## УДК 621.74:517.977

## **В.** А. ПУМПУР, канд. техн. наук, доц. П. Ю. ДУВАЛОВ В. М. АНДРИЕНКО Институт технологии металлов НАН Беларуси (Могилев, Беларусь)

# МЕТОДИКА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ЛИТЬЕ ДЕТАЛИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ДРОБИЛЬНО-РАЗМОЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

#### Аннотация

Представлена методика параметрической идентификации теплообмена при литье детали центробежного дробильно-размольного оборудования «Вкладыш отбойный». Разработаны математическая модель теплообмена при литье детали в кокиль и соответствующее программное обеспечение. На основе созданной методики осуществлена адаптация математической модели к реальным условиям литья с высокой точностью.

### Ключевые слова:

износостойкий хромистый чугун, литье чугуна, теплообмен, математическая модель, параметрическая идентификация, адаптация модели.

Для улучшения эксплуатационных свойств большинства защитных деталей центробежного дробильно-размольного оборудования и увеличения их срока службы важно обеспечить одинаково высокую скорость охлаждения отливок не только вблизи рабочей поверхности кристаллизатора, но и по всей глубине. К таким деталям относится, в частности, деталь из износостойкого хромистого чугуна (ИЧХ) «Вкладыш отбойный», которая вырабатывается в процессе дробления материалов до толщины в 20...24 мм по 10...12 мм с каждой из сторон (рис. 1).



Рис. 1. Плита отбойная без выработки и с выработкой

Один из способов увеличения износостойкости детали по всей глубине – введение в центральную часть отливки внутреннего охлаждающего элемента (холодильника), который должен способствовать увеличению переохлаждения объема расплава, а также измельчению структуры отливок и улучшению механических свойств получаемого чугуна. Учитывая форму защитной детали и величину ее выработки, в качестве внутреннего холодильника принимали металлический стержень диаметром от 10 до 20 мм, который размещали в центральной части вдоль оси отливки.

С целью определения оптимальных размеров, формы и материала внутреннего холодильника применяли аппарат математического моделирования. На рис. 2 представлена схема к расчету теплообмена при литье отливки вкладыша отбойного 4 в кокиль, состоящий из элементов *1* (стальной верхней плиты), *2* (чугунной боковой стенки), *3* (стальной нижней плиты) с внутренним холодильником 5 в виде стержня.



Рис. 2. Схема к расчету теплообмена при литье отливки в кокиль: d – половина толщины отливки; D – половина ширины конструкции кокиля по наружному обмеру;  $l_1$  – толщина нижней плиты кокиля;  $l_2$  – высота отливки; L – высота конструкции кокиля по наружному обмеру;  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  – толщина затвердевшего металла на рабочих поверхностях элементов кокиля

На первом этапе исследований была разработана математическая модель, описывающая теплообмен формирующейся отливки с элементами кокиля и внутренним охлаждающим элементом при литье вкладыша отбойного. На границах расчетных областей принимались граничные условия третьего рода с постоянными коэффициентами контактного теплообмена. На внешних поверхностях кокиля принимались граничные условия третьего рода с постоянными коэффициентами конвективного теплообмена.

При моделировании процесса затвердевания учитывался этап заливки расплава в кокиль с учетом подъема расплава снизу вверх. На поверхности заливаемого расплава принимались граничные условия третьего рода с коэффициентом теплообмена, учитывающим лучистый и конвективный теплообмен. С учетом сделанных допущений математическая модель теплообмена при формировании отливки включает уравнения теплопроводности, заданные начальные и граничные условия.

Уравнение теплопроводности имеет следующий вид:

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial \tau} = \lambda_i \left( \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} \right), i = \overline{1, 5},$$

где  $\lambda_i$ ,  $c_i$ ,  $\rho_i$  – плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материала соответственно для *i*-й расчетной области;  $T_i$  – температурное поле для *i*-й расчетной области (см. рис. 2).

Начальные условия перед заливкой расплава в кокиль

$$T_1\Big|_{\tau=0} = T_3\Big|_{\tau=0} = T_{\kappa o \kappa}, T_2\Big|_{\tau=0} = T_{\delta}, T_4\Big|_{\tau=0} = T_{cc}, T_5\Big|_{\tau=0} = T_{cm},$$

где  $T_{\kappa o \kappa}$  – начальная температура верхней и нижней плит кокиля;  $T_{\delta}$  – начальная температура боковой стенки 2 кокиля;  $T_{cc}$  – температура газообразной среды в кокиле перед и в процессе заливки расплава;  $T_{cm}$  – температура стержня.

