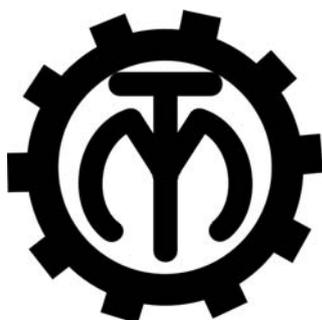


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технология машиностроения»

# МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Методические рекомендации к лабораторным работам  
для студентов направления подготовки  
15.03.06 «Мехатроника и робототехника»  
очной формы обучения*



Могилев 2023

УДК 621.9  
ББК 34.96  
М 54

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения» «22» ноября 2022 г.,  
протокол № 6

Составитель канд. техн. наук, доц. Д. Г. Шатуров

Рецензент А. Е. Науменко

Методические рекомендации к лабораторным работам предназначены для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» очной формы обучения. Изложены методики выполнения лабораторных работ.

Учебно-методическое издание

## МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ответственный за выпуск	В. М. Шеменков
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2023

## Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Исследование износа лезвийного инструмента .....	4
2 Лабораторная работа № 2. Определение стойкости лезвийного инструмента при заданном критерии износа .....	8
3 Лабораторная работа № 3. Метод одномерной оптимизации.....	15
4 Лабораторная работа № 4. Метод многофакторной оптимизации .....	27
Список литературы.....	34

# 1 Лабораторная работа № 1. Исследование износа лезвийного инструмента

**Цель работы:** изучение методики и практическое освоение исследования размерного износа в зависимости от пути резания при определенных условиях работы режущего инструмента.

## 1.1 Оборудование, инструменты и приборы

1 Объекты исследования – заготовки из стали 45 ГОСТ 1050–74, зацентрованные с обоих концов.

2 Универсальный токарно-винторезный станок.

3 Набор мерительного инструмента (штангенциркуль, микрометр).

4 Технологическая оснастка, состоящая из переднего центра, заднего вращающегося центра и поводкового устройства или хомутика.

5 Резец проходной.

## 1.2 Основные теоретические положения

В процессе обработки режущий инструмент подвергается изнашиванию в результате трения его контактных поверхностей о стружку и обрабатываемую поверхность.

Изнашивание может происходить по передней поверхности (рисунок 1.1, а), когда толщина стружки больше 0,5 мм, и по задней поверхности (рисунок 1.1, б), когда снимаются тонкие стружки менее 0,1 мм.

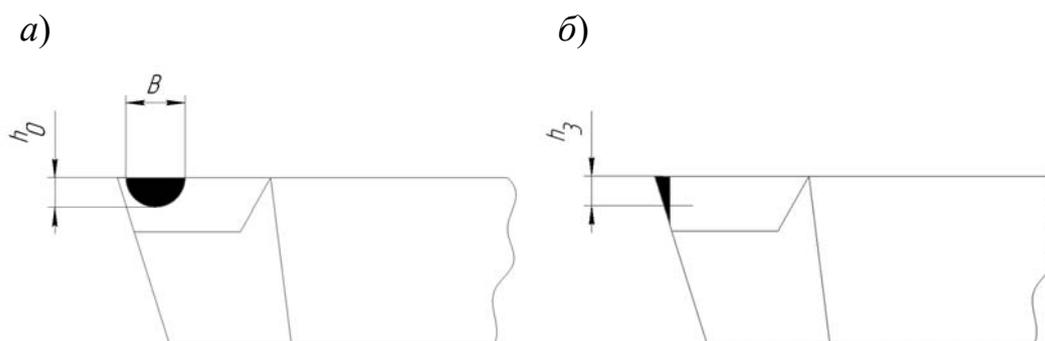


Рисунок 1.1 – Схемы износа инструмента по передней (а) и задней (б) поверхностям

Таким образом, при черновом точении износ, как правило, происходит по передней поверхности, при чистовом (тонком) и получистовом точении износ может происходить одновременно по передней и задней поверхностям.

С точки зрения точности обработки большой интерес представляет процесс изнашивания по задней поверхности, т. к. он оказывает влияние на исполнительные размеры обрабатываемой детали. Износ лезвия инструмента в направлении, нормальном к обрабатываемой поверхности, называется размерным износом. Вследствие размерного износа происходит как бы отда-

ление режущей кромки инструмента от обрабатываемой поверхности и деталь вместо номинального диаметра  $D$  получает диаметр, больший номинального на двойную величину размерного износа резца  $U$  (рисунок 1.2).

