

К РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ

В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь

В данной работе, являющейся продолжением [1–3], изучается задача

$$dx/dt = \lambda f(x), \tag{1}$$

$$x(0, \lambda) = x(1, \lambda), \tag{2}$$

где $(t, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, $f \in \mathbb{C}^1(D, \mathbb{R}^n)$; $D = \{x: \|x\| < \tilde{\rho}\}$, $\lambda > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leq \infty$, при этом матрица Якоби $f'(x)$ удовлетворяет в D условию $\det f'(x) \neq 0$.

Рассмотрим трансцендентное уравнение относительно $\varphi \in \mathbb{R}$ [4, с. 107]:

$$\varphi \int_0^1 \tau \exp[\varphi \tau(\tau - 1)] d\tau - 1 = 0.$$

Это уравнение имеет единственное решение $\mu = 3,417\dots$

Обозначим $\lambda^* = \mu/L$, где $L = L(\rho) = \max_x \|f'(x)\|$; $0 < \rho < \tilde{\rho}$, $x \in D_\rho = \{x: \|x\| \leq \rho\}$.

Лемма. *Функция $x = x(t, \lambda_0)$ класса $\mathbb{C}^1[0, 1]$ представляет собой решение задачи (1), (2) тогда и только тогда, когда выполняется соотношение*

$$f(x) = \lambda_0 \int_0^t \tau f'(x) f(x) d\tau - \lambda_0 \int_t^1 (1 - \tau) f'(x) f(x) d\tau.$$

Теорема. *Задача (1), (2) в области $[0, 1] \times (0, \lambda^*) \times D_\rho$ не имеет регулярных решений.*

Литература

1. Лаптинский В.Н. *О периодической краевой задаче для нелинейных автономных систем* // Пятые Богдановские чтения по обыкн. дифферен. уравнениям: тез. докл. Междунар. матем. конф. (Минск, 7–10 декабря 2010 г.) Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2010. С. 65.
2. Лаптинский В.Н. *О разрешимости периодической краевой задачи для нелинейных автономных систем* // Еругинские чтения — 2011: тез. докл. XIV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравн. (Новополоцк, 12–14 мая 2011 г.) Новополоцк: Полоц. гос. ун-т, 2011. С. 54.
3. Лаптинский В.Н. *Методика решения периодической краевой задачи для нелинейных автономных систем* // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений — 2011: тез. докл. Междунар. конф. (Минск, 12–17 сент. 2011 г.) Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2011. С. 90.
4. Лаптинский В.Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.