На поверхности боковой стенки кокиля принимались граничные условия третьего рода с постоянным коэффициентом контактного теплообмена α<sub>42</sub>. На поверхности стержня принимались граничные условия третьего рода с разными значениями коэффициента контактного теплообмена α<sub>45</sub> для условий контакта стержня с расплавом и с затвердевающей на нем коркой. В частности, указанные граничные условия вдоль оси *OX* имеют следующий вид:

 – на границе контакта расплава (отливки) 4 и рабочей поверхности боковой стенки 2 кокиля при x = d

$$\lambda_{4} \frac{\partial T_{4}}{\partial x}\Big|_{x=d} = \alpha_{42} \left(T_{4} - T_{2}\right); \qquad \lambda_{2} \frac{\partial T_{2}}{\partial x}\Big|_{x=d} = \alpha_{42} \left(T_{4} - T_{2}\right);$$

– на границе контакта расплава (отливки) 4 и поверхности стержня 5 при  $x = r_{cm}$ 

$$\lambda_{5} \frac{\partial T_{5}}{\partial x}\Big|_{x=r_{cm}} = \alpha_{45} \left(T_{4} - T_{5}\right); \qquad \lambda_{4} \frac{\partial T_{4}}{\partial x}\Big|_{x=r_{cm}} = \alpha_{45} \left(T_{4} - T_{5}\right),$$

где *r*<sub>cm</sub> – половина толщины или радиус стержня.

Тепловыделение при кристаллизации сплава хромистого чугуна учитывалось путем введения эффективной теплоемкости двухфазной зоны.

Принималось, что материал отливки (ИЧХ) имеет следующие теплофизические свойства: теплопроводность в жидком состоянии – 25 Вт/(м·К), в твердом состоянии – 12 Вт/(м·К); удельная теплоемкость в жидком и твердом состоянии – 850 и 520 Дж/(кг·К); плотность в жидком и твердом состоянии – 7000

и 7200 кг/м<sup>3</sup> соответственно; удельная теплота кристаллизации – 265000 Дж/кг. Температура-ликвидус расплава составляла 1250 °C, а температура-солидус – 1200 °C. Начальная температура кокиля принималась равной 118 °C.

Коэффициент контактного теплообмена между отливкой и поверхностью крышки кокиля  $\alpha_{41}$  принимался равным термической проводимости слоя краски, т. е.  $\alpha_{41} = 500 \text{ Br/}(\text{M}^2 \cdot \text{K})$ . Коэффициент контактного теплообмена между отливкой и поверхностью днища кокиля  $\alpha_{43}$  принимался равным термической проводимости слоя укладываемой на днище кремнеземной термостойкой ткани, т. е.  $\alpha_{43} = 300 \text{ Br/}(\text{M}^2 \cdot \text{K})$ . Коэффициент конвективного теплообмена элементов кокиля с окружающей средой (воздухом)  $\alpha_{oc} = 30 \text{ Br/}(\text{M}^2 \cdot \text{K})$ . Коэффициенты теплообмена  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  в контактных зонах стальных плит *1* и *3* и боковой стенки из серого чугуна *2* принимались равными 1000 Br/( $\text{M}^2 \cdot \text{K}$ ) (на основе результатов ранее проведенных исследований).

На втором этапе осуществлялась параметрическая идентификация теплообмена при литье плиты отбойной на основе поиска значений параметров контактного теплообмена между формирующейся отливкой и боковой поверхностью кокиля, а также между отливкой и поверхностью внутреннего холодильника (стержня), обеспечивающих минимум невязки расчетных и экспериментальных данных о температурах, снятых по показаниям термопар.

Для адаптации разработанной математической модели в качестве внутреннего холодильника был выбран стержень из стали Ст3 со следующими теплофизическими свойствами: теплопроводность – 50 Вт/(м·К); удельная теплоемкость – 490 Дж/(кг·К); плотность – 7850 кг/м<sup>3</sup>; температура плавления – 1300 °C.

Параметрическая идентификация математической модели теплообмена проводилась на основе показаний термопар, установленных в двух сечениях боковой стенки кокиля на расстоянии 1 и 3 мм от поверхности, контактирующей с формирующейся отливкой, на высоте, равной половине высоты отливки  $(l_2/2, \text{ см. рис. 2})$ , а также термопары, установленной в центре стержня-охладителя на той же высоте.

На основе предварительных расчетов определено значение адаптивного параметра  $\alpha_{42}$  для этапа заливки расплава в форму, которое составило около 300 Вт/(м<sup>2</sup> · K). Установлено также, что идентификацию параметра теплообмена  $\alpha_{42}$  необходимо и достаточно провести для первых 100...120 с процесса литья, пока градиенты температур вблизи рабочей поверхности кокиля наиболее высокие.

