АЛГОРИТМ С НЕЯВНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СХЕМОЙ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА — РИККАТИ

О.А. Маковецкая

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
olya.makzi@gmail.com

Рассмотрим краевую задачу [1, 2]

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XQ(t)X + F(t,X), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \tag{2}$$

где $t \in I$, $A, B, Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n\times n})$. Предполагается, что матрица-функция $F(t,X)$ в области $D_{\tilde{\rho}} = \{(t,X) : t \in I, \ \|X\| < \tilde{\rho}\}$ удовлетворяет относительно X условию Липшица (локально); $F(t,0) \not\equiv 0$, $I = [0,\omega]$, $\omega > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leqslant \infty$.

В данной работе на основе метода [3] получены конструктивные достаточные условия однозначной разрешимости и алгоритм построения решения задачи (1), (2) в виде

$$X(t) = C + Y(t),$$

где C — постоянная матрица, $Y(t)$ — матрица, подчиненная условиям

$$Y(0) = Y(\omega), \quad \int\limits_0^\omega [A(\tau)Y(\tau) + Y(\tau)B(\tau)]\,d\tau = 0.$$

Обозначим $M = \int_0^\omega A(\tau)d\tau$, $N = -\int_0^\omega B(\tau)\,d\tau$. Установлено, что в случае, когда матрицы M и N не имеют общих характеристических чисел, решение задачи (1), (2) представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых соотношениями

$$C_k = -\Phi^{-1}\int\limits_0^\omega [(C_k + Y_k(\tau))Q(\tau)(C_k + Y_k(\tau)) + F(\tau, C_k + Y_k(\tau))]d\tau,$$

$$Y_k(t) = \Phi^{-1}\Big[\int\limits_0^t \Big(\int\limits_0^\tau A(\sigma)\,d\sigma\Big)S_{k-1}(\tau)\,d\tau - \int\limits_t^\omega \Big(\int\limits_\tau^\omega A(\sigma)\,d\sigma\Big)S_{k-1}(\tau)\,d\tau +$$

$$+\int\limits_0^t S_{k-1}(\tau)\Big(\int\limits_0^\tau B(\sigma)\,d\sigma\Big)d\tau - \int\limits_t^\omega S_{k-1}(\tau)\Big(\int\limits_\tau^\omega B(\sigma)\,d\sigma\Big)d\tau \quad (k = 1, 2, \dots),$$

где $S_i(\tau) = A(\tau)X_i(\tau) + X_i(\tau)B(\tau) + X_i(\tau)Q(\tau)X_i(\tau) + F(\tau, X_i(\tau))$, $X_i(\tau) = C_i + Y_i(\tau)$ $(i = 0, 1, \dots)$, Φ — линейный оператор, $\Phi Z = MZ - ZN$, при этом матрицы $C_0, Y_0(\tau)$; $C_1, Y_1(\tau)$ строятся по методике, изложенной в [2].

Литература

1. Маковецкая О. А. *Разрешимость и структурные свойства решений периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова — Риккати* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 68—69.

2. Лаптинский В. Н., Маковецкая О. А. *Конструктивный анализ и структурные свойства решений периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова — Риккати (двусторонняя регуляризация)*. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2013. 55 с. (Препринт/ ИТМ НАН Беларуси, № 33).

3. Лаптинский В. Н. *Об одном подходе к отысканию периодических решений дифференциальных уравнений* // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук, 1990. № 5. С. 25–30.