DOI: 10.53078/20778481_2023_3_26

УДК 539.4: 666.3

***И. М. КУЗМЕНКО**, канд. техн. наук, доц.*
***В. А. ПОПКОВСКИЙ**, канд. техн. наук, доц.*
А. Д. КРИЖЕВСКИЙ
Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

СОПРОТИВЛЕНИЕ РАЗРУШЕНИЮ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ С КРАЕВОЙ ТРЕЩИНОЙ НА ПОВЕРХНОСТИ

Аннотация

Представлен анализ сопротивления разрушению консольной балки с трещиной, расположенной вблизи заделки. На основе методов механики разрушения определены критические параметры, характеризующие особенности разрушения балки при различных температурах.

Ключевые слова:

трещина, критические напряжения, коэффициент интенсивности напряжений, эффективная длина трещины, конечно-элементная модель.

Для цитирования:

Кузменко, И. М. Сопротивление разрушению консольной балки с краевой трещиной на поверхности / И. М. Кузменко, В. А. Попковский, А. Д. Крижевский // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2023. – № 3 (80). – С. 26–34.

Введение

Основным конструктивным несущим элементом большинства строительных конструкций являются балки с различным поперечным сечением. Одним из часто встречающихся дефектов являются трещины на поверхности различного происхождения.

Механические свойства материала балки и условия ее эксплуатации в значительной степени сказываются на характере разрушения и значениях коэффициента интенсивности напряжений (КИН) и эффективной длины распространяющейся трещины.

Рассмотрена консольная балка прямоугольного поперечного сечения высотой B и основанием t, которая нагружена на конце консоли силой F (рис. 1). Длина балки L. Материал балки – низколегированная сталь 15ХСНД.

В результате обследования на расстоянии a от заделки обнаружена краевая трещина длиной l.

Балка работает на поперечный изгиб. Длина балки L значительно больше ширины сечения t, поэтому действием поперечных сил и, соответственно, касательных напряжений пренебрегаем. Используем известные из классического курса «Сопротивление материалов» расчетные зависимости. Из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе для прямоугольного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{t \cdot B^2}. \tag{1}$$

Балка выполнена из пластичного материала – низколегированной стали 15ХСНД [5, табл. 2.1, с. 103], имеющей механические характеристики (табл. 1).

Расчет коэффициента интенсивности напряжений (КИН) ведется на основе известной формулы Гриффитса [1–6] с учетом поправочной функции f_K:

$$K = \sigma\sqrt{\pi l} \cdot f_K, \tag{2}$$

где l – длина краевой трещины; σ – величина приложенного в сечении нормального напряжения.

