

УДК 624.072.21.7
РАСЧЕТ БАЛОК И БАЛОЧНЫХ ПЛИТ НА НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОМ
НЕОДНОРОДНОМ ОСНОВАНИИ (ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ)

О. В. КОЗУНОВА

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
Гомель, Беларусь

В настоящей работе обобщаются научные результаты исследований балок и балочных плит, свободно опирающихся на неоднородное упругое основание с учетом его физической нелинейности. Расчетная модель упругого основания представляется в виде многослойного пакета, возможно со слабыми полостями (биогенными включениями). Для каждого слоя грунта используется модель упругого слоя (УС) конечной толщины с переменным модулем деформации. В законе нелинейно-упругого деформирования основания используются функциональные зависимости в виде функции «гиперболический тангенс» и степенных функций.

В проводимых исследованиях решаются задачи *нелинейной теории упругости* (плоская деформация): линейно упругая балка (балочная плита) на нелинейно-упругом неоднородном основании, ослабленном биогенными включениями. В расчетах рассматриваются реальные грунты, которые соответствуют результатам геологических изысканий в н.п. Тихиничи, Жлобинского района, Гомельской области.

В результате нелинейных расчетов определяется осадка балки (балочной плиты), распределение реактивных давлений в контактной зоне балки (балочной плиты) с основанием и внутренние усилия в сечениях балки или балочной плиты.

Для решения контактной задачи «балка (балочная плита) – слоистое основание» предлагается модификация *вариационного способа* статического расчета: в нелинейной постановке, с использованием метода сеток, которая называется *вариационно-разностным подходом* (ВРП). Этот подход позволяет полностью описать напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого основания, исследовать контактную зону и вычислить внутренние усилия и осадки балки (балочной плиты).

В силу нелинейности рассматриваемая задача решается методом упругих решений в форме переменных параметров упругости, через итерационный алгоритм. Численная реализация ВРП осуществляется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете MATHEMATICA 6.0.

Постановка контактной задачи. Рассматривается балка (балочная плита) шириной $2l$ на упругом физически нелинейном многослойном основании под действием произвольной нагрузки. На контакте балки (балочной плиты) с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для плиты справедливы гипотезы теории изгиба.

При расчете слоистая упругая среда заменяется прямоугольной расчетной областью. Основание аппроксимируется симметричной

разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям: Δx , Δy . В результате получено 203 i -тых узловых и 168 j -тых сеточных ячеек.

За *неизвестные* принимаются: $u_i(x), v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием. *Граничные условия задачи*: на границах принятой расчетной области перемещения $u = 0, v = 0$; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

При каждой итерации модуль деформации центра j -той сеточной ячейки изменяется, и при вычислениях используется переменный модуль деформации (касательный или секущий).

Согласно вариационному принципу Лагранжа, при нагружении плиты на упругом основании статической нагрузкой, ее полная потенциальная энергия в состоянии равновесия принимает минимальное значение. Величина функционала полной потенциальной энергии плиты на упругом основании состоит из трех слагаемых: функционала энергии деформаций упругого основания, функционала энергии деформаций плиты и потенциала работы внешней нагрузки.

Решение контактной задачи строится в перемещениях и реализуется численно методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными соотношениями. Энергия деформаций упругого основания получается суммированием по объему основания энергий деформаций прямоугольных участков для каждой ячейки МКР. Энергия изгиба балочной плиты в контактной зоне с основанием и потенциал работы внешних сил записывается также в конечно-разностном виде.

Сравнение результатов. Результаты нелинейных расчетов свидетельствуют о том, что на скорость сходимости итерационного процесса влияет правильный *выбор функции в законе нелинейно-упругого деформирования*: функция гиперболический тангенс асимптотична, хорошо вписывается в диаграмму упругопластического тела, поэтому итерационный алгоритм сходится уже на 3-ей итерации. Степенная функция возрастающая, не имеет асимптоты, поэтому итерационный процесс сходится медленно и только для определенных значений предельных напряжений, что влияет на описание НДС балки (балочной плиты).

Правильность предложенной методики нелинейных расчетов проверяется лотковым экспериментом (качественная картина) и использованием других компьютерных программ на основе метода конечных элементов (МКЭ), а именно: ANSYS, FEMAP, NASTRAN, PLAXIS, Энергия-3Д (количественная). Полученные результаты близки по своим значениям аналогичным с использованием ВРП, которые могут быть использованы в инженерных расчетах.