Выполнена оценка среднего значения коэффициента контактного теплообмена α<sub>42</sub>, которая проводилась по совокупности частных критериев идентификации путем свертывания их в глобальный критерий вида

$$K(\alpha_{42}) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} \left( \frac{(T_{2,j,pi} - T_{2,j,\dot{y}i})}{T_{2,j,\dot{y}i}} \right)^{2},$$
(1)

где n – количество установленных термопар, n = 2; k – число измерений температур;  $T_{2j,pi}$  – расчетные значения температур в месте установки *j*-й термопары;  $T_{2j,ji}$  – измеренные значения температур в месте установки *j*-й термопары.

Критерий К включает в себя отклонения расчетных температур в месте установки термопар от их измеренных значений в соответствующие моменты идентификации адаптивного времени. Решение задачи параметра  $\alpha_{42}$ осуществляли путем минимизации критерия К на основе метода наименьших виде постоянных величин для каждой из квадратов и определяли в установленных термопар. В результате параметрической идентификации определены средние значения коэффициента контактного теплообмена между боковой поверхностью кокиля и отливкой, которые находятся в диапазоне от 1590 до 1610 Вт/( $M^2 \cdot K$ ). Минимум критерия (1) достигается при значении коэффициента контактного теплообмена  $\alpha_{42} \approx 1600 \text{ Bt/(m}^2 \cdot \text{K}).$ 

Параметрическую идентификацию α<sub>45</sub> проводили на основе ранее полученных экспериментальных данных о динамике температур в центре стержня, которые снималась заранее установленной термопарой. Идентификация α<sub>45</sub> осуществлялась путем минимизации критерия *K<sub>c</sub>* вида

$$K_{c}(\alpha_{45}) = \sum_{i=1}^{k} \left( \frac{(T_{5,pi} - T_{5,\dot{y}i})}{T_{5,\dot{y}i}} \right)^{2},$$
(2)

где  $T_{5,pi}$  — расчетные значения температур в месте установки термопары;  $T_{5,pi}$  — измеренные значения температур в месте установки термопары (в центре стержня).

Критерий (2) учитывает температуры, измеренные с интервалом 10 с в начальный период формирования отливки продолжительностью 120 с. Параметрическую идентификацию  $\alpha_{45}$  проводили при фиксированном значении  $\alpha_{42} = 1600 \text{ Bt/}(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

В результате минимизации критерия (2) определено среднее значение коэффициента контактного теплообмена α<sub>45</sub>, равное 10500 Вт/(м<sup>2</sup> · К). При этом наибольшие относительные отклонения расчетных значений температур в центре стержня от измеренных составили около 4 %, что сопоставимо с погрешностями экспериментов.

На рис. 3 представлены графики, иллюстрирующие изменение расчетных (сплошные линии) и измеренных (штриховые) значений температур, полученные в результате адаптации математической модели теплообмена при литье с применением охлаждающего стержня с учетом этапа заливки расплава продолжительностью 14 с. Полученные результаты подтверждают высокую адекватность разработанной математической модели.



Рис. 3. Расчетные и экспериментальные значения температур в результате адаптации математической модели к реальным условиям процесса литья

Таким образом, разработанная методика позволила адаптировать математическую модель к реальным условиям процесса литья детали «Вкладыш отбойный» с высокой точностью. Разработанное программное обеспечение использовано для проведения исследований по определению параметров внутреннего холодильника.

Контакты:

pumpurva@itm.by (Пумпур Владимир Анатольевич); lcti@yandex.by (Дувалов Павел Юрьевич); slavanski.new@gmail.com (Андриенко Вячеслав Михайлович).

### V. A. PUMPUR, P. Y. DUVALAU, V. M. ANDRYIENKA

# METHODOLOGY OF PARAMETRIC IDENTIFICATION OF HEAT TRANSFER WHILE CASTING DETAIL OF CENTRIFUGAL CRUSHING AND GRINDING EQUIPMENT

#### Abstract

A technique for parametric identification of heat transfer during casting of a part of centrifugal crushing and grinding equipment a crushing plate is presented. The authors have developed a mathematical model of heat transfer when casting a part into a chill mold and the corresponding software. On the basis of the developed methodology, the mathematical model was adapted to real casting conditions with high accuracy.

### Keywords:

wear-resistant chromium cast iron, cast iron casting, heat transfer, mathematical model, parametric identification, model adaptation.

141