

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ РИККАТИ

Д.В. Роголев

Белорусско-Российский университет
пр. Мира 43, 212000 Могилев, Беларусь
d-rogolev@tut.by

Исследуется краевая задача [1]:

$$\begin{aligned}dX/dt &= A_1(t)X + XB_1(t) + X(S_1(t)X + S_2(t)Y) + F_1(t), \\dY/dt &= A_2(t)Y + YB_2(t) + Y(P_1(t)X + P_2(t)Y) + F_2(t),\end{aligned}\tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \quad Y(0) = Y(\omega), \quad (2)$$

где $(t, X, Y) \in I \times \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_i, B_i, S_i, P_i, F_i \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n \times n})$, $i = 1, 2$, $I = [0, \omega]$, $\omega > 0$.

Введены следующие обозначения: $D = \{(t, X, Y) : 0 \leq t \leq \omega, \|X\| \leq \rho_1, \|Y\| \leq \rho_2\}$, $M_i = \int_0^\omega A_i(\tau) d\tau$, $N_i = -\int_0^\omega B_i(\tau) d\tau$, $\gamma_i = \|\Phi_i^{-1}(\omega)\|$, $\alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|$, $\beta_i = \max_t \|B_i(t)\|$, $\delta_i = \max_t |S_i(t)|$, $\mu_i = \max_t \|P_i(t)\|$, $h_i = \max_t \|F_i(t)\|$,

$$\varphi_1(\rho_1, \rho_2) = \gamma_1 \left\{ \frac{1}{2}(\alpha_1 + \beta_1)[(\alpha_1 + \beta_1)\rho_1 + \delta_1\rho_1^2 + \delta_2\rho_1\rho_2 + h_1]\omega^2 + (\delta_1\rho_1^2 + \delta_2\rho_1\rho_2 + h_1)\omega \right\},$$

$$\varphi_2(\rho_1, \rho_2) = \gamma_2 \left\{ \frac{1}{2}(\alpha_2 + \beta_2)[(\alpha_2 + \beta_2)\rho_2 + \mu_1\rho_1\rho_2 + \mu_2\rho_2^2 + h_2]\omega^2 + (\mu_1\rho_1\rho_2 + \mu_2\rho_2^2 + h_2)\omega \right\},$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix}, \quad \varphi(\rho) = \begin{pmatrix} \varphi_1(\rho_1, \rho_2) \\ \varphi_2(\rho_1, \rho_2) \end{pmatrix}, \quad A = \varphi'(\rho),$$

где $t \in [0, \omega]$, $\rho_1, \rho_2 > 0$, Φ_i — линейные операторы, $\Phi_i Z = M_i Z - Z N_i$, $\varphi'(\rho)$ — матрица Якоби для $\varphi(\rho)$.

В данной работе, являющейся продолжением [1], с помощью метода [2, гл. 3] получена

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) $\sigma(M_i) \cap \sigma(N_i) = \emptyset$, $i = 1, 2$, $(\sigma(K))$ — множество характеристических чисел матрицы K ;

2) $\varphi(\rho) \leq \rho$;

3) $a_{11} < 1$, $\det(E - A) > 0$, где $E = \text{diag}(1, 1)$.

Тогда задача (1), (2) однозначно разрешима в области D .

Разработан алгоритм построения решения, основанный на неявной вычислительной схеме типа [2, гл. 3].

Литература

1. Лаптинский В. Н., Роголев Д. В. Конструктивные методы построения решения периодической краевой задачи для системы матричных дифференциальных уравнений типа Риккати // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 10. С. 1412–1420.

2. Лаптинский В. Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.