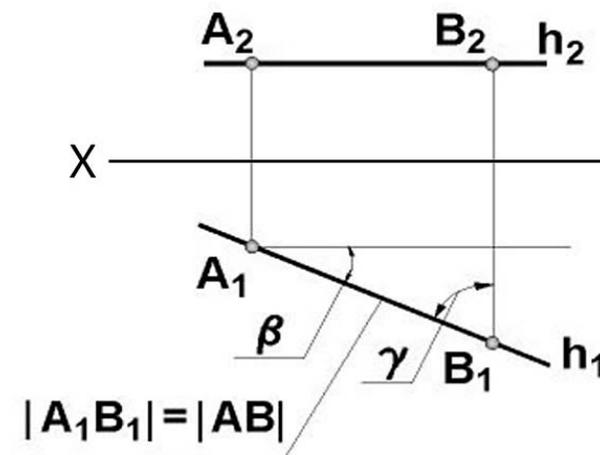


Рисунок 2.2 – Горизонтальная прямая

Фронтальные прямые – прямые, параллельные фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ . Отрезок, принадлежащий фронтальной прямой, на фронтальную плоскость проекций проецируется в натуральную величину (рисунок 2.3).

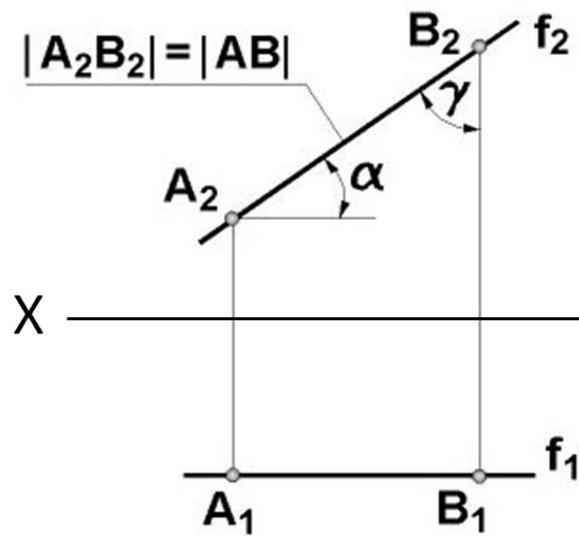


Рисунок 2.3 – Фронтальная прямая

Профильные прямые – прямые, параллельные профильной плоскости проекций  $\Pi_3$ . Отрезок, принадлежащий профильной прямой, на профильную плоскость проекций проецируется в натуральную величину (рисунок 2.4).

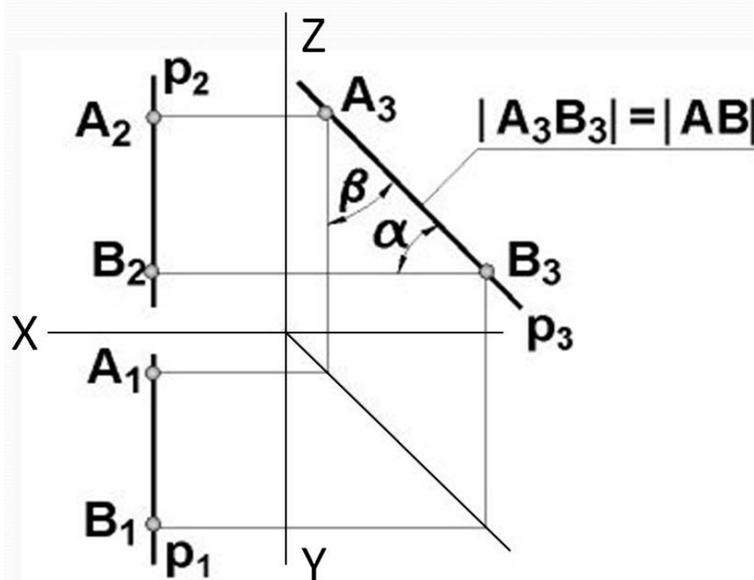


Рисунок 2.4 – Профильная прямая

Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называют проецирующими прямыми. Горизонтально-проецирующие – прямые, перпендикулярные горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Фронтально-проецирующие – прямые, перпендикулярные фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ . Профильно-проецирующие – прямые, перпендикулярные профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  (рисунки 2.5 и 2.6).

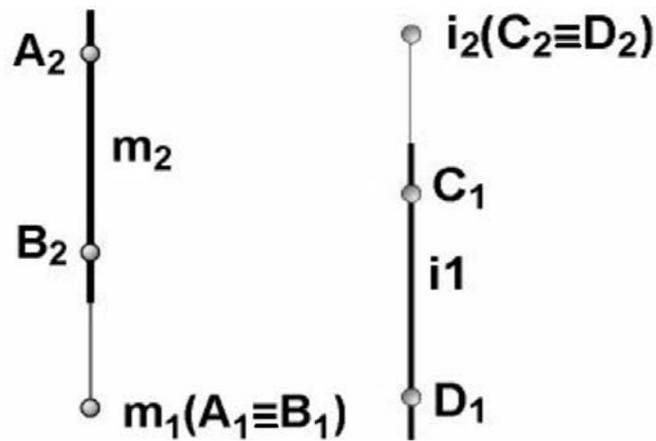


Рисунок 2.5 – Горизонтально-проецирующая и фронтально-проецирующая прямые

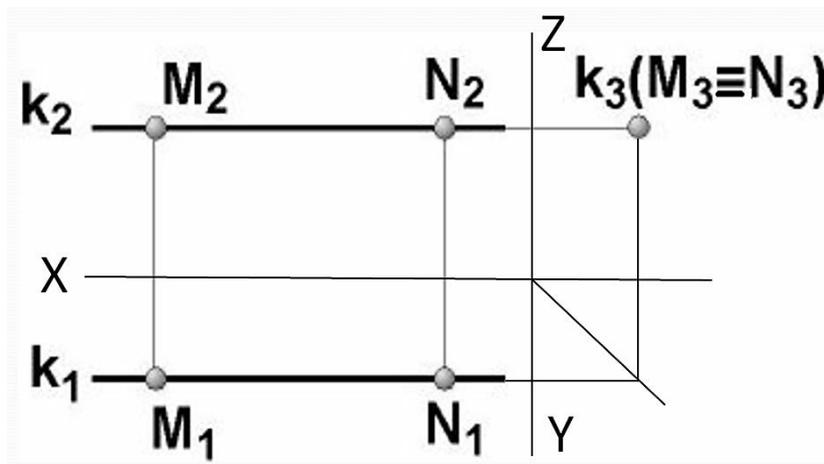


Рисунок 2.6 – Профильно-проецирующая прямая

Положение плоскости в пространстве определяют три точки, не лежащие на одной прямой. Плоскость, расположенная в пространстве произвольно, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения (рисунок 2.7).

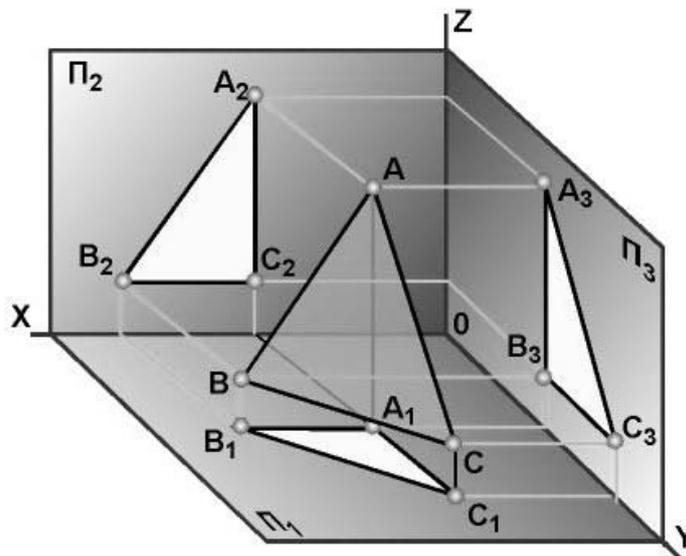


Рисунок 2.7 – Плоскость общего положения

Плоскости, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются плоскостями уровня. Горизонтальная плоскость уровня параллельна горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  и проецируется на нее в натуральную величину. Фронтальная плоскость уровня параллельна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и проецируется на нее в натуральную величину (рисунок 2.8).

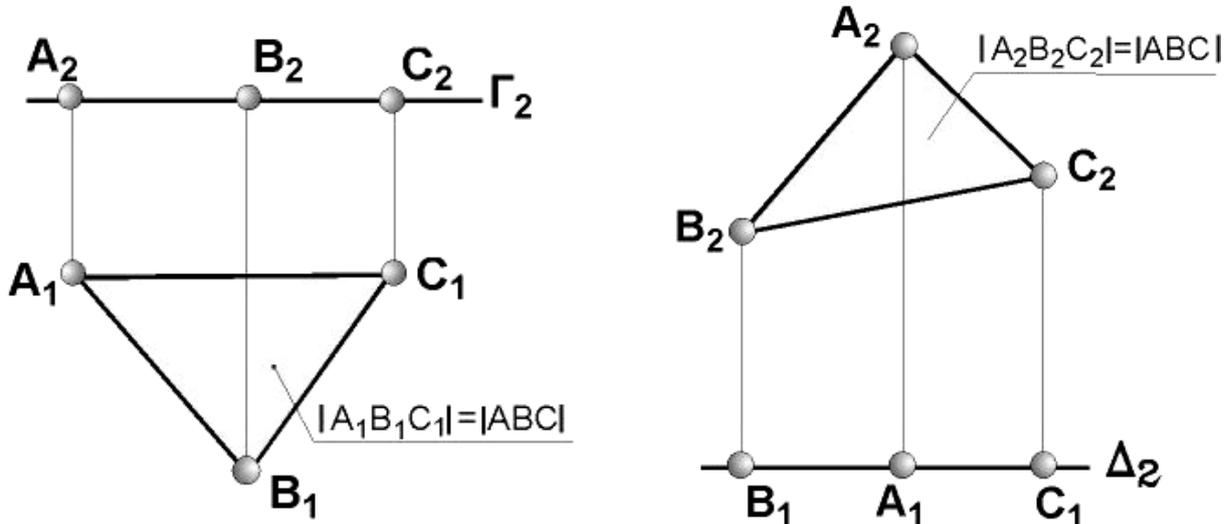


Рисунок 2.8 – Горизонтальная и фронтальная плоскости уровня

Профильная плоскость уровня параллельна профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  и проецируется на нее в натуральную величину (рисунок 2.9).

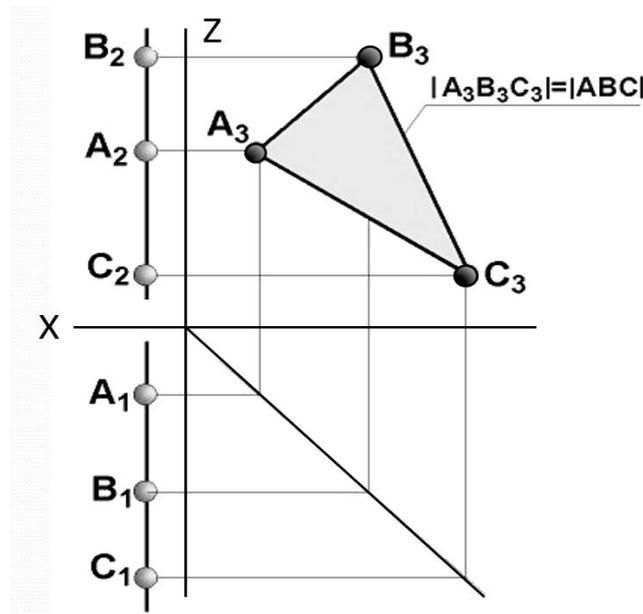


Рисунок 2.9 – Профильная плоскость уровня

Проецирующие плоскости – это плоскости, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, на этой плоскости их проекция вырождается в прямую линию. Горизонтально-проецирующая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Фронтально-проецирующая плоскость перпендикулярна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  (рисунок 2.10).

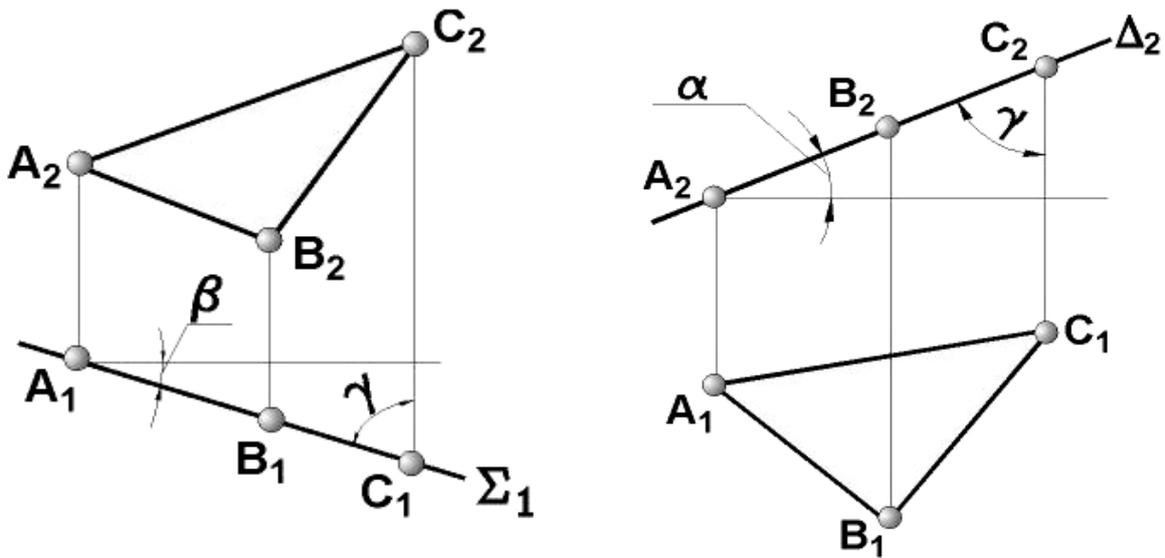


Рисунок 2.10 – Горизонтально-проецирующая и фронтально-проецирующая плоскости

Профильно-проецирующая плоскость перпендикулярна профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  (рисунок 2.11).

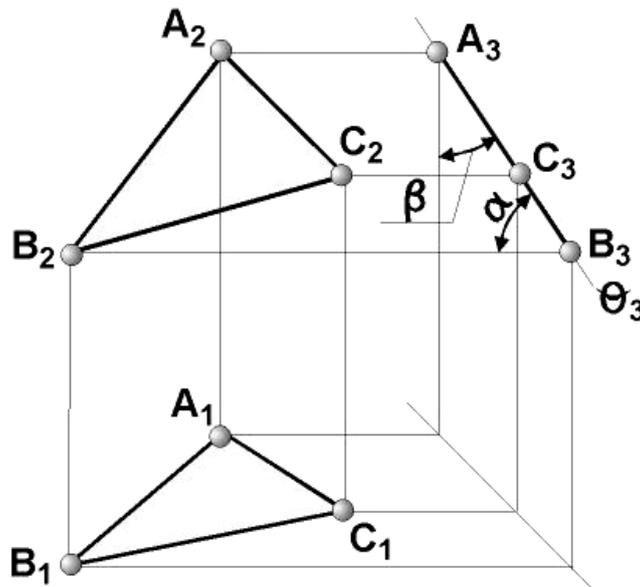


Рисунок 2.11 – Профильно-проецирующая плоскость

Индивидуальное задание № 2 «Позиционные задачи» (листы 1, 2) выполняется на форматах А3 и включает в себя три задачи (рисунки 2.12 и 2.13).

**Задача 1.** Построить проекции многогранника, основание которого принадлежит плоскости  $\Upsilon$ ,  $AB$  – сторона основания,  $AM$  – боковое ребро. Установить видимость ребер многогранника.

**Задача 2.** Построить проекции параллелограмма  $ABCD$ . В плоскости  $ABCD$  построить треугольник  $KMN$ , у которого  $MN \parallel \Pi_1$ ,  $|MN| = 50$ ;  $KN \parallel \Pi_2$ ,  $|KN| = 40$ .

**Задача 3.** Построить линию пересечения двух плоскостей, заданных непрозрачными треугольными пластинами. Определить видимость плоскостей относительно друг друга, выполнить их отмывку раствором акварели.

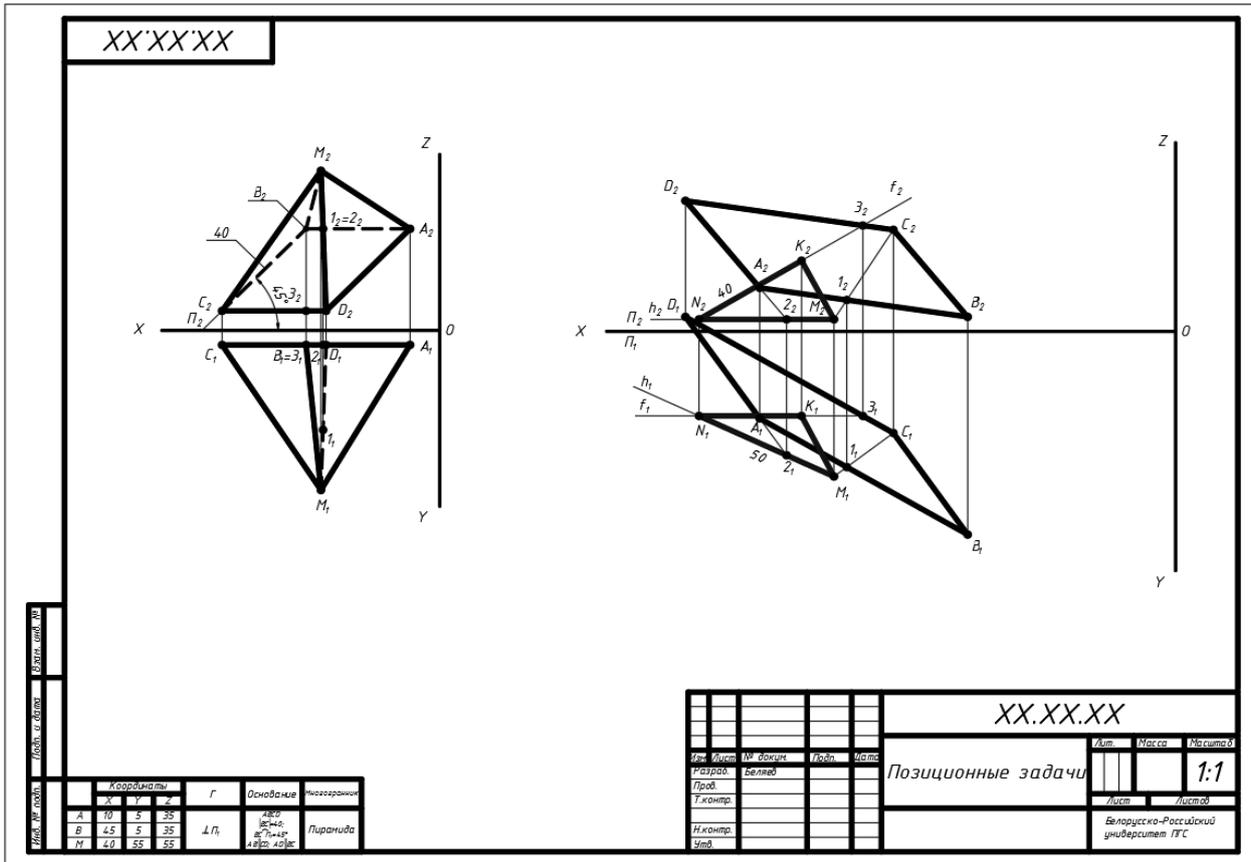


Рисунок 2.12 – Индивидуальное задание № 2 «Позиционные задачи» (лист 1)