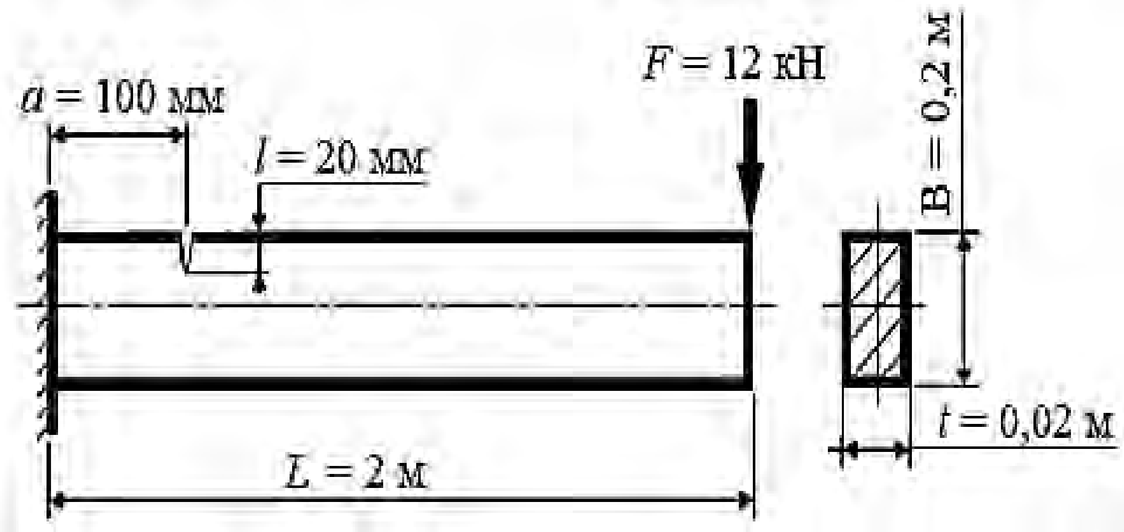

Рис. 1. Консольная балка прямоугольного сечения с краевой трещиной вблизи заделки

Табл. 1. Механические характеристики низколегированной стали 15ХСНД

Температура испытания, К	Условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, МПа	Предел прочности σ_B, МПа	Относительное удлинение, %	Относительное сужение, %	Ударная вязкость, 10^2 кДж/м^2	Критический КИН K_{IC}, МПа $\sqrt{м}$
293	320	510	33	68	9…15	45
253	340	550	34	65	6…11	59
233	350	570	35	64,6	3…5	66

Если длина трещины мала по сравнению с высотой сечения балки, то такая трещина является трещиной нормального отрыва [1]: $l = 0{,}02$ м $<< B = 0{,}2$ м.

Значения поправочной функции определяются или непосредственно по таблицам в зависимости от относительной глубины трещины $\lambda = l / B$, или расчетом по приближенной формуле:

$$f_K = c_0 + c_1 l + c_2 l^2 + + c_3 l^3 + \ldots + c_n l^n, \quad (3)$$

где $c_0, c_1, \ldots, c_n$ — коэффициенты [1].

Образование зоны пластических деформаций вблизи трещины (при квазихрупком разрушении) приводит к увеличению ее длины по сравнению со случаем упругих деформаций. При определении эффективной длины трещины учитывается протяженность зоны пластического деформирования вблизи вершины этой трещины.

Расчет КИН и критической длины трещины с учетом длины зоны пластической деформации трещины $l_{пл.д.}$ (по Ирвину и Оровану) или, что то же, по эффективной длине $l_{эфф.}$ (рис. 2):

$$l_{эфф.} = l\left(1 + 0{,}5\left(\frac{\sigma_{\max}^{тр.}}{\sigma_{0,2}}\right)^2\right). \quad (4)$$

Рис. 2. К определению эффективной длины трещины

Основная часть

Выполним проверку прочности балки при отсутствии трещины и определим, насколько опасна выявленная трещина в различных температурных условиях.

1. Проведем проверку прочности балки при отсутствии трещины для заданных исходных данных, при температуре эксплуатации $T = +20$ °С и величине допускаемого напряжения стали $[\sigma] = 250$ МПа.

2. Определим, насколько опасна выявленная трещина.

2.1. При нормальной температуре эксплуатации балки ($T = +20$ °С).

2.2. При понижении температуры до $T = -20$ °С.

3. Проведем расчет балки на основе метода конечных элементов.

Порядок выполнения.

1. Проверка прочности балки при отсутствии трещины.

Проверка прочности осуществляется для опасного сечения балки, в котором изгибающий момент будет максимальным (в заделке, где $M_{\max} = FL$). Максимальные нормальные напряжения $\sigma_{\max}$ действуют в слоях, наиболее удаленных от нейтрального слоя (оси X). В соответствии с (1)

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 2}{0{,}02 \cdot 0{,}2^2} = 180 \text{ МПа}.$$

Прочность балки обеспечена: 180 МПа < 250 МПа.

2. Определяем уровень опасности выявленной трещины.

Проверяем выполнение требований к геометрическим размерам: $L = 2$ м >> $B = 0{,}2$ м; $B = 0{,}2$ м > $5t$ = = 0,1 м; $L = 2$ м > $10t = 0{,}2$ м. Требования соблюдаются.

