

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА — РИККАТИ

О.А. Маковецкая

Институт технологии металлов НАН Беларуси,
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь i_makz@mail.ru

В данной работе с помощью метода [1, гл. 3] исследуется задача [2]:

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XQ(t)X + F(t, X), \quad X(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (1)$$

$$X(0) = X(\omega), \quad (2)$$

где $t \in I$, $A, B, Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n \times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n \times n})$; $I = [0, \omega]$, $D_{\tilde{\rho}} = \{(t, X) : t \in I, \|X\| < \tilde{\rho}\}$; $\omega > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leq \infty$. Предполагается, что матрица-функция $F(t, X)$ удовлетворяет по X условию Липшица локально в $D_{\tilde{\rho}}$, $F(t, 0) \neq 0$.

Примем следующие обозначения:

$$D_{\rho} = \{(t, X) : t \in I, \|X\| < \rho\}, \quad \tilde{B}(\omega) = \int_0^{\omega} B(\tau) d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|,$$

$$\alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|, \quad \delta = \max_t \|Q(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t, 0)\|,$$

$$\varphi(\rho) = \gamma\delta\omega \left(1 + \frac{1}{2}\beta\omega\right) \rho^2 + \gamma\omega \left[\alpha + L + \frac{1}{2}\beta\omega(\alpha + \beta + L)\right] \rho + \gamma\omega h \left(1 + \frac{1}{2}\beta\omega\right),$$

$$q(\rho) = \gamma\delta\omega(\beta\omega + 2)\rho + \frac{1}{2}\gamma\beta\omega^2(\alpha + \beta + L) + \gamma\omega(\alpha + L), \quad \|X\|_C = \max_t \|X(t)\|,$$

где $0 < \rho < \tilde{\rho}$, $t \in I$, $L = L(\rho) > 0$ — постоянная Липшица для $F(t, X)$ в области D_ρ .

Теорема. Пусть выполнены условия: $\det \tilde{B}(\omega) \neq 0$, $\varphi(\rho) \leq \rho$, $q(\rho) < 1$. Тогда в области D_ρ задача (1), (2) однозначно разрешима. Ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых рекуррентным интегральным соотношением (с неявной вычислительной схемой) и удовлетворяющих условию (2), при этом справедлива оценка $\|X(t)\| \leq \varphi(\rho)$.

Литература

1. Лаптинский В. Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.
2. Лаптинский В. Н., Маковецкая О. А. Конструктивный анализ периодической краевой задачи для матричного дифференциального уравнения Ляпунова — Риккати (правосторонняя регуляризация). Могилев: Белорусско-Российский университет, 2011. (Препринт/ ИТМ НАН Беларуси, № 28).