При испытаниях режущего инструмента стойкость принято выражать как время работы инструмента между двумя смежными переточками.

С точки зрения технолога, занимающегося обеспечением точности обработки, наиболее важной является зависимость размерного износа от пути, пройденного резцом в материале заготовки.

Исследования размерного износа показали, что первый период работы режущего инструмента сопровождается повышенным размерным износом. Путь работы инструмента на этом участке не превышает 1000 м. Второй период характеризуется нормальным износом. Путь резания на этом участке в зависимости от условий работы режущего инструмента (режим обработки, геометрические параметры, материал режущей части инструмента и обрабатываемой заготовки) различен и может достигать 30000 м и более (рисунок 1.3). Третий участок связан с наиболее быстрым (катастрофическим) износом инструмента, связанным с разрушением его режущей кромки.

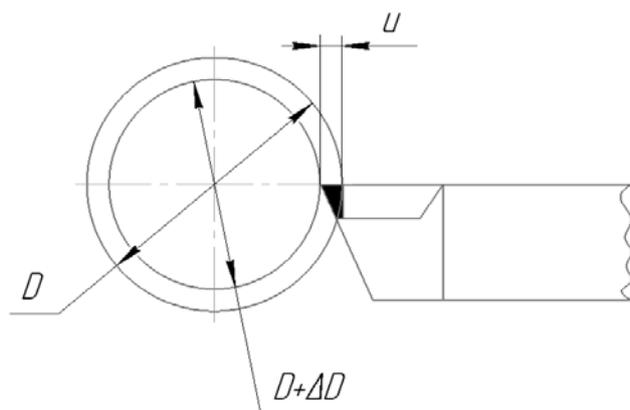


Рисунок 1.2 – Схема формирования поверхности с учетом износа резца

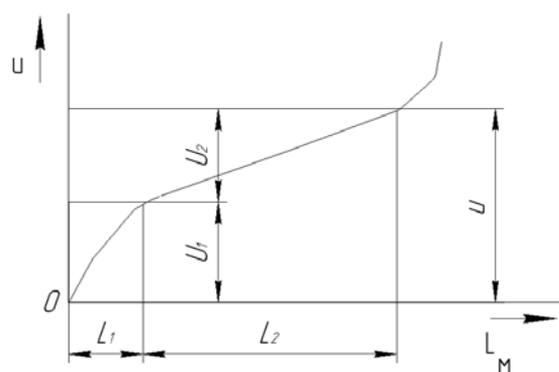


Рисунок 1.3 – График зависимости размерного износа от пути резания

Интенсивность нормального размерного износа можно характеризовать величиной удельного или относительного износа.

$$U_0 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{U_2}{l_2}, \quad (1.1)$$

где  $U_2$  – величина нормального размерного износа, мкм;

$l_2$  – путь резания, соответствующий нормальному износу, м.

Если продлить прямую нормального износа до оси ординат, то она отсечет отрезок, который можно принять за величину износа на начальном участке износа  $U_H$ .

Зная начальный  $U_H$  и удельный  $U_0$  износ, можно определить размерный износ на пути резания  $l$ :

$$U = U_H + U_0 \frac{l}{1000}. \quad (1.2)$$

Путь резания для токарной обработки можно определить по формуле

$$l = \frac{\pi \cdot D \cdot L \cdot n}{1000 \cdot S_0}, \quad (1.3)$$

где  $D$  – диаметр обрабатываемой детали, мм;

$L$  – длина обрабатываемой поверхности, мм;

$n$  – количество деталей в партии;

$S$  – подача, мм/об.

При обработке заготовок большой длины размерный износ проявляется в искажении формы обработанной поверхности (конусность). При обработке партии небольших по длине заготовок размерный износ проявляется в непрерывном увеличении размеров деталей в партии. При обтачивании партии валиков диаметр последнего валика увеличится.

Экспериментально размерный износ можно определить, если последовательно следить за изменением расстояния от вершины резца до выбранной измерительной базы. При этом для исключения влияния температурных деформаций резца необходимо выдерживать постоянную температуру резца при его измерениях. Для этого следует резец помещать в ванночку с водой, имеющей постоянную температуру.

### ***1.3 Методика проведения лабораторной работы***

Работа выполняется на универсальном токарно-винторезном станке модели 1К625 (высота центров – 250 мм, расстояние между центрами – 750 мм). В качестве образцов используются заготовки из горячекатанного проката диаметром 50...80 мм, длиной 500...650 мм, зацентрованные с одного конца. Материал заготовки – сталь 45 (или сталь 50, сталь 40Х, 50Х).