Таким образом, данная балка может рассматриваться как полоса ограниченных по высоте размеров с краевой трещиной, нагруженная нормальными напряжениями от изгиба.

2.1. Выясняем, насколько опасна трещина при нормальной температуре эксплуатации балки (T = +20 °С). Определяем величину коэффициента интенсивности напряжений (КИН) и критическую длину трещины.

По условию данной задачи

$$\lambda = \frac{l}{B} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 0,1.$$

Для полосы ограниченных размеров с краевой трещиной нормального отрыва [6, П 2, с. 388] при значениях $\lambda \le 0,7$ поправочная функция в соответствии с (3) равна

$$f_{IK} = 1,12 - 1,39\,\lambda + 7,3\,\lambda^2 -$$

$$- 13,0\lambda^3 + 14,0\lambda^4;$$

$$f_{IK} = 1,12 - 1,39 \cdot 0,1 + 7,3 \cdot 0,1^2 -$$

$$- 13,0 \cdot 0,1^3 + 14,0 \cdot 0,1^4 = 1,04.$$

По формуле (2) определяем значение коэффициента интенсивности напряжений (подставляя максимальное значение напряжения для сечения, в котором расположена трещина) и сравниваем его со значением критического КИН (вязкости разрушения) K_{IC}.

Значение максимального напряжения рассчитываем по формуле (1), определив максимальный изгибающий момент в сечении, где расположена трещина (см. рис. 1). При этом высота поперечного сечения уменьшилась на значение длины трещины l, т. е. вместо высоты сечения B в формулу (1) подставляем $(B - l)$:

$$M_{\max}^{тр.} = F \cdot (L - a);$$

$$\sigma_{\max}^{тр.} = \frac{6 \cdot F \cdot (L - a)}{t \cdot (B - l)} =$$

$$= \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot (2 - 100 \cdot 10^{-3})}{0,02 \cdot (0,2 - 20 \cdot 10^{-3})^2} = 211,1 \text{ МПа}.$$

Следует отметить, что при определении максимальных напряжений не учитывалось увеличение этих напряжений за счет влияния достаточно «острого» концентратора (в вершине трещины).

Отношение значений напряжений указывает на хрупкое разрушение [1]:

$$\frac{\sigma_{\max}^{тр.}}{\sigma_{0,2}} = \frac{211,1}{320} = 0,66 < 0,70,$$

поэтому КИН определяем по формуле Гриффитса.

Значения критического КИН K_{IC} и условного предела текучести $\sigma_{0,2}$ определяем по табл. 1 для температуры плюс 20 °С.

В вершине трещины имеем плоское деформированное состояние, т. к.

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{0,2}}\right)^2 = \left(\frac{45}{320}\right)^2 =$$

$$= 0,0198 \text{ м} < t = 0,02 \text{ м}.$$

Поэтому в формулу для расчета коэффициента интенсивности напряжений K_I вводим множитель $(1 - \nu^2)$, где ν – коэффициент Пуассона (для стали 15ХСНД примем $\nu = 0,26$).

Тогда для условия нашей задачи

$$K_I = \sigma_{\max}^{тр.} \sqrt{\pi l \cdot (1 - \nu^2)} \cdot f_{IK} =$$

$$= 211,1\sqrt{3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3}(1 - 0,26^2)} \times$$

$$\times 1,04 = 53,1 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}.$$

Безопасность не обеспечивается: $K_{\mathrm{I}} = 53{,}1\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}} > K_{\mathrm{I}C} = 45\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$.

Критическая длина трещины для плоского деформированного состояния (ПДС)

$$l_C = \frac{K_{\mathrm{IC}}^2}{\pi\left(\sigma_{\max}^{тр.}\right)^2\left(1-\nu^2\right) f_{\mathrm{I}K}^2} = $$

$$= \frac{45^2}{3{,}14\cdot 211{,}1^2\cdot\left(1-0{,}26^2\right)\cdot 1{,}04^2} =$$

$$= 0{,}0144\ \text{м}.$$

Выявленная трещина (для ПДС) является опасной, т. к. ее длина превышает критическую длину: $l = 0{,}02$ м $> l_C = 0{,}0144$ м.

