УДК 534.1+538.56

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К АНАЛИЗУ КОЛЕБАНИЙ В АВТОНОМНЫХ СИСТЕМАХ СО МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

В. Н. ЛАПТИНСКИЙ
Государственное научное учреждение
«ИНСТИТУТ ТЕХНОЛОГИИ МЕТАЛЛОВ НАН БЕЛАРУСИ»
Могилев, Беларусь

Рассматривается задача о периодических решениях нелинейной системы

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \qquad \mathbf{x}(t+T) = \mathbf{x}(t), \tag{1}$$

где $(t,\mathbf{x}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, $\mathbf{f} \in C^{(1)}\left(D, \mathbb{R}^n\right)$, $D = \left\{\mathbf{x} : \left\|\mathbf{x}\right\| < \rho\right\}$; $0 < \rho \le \infty$.

Известно [1, с. 210], что задача (1) равносильна следующей задаче:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dz} = T\,\mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}(1) = \mathbf{x}(0). \tag{2}$$

В данной работе, являющейся продолжением и развитием [2], для решения задачи (2) получено определяющее уравнение

$$\int_0^1 \mathbf{H}^{-1}(s,T,\mathbf{x}_0)\,ds\,\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}, \tag{3}$$

где $\mathbf{x}_0$ – постоянный вектор.

Матрица $\mathbf{H}(z,T,\mathbf{x}_0)$ представляет собой решение уравнения

$$\frac{d\mathbf{H}}{dz} = T\int_0^1 \mathbf{f}'\left(\mathbf{x}_0 + \mu(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)\right)d\mu\,\mathbf{H}, \quad \mathbf{H}\big|_{z=0} = \mathbf{E};$$

здесь $\mathbf{f}'(\mathbf{x})$ – матрица Якоби для $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(z,T,\mathbf{x}_0)$, $\mathbf{E}$ – единичная матрица.

Решение $\mathbf{x} = \mathbf{x}(z,T,\mathbf{x}_0)$ системы (2), определенное в промежутке $0 \le z \le 1$, представляет собой ее T - периодическое решение в том и только том случае, когда выполняется соотношение (3). Предлагаемый подход может быть использован при решении широкого круга задач естествознания и техники, связанных с анализом колебательных процессов периодического типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Холодниок, М.** Методы анализа нелинейных динамических моделей / М. Холодниок [и др.]. – М.: Мир, 1991. – 368 с., ил.
2. **Лаптинский, В. Н.** Конструктивный анализ управляемых колебательных систем / В. Н. Лаптинский. – Минск: ИМ НАН Беларуси, 1998. – 300 с.