О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

Л.А. Данилович

Белорусско-Российский университет
пр. Мира 43, 212000 Могилев, Беларусь
stasdanilovich@aol.com

Исследуется краевая задача

$$\frac{dX}{dt} = \lambda A(t) X \left(K_0 + \lambda K_1(t)\right) + F_0(t) + \lambda F_1(t), \quad X(0,\lambda) = X(\omega,\lambda), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

где $A(t), K_1(t), F_0(t), F_1(t)$ — непрерывные матрицы соответствующих размеров, K_0 — постоянная матрица, $\lambda \in \mathbb{R}$, $\omega > 0$.

В данной работе, являющейся продолжением и развитием [1, 2], с помощью метода [3, гл. 2] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1) и дан алгоритм построения ее решения.

Введем обозначения: $B(\omega) = \int_0^\omega A(\tau)d\tau$, $\gamma = \|B^{-1}(\omega)\|$, $\alpha = \max\limits_t \|A(t)\|$, $\beta_0 = \|K_0\|$, $\beta_1 = \max\limits_t \|K_1(t)\|$, $r = \|K_0^{-1}\|$, $\varepsilon = |\lambda|$, $q_1 = 0.5\gamma\alpha^2\beta_0\omega^2 + \gamma\alpha\beta_1 r\omega$, $q_2 = 0.5\gamma\alpha^2\beta_1\omega^2$.

Теорема. *Пусть выполнено условие* $\det K_0 B(\omega) \neq 0$. *Тогда в области*

$$0 < |\lambda| < \frac{2}{q_1 + \sqrt{q_1^2 + 4q_2}}$$

решение задачи (1), (2) *существует и единственно. Это решение представимо в виде*

$$X(t, \lambda) = \frac{1}{\lambda} X_{-1}(t) + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k X_k(t),$$

где матрицы $X_{i-1}(t)$ $(i = 0, 1, 2, \dots)$ *определяются рекуррентным интегральным соотношением.*

Литература

1. Данилович Л. А., Лаптинский В. Н. *Об одном представлении периодического решения линейного матричного дифференциального уравнения* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 2. С. 276–278.

2. Данилович Л. А, Лаптинский В. Н. *О периодических решениях уравнения типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39, № 2. С. 281–283.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.