Уточним величины КИН и критической длины трещины с учетом существования зоны пластических деформаций в вершине трещины (по величине $l_{эфф.}$).

Безопасность эксплуатации балки определяем по коэффициенту интенсивности напряжений, сравнивая его значение с $K_{\mathrm{I}C}$ материала при заданной температуре. Коэффициент интенсивности напряжений K_{I} определяем по эффективной длине трещины $l_{эфф.}$:

$$l_{эфф.} = l\left(1+0{,}5\left(\frac{\sigma_{\max}^{тр.}}{\sigma_{0,2}}\right)^2\right) =$$

$$= 20\cdot 10^{-3}\left(1+0{,}5\left(\frac{211{,}1}{320}\right)^2\right) =$$

$$= 0{,}0244\ \text{м}.$$

В случае плоского деформированного состояния, с учетом существования $l_{эфф.}$

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma_{\max}^{тр.}\sqrt{\pi l_{эфф.}\cdot\left(1-\nu^2\right)}\cdot f_{\mathrm{I}K} =$$

$$= 211{,}1\sqrt{3{,}14\cdot 0{,}0244\left(1-0{,}26^2\right)}\times$$

$$\times 1{,}04 = 58{,}7\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}}.$$

Коэффициент интенсивности напряжений значительно превышает его критическое значение: $K_{\mathrm{I}} >> K_{\mathrm{I}C}$. Расчет показывает, что потенциально возможно разрушение балки с выявленной трещиной.

Прежде чем окончательно установить уровень опасности трещины при эксплуатации балки, необходимо разобраться в том, по какой причине появилась трещина, как она выросла до значения $l_{эфф.}$, не продолжится ли ее рост из-за усталости или коррозии и как скоро длина трещины может достигнуть критических размеров.

2.2. Выясняем, насколько будет опасна трещина при понижении температуры до $T = -20$ °С. При понижении температуры разрушение также развивается по квазихрупкому механизму.

Величину поправочной функции $f_{\mathrm{I}K}$ определили ранее с учетом отношения $\lambda = l\ /\ B$.

По данным табл. 1 определяем:

– критический коэффициент вязкости разрушения $K_{\mathrm{I}C}$ для стали 15ХСНД, при температуре минус 20 °С $K_{\mathrm{I}C} = 59\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$;

– условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, при этой же температуре $\sigma_{0,2} = 340$ МПа.

Расчеты проводим по аналогии с п. 2.1.

Проверяем, какое из условий (ПНС (плоское напряженное состояние) или ПДС) будет выполняться:

$$\left(\frac{K_{\mathrm{IC}}}{\sigma_{0,2}}\right)^2 = \left(\frac{59}{340}\right)^2 =$$

$$= 0{,}0301\ \text{м} > t = 0{,}02\ \text{м}.$$

Следовательно, вершина трещины находится в условиях ПНС.

По отношению напряжений определяем вид разрушения:

$$\frac{\sigma_{\max}^{тр.}}{\sigma_{0,2}} = \frac{211{,}1}{340} = 0{,}62 < 0{,}70.$$

Разрушение хрупкое, используем формулу Гриффитса для ПНС без учета длины зоны пластического деформирования:

