К ПОСТРОЕНИЮ РЕШЕНИЯ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

И.И. Маковецкий[1], **О.А. Маковецкая**[2]

[1] Белорусско-Российский университет
пр. Мира 43, 212000 Могилев, Беларусь
i_makz@mail.ru
[2] Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь
i_makz@mail.ru

В настоящей работе, являющейся продолжением и развитием [1–3], с помощью подхода [4, гл. 1] исследуется краевая задача для матричного уравнения

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + F(t,X) + rG(t,X), \tag{1}$$

с условием вида

$$MX(0,r) + NX(\omega,r) = 0, \tag{2}$$

где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde\rho}, \mathbb{R}^{n\times n})$; $I = [0,\omega]$, $D_{\tilde\rho} = \{(t,X)\colon t \in I,\ \|X\| < \tilde\rho\}$; $\omega > 0$, $0 < \tilde\rho \leqslant \infty$, M, N — заданные $(n\times n)$-матрицы, $r \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X)\colon t \in I,\ \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \lambda_1 = \max_t \|U(t)\|, \quad \lambda_2 = \max_t \|U^{-1}(t)\|, \quad P = U^{-1}(\omega)N^{-1}M,$$

$$\varepsilon = |r|, \quad h_1 = \max_t \|F(t,0)\|, \quad h_2 = \max_t \|G(t,0)\|, \quad \Phi = P + E, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$\gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad m = \max\{\|P\|, 1\}, \quad q = \gamma\lambda m\omega(\beta + L_1 + \varepsilon L_2), \quad p = \gamma\lambda m\omega(h_1 + \varepsilon h_2),$$

где $\lambda = \lambda_1\lambda_2$, $L_i = L_i(\rho)$ $(i = 1,2)$ — постоянные Липшица соответственно для F, G в D_ρ, $0 < \rho < \tilde\rho$.

Теорема. *Пусть выполнены следующие условия:* $\det N\Phi \neq 0$, $q < 1$, $p/(1-q) \leqslant \rho$. *Тогда в области* D_ρ *решение задачи* (1), (2) *существует и единственно, при этом справедлива оценка* $\|X(t)\| \leqslant p/(1-q)$.

Литература

1. Маковецкий И. И. *О разрешимости двухточечной краевой задачи для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Еругинские чтения — 2011: тез. докл. XIV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравн. (Новополоцк, 12–14 мая 2011 г.) Новополоцк: Полоц. гос. ун-т, 2011. С. 57–58.

2. Laptinsky V. N., Makovetsky I. I. *On the Two-Point Boundary-Value Problem for the Riccati Matrix Differential Equation* // Central European Journal of Mathematics. 2005. V. 3, № 1. P. 143–150.

3. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И. *К конструктивному анализу двухточечной краевой задачи для нелинейного уравнения Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 7. С. 994–996.

4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.