

О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПАРАМЕТРОМ

В.Н. Лаптинский¹, В.Л. Титов²

¹ Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь

² Могилевский государственный университет продовольствия
пр. Шмидта 3, 212029 Могилев, Беларусь

В данной работе, являющейся продолжением и развитием [1,2], с помощью метода [3, гл. 3] изучается задача

$$\frac{dx}{dt} = A(t, x)x + f_0(t) + \lambda f_1(t), \quad (1)$$

$$x(0, \lambda) = x(\omega, \lambda), \quad (2)$$

где $(t, x) \in I \times \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{C}(D, \mathbb{R}^{n \times n})$, $f_i \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^n)$ ($i = 0, 1$), матрица-функция $A(t, x)$ удовлетворяет условию Липшица по x (локально) в области $D = \{(t, x) : t \in I, \|x\| < \delta\}$; $I = [0, \omega]$, $\omega > 0$, $0 < \delta \leq \infty$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t, x) : t \in I, \|x\| \leq \rho\}, \quad \alpha = \max_t \|A(t, 0)\|, \quad B(\omega, 0) = \int_0^\omega A(\tau, 0) d\tau, \quad \gamma = \|B^{-1}(\omega, 0)\|,$$

$$h_i = \max_t \|f_i(t)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \varphi(\rho, \varepsilon) = a_0 \rho^2 + a_1 \rho + a_2, \quad q(\rho) = \frac{1}{2} \gamma \alpha^2 \omega^2 + \gamma K \omega \rho (\alpha \omega + 2),$$

$$a_0 = \gamma K \omega \left(\frac{1}{2} \alpha \omega + 1 \right), \quad a_1 = \frac{1}{2} \gamma \alpha^2 \omega^2, \quad a_2 = \gamma \omega \left(\frac{1}{2} \alpha \omega + 1 \right) (h_0 + \varepsilon h_1),$$

где $0 < \rho < \delta$, $t \in I$, $K = K(\rho)$ — постоянная Липшица для $A(t, x)$ в D_ρ .

Теорема. Пусть выполнены следующие условия: $\det B(\omega, 0) \neq 0$, $\varphi(\rho, \varepsilon) \leq \rho$, $q < 1$. Тогда в области D_ρ решение $x = x(t, \lambda)$ задачи (1), (2) существует и единственно, при этом справедлива оценка $\|x(t, \lambda)\| \leq \varphi(\rho, \varepsilon)$.

Разработан итерационный алгоритм типа [3] построения этого решения.

Литература

1. Лаптинский В. Н., Титов В. Л. *К теории периодических решений полулинейных дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, № 8. С. 1036–1045.
2. Титов В. Л. *О периодической краевой задаче для полулинейных дифференциальных систем с параметром* // Еругинские чтения — 2011: тез. докл. XIV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравн. (Новополоцк, 12–14 мая 2011 г.) Новополоцк: Полоц. гос. ун-т, 2011. С. 69–70.
3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.