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma_{\max}^{тр.} \sqrt{\pi l} \cdot f_{\mathrm{I}K} = 211{,}1 \times$$

$$\times \sqrt{3{,}14 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} \cdot 1{,}04 = 55{,}0\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}};$$

$$l_C = \frac{K_{\mathrm{I}C}^2}{\pi\left(\sigma_{\max}^{тр.}\right)^2 f_{\mathrm{I}K}^2} =$$

$$= \frac{59^2}{3{,}14 \cdot 211{,}1^2 \cdot 1{,}04^2} = 0{,}0239\ \text{м}.$$

Эксплуатация балки является опасной, т. к. значения КИН и длины трещины достаточно близки к их критическим значениям:

$$K_{\mathrm{I}} = 55{,}0\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}} < K_{\mathrm{I}C} = 59\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}};$$

$$l = 0{,}02\ \text{м} < l_C = 0{,}0239\ \text{м}.$$

При учете длины зоны пластического деформирования

$$l_{эфф.} = l\left(1 + 0{,}5\left(\frac{\sigma_{\max}^{тр.}}{\sigma_{0,2}}\right)^2\right) =$$

$$= 20 \cdot 10^{-3}\left(1 + 0{,}5\left(\frac{211{,}1}{340}\right)^2\right) = 0{,}0238\ \text{м};$$

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma_{\max}^{тр.} \sqrt{\pi l_{эфф.}} \cdot f_{\mathrm{I}K} =$$

$$= 211{,}1\sqrt{3{,}14 \cdot 0{,}0238} \cdot 1{,}04 =$$

$$= 60{,}0\ \text{МПа}\sqrt{\text{м}}.$$

В этом случае эксплуатация балки с трещиной заданного размера является еще более опасной.

3. На основе метода конечных элементов, реализованного в пакете прикладных программ SolidWorks, выполнен численный анализ напряженно-деформированного состояния балки с трещиной [12]. Конечно-элементная модель балки показана на рис. 3.

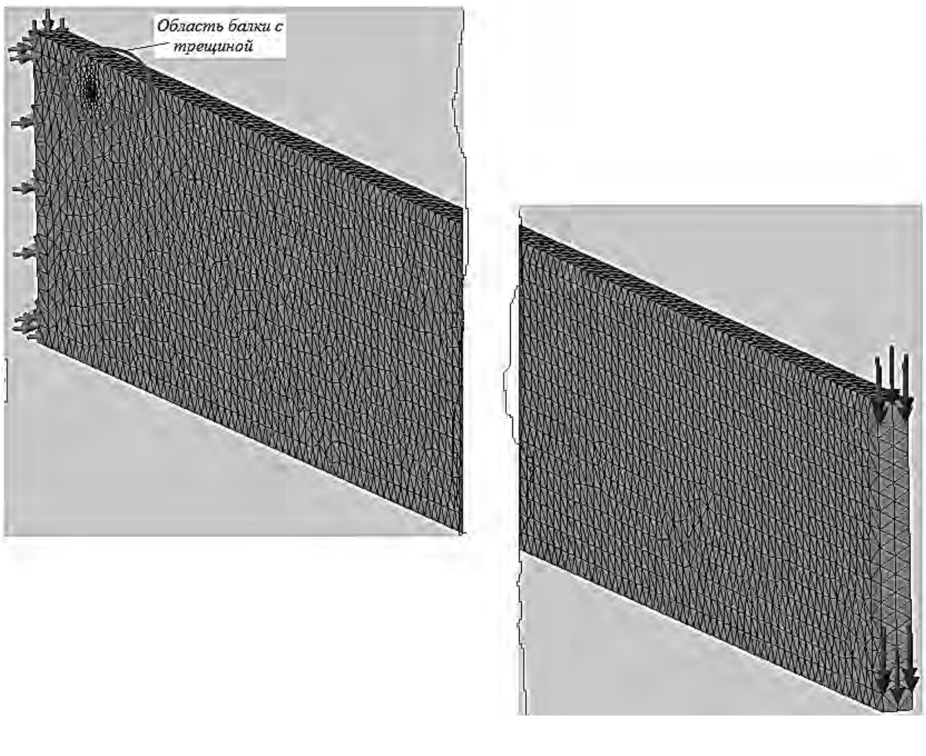

Рис. 3. Конечно-элементная модель консольной балки с трещиной

При формировании модели использовалась процедура формирования конечно-элементной сетки под управлением с целью измельчения ее в области расположения трещины, поскольку в данной зоне имеются значительные градиенты напряжений (рис. 4).