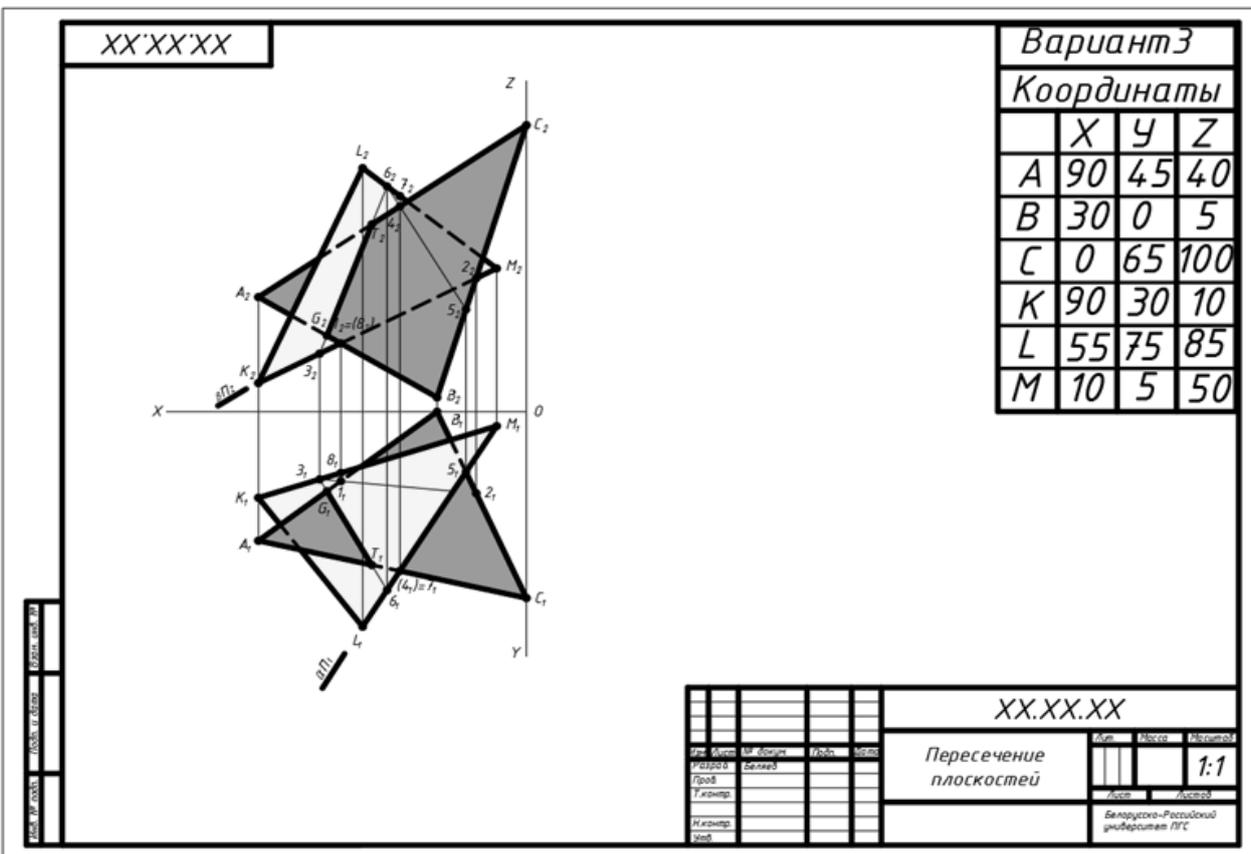


Рисунок 2.13 – Индивидуальное задание № 2 «Позиционные задачи» (лист 2)

### 3 Поверхности. Пересечение прямой с поверхностью. Сечение поверхности плоскостью

В случае, если прямая занимает проецирующее положение, решение задачи на пересечение прямой с поверхностью сводится к построению недостающих проекций точек, т. к. одна из их проекций уже имеется на чертеже, она совпадает с вырожденной проекцией прямой (рисунок 3.1).

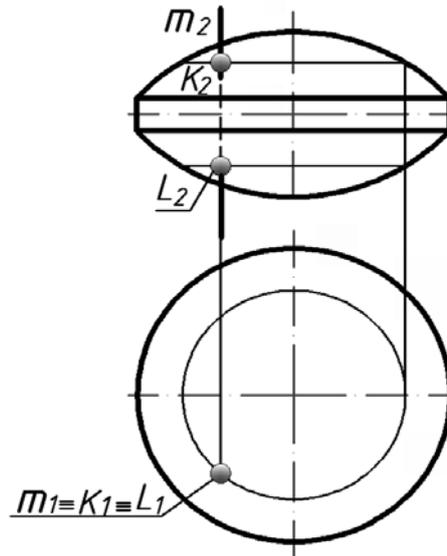


Рисунок 3.1 – Решение задачи на пересечение горизонтально-проецирующей прямой с поверхностью диска

В случае, если прямая занимает положение линии уровня, ее заключают во вспомогательную проецирующую плоскость на той плоскости, где проекция прямой параллельна оси  $X$ . Затем выполняют построение фигуры сечения для нахождения точек пересечения (рисунок 3.2).

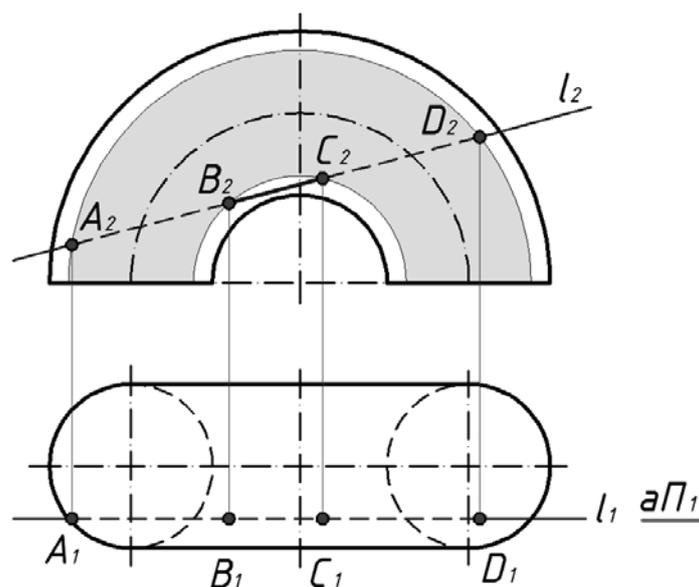


Рисунок 3.2 – Решение задачи на пересечение фронтальной прямой с поверхностью открытого тора

В случае, если прямая занимает общее положение, ее заключают во вспомогательную проецирующую плоскость так, чтобы получить наиболее простое построение фигуры сечения (рисунок 3.3).

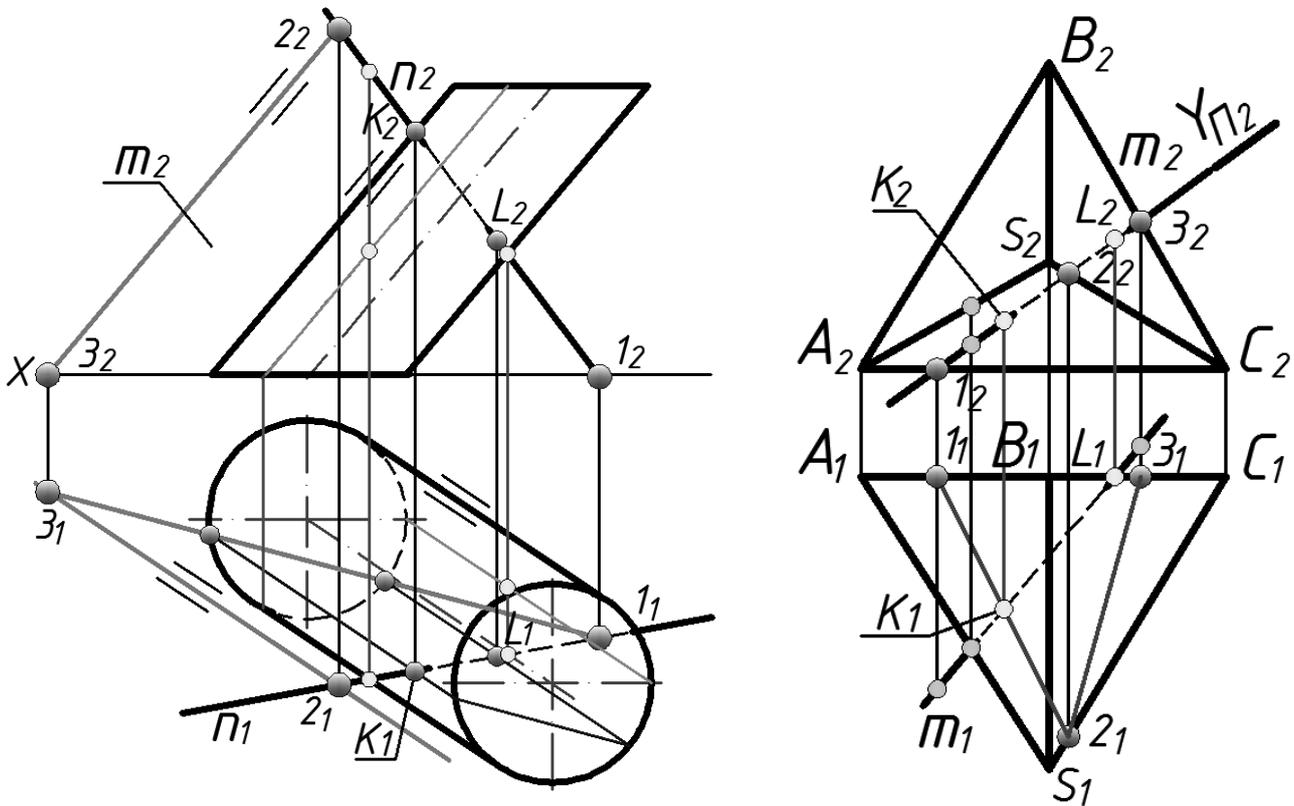


Рисунок 3.3 – Решение задач на пересечение прямой общего положения с поверхностью наклонного кругового цилиндра и с поверхностью трехгранной пирамиды

Алгоритм решения задачи на пересечение прямой с поверхностью в общем случае.

1 Закljučаем прямую во вспомогательную проецирующую плоскость.

2 Выполняем построение фигуры сечения поверхности вспомогательной плоскостью, включающей в себя прямую.

3 Определяем точки пересечения прямой и поверхности в пересечении прямой и полученной фигуры сечения. Проецируем найденные точки на соседнюю плоскость проекций. Обозначаем проекции точек на обеих плоскостях проекций.

4 Определяем видимость прямой относительно поверхности методом конкурирующих точек.

Полученную при сечении поверхности плоскостью замкнутую линию называют фигурой сечения. Поверхность может быть рассечена проецирующей плоскостью или плоскостью общего положения. В сечении поверхности вращения плоскостью получается плоская кривая линия, если поверхность гранная, то линия сечения будет ломаной.

Примеры решения задач для цилиндрической поверхности вращения и гранной поверхности призмы приведены на рисунке 3.4.

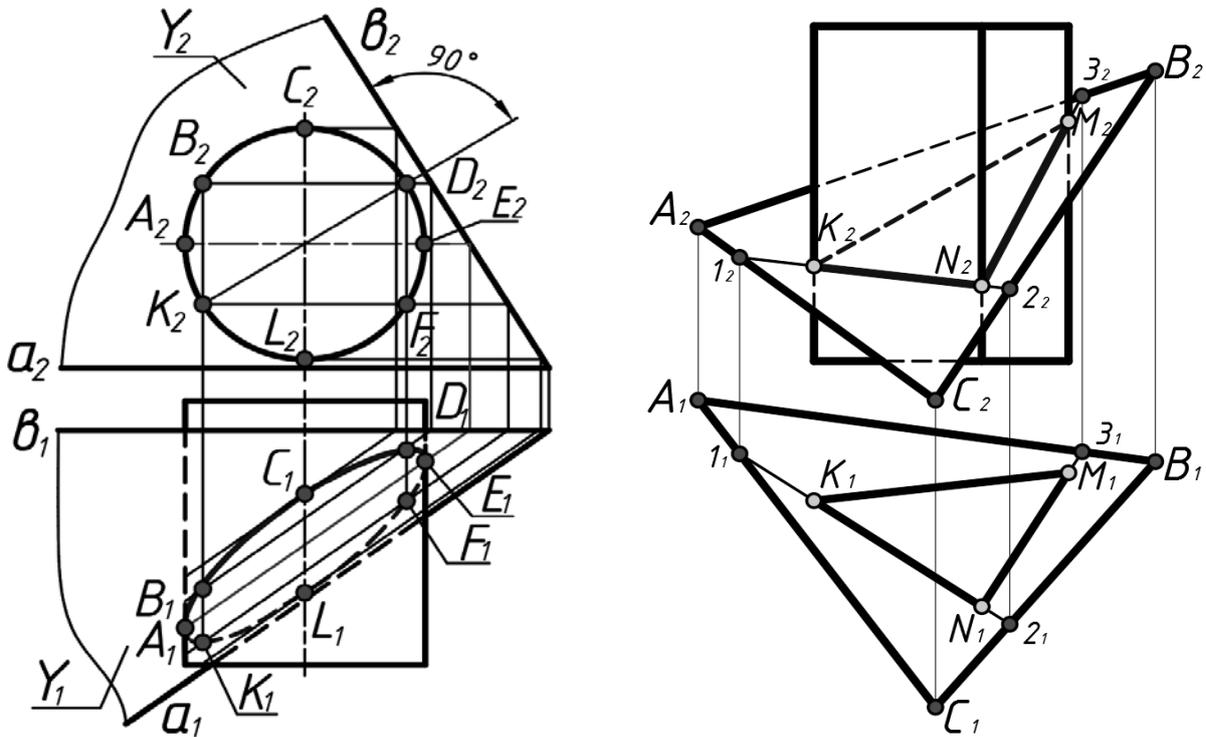


Рисунок 3.4 – Решение задач на сечение поверхности цилиндра и призмы плоскостью общего положения

#### 4 Взаимное пересечение геометрических фигур, если одна из фигур занимает проецирующее положение

Линией пересечения данных поверхностей является множество точек, принадлежащих одновременно двум поверхностям, для ее построения необходимо найти ряд точек, общих для заданных поверхностей. Определение способа построения линии пересечения зависит от взаимного расположения пересекающихся поверхностей и их положения относительно плоскостей проекций.

Занимать проецирующее положение могут цилиндр, призма и комбинированная поверхность, состоящая из элементов цилиндра и призмы. Когда одна из поверхностей является проецирующей, задачу решают, используя собирательное свойство вырожденной проекции проецирующего образа. Задача на построение линии пересечения сводится к задаче на нахождение недостающей проекции этой линии, т. к. одна из проекций уже имеется на чертеже – она совпадает с вырожденной проекцией поверхности. На имеющейся проекции линии задают ряд опорных и промежуточных точек. К опорным относятся экстремальные точки и точки изменения видимости. Экстремальные точки – это точки, имеющие максимальную или минимальную координату по какому-либо координатному направлению. Точки изменения видимости – это точки, в которых линия пересечения меняет видимость на противоположную, их проекции находятся на очерках поверхностей. В общем случае точки переносят на соседнюю плоскость проекций при помощи окружностей.

Поэтапное решение задачи на пересечение полусферы и фронтально-проецирующей комбинированной поверхности приведено на рисунках 4.1 и 4.2.

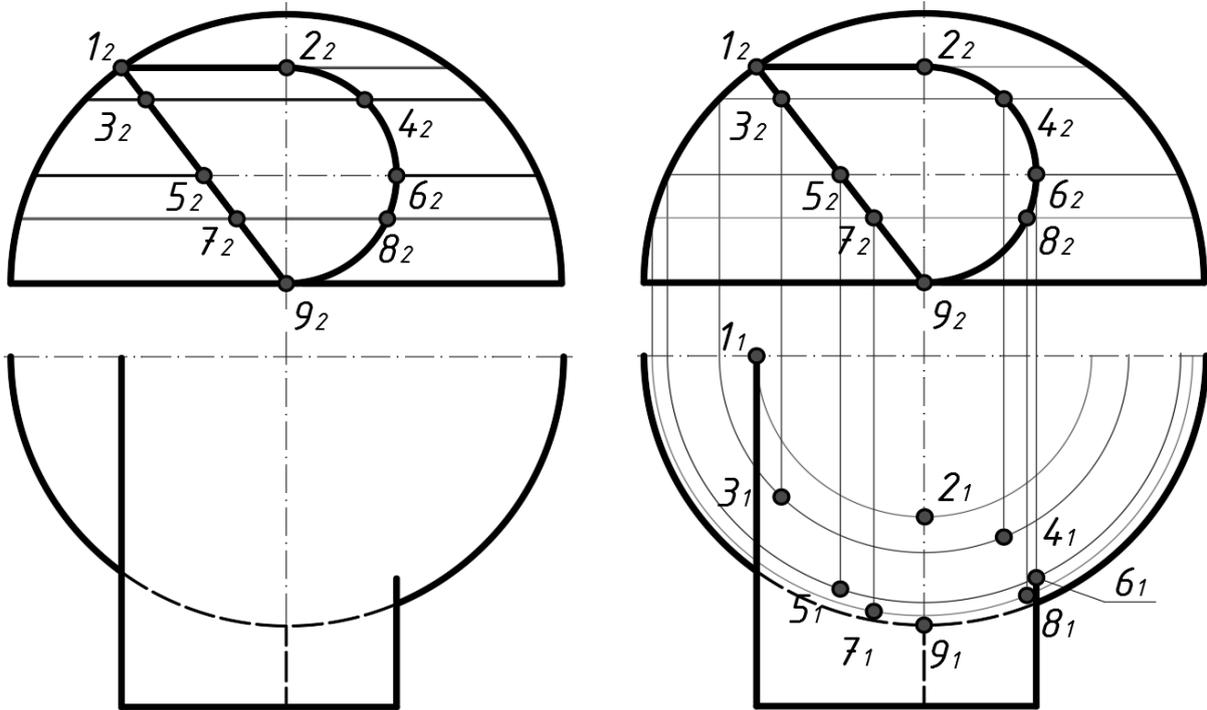


Рисунок 4.1 – На вырожденной проекции комбинированной поверхности заданы опорные и промежуточные точки, через них проведены окружности на поверхности сферы. Построены горизонтальные проекции окружностей, на них спроецированы точки

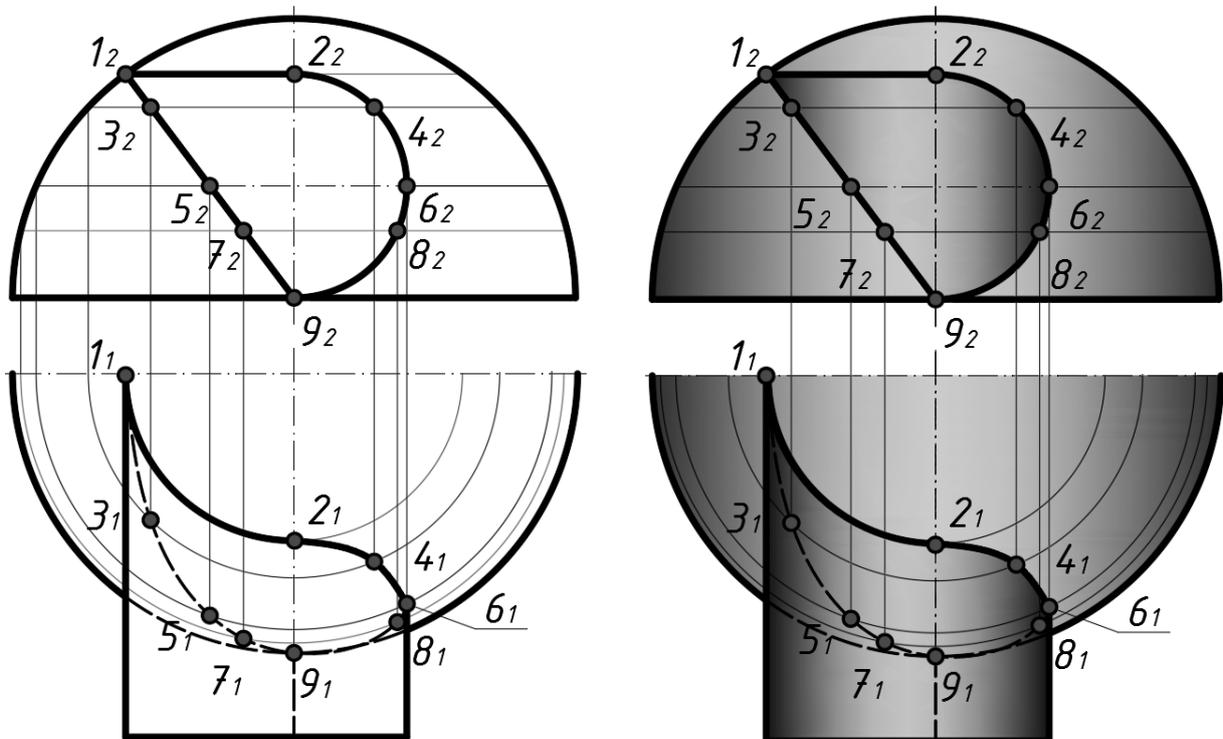


Рисунок 4.2 – Построена горизонтальная проекция линии пересечения, определена ее видимость. Определена видимость поверхностей относительно друг друга

Последовательность решения задачи на пересечение полусферы и горизонтально-проецирующей призмы приведена на рисунках 4.3 и 4.4.

