

УДК 624.072.21.7  
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАШИНЫ  
НА КОМБИНИРОВАННОМ ХОДУ С ВЕРХНИМ СТРОЕНИЕМ ПУТИ

Д. И. БОЧКАРЕВ, О. В. КОЗУНОВА., Е. А. СИГАЙ  
Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТРАНСПОРТА»  
Гомель, Беларусь

Верхнее строение железнодорожного пути моделируется совокупностью упругих слоев конечной ширины с переменным модулем деформации. Шпала может быть рассчитана как балка конечной длины, расположенная на упругом основании. Целью работы является уточненное определение осадок железнодорожной шпалы под действием нагрузок от экипажной части.

Для решения контактной задачи «балка – слоистое основание» предлагается модификация *вариационного способа* статического расчета: в нелинейной постановке и с использованием метода сеток, которая названа *вариационно-разностным подходом* (ВРП). Этот подход позволяет полностью описать напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого основания, исследовать контактную зону «балка–основание», вычислить внутренние усилия и осадки балки (шпалы).

В силу нелинейности рассматриваемая задача решается методом упругих решений в форме переменных параметров упругости, через итерационный алгоритм. Численная реализация ВРП осуществляется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете MATHEMATICA 6.0.

Рассматривается балка шириной  $2l$  на упругом физически нелинейном двухслойном основании под действием системы сосредоточенных сил [1]. На контакте плиты с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для балки справедливы гипотезы теории изгиба.

При расчете слоистая упругая среда заменяется прямоугольной расчетной областью. Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям:  $\Delta x, \Delta y$ .

За *неизвестные* принимаются:  $u_i(x), v_i(y)$  – компоненты вектора перемещения  $i$ -той узловой точки основания;  $p_y^{(i)}(x, y)$  – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием. *Граничные условия задачи*: на границах принятой расчетной области перемещения  $u = 0, v = 0$ ; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам балки.

Закон нелинейно-упругого деформирования основания  $\sigma_i(\varepsilon_i)$  для каждого слоя основания описывается математически в виде степенной функции [2]

$$\sigma_i^{(k)} = E_{0k}^m (\sigma_{i, \text{lim}}^{(k)})^{1-m} \varepsilon_i^m, \quad (1)$$

где  $\sigma_{i, \text{lim}}^{(k)}$ ;  $E_{0k}$  – предельное (критическое) напряжение, близкое к пределу упругости, и начальный модуль деформации  $k$ -того слоя основания;  $m$  – экспериментальный параметр, зависящий от упругих характеристик неоднородной среды.

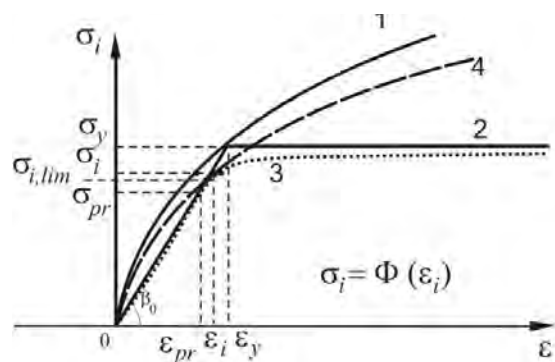


Рис. 1. Диаграммы нелинейно-упругого деформирования: 1 – степенная функция; 2 – диаграмма упруго-пластического тела; 3 – функция гиперболический тангенс; 4 – альтернативная степенная функция

При решении сформулированной задачи в силу ее нелинейности используется метод упругих решений А. А. Ильюшина, который предполагает итерационный процесс [3]. При каждой итерации модуль деформации центра  $j$ -той сеточной ячейки изменяется, и при вычислениях используется переменный модуль деформации.

Согласно вариационному принципу Лагранжа [3], при нагружении балки на упругом основании статической нагрузкой, ее полная потенциальная энергия в состоянии равновесия принимает минимальное значение. Величина функционала полной потенциальной энергии плиты на упругом основании состоит из трех слагаемых: функционала энергии деформаций упругого основания, функционала энергии деформаций шпалы и потенциала работы внешней нагрузки.

Решение контактной задачи строится в перемещениях и реализуется численно методом конечных разностей (МКР), то есть заменой системы дифференциальных уравнений системой линейных алгебраических уравнений. Энергия деформаций упругого основания получается суммированием по объему основания энергий деформаций прямоугольных участков для каждой ячейки МКР. Энергия изгиба шпалы в контактной зоне с основанием и потенциал работы внешних сил записывается также в конечно-разностном виде. Теория нелинейного расчета для двухслойного основания приведена в работе [1].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Босаков, С. В.** Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – № 1. – 2009. – С. 5–13.
2. **Быховцев, В. Е.** Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твердых тел / В. Е. Быховцев. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скарныны, 2007. – 219 с.
3. **Александров, А. В.** Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 400 с.