При обработке заготовка закрепляется в трехкулачковом патроне и поджимается задним вращающимся центром.

Обработка заготовки осуществляется проходным резцом сечением  $20 \times 25$  ( $\varphi = \varphi_1 = 45^\circ$ ,  $\gamma = 12^\circ$ ,  $\alpha = 8...10^\circ$ ,  $r = 2$  мм) из быстрорежущей стали (Р9, Р6М5 или другой марки). Для определения величины размерного износа инструмента после прохождения его режущей кромкой определенного пути резания

(времени работы инструмента) служит специальное приспособление, снабженное индикатором с ценой деления 0,002 мм.

Измерения диаметра обработанного образца осуществляются штангенциркулем с ценой деления 0,1 мм, а длины обработанной поверхности – линейкой с ценой деления 1 мм.

Для охлаждения резца перед каждым измерением величины износа используется ванночка с водой комнатной температуры. Обработка образцов производится при  $t = 0,2$  мм,  $S = 0,12...0,15$  мм/об,  $V = 30...40$  м/мин.

#### **1.4 Порядок выполнения лабораторной работы**

1 Установить и закрепить заготовку в патроне и поджать вращающимся центром.

2 Опустить в ванну с водой резец и охладить его в течение 5 мин.

3 Установить резец в приспособление так, чтобы его базовые поверхности плотно прилегали к установочным опорам и торцевому упору, а измерительный стержень индикатора касался вершины резца с натягом не менее 0,1 мм. В таком положении установить индикатор на ноль и снять резец.

4 Настроить станок на чистовую обработку с режимом резания  $t = 0,1...0,2$  мм,  $S = 0,1...0,2$  мм/об,  $V = 20...30$  м/мин. Выбранный режим резания корректируется по станку.

5 Пустить станок и через 2 мин работы отвести резец от заготовки и выключить станок.

6 Снять резец со станка, охладить его в течение 5 мин в ванночке с водой, установить в приспособление и измерить величину размерного износа.

7 Измерить длину обработанной поверхности и определить путь резания.

8 Повторить приемы, указанные в пп. 5–7, увеличивая время точения до 4, 6, 10, 20 и 30 мин.

Результаты экспериментов занести в таблицу 1.1.

9 Построить «график износ – путь резания резца».

10 Определить величину относительного износа (относительный износ определяется на участке нормального износа).

Таблица 1.1 – Результаты экспериментов

Время работы резца от начала работы	2	4	6	10	20	30
Путь резания от начала опыта						
Размерный износ резца, мкм						

#### **1.5 Содержание отчета**

1 Название лабораторной работы.

2 Цель работы.

3 Наименование станка, модель, характеристики.

- 4 Схема обработки образца.
- 5 Наименование и характеристика режущего инструмента.
- 6 Наименование и характеристика измерительного инструмента.
- 7 Режим обработки и исходные данные для расчета пути резания.
- 8 Схема измерения величины размерного износа инструмента.
- 9 Таблица экспериментальных данных.
- 10 Графики.
- 11 Расчетное значение величины относительного износа ( $U_o$ ).
- 12 Выводы.

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Какие виды износа Вы знаете?
- 2 Что понимается под размерным износом?
- 3 Почему размерный износ определяется не по временному параметру, а по пути резания?
- 4 Что понимают под величиной интенсивности износа (относительного износа)?
- 5 Какие характерные зоны размерного износа Вы знаете?
- 6 Как определить путь резания при токарной обработке?
- 7 Какова зависимость размерного износа от величины начального износа  $U_n$ , интенсивности износа  $U_o$  и пути резания?

## **2 Лабораторная работа № 2. Определение стойкости лезвийного инструмента при заданном критерии износа**

***Цель работы:*** освоение методики аналитического и экспериментального определения стойкости резца при обработке.

### ***2.1 Оборудование, инструменты и приборы***

- 1 Объекты исследования – заготовки из стали 45 ГОСТ 1050–74, зацентрованные с обоих концов.
- 2 Универсальный токарно-винторезный станок.
- 3 Набор мерительного инструмента (штангенциркуль, микрометр).
- 4 Технологическая оснастка, состоящая из переднего центра, заднего вращающегося центра и поводкового устройства или хомутика.
- 5 Резец проходной.