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния данной балки приведены на рис. 5.

Величина напряжений в вершине трещины более 200 МПа (рис. 6), что соответствует результатам теоретических расчетов.

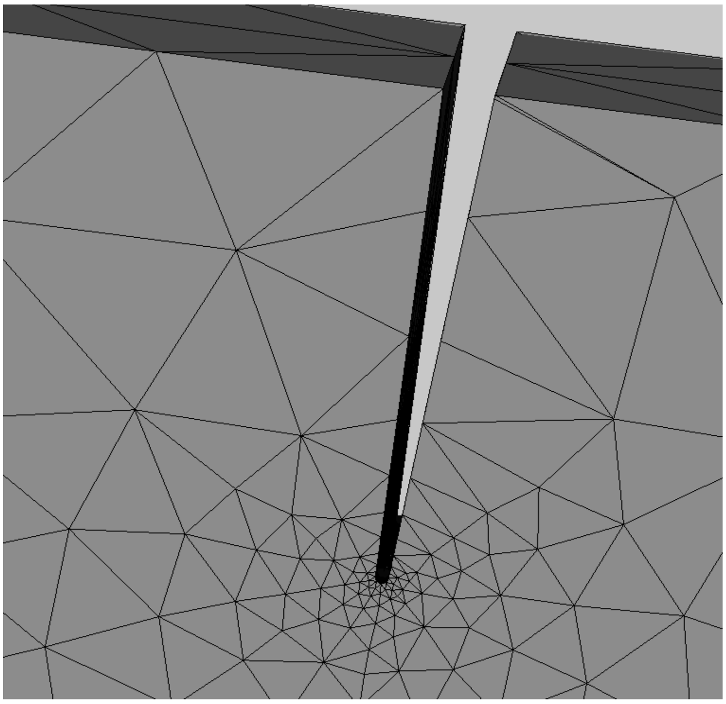

Рис. 4. Конечно-элементная сетка в области балки с трещиной

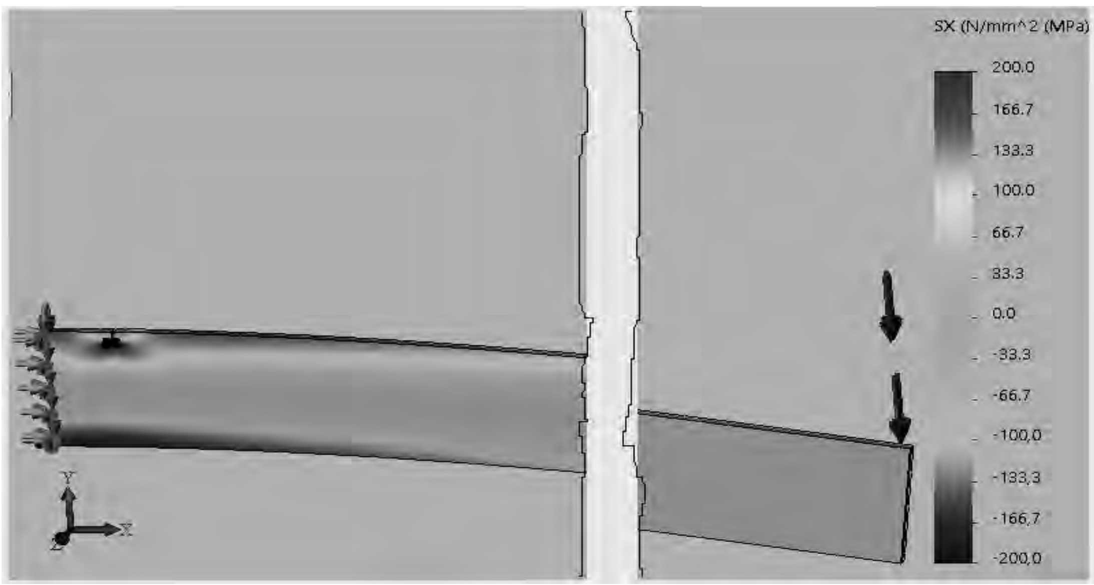

Рис. 5. Эпюра распределения напряжений, перпендикулярных к поперечному сечению балки с трещиной