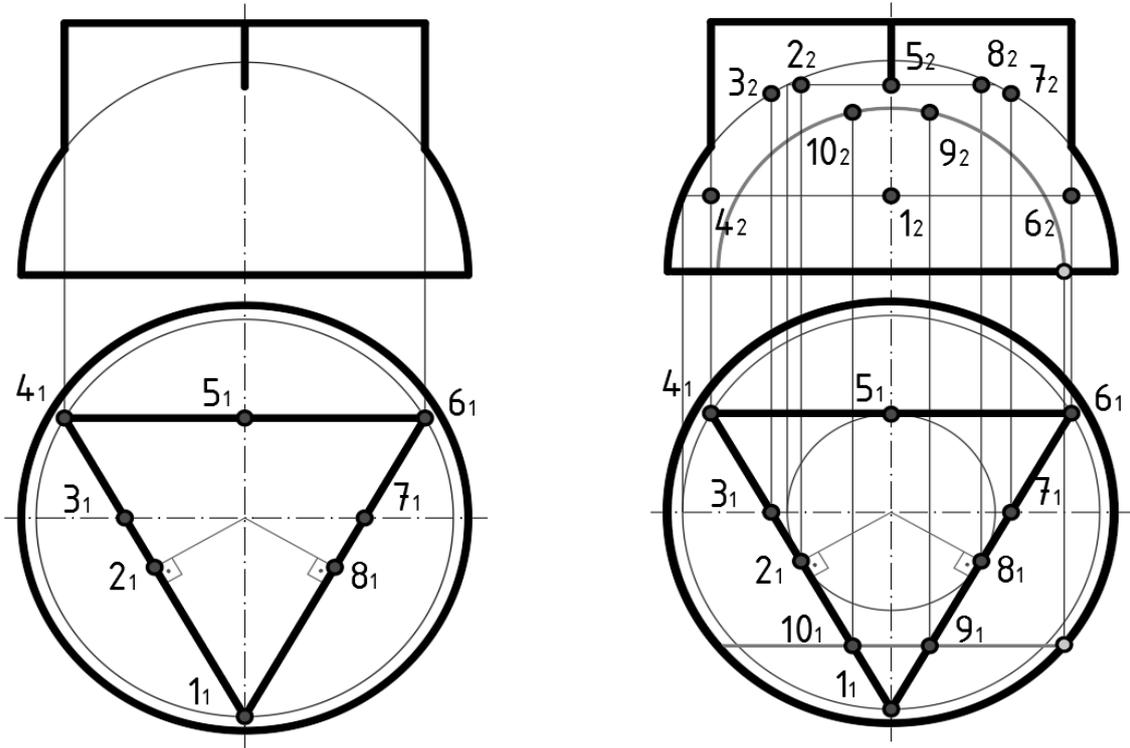


Рисунок 4.3 – На вырожденной проекции призмы заданы опорные и промежуточные точки, нанесена их нумерация. При помощи окружностей точки перенесены на плоскость  $\Pi_2$

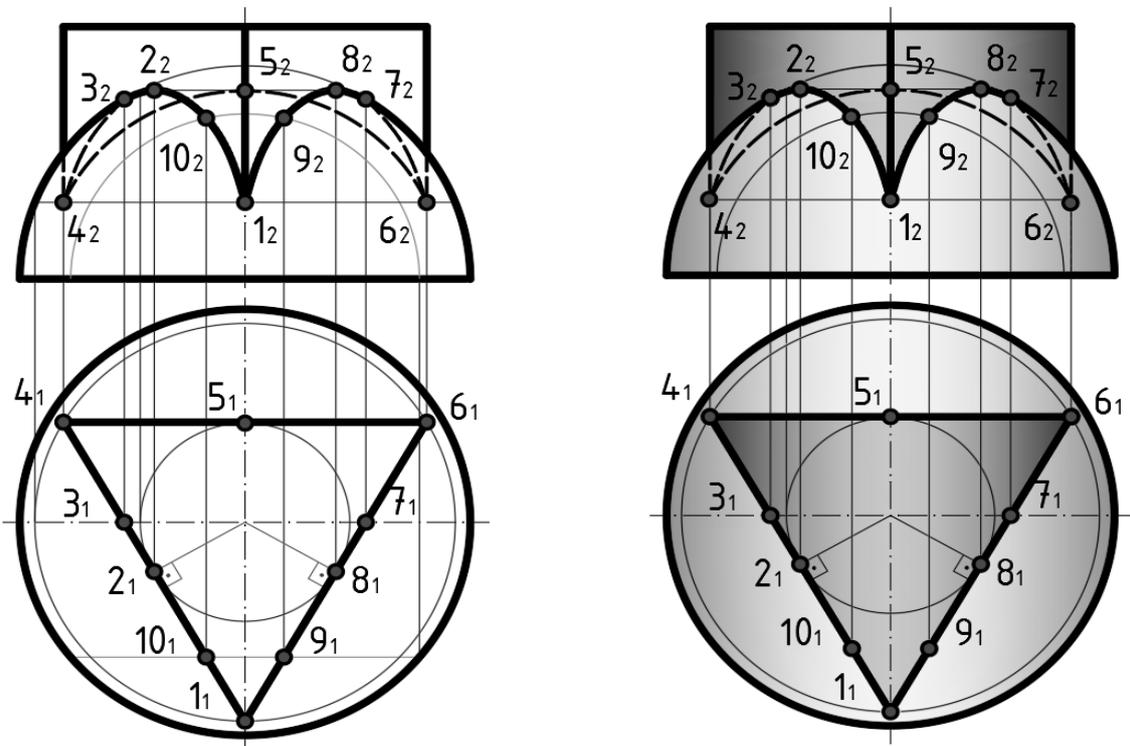


Рисунок 4.4 – Построена фронтальная проекция линии пересечения, определена ее видимость. Определена видимость поверхностей относительно друг друга

## 5 Взаимное пересечение геометрических фигур. Метод секущих плоскостей

Метод вспомогательных секущих плоскостей посредников применяется, когда оси поверхностей параллельны и секущие плоскости пересекают заданные поверхности по графически простым линиям. В качестве плоскостей посредников чаще всего используют горизонтальные плоскости уровня по горизонталям, которые пересекают поверхности по окружностям. Поэтапное решение задачи на пересечение конуса и сферы приведено на рисунках 5.1–5.3.

Алгоритм решения задачи.

1 Характерные точки 1 и 2 принадлежат на  $\Pi_2$  проекции очерковых, определяют на  $\Pi_1$  границы линии пересечения.

2 Ниже точки 1 и выше точки 2 на  $\Pi_2$  вводим вспомогательные секущие горизонтальные плоскости-посредники.

3 На плоскости  $\Pi_1$  строим окружности – фигуры сечения конуса и сферы вспомогательной плоскостью  $\alpha$ .

4 В пересечении фигур сечения получаем две симметричные точки линии пересечения, проецируем их, возвращая на след плоскости  $\alpha$ .

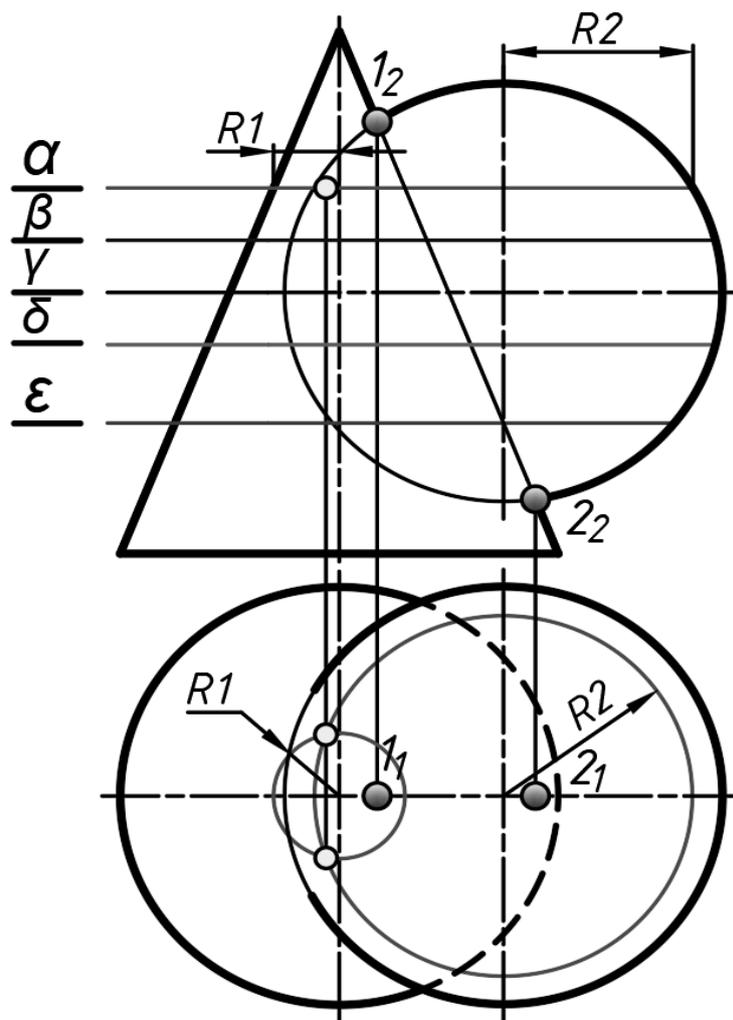


Рисунок 5.1 – Первый этап решения задачи методом секущих плоскостей

5 Поочередно повторяем аналогичные действия для плоскостей  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$ . Выполняем построение еще нескольких пар точек линии пересечения и возвращаем их на следы соответствующих плоскостей на  $\Pi_2$ .

6 Опорные точки 3 и 4 расположены на плоскости  $\Pi_2$  на проекции осевой линии сферы (ее экваторе), поэтому определяют на плоскости  $\Pi_1$  границы видимости линии пересечения.

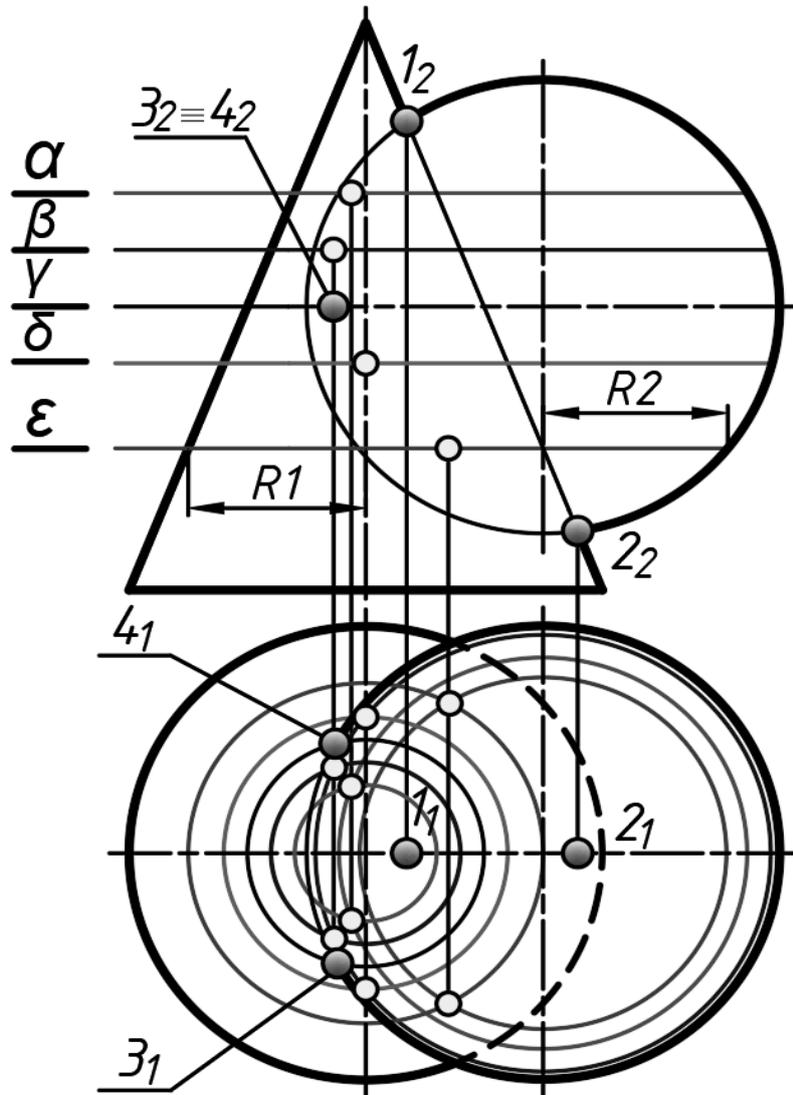


Рисунок 5.2 – Второй этап решения задачи методом секущих плоскостей

7 Через полученные на обеих плоскостях проекции общих точек поверхностей проводим проекции линии пересечения, представляющей собой пространственную кривую, определяем видимость линии.

8 Определяем видимость поверхностей относительно друг друга, считая при этом, что они при пересечении образовали новую монолитную поверхность.

9 Обводим проекции поверхностей с учетом их видимости. Видимые участки линиями основного контура. Участки, где поверхность сохранилась, но скрыта под соседней поверхностью штриховыми линиями. Участки, где поверхности при пересечении не сохранились, оставляем в тонких линиях, как вспомогательное построение.

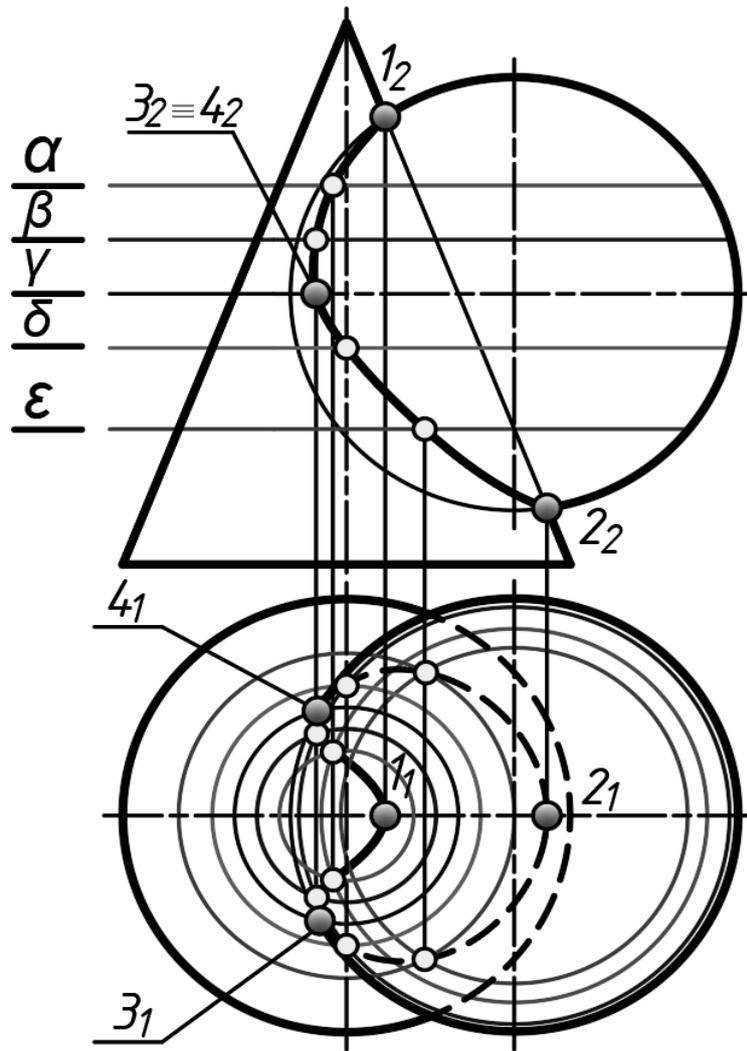


Рисунок 5.3 – Завершающий этап решения задачи методом секущих плоскостей

## 6 Взаимное пересечение геометрических фигур. Метод концентрических сфер

Основанием для применения концентрических сфер служит то, что в сфере можно провести через ее центр бесконечное количество осей, сфера может быть соосна любой поверхности вращения. Свойство сфер пересекать соосные с ними поверхности вращения по окружностям, которые легко построить на чертеже, положено в основу способа вспомогательных секущих сфер. Две соосные поверхности вращения пересекаются между собой по окружностям, число которых равно числу точек пересечения их очерковых. Соосными называются поверхности вращения, имеющие общую ось вращения.

Метод концентрических сфер применяется, если пересекаются именно поверхности вращения, проекции осей поверхностей пересекаются между собой и обе поверхности имеют общую плоскость симметрии, являющуюся плоскостью уровня. Особенность метода концентрических сфер состоит в том, что проекция линии пересечения может быть построена на одной проекции поверхности.

Последовательность построения линии пересечения конуса и тороида методом концентрических сфер приведена на рисунках 6.1–6.3.

Алгоритм решения задачи.

1 Характерные точки 1 и 2 принадлежат на  $\Pi_2$  проекции очерковых, определяют на  $\Pi_1$  границы линии пересечения.

2 Через характерную точку 2 проводим сферу  $R_{\max}$  – наибольшее расстояние от точки пересечения проекций осей до характерной точки.