### ***2.2 Основные теоретические положения***

При обработке валов на токарных станках величина диаметральных размеров по мере перемещения резца вдоль оси обрабатываемой заготовки

переменна и зависит от упругой деформации элементов ТСП и износа инструмента.

$$Y_{XC} = \sum_1^n Y_i + \delta_p,$$

где  $Y_{XC}$  – суммарное результирующее радиальное перемещение вершины реза относительно оси заготовки, мкм;

$Y_i$  – упругое радиальное отжатие  $i$ -го элемента технологической системы, мкм;

$\delta_p$  – радиальный или размерный износ лезвия реза, мкм;

$n$  – количество элементов ТС.

Износ инструмента оказывает значительное влияние на формирование систематической погрешности, особенно при обработке длинномерных валов. Из рабочих поверхностей реза, образующих лезвие, преимущественно изнашивается его задняя поверхность, имеющая, по сравнению с передней поверхностью, в 2–3 раза большую скорость взаимного перемещения инструмента и заготовки.

При полуставном точении призматическим острозаточенным резцом имеет место одновременный износ главной и вспомогательной задних поверхностей реза, определяющих расположение новой вершины реза (рисунок 2.1).

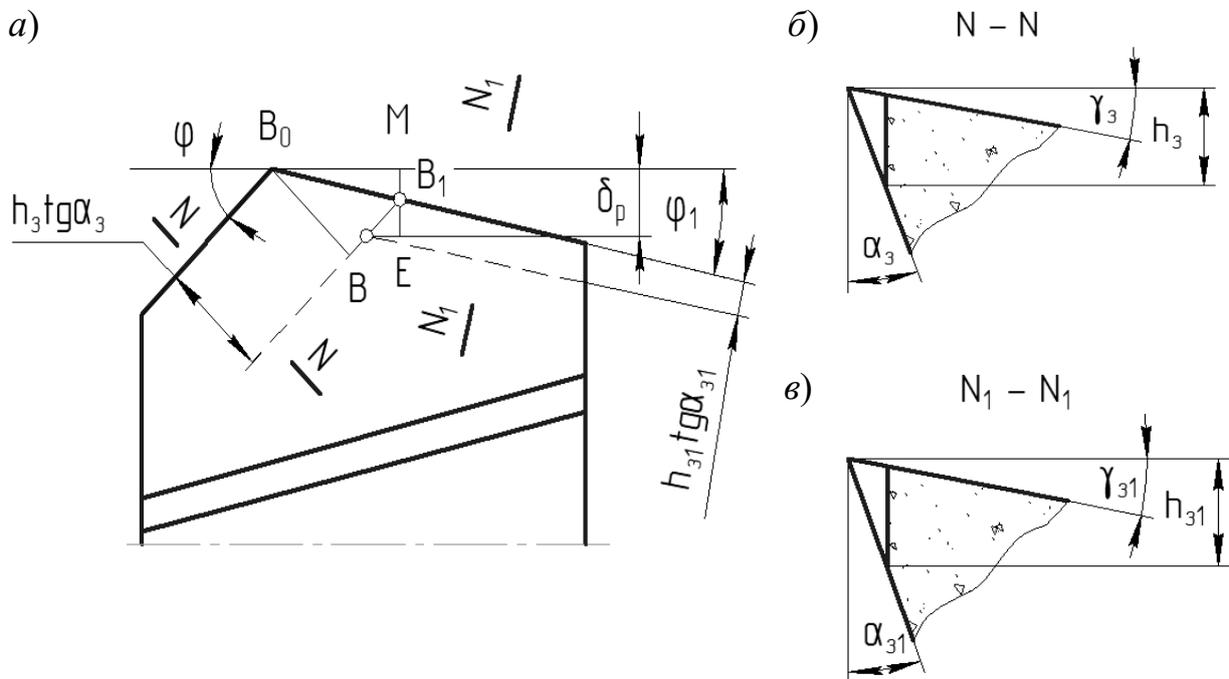


Рисунок 2.1 – Размерный износ (а) и величина износа главной (б) и вспомогательной (в) задних поверхностей призматического реза

На рисунке 2.1:  $\alpha_3, \gamma_3$  – задний и передний углы заточки главного лезвия реза;  $\alpha_{31}, \gamma_{31}$  – задний и передний углы заточки вспомогательного лезвия реза;



$$\left. \begin{aligned} h_3 &= a_c r^{n_0}; \\ h_3 &\leq \delta_0; \\ \tau &\leq T_0; \\ \left( \frac{d\delta_H}{d\tau} \right)_{CP} &= u_0 V, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где  $h_3$  – величина износа задней поверхности резца, мкм;

$\tau$  – время резания, мин;

$n_0$  – показатель степени;

$a_c$  – коэффициент, учитывающий величину износа за время  $\tau = 1$  мин;

$\delta_0$  – относительный износ задней поверхности резца, мкм;

$u_0$  – относительный износ лезвия резца, мкм/м;

$\left( \frac{d\delta_i}{d\tau} \right)_{ND}$  – средняя скорость изнашивания за период установившегося

износа лезвия, мкм/мин;

$V$  – скорость резания, м/мин.

