

УДК 622.788.32:621.979.21.01:534.1.014.1:517.958(045)

**О. М. ВОЛЧЕК**

Барановичский государственный университет (Барановичи, Беларусь)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВАЛКОВ ПРЕССА И ПРЕССУЕМОЙ СМЕСИ

### Аннотация

Разработана усовершенствованная модель силового взаимодействия валков валкового пресса и прессуемой смеси. Описаны зависимости формирования боковой силы, действующей на вал со стороны прессуемой смеси, от минимального зазора между поверхностями валов, а также от параметров сцепления между частицами смеси и возрастания данного сцепления с ростом среднего осевого напряжения, насыпной плотности смеси и требуемой плотности плитки. Разработана методика оценки горизонтальной силы, действующей на вал со стороны прессуемой смеси.

### Ключевые слова:

валковый пресс, порошковая смесь, прессование, межчастичное сцепление.

При описании зависимости боковой силы, действующей на вал валкового пресса со стороны прессуемой смеси, чаще всего используется модель Йохансона [1, 2].

В работе предложено усовершенствование данной модели, которое позволило комплексно учесть ряд особенностей моделируемого процесса. Согласно этой модели, область контакта материала с валом разделяется на три зоны (рис. 1).

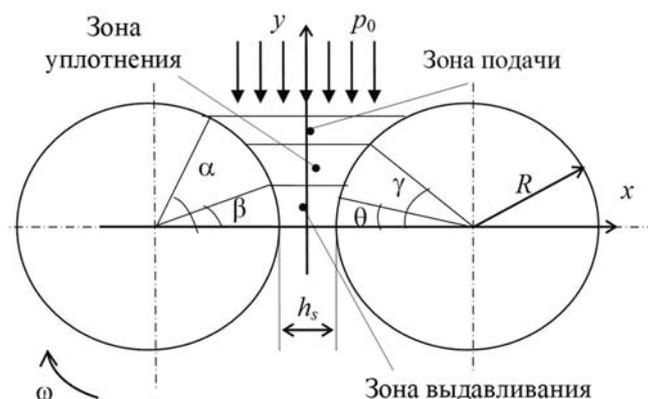


Рис. 1. Схема прессования смеси

На рисунке приняты следующие обозначения:  $R$  – радиус вала;  $p_0$  – давление подачи;  $h_s$  – зазор между поверхностями валов;  $\omega$  – угловая скорость вращения валов;  $\theta$  – текущий угол, изменяющийся от 0 до  $\alpha$ ;  $\alpha$  – угол, определяющий начало зоны подачи;  $\gamma$  – угол, определяющий границу между зонами подачи и уплотнения;  $\beta$  – угол, определяющий границу между зонами уплотнения и выдавливания. Описание вальцевания осуществляется в декартовых координатах. Ось  $y$  вертикальна, равноудалена от поверхностей соседних валов и

направлена противоположно движению порошковой смеси. Ось  $x$  горизонтальна и проходит через центры соседних валов. Ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости схемы. Толщина валов (размер вдоль оси  $z$ )  $H$ .

*Зона подачи.* В данной зоне зависимость среднего осевого давления в прессуемой смеси от угла  $\theta$  описывается функцией

$$\sigma(\theta) = \left[ \sigma_{\alpha} - w_{\text{H}} \sigma_{\gamma} \int_{\theta}^{\alpha} Q_{2\text{H}}(\zeta) \exp \left( \int_{\zeta}^{\alpha} Q_{1\text{H}}(\eta) d\eta \right) d\zeta \right] \exp \left( - \int_{\theta}^{\alpha} Q_{1\text{H}}(\eta) d\eta \right). \quad (1)$$

Здесь введены функции угла  $\theta$

$$Q_{1\text{H}}(\theta) = \left( \frac{(1 + \sin \delta_{\text{H}})(\sin \theta - f_{\text{H}} \cos \theta)}{(1 - \sin \delta_{\text{H}})(1 + f_{\text{H}} \operatorname{tg} \theta)} - \sin \theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos \theta};$$

$$Q_{2\text{H}}(\theta) = \left( \frac{\sin \theta - f_{\text{H}} \cos \theta}{1 + f_{\text{H}} \operatorname{tg} \theta} + \sin \theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos \theta} \quad (2)$$

и комбинация констант

$$w_{\text{H}} = \frac{2(1 + \mu_{\text{H}})c \cos \delta_{\text{H}}}{3(1 - \sin \delta_{\text{H}})}.$$

Здесь  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\sigma_{\gamma}$  – значения среднего осевого напряжения для углов  $\theta = \alpha$  и  $\theta = \gamma$  соответственно;  $f$  – коэффициент трения между частицами порошковой смеси и поверхностью вала;  $\mu$  – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) материала;  $\delta$  – угол внутреннего трения;  $s = h_s/(2R)$  – вводимый для краткости дальнейших записей конструктивный параметр;  $c$  – коэффициент пропорциональности, описывающий зависимость параметра межчастичного сцепления  $k$  от среднего осевого напряжения:  $k = c\sigma$ . Характеристики  $f$ ,  $\mu$ ,  $\delta$  являются функциями плотности порошковой смеси  $\rho$ . Нижний индекс «н» означает, что значение величины соответствует насыпной плотности  $\rho_{\text{H}}$ .