3 Из центра пересечения проекций осей поверхностей строим перпендикуляр к очерку конуса. Этим радиусом проводим сферу  $R_{\min}$  – вписанную сферу-посредник, наименьшее расстояние от точки пересечения проекций осей до очерковой образующей.

4 Сфера-посредник  $R_{\min}$  образует с конусом и тороидом пары соосных поверхностей, пересекающихся по окружностям.

5 В пересечении окружностей, лежащих на сфере  $R_{\min}$ , получаем пару общих точек поверхностей, принадлежащих линии пересечения. Из них видна только ближняя точка, расположенная на видимой стороне поверхностей.

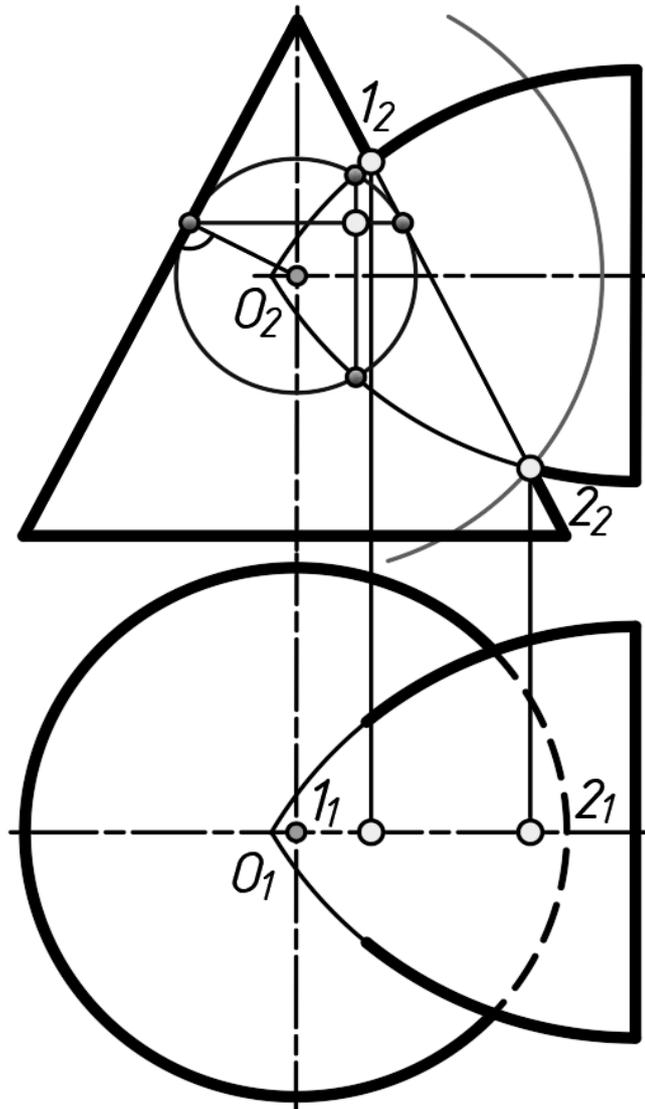


Рисунок 6.1 – Первый этап решения задачи методом концентрических сфер

6 Между сферами  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  проводим две промежуточные сферы, каждая из которых образует с конусом и тороидом пары соосных поверхностей, пересекающихся по окружностям.

7 Повторяем аналогичные действия, как со сферой  $R_{\min}$ , для двух промежуточных сфер, в пересечении окружностей получаем общие точки поверхностей.

8 Проводим фронтальную проекцию линии пересечения.

9 Опорные точки 3 и 4 принадлежат на  $\Pi_2$  проекции осевой линии тороида, поэтому проецируются на его очерк и определяют на  $\Pi_1$  границы видимости линии пересечения.

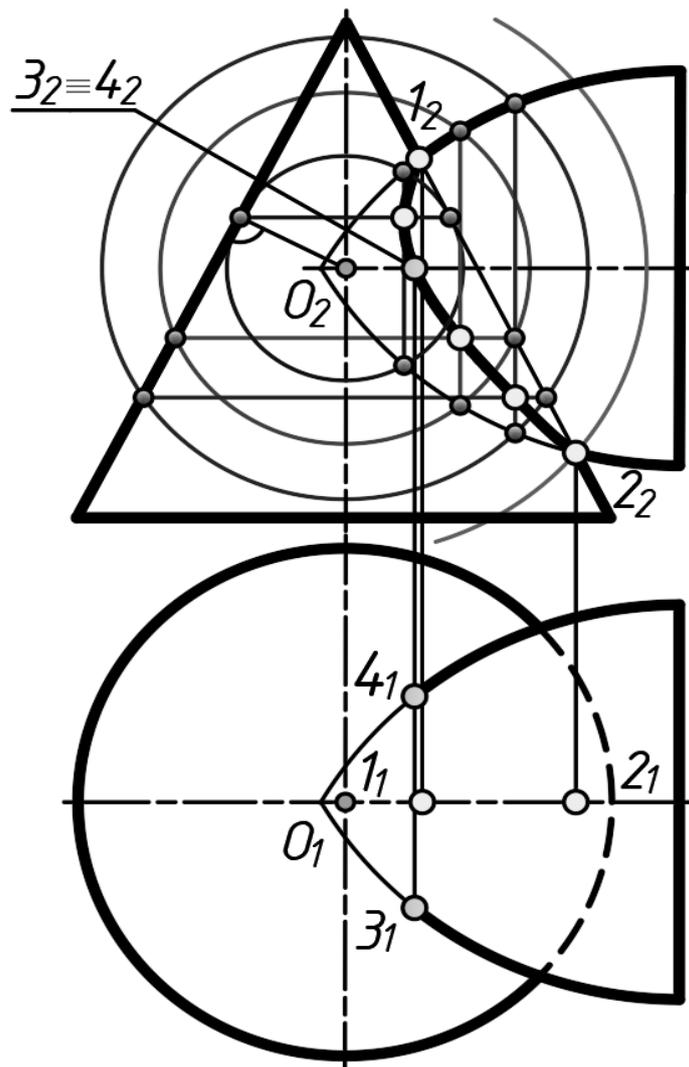


Рисунок 6.2 – Второй этап решения задачи методом концентрических сфер

10 При помощи окружностей, проходящих через точки линии пересечения на поверхности конуса на плоскости  $\Pi_2$  переносим эти точки на плоскость  $\Pi_1$ .

11 Проводим горизонтальную проекцию линии пересечения, определяем ее видимость.

12 Определяем видимость поверхностей относительно друг друга, считая при этом, что они при пересечении образовали новую монолитную поверхность. Обводим проекции поверхностей с учетом их видимости.

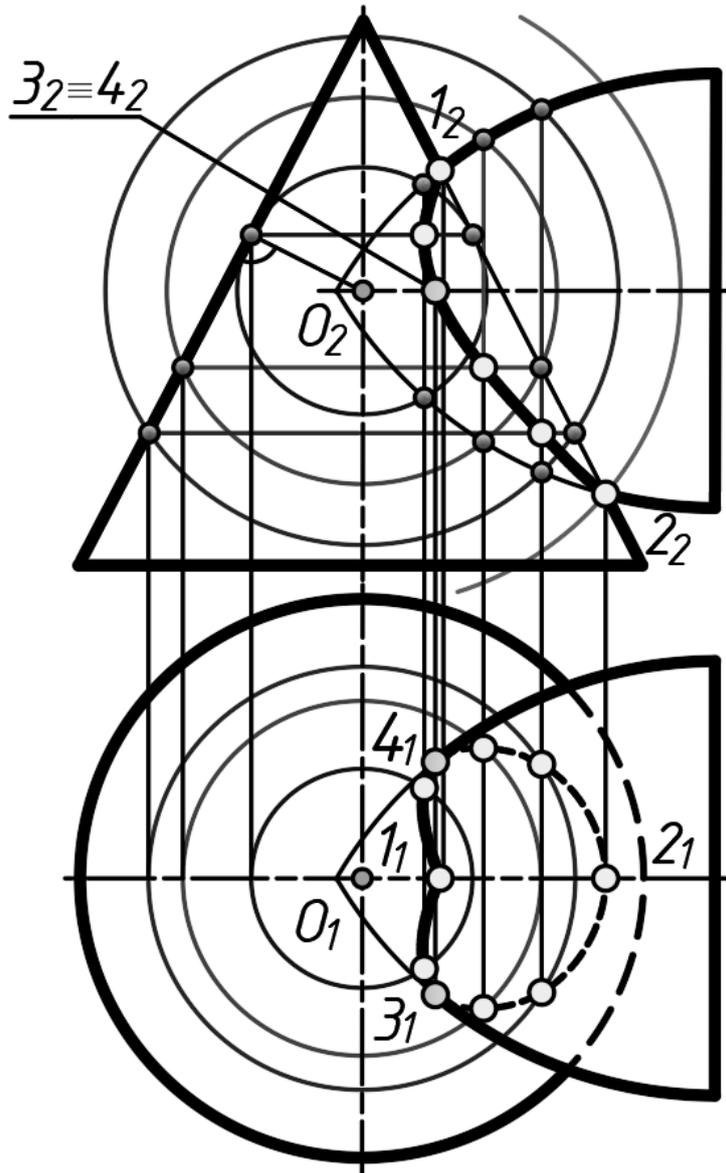


Рисунок 6.3 – Завершающий этап решения задачи методом концентрических сфер

При построении линии пересечения поверхностей, в зависимости от их взаимного положения, в пересечении может получиться одна замкнутая пространственная линия – это частичное врезание (см. рисунок 6.3).

Возможен случай двойного или полного проникания, когда в пересечении получаются две отдельные замкнутые пространственные линии. Пример решения задачи на пересечение усеченного конуса и тороида приведен на рисунке 6.4. Две независимые ветки линии пересечения проведены через найденные точки сначала на фронтальной проекции. Затем, при помощи окружностей, проходящих через точки линии пересечения на поверхности конуса на плоскости  $\Pi_2$  точки перенесены на плоскость  $\Pi_1$ . Горизонтальная проекция верхней видимой ветки линии пересечения обведена линией основного контура, горизонтальная проекция нижней невидимой ветки обведена штриховой линией. Определена видимость поверхностей относительно друг друга, считая при этом, что они при пересечении образовали новую монолитную поверхность, и усеченный конус разделился на две отдельные части.

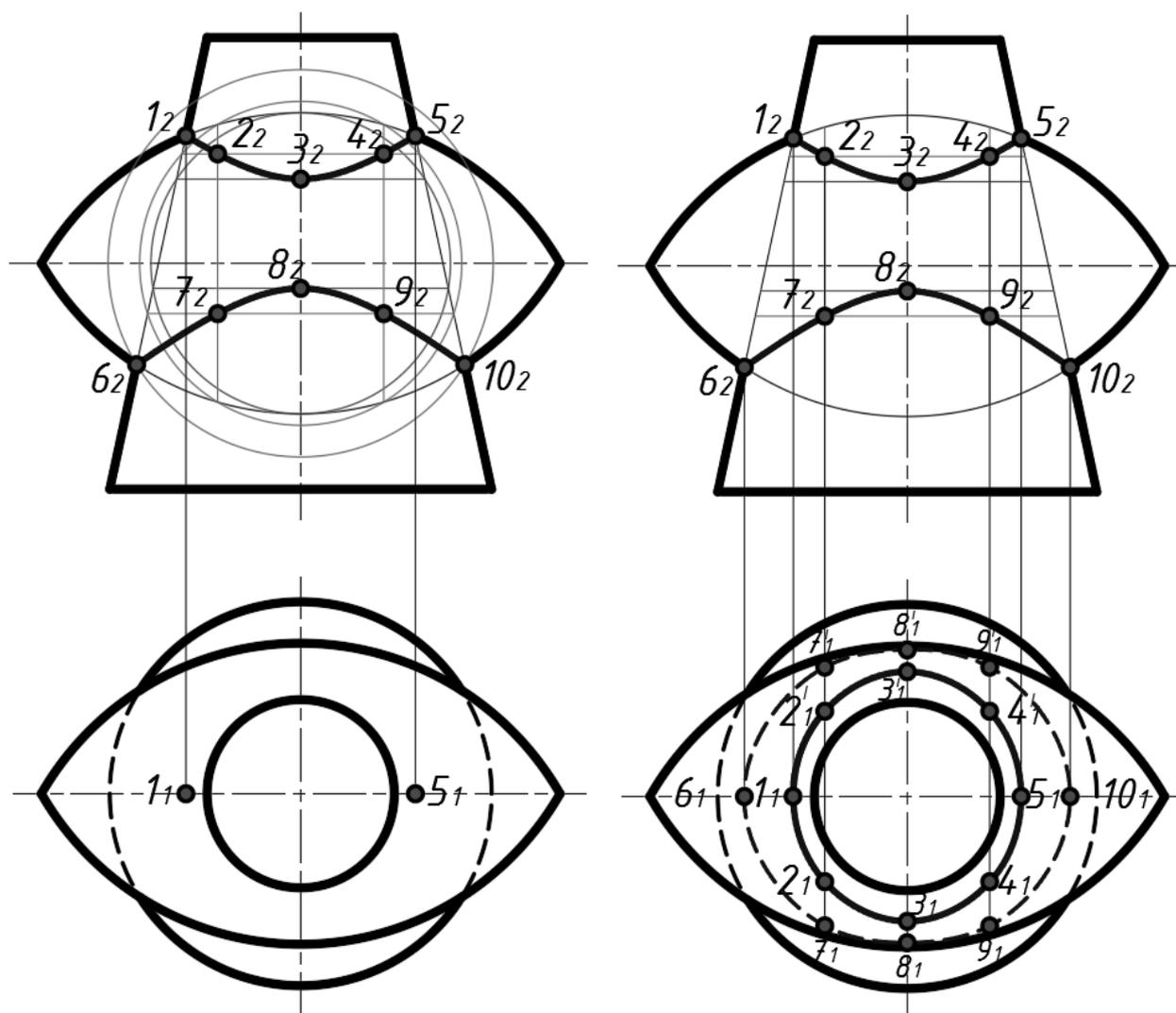


Рисунок 6.4 – Последовательность решения задачи на двойное проникание методом сфер. Построена фронтальная проекция линии пересечения. Линия перенесена при помощи окружностей на горизонтальную плоскость проекций

Индивидуальное задание № 3 «Пересечение поверхностей» выполняется на формате А3 и включает в себя две задачи (рисунок 6.5).

**Задача 1.** Построить линию пересечения поверхностей (методом секущих плоскостей-посредников). Определить видимость линии пересечения и поверхностей относительно друг друга, выполнить их отмывку раствором акварели, нанести размеры.

**Задача 2.** Построить линию пересечения поверхностей (методом concentric cutting spheres-intermediaries). Определить видимость линии пересечения и поверхностей относительно друг друга, выполнить их отмывку раствором акварели, нанести размеры.

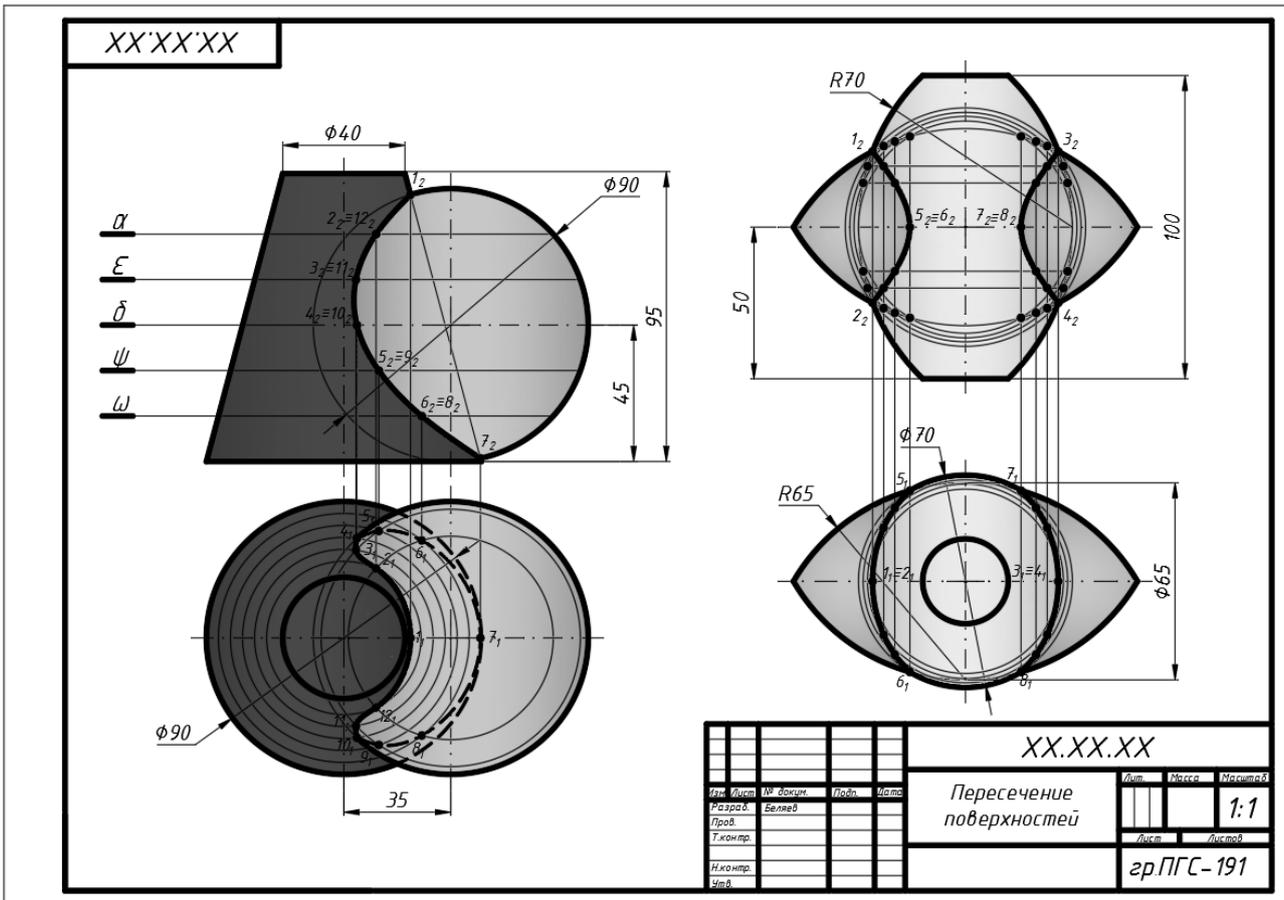


Рисунок 6.5 – Индивидуальное задание № 3 «Пересечение поверхностей»

## 7 Способы преобразования проекций. Метод замены плоскостей проекций

Использование методов преобразования чертежа позволяет от общих положений прямых линий и плоских фигур в системе плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_2$  переходить к частным, что значительно упрощает решение задач.

Сущность способа замены плоскостей проекций состоит в том, что положение прямых линий и плоских фигур в пространстве остается неизменным, а система плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_2$  дополняется плоскостями, образующими с  $\Pi_1$  или  $\Pi_2$  или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций. Каждая новая система выбирается так, чтобы получить положение наиболее удобное для выполнения требуемого построения. Оси проекций при решении задач отмечают записью в виде дроби.

Существуют четыре основные задачи, решаемые заменой плоскостей проекций, на алгоритме их решения базируется решение всех остальных задач на замену плоскостей.

**Задача 1.** Прямую  $AB$  общего положения преобразовать в прямую уровня.

**Задача 2.** Прямую  $AB$  общего положения преобразовать в проецирующую прямую. Решение задачи 2 включает в себя в качестве первого этапа решение задачи 1 (рисунок 7.1).