Используя зависимость (2.1), можно определить величину износа задней поверхности резца от времени резания.

Максимальная величина износа задней поверхности резца при  $\tau = T_0$ , где  $T_0$  – период стойкости инструмента, будет равна оптимальной величине износа  $h_3 = \delta_0$  (рисунок 2.3) по критерию оптимального износа.

Подставив эти значения в (2.1), получим выражение, где показатель степени определялся экспериментально:

$$h_3 = \delta_0 \left( \frac{\tau}{T_0} \right)^{n_0}. \quad (2.2)$$

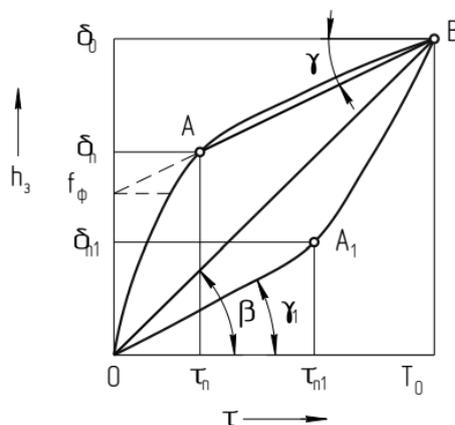


Рисунок 2.3 – Зависимости износа резца от времени резания

На рисунке 2.3: 1 –  $n_0 < 1,0$ ; 2 –  $n_0 = 1,0$ ; 3 –  $n_0 > 1,0$ .

За период эксплуатации инструмента износ (2.2) задней поверхности резца (далее для краткости изложения – лезвия) состоит из трёх отчётливо выраженных участков, время наступления которых несколько отличается друг от друга при  $n_0 < 1,0$  и при  $n_0 > 1,0$  [2]. При  $n_0 = 1,0$  имеем два участка износа задней поверхности резца (см. рисунок 2.3). Продолжительность периода приработки лезвия резца (см. рисунок 2.3, кривая  $OA$ ) зависит от времени сглаживания отдельных исходных неровностей – следов заточки поверхностей резца и от времени действия теплового потока, направленного от изделия в холодный резец. В точках  $A$  и  $A_1$  имеем равновесие стоков тепла на задней поверхности от резца в изделие и обратно.

В период установившегося процесса изнашивания лезвия на участках  $AB$  и  $OA_1$  (см. рисунок 2.3) тепловой поток направлен от задней поверхности резца в изделие. Интенсивность размерного износа лезвия резца за период установившегося износа принято оценивать относительным размерным износом  $u_0$  (мкм/км). В точке  $B$  наступает период ускоренного износа задней поверхности резца. Исходя из известных исследований и степенной зависимости (2.2), при  $n_0 < 1,0$  износ задней поверхности резца будет нарастать по кривой  $OAB$ . При  $n_0 > 1,0$  по кривой износа  $OA_1B$ , а при  $n_0 = 1,0$  изменение износа лезвия прямо пропорционального времени обработки прямая  $OB$  (см. рисунок 2.3).

Изображенные на рисунке 2.3 закономерности нарастания износа за время работы инструмента называют кривыми износа [4]. Кривые износа задней поверхности инструмента, представленные на рисунке 2.3, характерны для всех материалов при обработке твердосплавным лезвийным инструментом [4].

Таким образом, изменяя величину показателя степени  $n_0$ , которая зависит от многих факторов, можно управлять соответствующими периодами износа инструмента и величиной износа (см. рисунок 2.3). Однако до сих пор не установлена аналитическая зависимость для его определения, учитывающая режимы резания, геометрию инструмента и других параметров процесса.

Величина размерного (радиального) износа лезвия инструмента меньше величины линейного максимального износа задней поверхности резца и для острозаточенного инструмента может быть определена из рисунка 2.1.

$$\delta_p = B_1 M + B_1 E;$$

$$\delta_p = h_3 \operatorname{tg} \alpha_3 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi + \varphi_1)} + h_{31} \operatorname{tg} \alpha_{31} \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi + \varphi_1)}.$$

Обычно  $\alpha_3 = \alpha_{31}$  и для вершины резца  $h_3 = h_{31}$ .

