

УДК 629.113

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАЧЕНИЯ КОЛЕСА

И. С. САЗОНОВ, В. А. КИМ, О. В. БИЛЫК, *Д. А. ЛИННИК

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

*Учреждение образования

«ГРОДНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им.Я.Купалы»

Могилев, Гродно, Беларусь

При исследовании курсового движения мобильных машин на упругих пневматиках возникает необходимость решения обратных задач – динамики, заключающихся в определении сил в контакте колес с опорной поверхностью, которые определяют устойчивость, управляемость и энергетические затраты колесной машины. Анализ результатов исследований качения колеса позволил разработать новые уравнения неголономных связей колеса второго порядка. До настоящего времени были известны уравнения неголономных связей первого порядка, которые дифференцировались для получения замкнутой системы дифференциальных уравнений движения колесных машин. При дифференцировании уравнений кинематических связей первого порядка всегда стоял вопрос о корректности производимой формальной операции дифференцирования, при котором возможны были потери начальных условий движения колесных машин. В основу получения новых уравнений кинематических связей второго порядка положена гипотеза – о разности изохронной вариации кривизны линии качения пятна контакта пневматика и геометрического центра обода колеса, имеющей вид:

$$K_{01} - K_{C0} = R \sin \chi^* + A\xi + B\theta + C\chi + D\tau + E\delta, \quad (1)$$

где ξ , τ , δ – параметры боковой, касательной и нормальной деформаций соответственно; θ – параметр угловой деформации вокруг нормали; χ – параметр угловой деформации вокруг продольной оси.

Так как в общем случае кривизна любой линии движения может быть представлена известной формулой:

$$K = \frac{\dot{x} \cdot \ddot{y} - \dot{y} \cdot \ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где $\dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}$ – первые и вторые производные от ортогональных координат, то выражение (1) с учетом (2) можно представить в виде дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{x}_{C0} + a_2 \ddot{y}_{C0} + a_3 \ddot{\varphi} + a_4 \ddot{\xi} + a_5 \ddot{\theta} + a_6 \ddot{\tau} + a_7 \ddot{\chi}^* + a_8 \ddot{\delta} = \\ = b_1 \xi + b_2 \theta + b_3 \chi + b_4 \tau + b_5 \delta + b_6 \chi^*, \end{aligned}$$

(3)

где $a_1 \dots a_8, b_1 \dots b_6$ – коэффициенты, содержащие координаты курсовых углов, параметров деформации и их первых производных по времени.

Полученные уравнения связей (3) могут быть трансформированы в уравнения Д. Рокара. Проверка ортогональности векторов боковой реакции и скорости геометрического центра колеса показала, что они не ортогональны при возникновении угла увода колеса. Следовательно, боковая реакция создает сопротивление качению колеса при уводе. На рис. 1 представлено: 1 – колесо; α – угол поворота колеса; δ – угол увода; $\bar{R}$ – вектор боковой реакции, перпендикулярный к продольной плоскости жесткого обода колеса; $\bar{T}$ – вектор тангенциальной составляющей реакции, направленный по касательной к окружности жесткого обода колеса; $\bar{V}$ – вектор скорости геометрического центра обода колеса. Тогда потеря энергии ΔA при возникновении бокового увода δ определится по формуле:

$$\Delta A_{\delta} = V \cdot N \cdot \varphi_{\text{сц}} \cdot (1 - \cos \delta + \sin \delta), \quad (4)$$

где $\varphi_{\text{сц}}$ – коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью; N – нормальная реакция опорной поверхности на колесо.

Сравнительная оценка результатов расчета с результатами исследований, полученных В.А. Петрушовым, Ю.В. Пирковским и Н. Springer, дала их удовлетворительное совпадение.

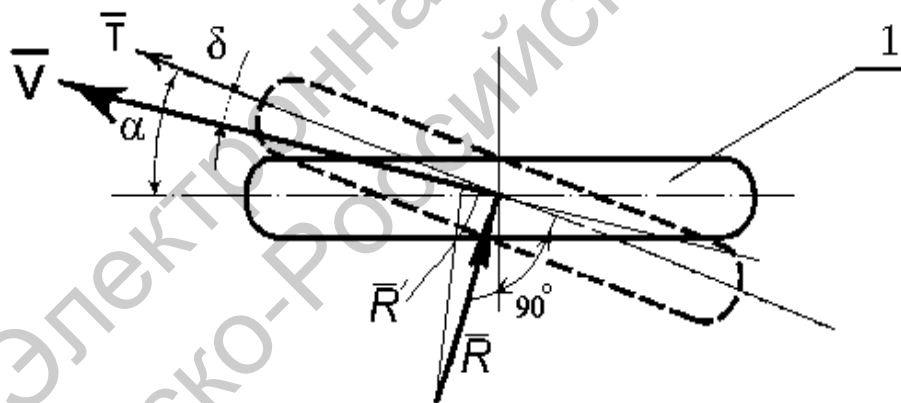


Рис. 1. Направление реакций связей в контакте колеса с опорной поверхностью при боковом уводе колеса