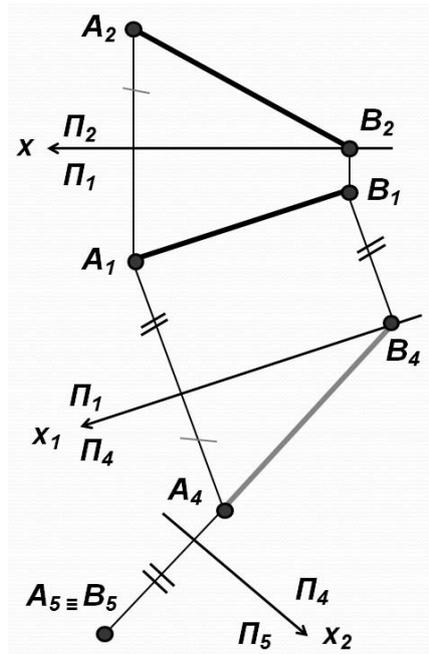


Рисунок 7.1 – Решение основных задач 1 и 2

Алгоритм решения задач 1 и 2.

1 Систему плоскостей проекций  $\Pi_2/\Pi_1$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$ , плоскость  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ , ось  $X_1$  вводим параллельно проекции прямой  $(A_1 B_1)$ , а координаты точек по  $Z = \text{const}$ .

2 Систему плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_4/\Pi_5$ , плоскость  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ , ось  $X_2$  вводим перпендикулярно проекции прямой  $(A_4 B_4)$ , а координаты точек по  $Y = \text{const}$ .

**Задача 3.** Плоскость общего положения, заданную  $\Delta ABC$ , преобразовать в проецирующую плоскость.

**Задача 4.** плоскость общего положения, заданную  $\Delta ABC$ , преобразовать в плоскость уровня. Решение задачи 4 включает в себя в качестве первого этапа решение задачи 3 (рисунок 7.2).

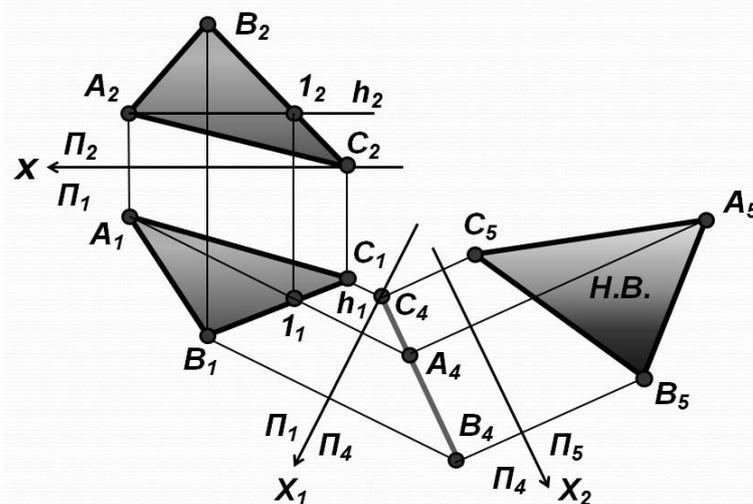


Рисунок 7.2 – Решение основных задач 3 и 4

Алгоритм решения задач 3 и 4.

1 В плоскости  $\Delta ABC$  проводим две проекции горизонтали  $h_2$  и  $h_1$ .

2 Систему плоскостей проекций  $\Pi_2/\Pi_1$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$ , плоскость  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ , ось  $X_1$  вводим перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , а координаты точек по  $Z = \text{const}$ .

2 Систему плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_4/\Pi_5$ , плоскость  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ , ось  $X_2$  вводим параллельно проекции  $\Delta A_4 B_4 C_4$ , а координаты точек по  $Y = \text{const}$ .

Примеры решения задач на метод замены плоскостей проекций.

**Задача.** Определить натуральную величину расстояния между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$  (рисунок 7.3).

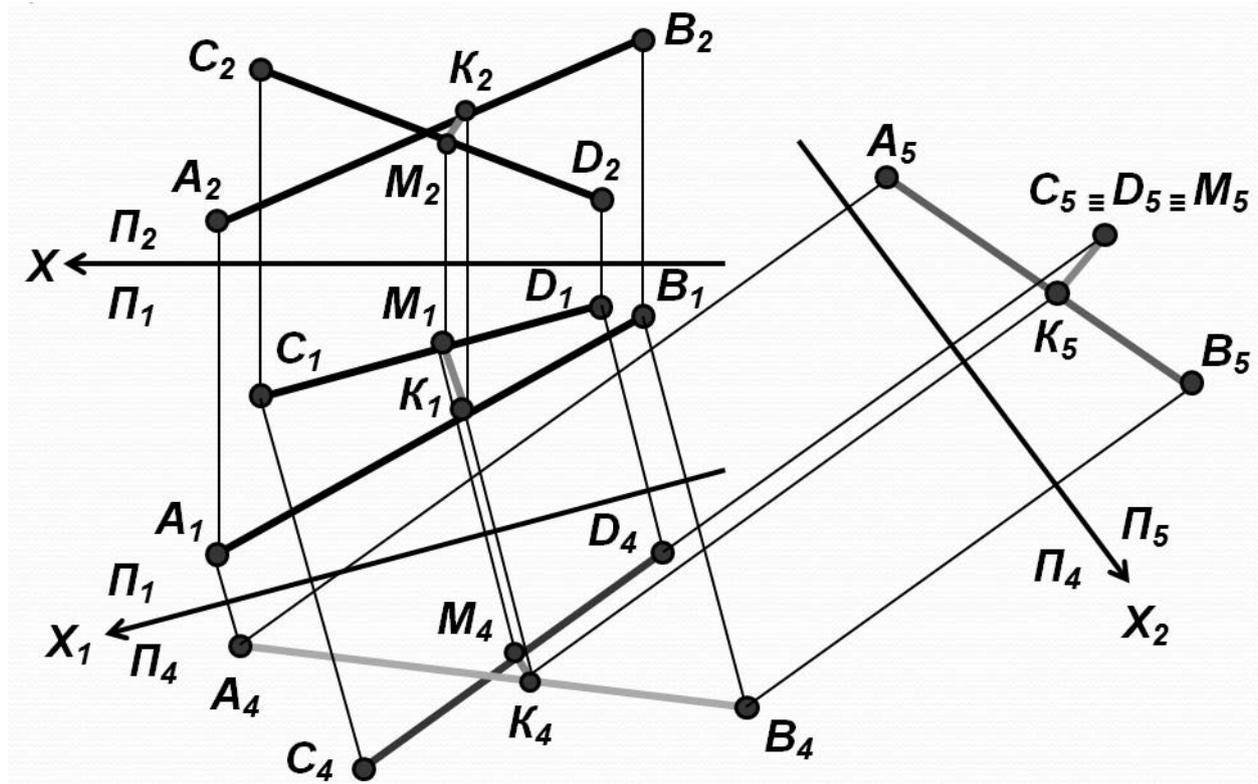


Рисунок 7.3 – Решение задачи на определение расстояния между скрещивающимися прямыми

Алгоритм решения.

1 Систему плоскостей проекций  $\Pi_2/\Pi_1$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$ , плоскость  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ , ось  $X_1$  вводим параллельно проекции прямой  $(C_1 D_1)$ , а координаты точек по  $Z = \text{const}$ .

2 Систему плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_4/\Pi_5$ , плоскость  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ , ось  $X_2$  вводим перпендикулярно проекции прямой  $(C_4 D_4)$ , а координаты точек по  $Y = \text{const}$ .

3 Проекция отрезка  $[M_5 K_5] \perp (A_5 B_5)$ , проекция отрезка  $[M_5 K_5]$  проецируется в натуральную величину, проекцию отрезка  $[M_4 K_4]$  проводим параллельно оси  $X_2$ .

4 Возвращаем отрезок  $[M K]$  на исходные плоскости проекций  $\Pi_1/\Pi_2$ .

**Задача.** Определить натуральную величину двугранного угла  $ABCD$  (рисунок 7.4).

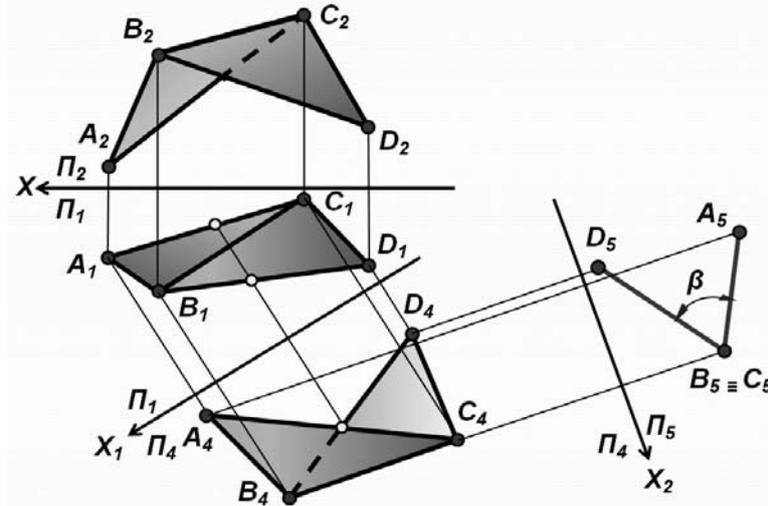


Рисунок 7.4 – Решение задачи на определение натуральной величины двугранного угла

Алгоритм решения.

1 Система плоскостей проекций  $\Pi_2/\Pi_1$  преобразуется в систему плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$ , плоскость  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ , ось  $X_1$  вводим параллельно проекции ребра двугранного угла ( $B_1 C_1$ ), а координаты точек по  $Z = \text{const}$ .

2 Система плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$  преобразуется в систему плоскостей  $\Pi_4/\Pi_5$ , плоскость  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ , ось  $X_2$  вводим перпендикулярно проекции ребра двугранного угла ( $B_4 C_4$ ), а координаты точек по  $Y = \text{const}$ .

3 Двугранный угол на плоскость  $\Pi_5$  проецируется в виде плоского угла в натуральную величину.

**Задача.** Определить натуральную величину расстояния от точки  $K$  до плоскости  $\Delta ABC$  (рисунок 7.5).

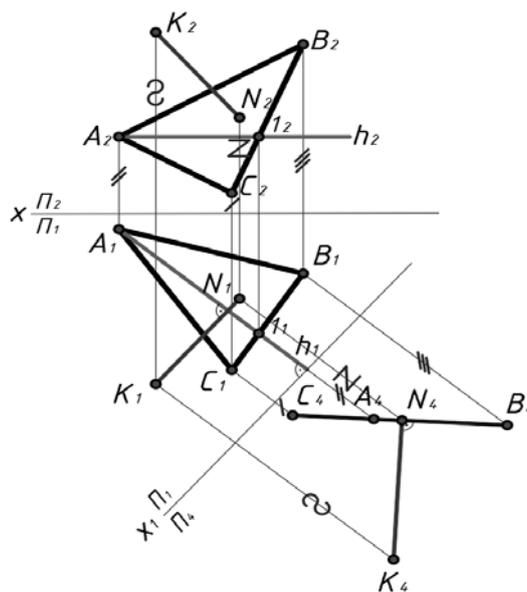


Рисунок 7.5 – Решение задачи на определение натуральной величины расстояния от точки  $K$  до плоскости  $\Delta ABC$

Алгоритм решения.

1 В плоскости  $\Delta ABC$  проводим две проекции горизонтали  $h_2$  и  $h_1$ .

2 Систему плоскостей проекций  $\Pi_2/\Pi_1$  преобразуем в систему плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$ , плоскость  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ , ось  $X_1$  вводим перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , а координаты точек по  $Z = \text{const}$ .

3 Проекция отрезка  $[K_4 N_4] \perp \Delta A_4 B_4 C_4$ , отрезок  $[K_4 N_4]$  проецируется в натуральную величину и является решением задачи.

4 Возвращаем отрезок  $[KN]$  на исходные плоскости проекций  $\Pi_1/\Pi_2$ . При этом проекцию отрезка  $[K_1 N_1]$  проводим параллельно оси  $X_1$ . Координата проекции точки  $N_2$  по  $Z = \text{const}$ .

## 8 Способы преобразования проекций. Вращение вокруг линий уровня. Решение комплексных метрических задач на сечение комбинированной поверхности плоскостью общего положения

Сущность способа вращения вокруг линии уровня состоит в том, что положение прямых линий и плоских фигур общего положения в пространстве изменяется путем поворота вокруг некоторой оси так, чтобы прямая или плоская фигура оказались в частном положении относительно неизменной системы плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_2$ .

Траектория движения всех точек при вращении – окружность. При вращении точки относительно горизонтали ее горизонтальная проекция перемещается по окружности, которая проецируется в прямую, перпендикулярную горизонтальной проекции горизонтали.

При вращении точки относительно фронтали ее фронтальная проекция перемещается по окружности, которая проецируется в прямую, перпендикулярную фронтальной проекции фронтали.

**Задача.** Вращением вокруг горизонтали определить натуральную величину угла между пересекающимися прямыми  $a$  и  $b$  (рисунок 8.1).

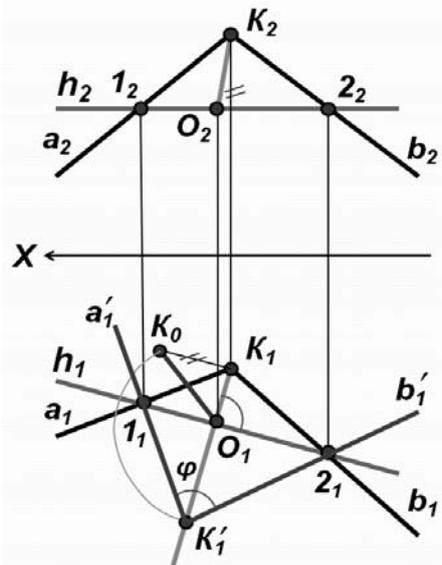


Рисунок 8.1 – Решение задачи на определение натуральной величины угла между пересекающимися прямыми

Алгоритм решения.

1 В плоскости, заданной пересекающимися прямыми  $a$  и  $b$ , проводим проекции горизонтали, являющейся осью вращения.

2 Из точки пересечения прямых  $K$  строим проекции перпендикуляра к оси вращения (в него проецируется окружность, по которой перемещается точка  $K$ ), при этом точка  $O$  – центр вращения.

3 Методом прямоугольного треугольника (по разнице координат  $Z$  для точек  $K$  и  $O$ ) определяем натуральную величину отрезка  $OK$  – это радиус вращения.

4 Вращаем прямые до положения,  $a$  и  $b$  параллельны плоскости проекций  $\Pi_1$ . Получаем угол между прямыми в натуральную величину.

**Задача.** Вращением вокруг линии уровня определить натуральную величину  $\triangle ABC$  (рисунок 8.2).

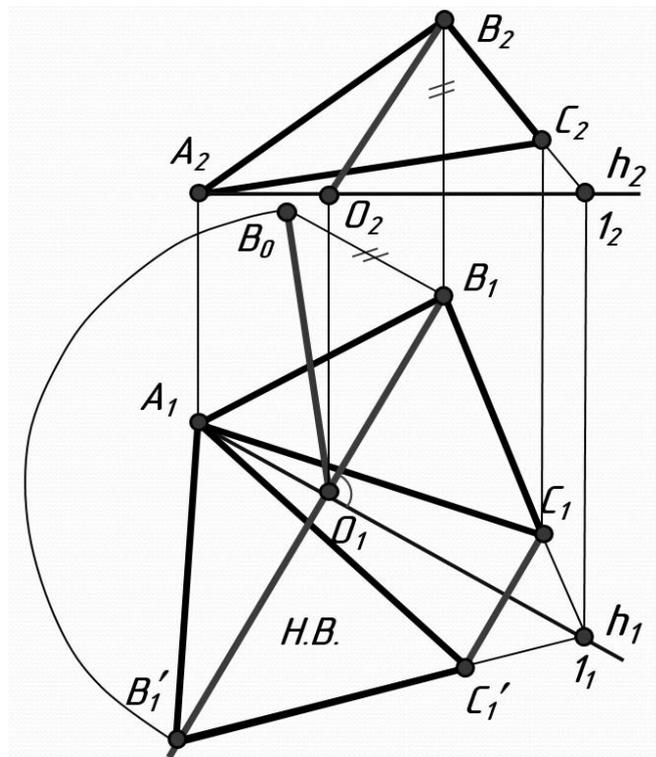


Рисунок 8.2 – Решение задачи на определение натуральной величины  $\triangle ABC$  вращением вокруг линии уровня

Алгоритм решения.

1 В плоскости, заданной  $\triangle ABC$ , проводим проекции горизонтали, являющейся осью вращения.

2 Из точки  $B$ , являющейся одной из вершин  $\triangle ABC$ , проводим проекции перпендикуляра к оси вращения (в него проецируется окружность, по которой перемещается точка  $B$ ), при этом точка  $O$  – центр вращения.

3 Методом прямоугольного треугольника (по разнице координат  $Z$  для точек  $B$  и  $O$ ) определяем натуральную величину отрезка  $OB$  – это радиус вращения.

4 Вращаем  $\triangle ABC$  до положения, параллельного плоскости проекций  $\Pi_1$ , получаем его проекцию в натуральную величину.

Методом вращения вокруг линии уровня можно решать и более сложные комплексные метрические задачи.

**Задача.** Вращением вокруг линии уровня определить натуральную величину угла между плоскостью  $\alpha$ , заданной прямыми  $(n, m)$  и плоскостью  $\beta$ , заданной прямыми  $(h, f)$  (рисунок 8.3).

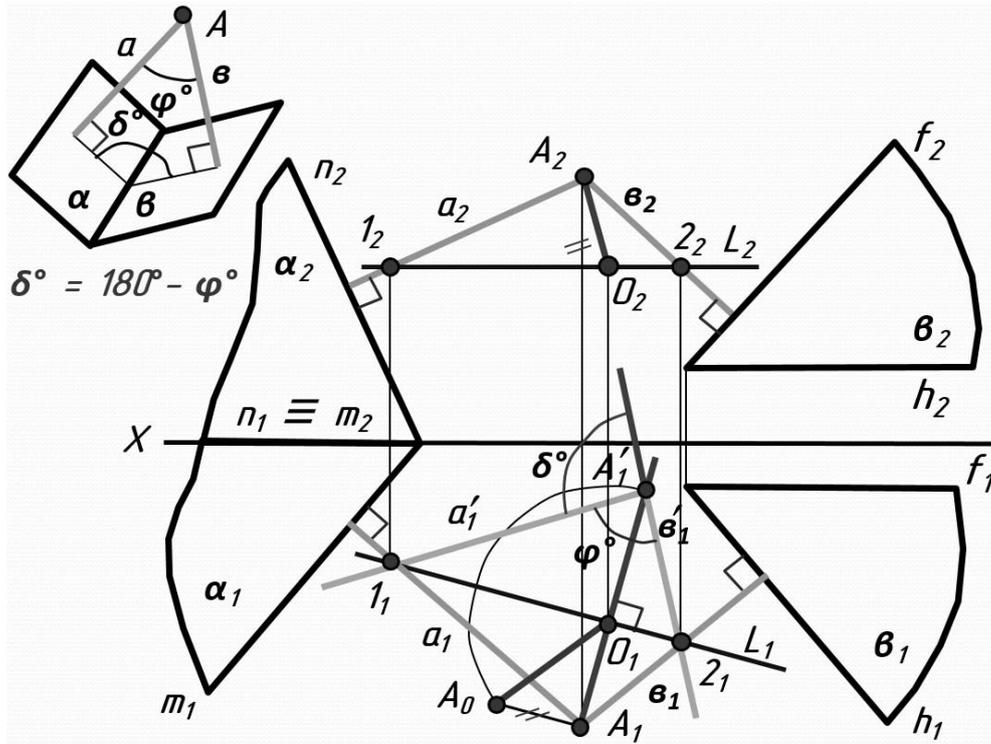


Рисунок 8.3 – Решение задачи на определение натуральной величины угла между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  вращением вокруг линии уровня

Алгоритм решения.