Тогда

$$\delta_p = h_3 \cdot K_p, \quad (2.3)$$

где  $K_p$  – коэффициент перевода линейного износа задней поверхности резца в радиальный (размерный) износ лезвия,

$$K_p = \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi}{\sin(\varphi + \varphi_1)} \operatorname{tg} \alpha_3, \quad (2.4)$$

$\delta_p$  – величина размерного износа резца, мкм;

$\alpha_3$  – задний угол заточки резца;

$\varphi, \varphi_1$  – главный и вспомогательный углы в плане резца соответственно;

Для призматического резца с переходным радиусным лезвием в его вершине и для чашечного резца, когда  $\varphi \rightarrow 0$  и  $\varphi \rightarrow 1$ , из зависимости (2.4), получаем известную формулу для определения коэффициента  $K_p = \operatorname{tg} \alpha_3$  [5].

Кривая износа задней поверхности чашечного резца с неподвижной режущей кромкой (НРК) при развёртке на плоскость имеет форму параболы, вершина которой расположена в точке  $A$ , – наибольшей толщины срезаемого слоя металла (см. рисунок 2.2). Размерный износ чашечного резца  $\delta_{30}$  в точке  $B$  – вершине резца находим из условия параболической формы износа его задней поверхности.

Тогда для чашечного резца получим (см. рисунок 2.2)

$$h_{30} = h_3 \cdot K_{pB}, \quad (2.5)$$

где

$$K_{pB} = \left[ 1 - \frac{\psi^2}{(\psi + \psi_1)^2} \right] \operatorname{tg} \alpha_3; \quad (2.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= 1 - \frac{t}{r}; \\ \sin \psi_1 &= \frac{S}{2r}; \end{aligned} \right\}; \quad (2.7)$$

$\psi, \psi_1$  – основной и вспомогательный углы контакта РК с заготовкой;

$r$  – радиус РК чашечного резца, мм;

$S$  – подача, мм/об;

$t$  – глубина резания, мм;

$h_{30}$  – величина размерного износа чашечного резца в его вершине, мкм.

Для оценки процессов изнашивания задней поверхности резца в любое время его работы и сопоставление исследуемых режущих инструментов и технологических процессов лучше всего использовать такой параметр, как мгновенная или средняя скорости изнашивания лезвия за определенный период времени [2, 5].

Текущая скорость изнашивания задней поверхности резца определяется через производную зависимости износа  $h_z$  (2.2) по времени  $\tau$ :

$$V_{uz} = \frac{\delta_0}{T_0^{n_0}} n_0 \tau^{n_0-1}, \quad (2.8)$$

где  $V_{uz}$  – текущая скорость изнашивания лезвия, мкм/мин.

Используя зависимость (2.8), можно определить среднюю скорость изнашивания за период стойкости резца:

$$V_0 = \frac{1}{O_0} \int_0^{T_0} \frac{\delta_0}{T_0^{n_0}} n_0 \cdot \tau^{n_0-1} d\tau.$$

Откуда получим

$$V_0 = \frac{\delta_0}{T_0}.$$

### ***2.3 Порядок выполнения работы***

1 Осуществить наладку станка по заданной схеме: установить заготовку в патроне, закрепить резец, установить режимы резания.

2 Измерить диаметр заготовки и ее длину.

3 Установить резец, проточить заготовку.

4 Измерить износ резца.

5 Определить скорость изнашивания и участок кривой (см. рисунок. 2.1).

На основании этого определить уравнение для расчета стойкости инструмента.

### ***2.4 Содержащие отчета***

1 Название и цель работы.

2 Эскиз обработки.

3 Режим обработки и исходные данные для расчета.

4 Расчет средней скорости изнашивания.

5 Расчет стойкости резца.

6 Выводы.

### 3 Лабораторная работа № 3. Метод одномерной оптимизации

**Цель работы:** освоение математико-статистического метода планирования эксперимента.

#### 3.1 Оборудование, инструменты и приборы

- 1 Объекты исследования – радиальная составляющая  $P_y$  силы резания.
- 2 Токарный станок 16К20, универсальный динамометр, набор токарных резцов.

#### 3.2 Основные теоретические положения. Методические указания

Планирование эксперимента связано с изучением зависимости критериев оптимизации (функции отклика) от величины управляющих (входных) параметров и выражается формулой

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (3.1)$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – независимые переменные факторы.

