

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА

В.Н. Лаптинский¹, В.А. Ливинская²

¹ Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь

² Белорусско-Российский университет
пр. Мира 43, 212000 Могилев, Беларусь

На основе применения метода [1, гл. 3] изучается краевая задача типа [2]:

$$\ddot{X} = A(t)X + XB(t) + F(t, X, \dot{X}), \quad X \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (1)$$

$$X(0) = X(\omega), \quad \dot{X}(0) = \dot{X}(\omega), \quad (2)$$

где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n \times n})$, $F \in \mathbb{C}(G, \mathbb{R}^{n \times n})$, $I = [0, \omega]$, $G = \{(t, X, Y) : t \in I, \|X\| < \delta_1, \|Y\| < \delta_2\}$; функция $F(t, X, Y)$ удовлетворяет в области G условию Липшица по X, Y (локально), $F(t, 0, 0) \neq 0$, $0 < \delta_i \leq \infty (i = 1, 2)$, $\omega > 0$.

Введены следующие обозначения:

$$D = \{(t, X, Y) : t \in I, \|X\| \leq \rho_1, \|Y\| \leq \rho_2\}, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$h = \max_t \|F(t, 0, 0)\|, \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad M = \int_0^\omega A(\tau) d\tau, \quad N = - \int_0^\omega B(\tau) d\tau,$$

где $t \in I$, $0 < \rho_i < \delta_i$, Φ — линейный оператор, $\Phi X = MX - XN$,

$$Q = \begin{pmatrix} \gamma L_1 \omega & \gamma \omega [L_2 + \omega(\alpha + \beta)/2] \\ \omega(\alpha + \beta + L_1)/2 & L_2 \omega/2 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \gamma h \omega \\ h \omega/2 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} \|X\|_{\mathbb{C}} \\ \|\dot{X}\|_{\mathbb{C}} \end{pmatrix},$$

где $L_i = L_i(\rho)$ — постоянные Липшица для $F(t, X, Y)$ в D .

Теорема. Пусть выполнены следующие условия: матрицы M , N не имеют общих характеристических чисел, $Q\rho \leq \rho$, $\det(E - Q) > 0$. Тогда в области D решение $X(t)$ задачи (1), (2) существует и единственно, при этом справедлива оценка $Z \leq (E - Q)^{-1}H$.

Литература

1. Лаптинский В. Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.
2. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. К теории периодических решений матричного дифференциального уравнения второго порядка типа Ляпунова // Дифференц. уравнения, 2002. Т. 38, № 8. С. 1133–1134.