1 В соответствии с пространственной схемой, из точки  $A$ , расположенной между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проводим две проекции перпендикуляра  $a$  к плоскости  $\alpha$ , заданной горизонталью  $m$  и фронталью  $n$ . Затем из точки  $A$  проводим две проекции перпендикуляра  $b$  к плоскости  $\beta$ , заданной горизонталью  $h$  и фронталью  $f$ .

2 В плоскости, заданной пересекающимися в точке  $A$  прямыми  $a$  и  $b$ , проводим проекции горизонтали  $L$ , являющейся осью вращения.

3 Из точки  $A$  проводим проекции перпендикуляра к оси вращения (в него проецируется окружность, по которой перемещается точка  $A$ ), при этом точка  $O$  – центр вращения.

4 Методом прямоугольного треугольника (по разнице координат  $Z$  для точек  $A$  и  $O$ ) определяем натуральную величину отрезка  $OA$  – это радиус вращения.

5 Вращаем пересекающиеся в точке  $A$  прямые  $a$  и  $b$ , до положения, параллельного плоскости проекций  $\Pi_1$ , получаем проекцию угла  $\varphi$  между перпендикулярами к плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$  в натуральную величину.

6 Достаиваем угол  $\varphi$  до  $180^\circ$ , получаем угол  $\delta$  между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  в натуральную величину.

Использование преобразования проекций позволяет значительно упростить решение такой сложной комплексной задачи, как сечение комбинированной поверхности плоскостью общего положения. Методом замены плоскостей проекций секущая плоскость общего положения преобразуется в проецирующую, что существенно ускоряет построение проекций фигуры сечения.

Индивидуальное задание № 4 «Метрические задачи» (листы 1–3) выполняется на форматах А3 и включает в себя пять задач (рисунки 8.4–8.6).

**Задача 1.** Найти натуральную величину  $\triangle ABC$  (методом вращения вокруг линии уровня).

**Задача 2.** Определить натуральную величину расстояния между скрещивающимися прямыми  $SA$  и  $BC$  (методом замены плоскостей проекций).

**Задача 3.** Найти натуральную величину расстояния от точки  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$  (методом замены плоскостей проекций).

**Задача 4.** Определить натуральную величину двугранного угла  $SABC$  (методом замены плоскостей проекций).

**Задача 5.** Построить проекции сечения комбинированной поверхности плоскостью общего положения. Определить видимость проекций сечения и поверхности относительно плоскости. Построить натуральную величину фигуры сечения.

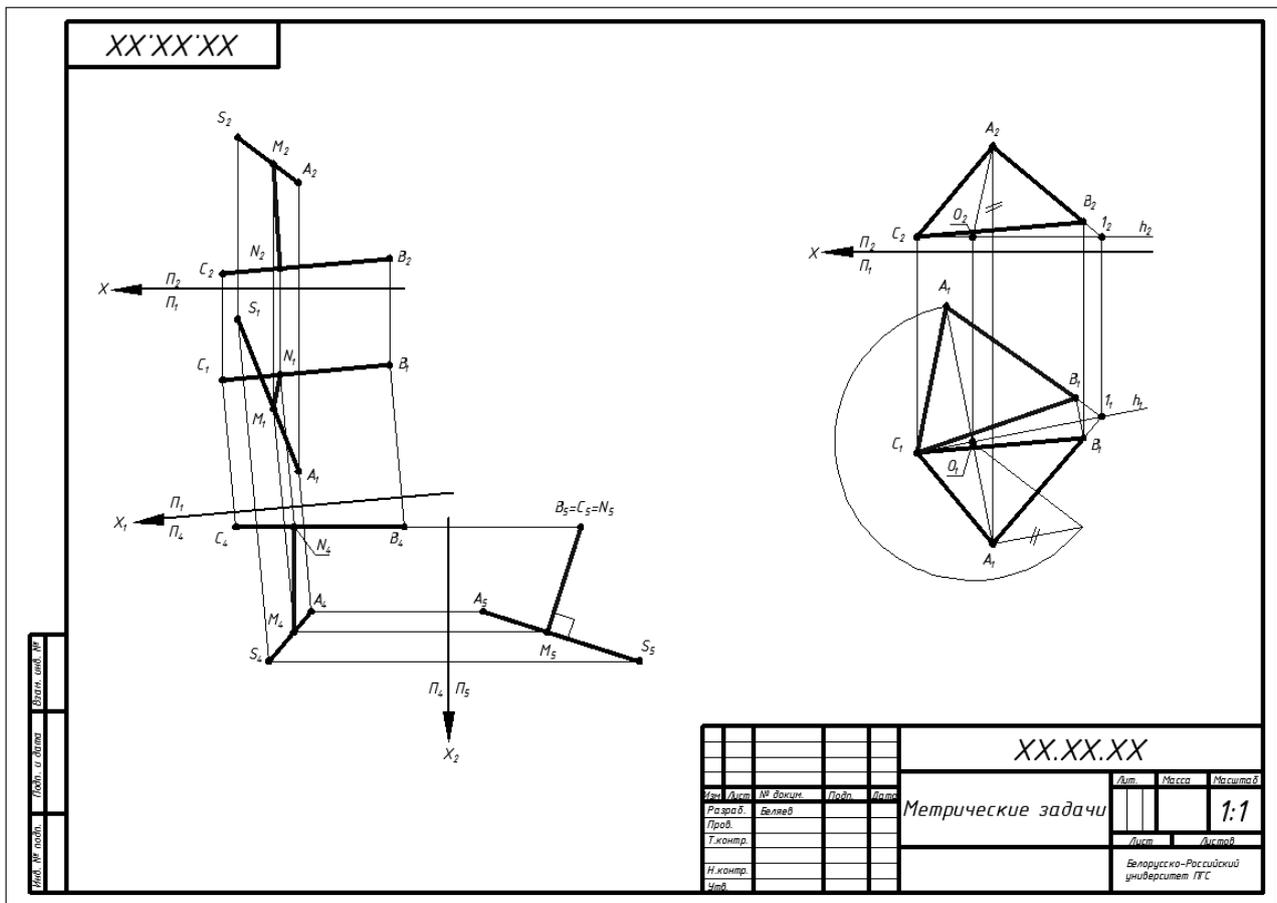


Рисунок 8.4 – Индивидуальное задание № 4 «Метрические задачи». Задачи 1 и 2

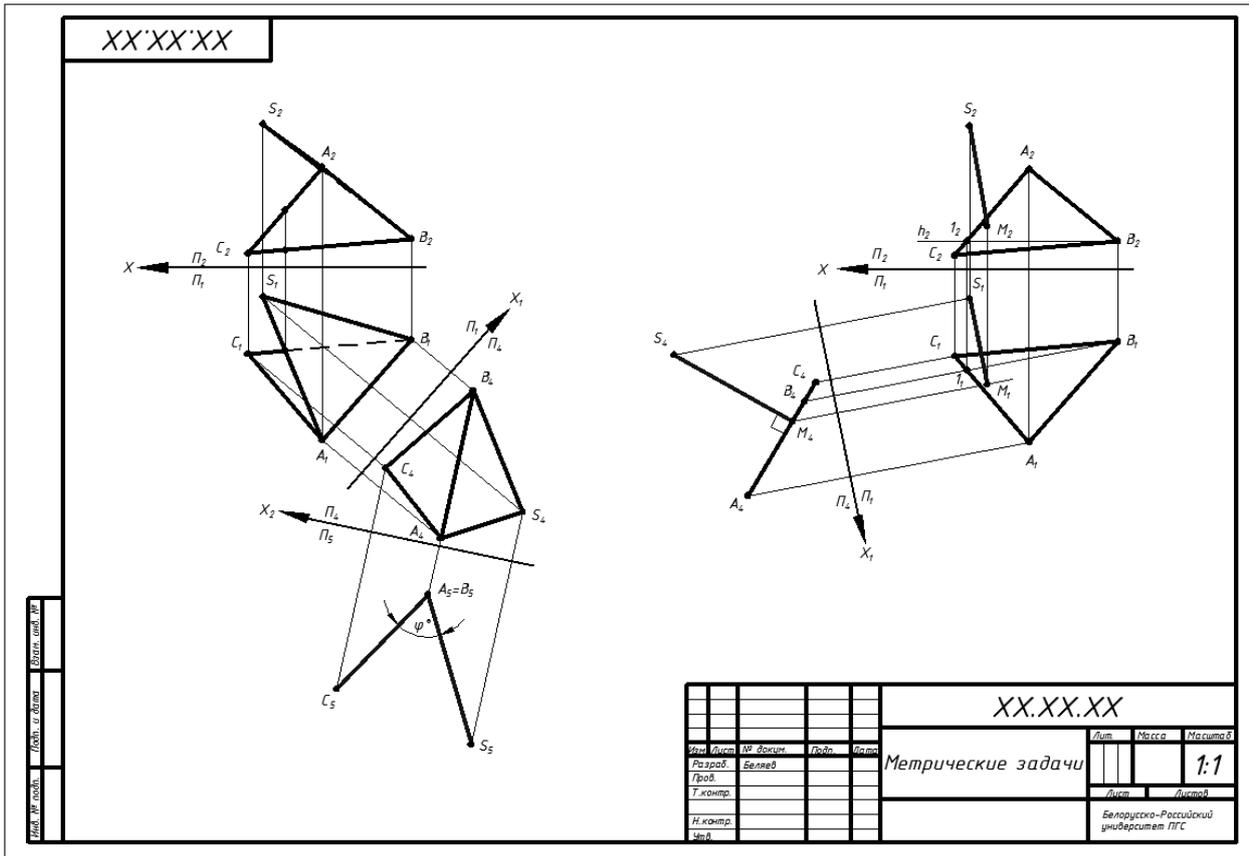


Рисунок 8.5 – Индивидуальное задание № 4 «Метрические задачи». Задачи 3 и 4

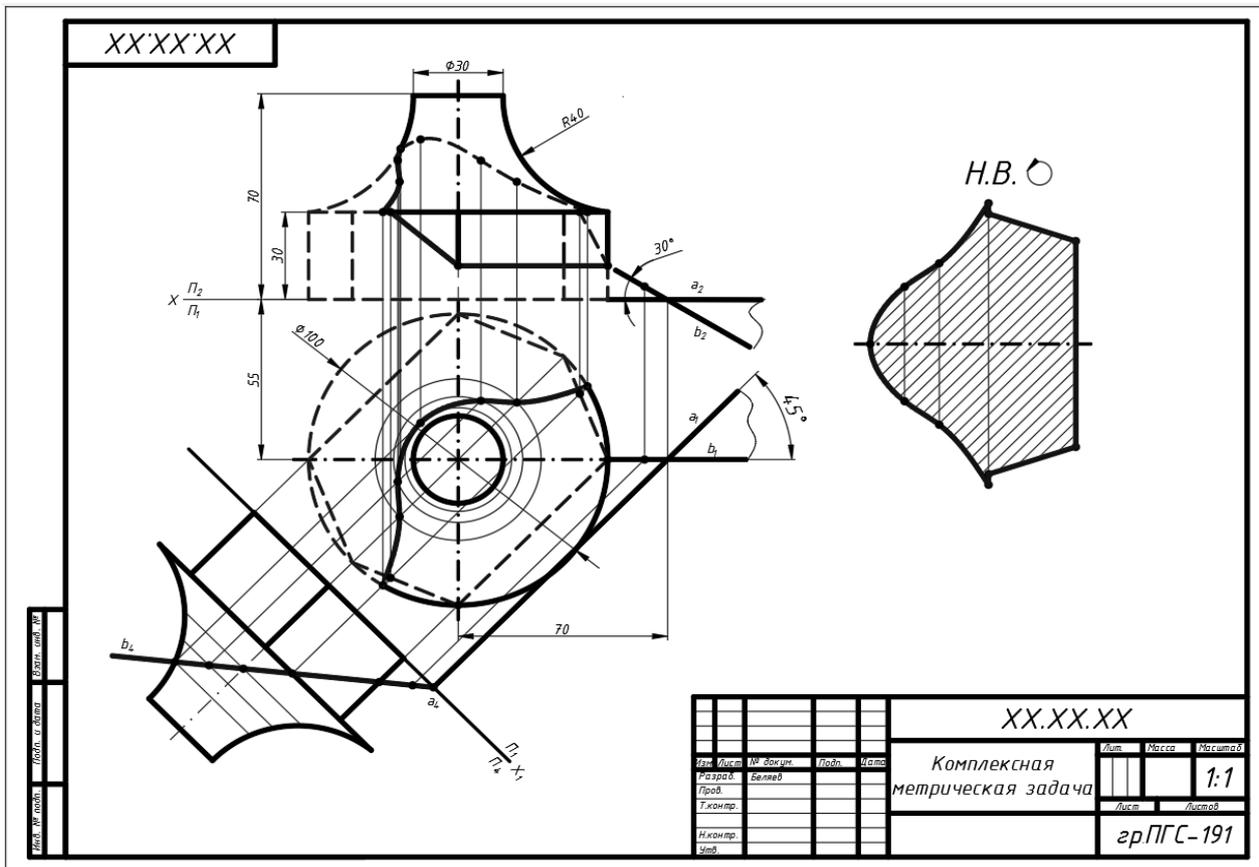


Рисунок 8.6 – Индивидуальное задание № 4 «Метрические задачи». Задача 5

## 9 Проекция с числовыми отметками. Привязка земельного сооружения к топографической поверхности

Способ проекций с числовыми отметками является основным при проектировании земляных сооружений. Сущность способа: все точки ортогонально проецируются только на одну (обычно горизонтальную) плоскость нулевого уровня, которую обозначают  $\Pi_0$ . Одна проекция точки не определяет ее положение в пространстве, поэтому фронтальную проекцию заменяют числовой отметкой, т. е. превышением точки над плоскостью  $\Pi_0$ . Числовые отметки задают в метрах, их наносят внизу справа от проекции точки. Все точки выше уровня плоскости  $\Pi_0$  обозначаются со знаком «+», который не ставится. Точки ниже уровня  $\Pi_0$  обозначаются со знаком «-», который принято проставлять. Каждый чертеж в проекциях с числовыми отметками сопровождается линейным масштабом.

Интервалом  $l$  прямой  $AB$  называется горизонтальная проекция отрезка между двумя точками прямой, имеющими разность уровней в одну единицу. Уклоном  $i$  называется отношение превышения прямой  $AB$  к ее горизонтальному заложению  $h$ . Уклон и интервал величины, обратные друг другу (рисунок 9.1). Уклон прямых, откосов выемок и насыпей задается в виде дроби – 1:2, 1:3 или в процентах – 10 %, 20 %.

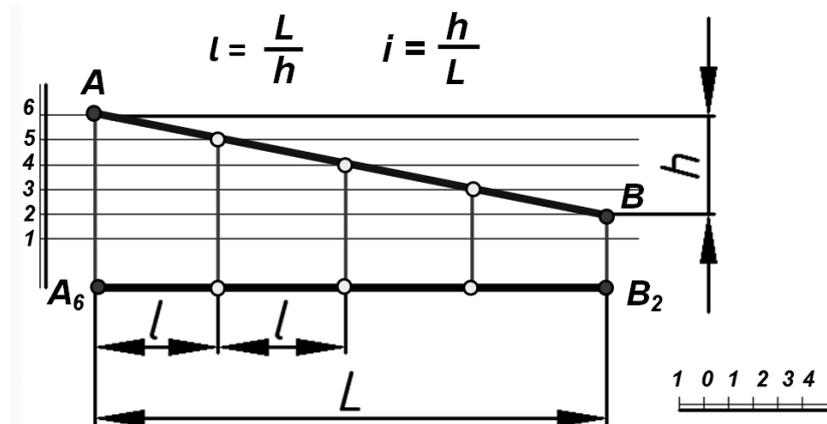


Рисунок 9.1 – Уклон и интервал величины, обратные друг другу

Основные задачи, решаемые в проекциях с числовыми отметками – это привязка различных земляных сооружений к топографической поверхности. Земную поверхность называют топографической. На плане ее показывают с помощью горизонталей, линий, соединяющих точки с одинаковыми отметками. Разность высотных отметок между соседними горизонталями принимают равной 1 м.

Плоскость в проекциях с числовыми отметками задают масштабом уклонов. Линией масштаба уклона плоскости называют проградуйрованную проекцию линии ската плоскости. Масштаб уклонов изображают на плане двумя параллельными прямыми: сплошной основной и сплошной тонкой с нанесенными на них отметками горизонталей. Угол между натуральной величиной линии ската и проекцией масштаба уклона называется углом падения плоскости (рисунок 9.2).

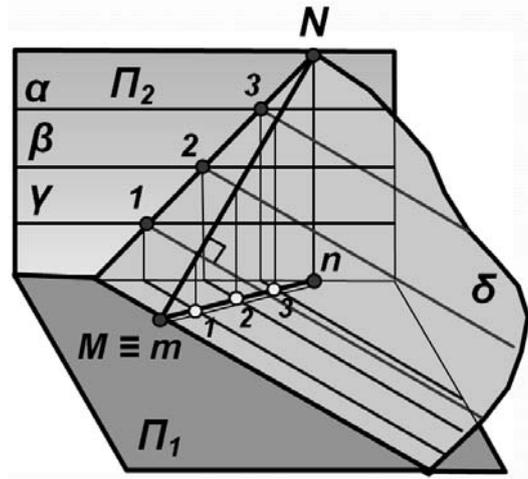


Рисунок 9.2 – Линия масштаба уклона плоскости

**Задача.** Привязать к топографической поверхности площадку с отметкой  $+64,00$  и примыкающую к ней аппарель. Определить границы земляных работ, приняв уклоны откосов выемки и насыпи  $1:1$ , уклон аппарели  $1:6$ . Для откосов выемки предусмотреть устройство кювета (рисунок 9.3).

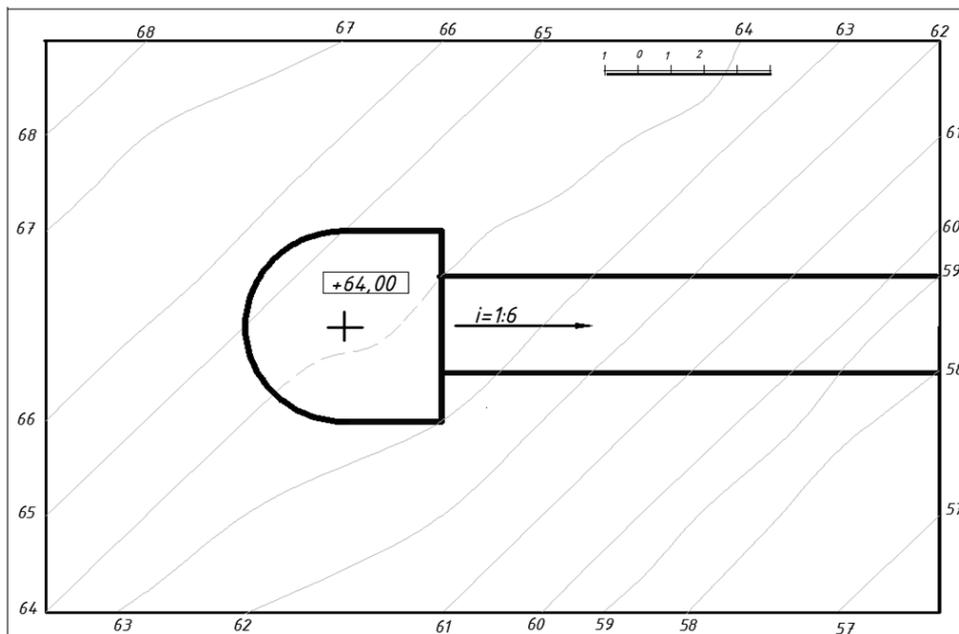


Рисунок 9.3 – Исходные данные задачи на привязку земельного сооружения к топографической поверхности

Аппарель (от фр. *Appareil* – въезд) – пологий спуск с площадки или въезд на нее, расположенный в выемках или насыпях, широко применяется при постройке земляных сооружений. Кювет – канавка трапецидального сечения для отвода поверхностных дождевых и талых вод с полотна и откосов выемки дорог и площадок.