При известной зависимости  $\sigma(\theta)$  определяются нормальное контактное давление  $p$  и сдвиговое напряжение  $\tau$ , действующие со стороны смеси на вал:

$$p(\theta) = \frac{1}{1 + f_{\text{H}} \operatorname{tg} \theta} \left( \frac{3(1 + \sin \delta_{\text{H}})}{2(1 + \mu_{\text{H}})} \sigma + c \sigma_{\gamma} \cos \delta_{\text{H}} \right); \quad \tau(\theta) = f_{\text{H}} p(\theta). \quad (3)$$

*Зона уплотнения.* В данной зоне для величины  $\sigma$  получено следующее выражение:

$$\sigma(\theta) = \sigma_{\gamma} \exp \left( - \int_{\theta}^{\gamma} Q(\eta) d\eta \right). \quad (4)$$

Здесь введена функция угла  $\theta$

$$Q(\theta) = K \operatorname{tg} \theta \frac{1 + s - 2 \cos \theta}{1 + s - \cos \theta}, \quad (5)$$

где  $K$  – показатель прессования в модели Йохансена, являющийся характеристикой порошковой смеси.

После установления зависимости  $\sigma(\theta)$  в зоне уплотнения можно описать изменение плотности смеси

$$\rho(\theta) = \rho_n \left( \frac{\sigma(\theta)}{\sigma_\gamma} \right)^{1/K}. \quad (6)$$

При известной зависимости среднего осевого напряжения от угла  $\theta$  соответствующие зависимости  $p(\theta)$  и  $\tau(\theta)$  определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \tau(\theta) &= \sigma(\theta) \sin \theta \left[ 2c \cos \theta - K(1+s-2\cos\theta) \left( \frac{3(1-\sin\delta_\theta)}{2(1+\mu_\theta)} - c \cos \delta_\theta \right) \right]; \\ p(\theta) &= \sigma(\theta) \left( \frac{3(1+\sin\delta_\theta)}{2(1+\mu_\theta)} + c \cos \delta_\theta \right) - \tau(\theta) \operatorname{tg} \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Нижний индекс « $\theta$ » означает, что в уравнении используется зависимость соответствующей характеристики от угла  $\theta$ . Данная зависимость определяется путем подстановки функции (6) в известную экспериментальную зависимость характеристик от плотности  $\delta_p = \delta(\rho) = \delta(\rho(\theta)) = \delta(\theta) = \delta_\theta$ .

*Зона вытягивания.* В данной зоне уравнение функции  $\sigma(\theta)$  имеет вид

$$\sigma(\theta) = \sigma_\beta \left[ 1 - w_{\text{пл}} \int_{\theta}^{\beta} Q_{2\text{пл}}(\zeta) \exp \left( \int_{\zeta}^{\beta} Q_{1\text{пл}}(\eta) d\eta \right) d\zeta \right] \exp \left( - \int_{\theta}^{\beta} Q_{1\text{пл}}(\eta) d\eta \right). \quad (8)$$

Функции  $Q_{1\text{пл}}(\theta)$  и  $Q_{2\text{пл}}(\theta)$  задаются соотношениями

$$\begin{aligned} Q_{1\text{пл}}(\theta) &= \left( \frac{(1+\sin\delta_{\text{пл}})(\sin\theta + f_{\text{пл}} \cos\theta)}{(1-\sin\delta_{\text{пл}})(1-f_{\text{пл}} \operatorname{tg}\theta)} - \sin\theta \right) \frac{1}{1+s-\cos\theta}; \\ Q_{2\text{пл}}(\theta) &= \left( \frac{\sin\theta + f_{\text{пл}} \cos\theta}{1-f_{\text{пл}} \operatorname{tg}\theta} + \sin\theta \right) \frac{1}{1+s-\cos\theta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Также по аналогии с зоной подачи вводится комбинация значений характеристик

$$w_{\text{пл}} = \frac{2(1+\mu_{\text{пл}})c \cos \delta_{\text{пл}}}{3(1-\sin \delta_{\text{пл}})}.$$

Нижний индекс «пл» означает, что значение величины соответствует плотности плитки  $\rho_{\text{пл}}$ . В уравнении (8)  $\sigma_\beta$  – значение среднего осевого напряжения, соответствующее углу  $\theta = \beta$ .

