

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВАЛЛЕ — ПУССЕНА ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА

А.И. Кашпар

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь

alex.kashpar@tut.by

Исследуется задача [1–3] :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}(t) + \lambda(\mathbf{A}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{B}_1(t)) + \lambda(\mathbf{A}_2(t)\dot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}_2(t)) + \mathbf{F}(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(0, \lambda) = \mathbf{M}, \quad \mathbf{X}(\omega, \lambda) = \mathbf{N}, \quad \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}, \quad (2)$$

где $\mathbf{F}(t)$, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{A}_i(t)$, $\mathbf{B}_i(t)$ ($i = 1, 2$) — матрицы класса $\mathbb{C}[0, \omega]$ соответствующих размерностей; $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ — заданные вещественные матрицы; $\omega > 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

В данной работе, являющейся продолжением и развитием [1–3], разработан алгоритм построения решения задачи (1), (2) на основе метода [4, гл. I] и метода Пуанкаре (малого параметра) применительно к соответствующей эквивалентной интегральной задаче

$$\mathbf{X} = \mathbf{M} + \mathbf{P}_{\mathbf{UV}} + \mathcal{L}_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}), \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Q}_{\mathbf{UV}} + \mathcal{L}_2(\mathbf{X}, \mathbf{Y}),$$

где

$$\mathbf{P}_{\mathbf{UV}}(t) = \int_0^t \mathbf{U}(\tau)(\Phi^{-1}(\mathbf{N} - \mathbf{M}))\mathbf{V}(\tau) d\tau, \quad \mathbf{Q}_{\mathbf{UV}}(t) = \mathbf{U}(t)(\Phi^{-1}(\mathbf{N} - \mathbf{M}))\mathbf{V}(t);$$

$\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, Φ — интегральные операторы [5], конструируемые по методике [4]; $\mathbf{U}(t)$, $\mathbf{V}(t)$ — фундаментальные матрицы уравнений $\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{U}$, $\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{V}\mathbf{B}(t)$.

Литература

1. Кашпар А. И., Лаптинский В. Н. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XI Белорусская математическая конференция: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 32.
2. Кашпар А. И. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013) : тез. докл. Междунар. науч. конф. Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 57.
3. Кашпар А. И. *О разрешимости задачи Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014) : тез. докл. Междунар. науч. конф. Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 63–64.
4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.
5. Лаптинский В. Н., Кашпар, А. И. *Конструктивный анализ краевой задачи Валле — Пуссена для линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка. Ч. I*. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2015. 48 с. (Препринт/Ин-т прикладной оптики НАН Беларуси; № 35).