Алгоритм решения задачи.

1 Определяем точки на линии нулевых работ (они лежат на горизонтали, отметка которой совпадает с отметкой площадки).

2 Сравниваем отметки горизонталей топографической поверхности с

отметкой площадки. Определяем, в какой стороне от линии нулевых работ расположится выемка, а в какой – насыпь. Для части площадки, которая расположена в выемке, предусматриваем устройство водоотводного кювета шириной 1 м, наносим его границы.

3 Зная уклоны откосов выемки и насыпи, определяем величину интервальных делений между соседними горизонталями. Для каждого откоса площадки (перпендикулярно границам площадки) проводим линии масштаба уклона плоскости, на них наносим интервальные деления. Через интервальные деления проводим горизонтали откосов выемки и насыпи, ставим отметки горизонталей.

4 Определяем точки пересечения между собой горизонталей откосов выемки, имеющих одинаковые отметки. Через эти точки проводим линию пересечения плоскостей смежных откосов – линию водораздела.

5 На пересечениях одноименных горизонталей откосов выемки и топографической поверхности наносим точки, через которые пройдет граница земляных работ – линия пересечения откосов выемки с землей.

6 При необходимости выполняем построение промежуточных точек одним из двух способов:

*Первый способ:* по следу секущей плоскости между горизонталями с нужными отметками строим профиль земной поверхности и профиль откоса, на их пересечении получаем общую точку.

*Второй способ:* секущую плоскость между горизонталями с нужными отметками заключаем во вспомогательную плоскость, заданную двумя параллельными горизонталями. Строим линию пересечения плоскостей. На пересечении следа секущей плоскости и линии пересечения плоскостей получаем общую точку.

7 Через полученные точки проводим линию пересечения откоса выемки с землей. Радиальный откос пересекается с земной поверхностью по кривой линии.

8 Линия водораздела двух смежных откосов выемки стыкуется с топографической поверхностью в точке, где ее пересекает граница земляных работ откоса выемки.

9 На каждый откос выемки наносим группу бергштрихов. Бергштрихи – это линии, указывающие направление вниз по склону, направление стока воды с откосов выемки и насыпи. Они всегда располагаются перпендикулярно горизонталям откоса, и только на радиальных откосах направлены в центр, из которого проведены концентрические горизонталы (рисунок 9.4).

10 Определяем точки пересечения между собой горизонталей откосов насыпи, имеющих одинаковые отметки. Через эти точки проводим линию водораздела, линию пересечения плоскостей смежных откосов насыпи.

11 На пересечениях одноименных горизонталей откоса насыпи и топографической поверхности наносим точки, через которые пройдет линия пересечения откоса насыпи с землей.

12 Через полученные точки проводим границу земляных работ откоса насыпи, наносим бергштрихи.

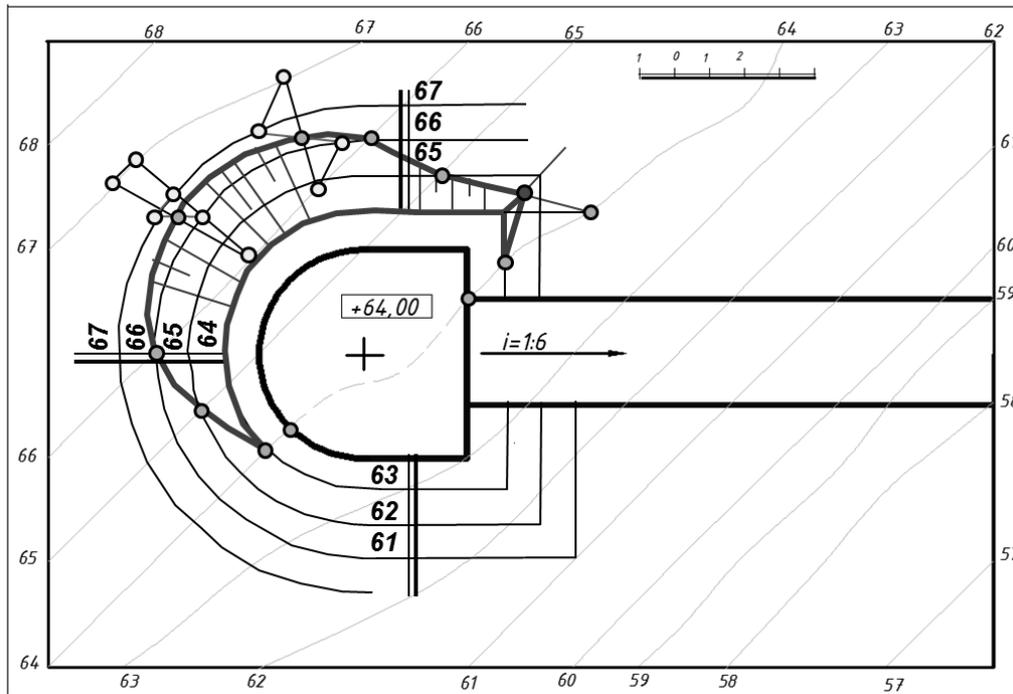


Рисунок 9.4 – Начальный этап решения задачи на привязку земляного сооружения к топографической поверхности. С использованием промежуточных точек построены откосы выемки площадки

13 В соответствии с заданным уклоном 1:6 градуируем ось въезда аппарели, наносим интервальные деления, проставляем отметки, учитывая, что стрелка на аппарели указывает направление их понижения.

14 С двух сторон полотна аппарели проводим окружности, приняв за их центры целые отметки. Радиус окружностей зависит от уклона откосов аппарели. Окружности являются горизонталями, задающими конические поверхности. При построении откосов насыпи представляем конусы вверх вершиной, при построении откосов выемки – конусы вниз вершиной.

15 Проводим горизонтали аппарели по касательным к окружностям. Получив направление горизонталей, перпендикулярно им строим линии масштаба уклона плоскости, на них наносим интервальные деления и отметки горизонталей.

16 Через интервальные деления проводим все горизонтали аппарели, их количество зависит от отметок горизонталей топографической поверхности в границах работ.

17 Проводим линию водораздела между откосами насыпи аппарели и насыпи площадки. С обеих сторон аппарели, на пересечениях одноименных горизонталей откосов насыпи аппарели и топографической поверхности, наносим точки, через них проводим линии пересечения откосов с землей.

18 Линия водораздела смежных откосов насыпи площадки и аппарели стыкуется с топографической поверхностью в точке, где ее пересекает граница земляных работ откоса аппарели. Соединяем конечные точки на линиях водоразделов, заканчиваем построение откосов насыпи аппарели.

19 Перпендикулярно к горизонталям аппарели наносим бергштрихи на все построенные откосы аппарели (рисунки 9.5 и 9.6).

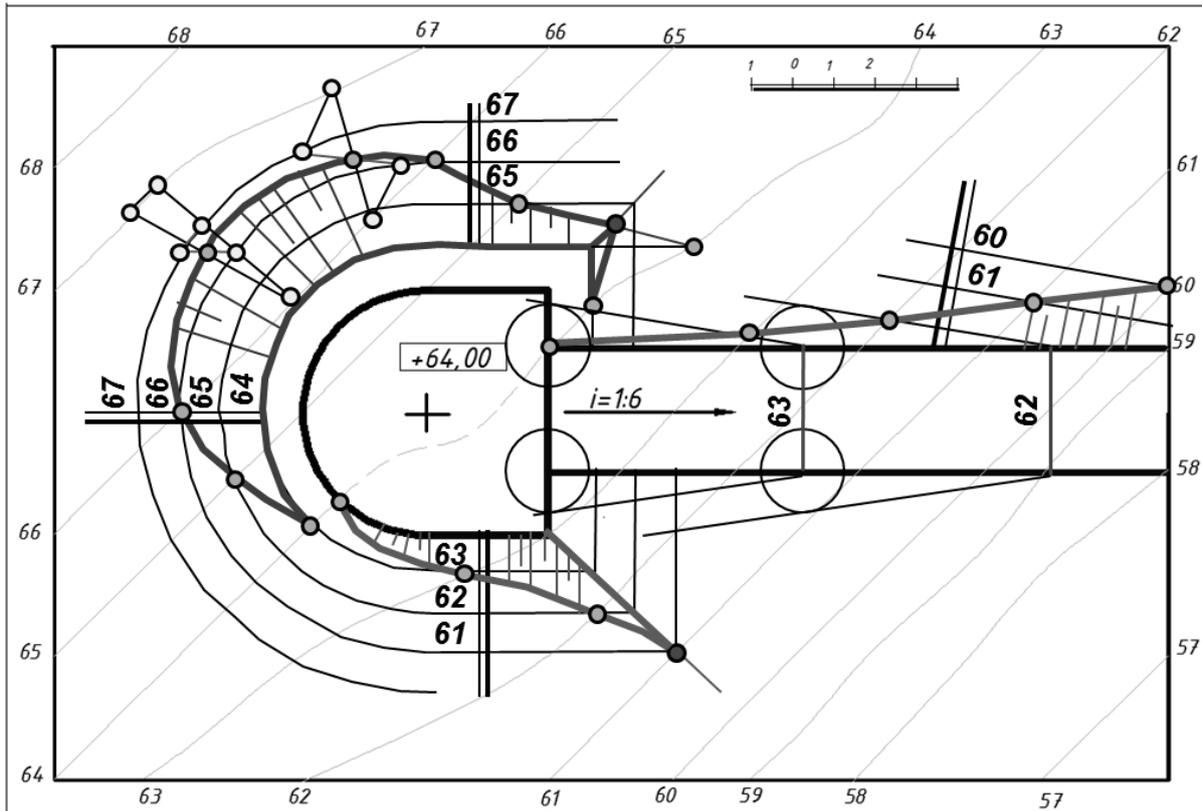


Рисунок 9.5 – Промежуточный этап решения задачи на привязку земельного сооружения к топографической поверхности. Начато построение откосов насыпи площадки и аппарели

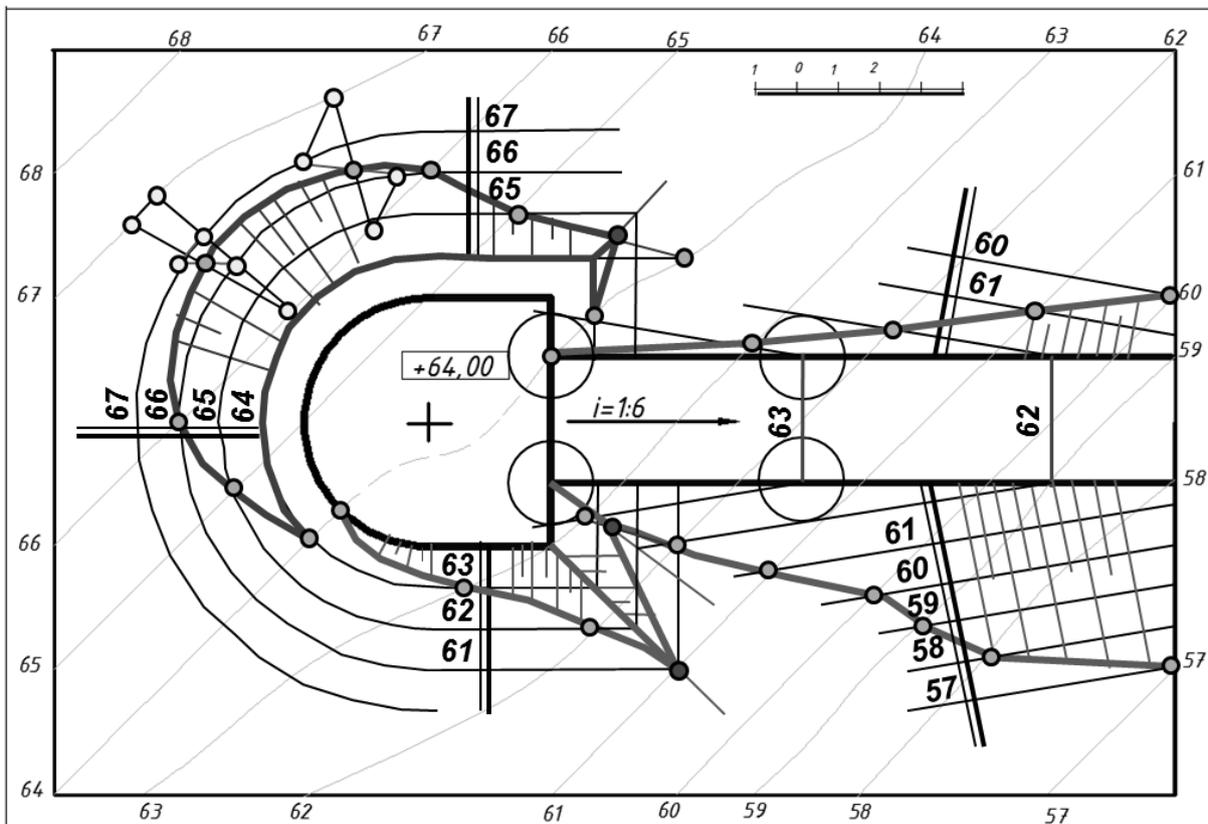


Рисунок 9.6 – Завершающий этап решения задачи на привязку земельного сооружения к топографической поверхности. Закончено построение границ земляных работ

Индивидуальное задание № 5 «Определение границ земляных работ» выполняется на формате А3 (рисунок 9.7).

**Задача.** По заданному горизонталями плану топографической поверхности и контуру запроектированной на ней строительной площадки с примыкающей аппарелью, построить линии водораздела и границы земляных работ для откосов выемки, насыпи и аппарели.

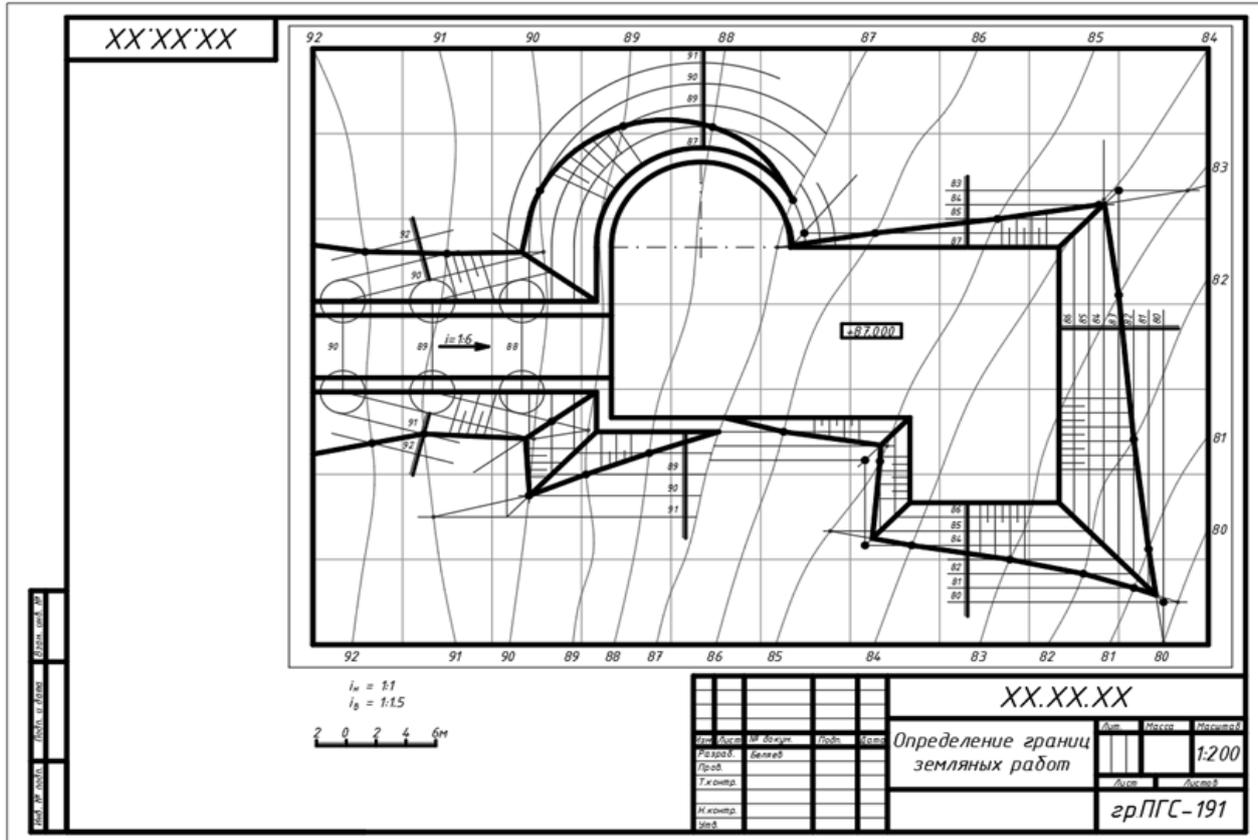


Рисунок 9.7 – Индивидуальное задание № 5 «Определение границ земляных работ»

## 10 Перспектива

Перспективой называется способ изображения тел, основанный на методе центрального проецирования и само перспективное изображение тела, построенное с кажущимися изменениями, обусловленными удаленностью тела от наблюдателя и его расположением в пространстве. Перспективу называют линейной, если изображение строят на плоскости. Проективный аппарат линейной перспективы включает в себя следующие элементы (рисунок 10.1).

Предметная плоскость  $\Pi$  – на ней располагаются объект проецирования (здание, сооружение) и зритель.

Картинная плоскость  $K$  – перпендикулярна предметной плоскости, служит для получения перспективного изображения. Основание картины – линия пересечения картинной плоскости с предметной.

Плоскость горизонта  $H$  – параллельна предметной плоскости, проходит на уровне глаз наблюдателя.

Линия горизонта  $H-H$  – линия пересечения плоскости горизонта с картинной плоскостью.

Главный луч  $SP$  – перпендикуляр к картинной плоскости. Плоскость главного луча  $\alpha$  проходит по главному лучу  $SP$ .

Центр проекций  $S$  – точка зрения, соответствующая положению глаз наблюдателя. Точка стояния  $S_1$  – основание точки зрения.

Главная точка картины  $P$  – точка пересечения главного луча с картиной.