Выражения для нормального давления и сдвигового напряжения имеют вид

$$p(\theta) = \frac{1}{1 - f_{\text{пл}} \operatorname{tg} \theta} \left( \frac{3(1 + \sin \delta_{\text{пл}})}{2(1 + \mu_{\text{пл}})} \sigma(\theta) + c \sigma_{\beta} \cos \delta_{\text{пл}} \right); \quad \tau(\theta) = -f_{\text{пл}} p(\theta). \quad (10)$$

Для использования решений (1), (4), (8) необходимо определить шесть констант: три угла  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и соответствующие этим углам значения среднего осевого напряжения  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\sigma_{\gamma}$ ,  $\sigma_{\beta}$ . Данные константы определяются исходя из следующих условий.

1. На границе области контакта ( $\theta = \alpha$ ) задана осевая компонента тензора напряжений  $\sigma_y(\alpha) = p_0$ .

2. На этой же границе градиент среднего осевого напряжения принимается равным нулю:  $\left. \frac{d\sigma}{d\theta} \right|_{\theta=\alpha} = 0$ .

3. На границе зон подачи и уплотнения ( $\theta = \gamma$ ) и на границе зон уплотнения и вытягивания ( $\theta = \beta$ ) выполняются условия неразрывности напряжения  $\sigma$ .

4. Также при  $\theta = \gamma$  выполняется условие неразрывности градиента среднего осевого напряжения.

5. При выходе плитки из области контакта ( $\theta = 0$ ) осевая компонента тензора напряжений  $\sigma_y$  равна нулю.

В соответствии с перечисленными условиями первоначально вычисляется угол  $\gamma$  как решение нелинейного уравнения

$$Q_{1\text{н}}(\gamma) + w_{\text{н}} Q_{2\text{н}}(\gamma) = Q(\gamma). \quad (11)$$

При известном  $\gamma$  угол  $\alpha$  определяется в результате решения нелинейного уравнения

$$w_{\text{н}} \left( 1 - \int_{\gamma}^{\alpha} Q_{2\text{н}}(\zeta) \exp \left( \int_{\zeta}^{\alpha} Q_{1\text{н}}(\eta) d\eta \right) d\zeta \right) - \exp \left( \int_{\gamma}^{\alpha} Q_{1\text{н}}(\eta) d\eta \right) = w_{\text{н}} \left( 1 + \frac{Q_{2\text{н}}(\alpha)}{Q_{1\text{н}}(\alpha)} \right). \quad (12)$$

Для нахождения угла  $\beta$  составляется уравнение вида

$$\int_0^{\beta} Q_{2\text{пл}}(\zeta) \exp \left( \int_{\zeta}^{\beta} Q_{1\text{пл}}(\eta) d\eta \right) d\zeta + \exp \left( \int_0^{\beta} Q_{1\text{пл}}(\eta) d\eta \right) = \frac{1}{w_{\text{пл}}}. \quad (13)$$

При известных значениях углов соответствующие значения среднего осевого напряжения вычисляются по формулам

$$\sigma_{\gamma} = -\frac{p_0 Q_{1\text{н}}(\alpha)}{c \cos \delta_{\text{н}} (Q_{1\text{н}}(\alpha) + Q_{2\text{н}}(\alpha))}; \quad \sigma_{\alpha} = \frac{2(1 + \mu_{\text{н}})(p_0 + c \sigma_{\gamma} \cos \delta_{\text{н}})}{3(1 - \sin \delta_{\text{н}})};$$

$$\sigma_{\beta}(\theta) = \sigma_{\gamma} \exp \left( -\int_{\beta}^{\gamma} Q(\eta) d\eta \right). \quad (14)$$

Таким образом, решив нелинейные уравнения (11)–(13) и используя соотношения (14), определим константы  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\sigma_{\gamma}$ ,  $\sigma_{\beta}$ . Подставив эти

константы в функции (1), (4), (8), установим явный вид зависимостей среднего осевого напряжения от угла  $\theta$  в каждой зоне области контакта. Затем, используя соотношения (3), (7) и (10), получим для каждой зоны зависимости  $p(\theta)$  и  $\tau(\theta)$ . Зная эти функции, вычислим горизонтальную силу, действующую на вал со стороны прессуемой смеси:

$$F_x = RH \int_0^{\alpha} (p \cos \theta + \tau_f \sin \theta) d\theta.$$

В качестве примера использования описанной методики получим зависимость силы  $F_x$  от расстояния  $h$  между поверхностями валов при следующих значениях исходных параметров:  $R = 0,5$  м;  $H = 0,1$  м;  $p_0 = 1$  МПа. Прессуемый материал – насыпная плотность  $\rho_n = 920$  кг/м<sup>3</sup>, плотность плитки  $\rho_{пл} = 1840$  кг/м<sup>3</sup>. Экспериментальные данные о характеристиках данной смеси, аппроксимируются следующими функциями:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= 0,6 - 0,15 \sqrt{\frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n}} - 0,25 \left( \frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n} \right); \\ \mu &= 0,2 + 0,03 \sqrt{\frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n}} + 0,07 \left( \frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n} \right); \\ f &= 0,4 - 0,12 \sqrt{\frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n}} - 0,08 \left( \frac{\rho - \rho_n}{\rho_{пл} - \rho_n} \right). \end{aligned}$$