При планировании эксперимента учитывают, что неизвестная исследователю функция отклика (3.1) аппроксимируется полиномом той или иной степени:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + \dots + b_{12\dots k}x_1x_2\dots x_k. \quad (3.2)$$

Для двух факторов это уравнение имеет вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (3.3)$$

Для трех факторов

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3. \quad (3.4)$$

Установление статистических зависимостей (3.2)–(3.4) и т. д. осуществляется с использованием разработанных планов экспериментальных исследований.

Применение известных планов удобно тем, что:

- отпадает необходимость в тщательном обдумывании техники проведения каждого опыта;
- фактически автоматически проводится статистический анализ как каждого опыта, так и всего эксперимента в целом;
- сразу получается аналитическое выражение для описания исследуемого объекта;

– облегчен графический анализ влияющих факторов.

Последовательность построения математических зависимостей следующая.

1 Выявление необходимых оптимизирующих параметров ( $t$ ,  $S$ ,  $V$ ) или других  $h_3, T_0, \delta_p$  и т. д.

2 Выбор основных факторов, определяющих значения оптимизирующих параметров.

3 Выбор разумных интервалов и уровней варьирования факторов.

При выборе области определения факторов рекомендуется обращать специальное внимание на выбор нулевой точки. Желательно, чтобы данная точка была в области оптимума или как можно ближе к ней, тогда ускоряется поиск оптимальных решений. Интервал варьирования не может быть выбран меньше той ошибки, с которой экспериментатор фиксирует уровень фактора.

Следует учитывать, что увеличение интервала варьирования затрудняет возможность линейной аппроксимации функции отклика и увеличивает количество экспериментов.

Для удобства записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных уровни варьирования факторов кодируют. В кодированном виде верхний уровень обозначают +1, нижний –1, а основной 0. Обычно при записи цифра 1 опускается и кодовая запись уровней факторов имеет вид «+», «-», «0».

Кодированное значение фактора  $x_i$  определяют по выражению

$$x_i = \frac{C_i - C_{0i}}{\varepsilon_i}, \quad (3.5)$$

где  $x_i$  – кодированное значение фактора (безразмерная величина);

$C_i$  – натуральное значение  $i$ -го фактора;

$C_{0i}$  – натуральное значение  $i$ -го фактора на основном уровне;

$\varepsilon_i$  – натуральное значение интервала варьирования  $i$ -го фактора.

4 Выбор плана эксперимента.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называют полным факторным экспериментом (ПФЭ), а результаты оцениваются в результате статистического анализа. Если число уровней каждого фактора  $m$ , а число факторов  $k$ , то число  $N$  всех возможных сочетаний уровней факторов, следовательно, и число опытов в ПФЭ определяется выражением

$$N = m^k. \quad (3.6)$$

Цель первого этапа планирования эксперимента – это получение *линейной модели*. Он предусматривает варьирование факторов на двух уровнях. Возможное количество сочетаний уровней факторов в этом случае равно  $2^k$ .

Факторный эксперимент осуществляется с помощью матрицы экспери-

мента, в которой используют кодированные значения факторов. В таблице 3.1 представлена матрица эксперимента для числа факторов от двух до четырех.

Таблица 3.1 – Матрица эксперимента

Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	+
3	+	+	-	+	+
4	+	-	-	+	+
5	+	+	+	-	+
6	+	-	+	-	+
7	+	+	-	-	+
8	+	-	-	-	+
9	+	+	+	+	-
10	+	-	+	+	-
11	+	+	-	+	-
12	+	-	-	+	-
13	+	+	+	-	-
14	+	-	+	-	-
15	+	+	-	-	-
16	+	-	-	-	-

5 Выбор уровней и интервалов варьирования факторов.

6 По матрице эксперимента и уровням факторов строят матрицу планирования и рабочую матрицу эксперимента (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Матрица планирования эксперимента и результаты

Номер опыта	План			Взаимодействие	Отклик $Y_u$
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	
1	+	+	+	+	
2	+	-	+	-	
3	+	+	-	-	
4	+	-	-	+	
5	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	

Так, например, для уравнения (3.3) от двух факторов матрица планирования экспериментов имеет вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Опыты № 5–7 – это опыты в нулевой (основной) точке, предназначенные для оценки однородности (адекватности) результатов.

7 После реализации плана эксперимента рассчитывают коэффициенты уравнения (3.3).