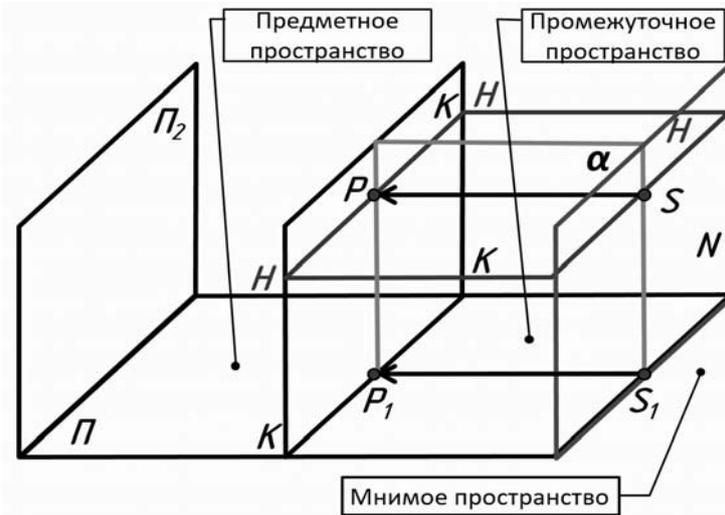


Рисунок 10.1 – Проективный аппарат линейной перспективы

Нейтральная плоскость  $N$  – проходит через точку зрения  $S$  параллельно картинной плоскости. Картинная и нейтральная плоскости делят пространство на три части. Промежуточное пространство – находится между точкой  $S$  и картиной. Предметное пространство – находится за картиной, в нем располагаются проецируемые предметы. Мнимое пространство – находится за точкой зрения в направлении обратном главному лучу  $SP$ .

Если даны параллельные прямые, то перспективы несобственных (бесконечно удаленных) точек таких прямых совпадут в одной точке  $F$ , которую называют точкой схода параллельных прямых или фокусом. Метод построения перспективы с использованием точек схода параллельных прямых (фокусов) называется методом архитекторов. Для построения удачной перспективы объема методом архитекторов, руководствуются правилами, выработанными практикой (рисунок 10.2).

1 Картинную плоскость принято проводить через ребро объема. В этом случае на перспективном изображении оно будет построено в натуральную величину. Картинную плоскость ориентируют так, чтобы главная точка  $P$  оказалась в пределах средней трети угла зрения.

2 Горизонтальная проекция линии основания картины с плоскостью главного фасада объема должна составлять угол  $\alpha$ , равный  $25^\circ \dots 35^\circ$ .

3 Угол между проецирующими лучами, направленными в крайние точки плана объема, называется углом зрения  $\varphi$ . Его выбирают в пределах  $20^\circ \dots 60^\circ$ . Оптимальное значение угла зрения равно  $28^\circ$ .

4 Высоту линии горизонта  $H$  обычно принимают на уровне глаз человека.

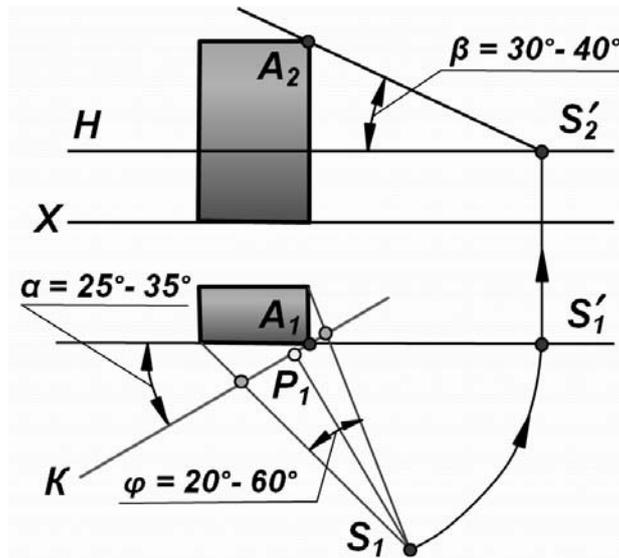


Рисунок 10.2 – Выбор точки и угла зрения. Ориентировка картинной плоскости при построении линейной перспективы объема

5 Если высота здания больше его длины, проверяется вертикальный угол зрения  $\beta$ , он должен быть в пределах  $30^\circ \dots 40^\circ$ . На практике, чтобы получить нужное значение угла, точку зрения  $S$  задают на расстоянии  $1,5 - 2$  высоты здания от линии основания картины в направлении главного луча.

6 Для того чтобы перспективное изображение объекта не казалось замальченным, перспективный чертеж увеличивают в необходимое количество раз по сравнению с исходными данными (обычно в 2 раза).

Решение задачи построения перспективы объемов методом архитекторов, приведено на рисунках 10.3 и 10.4.

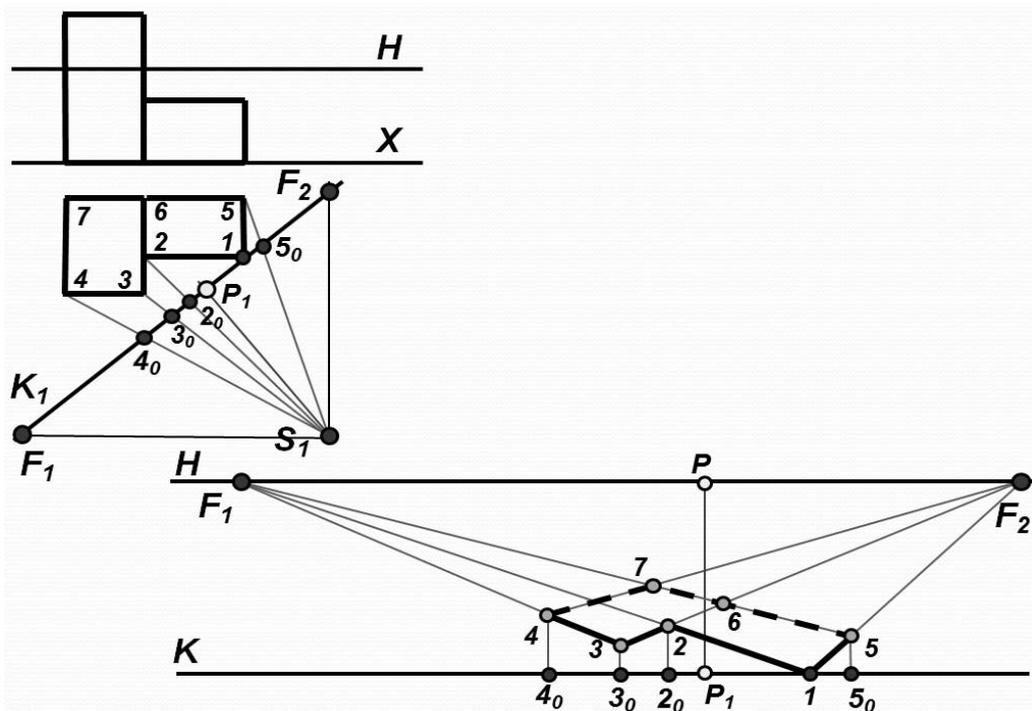


Рисунок 10.3 – Начальный этап построения линейной перспективы объемов. Выбрано положение точки зрения, определены фокусы. Выполнено построение основания объемов

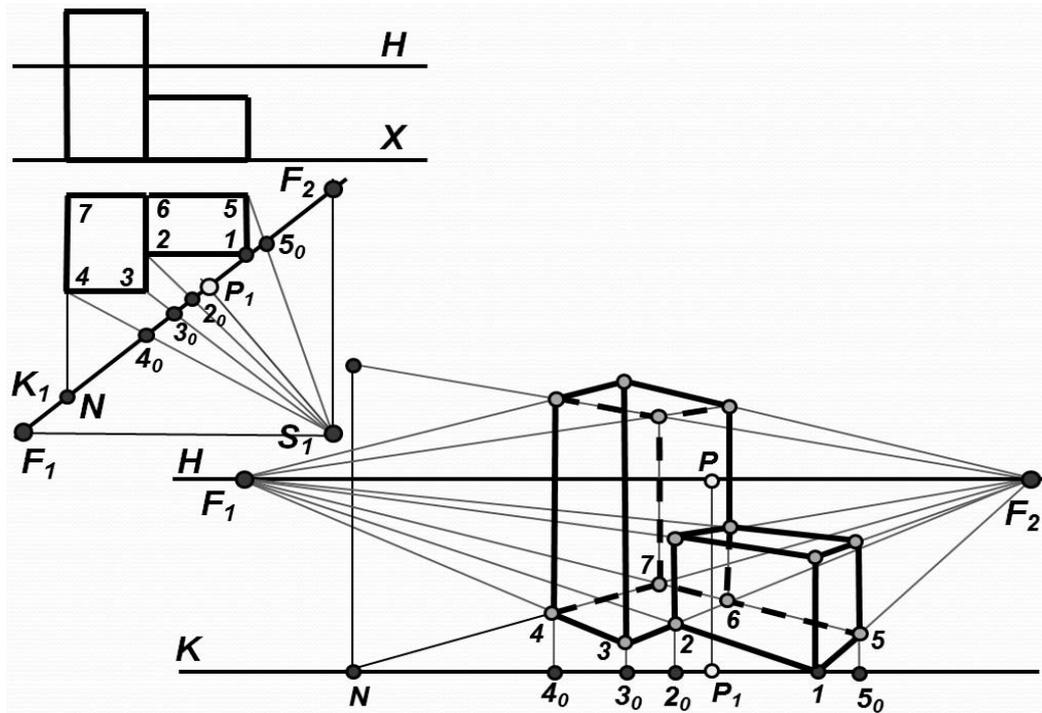


Рисунок 10.4 – Завершающий этап построения линейной перспективы объемов. Выполнено построение плоскостей фасадов объемов, определена их видимость

Индивидуальное задание № 6 «Перспективное изображение» выполняется на формате А3 (рисунок 10.5), вспомогательное построение на А4.

**Задача.** Построить перспективное изображение объемов схематизированной группы зданий методом архитекторов. Построить собственные и падающие тени объемов с передачей светотеневой градации.

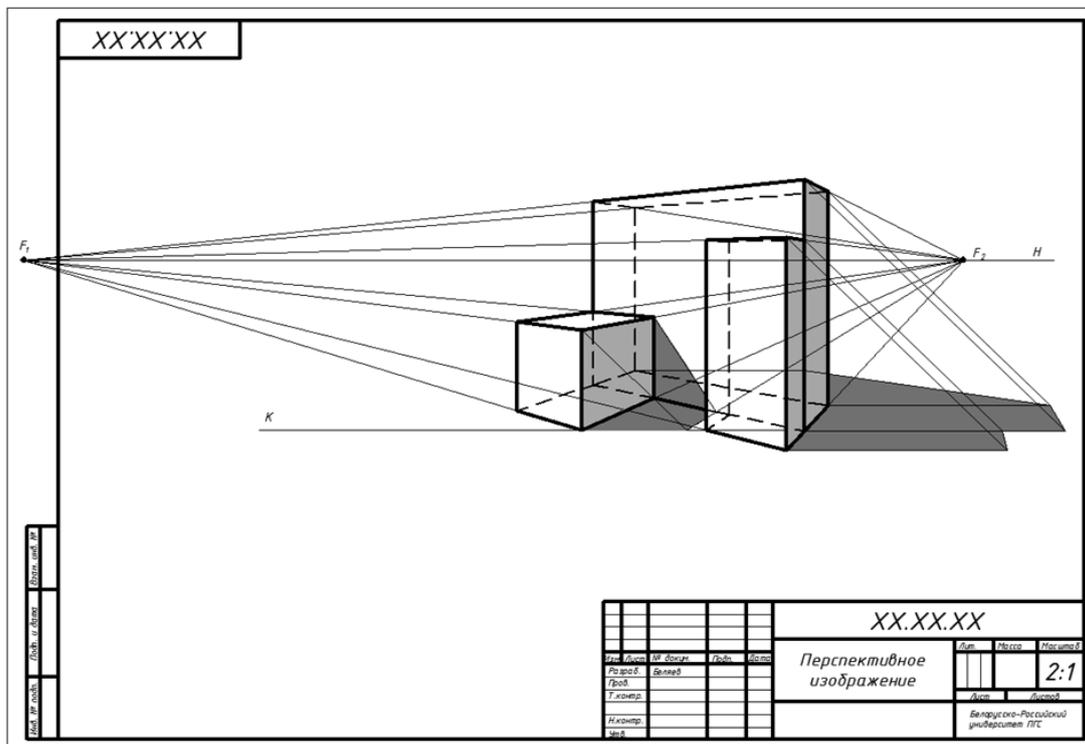


Рисунок 10.5 – Индивидуальное задание № 6 «Перспективное изображение»

## 11 Тени

Построенные на чертеже проекции теней придают чертежу объемность и выразительность. Тенью от точки  $A$  на любую поверхность называется точка пересечения светового луча  $S$ , проходящего через эту точку, с поверхностью.

При построении теней на ортогональных проекциях направление световых лучей  $S$  принимается параллельным диагонали куба, три грани которого совпадают с плоскостями проекций  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$ . Такое направление световых лучей соответствует освещению в полдень в средних широтах и считается стандартным.

Собственная тень – неосвещенная часть поверхности самого объекта. Контур собственной тени – граница между освещенной и неосвещенной частями поверхности объекта. Падающая тень – тень, отбрасываемая объектом на плоскость проекций или на соседний объект. Контур падающей тени – параллельная проекция контура собственной тени.

Если тень отрезка прямой падает одновременно на обе плоскости проекций, необходимо найти точку преломления тени на оси  $X$ . Если след светового луча находится в первой четверти пространства, тень называется реальной или действительной. Если след светового луча падает в другую четверть пространства, тень называется мнимой (рисунок 11.1).

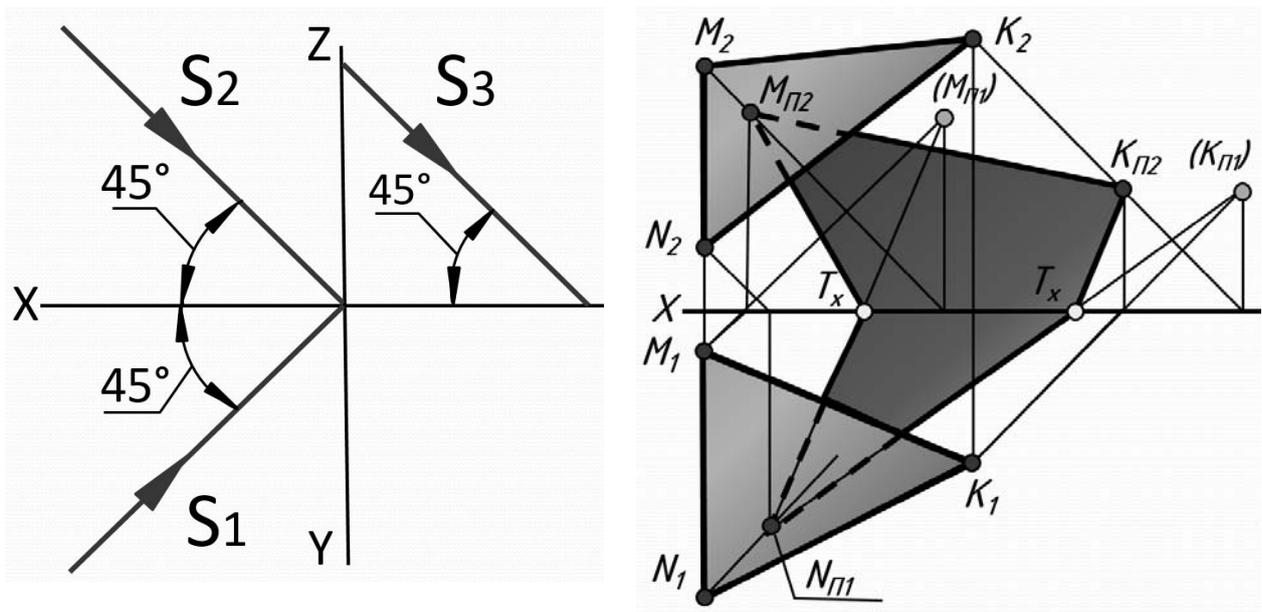


Рисунок 11.1 – Направление световых лучей при построении теней на ортогональных проекциях. Построение точек преломления падающей тени треугольника

Для построения теней в перспективе необходимо иметь две проекции – перспективу луча и вторичную ее проекцию. Поскольку в основе перспективы лежит центральное проецирование, лучевые прямые, а также их проекции, параллельные в пространстве, имеют в перспективе свои точки схода. При этом точки схода вторичных проекций лучей находятся на линии горизонта, т. к. источник света (солнце) считается удаленным в бесконечность.

При построении теней на перспективном изображении чаще всего световые лучи принимают параллельными плоскости картины. Направление вторичных проекций световых лучей параллельно основанию картины, а сами лучи наклонены к предметной плоскости под углом  $45^\circ$  (рисунок 11.2).

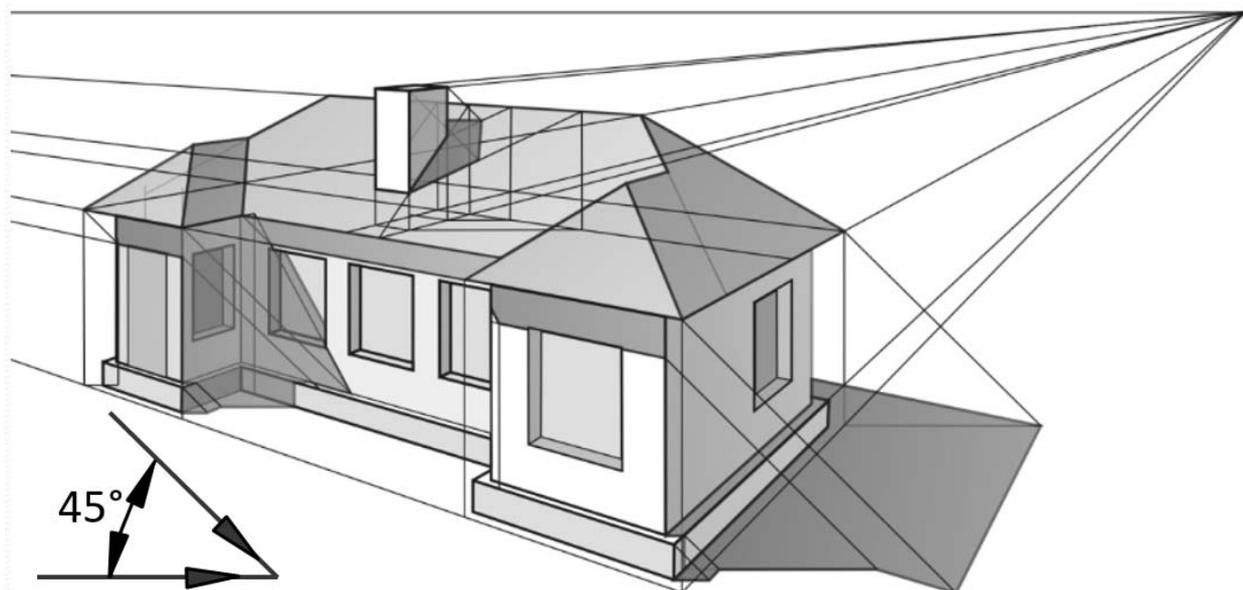


Рисунок 11.2 – Направление световых лучей при построении теней на перспективном изображении здания

### Список литературы

- 1 Инженерная графика: учебник / Под ред. Н. П. Сорокина. – Санкт-Петербург: Лань, 2016. – 392 с.: ил.
- 2 **Гордон, В. О.** Курс начертательной геометрии: учебное пособие / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. – 27-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2007. – 272 с.
- 3 **Перельгина, Л. Г.** Перспектива: учебное пособие / Л. Г. Перельгина. – Минск: Вышэйшая школа, 2021. – 263 с. : ил.