О ЗАДАЧЕ ВАЛЛЕ — ПУССЕНА ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА

А.И. Кашпар, В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь

Исследуется краевая задача типа [1, с. 155; 2, с. 491]:

$$\ddot{X} = \lambda(A_1(t)X + XB_1(t)) + \lambda(A_2(t)\dot{X} + \dot{X}B_2(t)) + F(t), \tag{1}$$

$$X(0,\lambda) = M, \quad X(\omega,\lambda) = N, \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{2}$$

где $F(t)$, $A_i(t)$, $B_i(t)$ $(i = 1, 2)$ — матрицы класса $\mathbb{C}[0,\omega]$ соответствующих размеров, M, N — заданные вещественные матрицы, $\omega > 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

В данной работе с помощью метода [3, гл. 2] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1), (2) и оценки области локализации ее решения, а также его производной.

Введены следующие обозначения: $\alpha_i = \max\limits_t \|A_i(t)\|$, $\beta_i = \max\limits_t \|B_i(t)\|$, $h = \max\limits_t \|F(t)\|$, $\varepsilon = |\lambda|$,

$$q = \frac{\omega}{2}[(\alpha_1 + \beta_1)\omega + \alpha_2 + \beta_2], \quad H = \frac{1}{\omega}\|M - N\| + \frac{\omega h}{2} + \frac{\varepsilon\omega}{2}(\alpha_1 + \beta_1)\|M\|.$$

Теорема. *Пусть выполнено условие* $\varepsilon q < 1$. *Тогда задача* (1), (2) *однозначно разрешима, при этом справедливы оценки*

$$\|X(t,\lambda)\| \leqslant \|M\| + \frac{H\omega}{1-\varepsilon q}, \quad \|\dot{X}(t,\lambda)\| \leqslant \frac{H}{1-\varepsilon q}.$$

На основе применения метода малого параметра Ляпунова — Пуанкаре разработан алгоритм построения решения этой задачи.

Литература

1. Сансоне Дж. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* М.: ИЛ, 1953.

2. Хартман Ф. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* М.: Мир, 1970.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.