Коэффициент, определяющий параметр межчастичного сцепления,  $c = 0,2$ . Параметр прессования  $K = 3$ .

На рис. 2 представлены результаты вычисления горизонтальной силы  $F_x$  в зависимости от расстояния  $h$ .

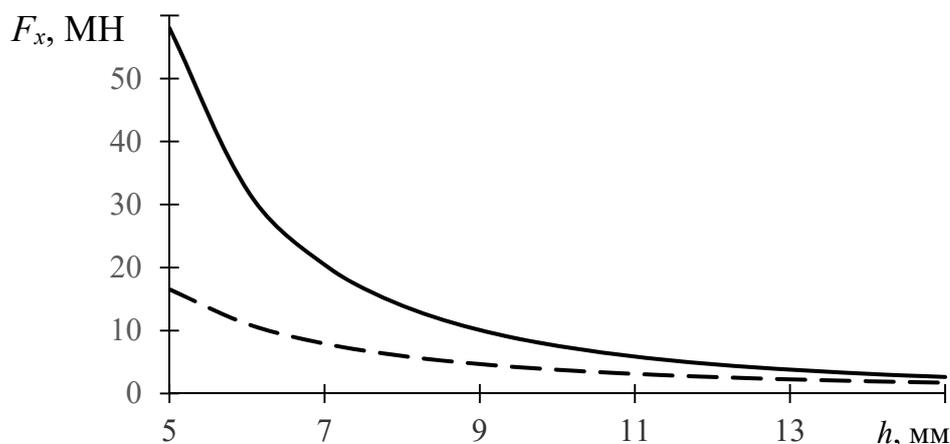


Рис. 2. Расчетная зависимость горизонтальной силы, действующей на вал со стороны прессуемой смеси, от зазора между поверхностями валов. Сплошная кривая – результаты использования усовершенствованной модели; пунктирная – расчет по упрощенной модели

Для сравнения на рисунке представлена аналогичная зависимость, полученная по упрощенной модели без учета сцепления ( $c = 0$ ), наличия зоны вытягивания ( $\beta = 0$ ), изменения характеристик смеси при изменении плотности ( $\delta(\rho) = \delta_n, f(\rho) = f_n$ ), наличия осевого напряжения  $\sigma_z$  ( $\mu(\rho) = 0,5$ ).

Можно отметить значительное превышение расчетных оценок силы  $F_x$ , полученных на основе усовершенствованной модели, над соответствующими результатами использования упрощенной методики при малых зазорах между поверхностями валов. Данное обстоятельство обусловлено, главным образом, учетом в рамках усовершенствованной модели сцепления между частицами смеси (параметра  $k$ ) и возрастания данного сцепления с ростом среднего осевого напряжения.

Таким образом, на основе разработанной усовершенствованной модели силового взаимодействия валков валкового пресса и прессуемой смеси создана эффективная методика оценки горизонтальной силы, действующей на вал со стороны прессуемой смеси.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Johanson, J. R.** A rolling theory for granular solids / J. R. Johnson // ASME, Journal of Applied Mechanics, Series E. – 1965. – Vol. 32, № 4. – P. 842–848.
2. **Johanson, J. R.** Reducing air entrainment problems in your roll press / J. R. Johanson // Powder and Bulk Engineering. – 1989. – P. 43.

Контакты:

leolya07@mail.ru, onti@sipr.by (Волчек Ольга Михайловна).

***O. M. VOLCHEK***

#### **MATHEMATICAL MODELING OF THE FORCE INTERACTION OF THE ROLLS OF THE PRESS AND THE PRESSED MIXTURE**

##### **Abstract**

An improved model of the force interaction of the pressed mixture with the shafts of the shaft press has been developed. The dependence of the formation of the lateral force acting on the shaft from the side of the pressed mixture on the minimum gap between the surfaces of the shafts, as well as the parameters of adhesion between the particles of the mixture and the increase in this adhesion with an increase in the axial stress, the density of the bulk of the mixture and the required tile density is described. A method for estimating the horizontal force acting on the shaft from the side of the pressed mixture has been developed.

##### **Keywords:**

roller compactor, powder mixture, pressing, inter-particle cohesion.