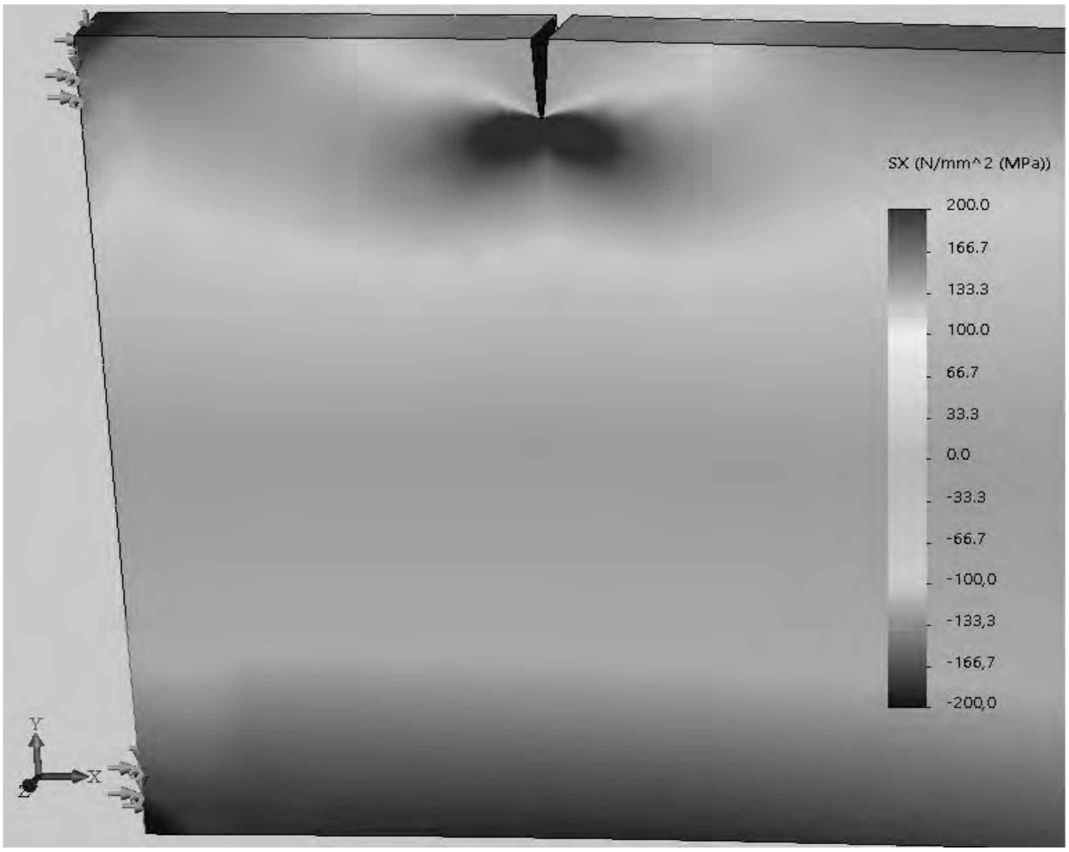

Рис. 6. Распределение напряжений в вершине трещины

Выводы

При отсутствии трещины для заданных механических свойств стали при температуре эксплуатации $T = +20$ °C и величине допускаемого напряжения стали $[\sigma] = 250$ МПа исследуемая балка имеет достаточный запас прочности.

При положительной температуре $T = +20$ °C в вершине трещины реализуется ПДС. Безопасность балки не обеспечивается, т. к. КИН составляет $K_I = 53{,}1$ МПа$\sqrt{\text{м}}$ при его критическом значении $K_{IC} = 45$ МПа$\sqrt{\text{м}}$. Выявленная трещина (для ПДС в вершине трещины) является опасной, т. к. ее длина $l = 0{,}02$ м превышает критическую длину $l_C = 0{,}0144$ м. Коэффициент интенсивности напряжений значительно превышает его критическое значение. Потенциально возможно разрушение балки с выявленной трещиной.

При понижении температуры до $T = -20$ °C разрушение развивается по квазихрупкому механизму, вершина трещины находится в условиях ПНС. Эксплуатация балки является опасной, т. к. значения КИН и длины трещины достаточно близки к их критическим значениям: $K_I = 55{,}0$ МПа$\sqrt{\text{м}}$ $< K_{IC} =$ $= 59$ МПа$\sqrt{\text{м}}$; $l = 0{,}02$ м $< l_C = 0{,}0239$ м. С учетом длины зоны пластического деформирования эксплуатация балки с трещиной заданного размера является еще более опасной: $K_I = 60$ МПа$\sqrt{\text{м}}$, $l_{эфф.} = 0{,}0238$ м.

Численный анализ напряженно-деформированного состояния балки с трещиной в среде SolidWorks показал, что величина напряжений в вершине трещины соответствует результатам теоретических расчетов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кузменко, И. М.** Механика разрушения: учебное пособие / И. М. Кузменко. – Могилев: МГТУ, 2001. – 172 с.
2. **Партон, В. З.** Механика упругопластического разрушения. Основы механики разрушения: учебное пособие / В. З. Партон, Е. М. Морозов. – 3-е изд., испр. – Москва: ЛКИ, 2008. – 352 с.
3. **Работнов, Ю. Н.** Введение в механику разрушения / Ю. Н. Работнов. – Москва: Наука, 1987. – 80 с.
4. **Пестриков, В. М.** Механика разрушения твердых тел. Курс лекций / В. М. Пестриков, Е. М. Морозов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2002. – 320 с.
5. Механика разрушения и прочность материалов: справочное пособие: в 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 3. – 436 с.
6. **Пестриков, В. М.** Механика разрушения на базе компьютерных технологий. Практикум / В. М. Пестриков, Е. М. Морозов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007. – 464 с.
7. **Александров, А. В.** Сопротивление материалов: учебник / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – 2-е изд., испр. – Москва: Высшая школа, 2000. – 560 с.
8. **Окопный, Ю. А.** Механика материалов и конструкций: учебник / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков. – 2-е изд.? доп. – Москва: Машиностроение, 2002. – 436 с.
9. **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, Ф. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.
10. **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.
11. **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов: учебник / Э. И. Старовойтов. – Москва: Физматлит, 2008. – 384 с.
12. **Кузменко, И. М.** Оценка трещиностойкости элементов конструкций, имеющих дефекты в виде трещин / И. М. Кузменко, В. А. Попковский, А. Д. Крижевский // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 139–140.

Статья сдана в редакцию 9 июня 2023 года

Контакты:
kuzmenko_im43@mail.ru (Кузменко Игорь Михайлович);
viktorpopkovski@mail.ru (Попковский Виктор Александрович);
kararkas@mail.ru (Крижевский Андрей Дмитриевич).

I. M. KUZMENKO, V. A. POPKOVSKY, A. D. KRIZHEVSKY

FRACTURE RESISTANCE OF THE CANTILEVER BEAM WITH AN EDGE CRACK ON THE SURFACE

Abstract

An analysis of fracture resistance of a cantilever beam with a crack located near the embedment is presented. Based on the methods of fracture mechanics, critical parameters characterizing features of the beam fracture at different temperatures are determined.

Keywords:

crack, critical stresses, stress intensity factor, effective crack length, finite element model.

For citation:

Kuzmenko, I. M. Fracture resistance of the cantilever beam with an edge crack on the surface / I. M. Kuzmenko, V. A. Popkovsky, A. D. Krizhevsky // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2023. – № 3 (80). – P. 26–34.