Расчет коэффициентов производят по следующим формулам:

$$b_0 = \frac{\sum_1^n Y_u}{N}, \quad (3.7)$$

где  $N$  – число опытов в плане без учета опытов в нулевой точке (для рассматриваемого двухфакторного эксперимента  $N = 4$ );

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_1^N X_{iu} \cdot Y_u; \quad (3.8)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_1^N X_{iu} \cdot X_{ju} \cdot Y_u, \quad (3.9)$$

где  $Y_u$  – значение (величина) отклика;

$X_{iu}$  – значение  $i$ -го фактора в  $i$ -м опыте;

$X_{ju}$  – значение  $j$ -го фактора в  $i$ -м опыте.

Для каждой колонки плана производят умножение кодированного значения фактора (+1, –1) на полученное значение отклика ( $Y_u$ ). После суммирования данных по колонкам и деления на соответствующее число опытов получают коэффициенты.

8 Статистический анализ в нулевых точках.

Определяют среднее арифметическое значение оптимизирующего параметра:

$$\bar{Y}_0 = \frac{\sum_1^{n_0} Y_{ou}}{n_0}, \quad (3.10)$$

где  $Y_{ou}$  – значение оптимизирующего параметра в нулевой точке;

$n_0$  – число опытов в нулевой точке.

Оценивают дисперсию воспроизводимости, когда опыты повторяются только в нулевой точке (дисперсия ошибки опыта):

$$S_{\bar{Y}} = S_0^2 = \frac{\sum_1^{n_0} (\bar{Y}_0 - Y_{0i})^2}{f}, \quad (3.11)$$

где  $f$  – степень свободы,  $f = n_0 - 1$ .

Определяют среднее квадратическое отклонение в нулевой точке:

$$S_{\bar{Y}} = \sqrt{S_0^2} = \sqrt{\frac{\sum_1^{n_0} (\bar{Y}_0 - Y_{0i})^2}{n_0 - 1}}. \quad (3.12)$$

9 Полученные результаты служат основанием для установления значимости коэффициентов.

Оценка значимости коэффициентов регрессии связана с построением доверительных интервалов. Коэффициент уравнения регрессии значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала.

Доверительный интервал

$$P(b_i - \Delta b_i \leq \beta_i \leq +\Delta b_i) = \alpha,$$

где  $\alpha$  – доверительная вероятность;

$\Delta b_i$  – доверительный интервал.

Проверку значимости коэффициентов можно производить двумя способами:

1) сравнением абсолютной величины коэффициентов с доверительным интервалом;

2) с помощью  $t$ -критерия Стьюдента.

При проверке значимости коэффициентов первым способом для определения доверительного интервала вычисляют дисперсии коэффициентов регрессии по выражению

$$S^2 \{b_i\} = \frac{S_i^2}{N}, \quad (3.13)$$

где  $S^2 \{b_i\}$  – дисперсия  $i$ -го коэффициента регрессии;

$N$  – число опытов в плане без учета опытов в нулевой точке.

Из формулы (3.13) следует, что дисперсии всех коэффициентов равны. Затем определяют среднюю квадратическую ошибку в определении коэффициентов:

$$S \{b_i\} = \frac{S_{\bar{Y}}}{\sqrt{N}}. \quad (3.14)$$

Доверительный интервал  $\Delta b_i$  находят по формуле

$$\Delta b_i = \pm t S_{\{b_i\}}, \quad (3.15)$$

где  $t$  – табличное значение критерия Стьюдента при принятом уровне значимости и числе степеней свободы  $f$ , с которым определялась дисперсия  $S_{\bar{y}}^2$ .

Значения  $t$ -критерия Стьюдента приведены в таблице 3.3. Коэффициент значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала, т. е.  $b_i > \Delta b_i$ .

При проверке значимости коэффициентов вторым способом вычисляют расчетное значение  $t$ -критерия Стьюдента по выражению

$$t_p = \frac{|b_i|}{S_{\{b_i\}}}. \quad (3.16)$$

Для каждого коэффициента уравнения (3.3) составляют расчетное и табличное значение критерия Стьюдента (см. таблицу 3.3). Коэффициент  $b_i$  значит, если  $t_p > t$  для принятого уровня значимости и числа степеней свободы  $f = n_0 - 1$ , с которым определялась дисперсия  $S_{\bar{y}}^2$ . Критерий  $t_p$  вычисляют для каждого коэффициента регрессии. Если расчетное значение меньше табличного, то соответствующий коэффициент считается равным нулю, а член уравнения отбрасывается. Таким образом, получаем уравнение (3.3) в измененном виде при условии исключения какого-то коэффициента.

10 После отбрасывания ряда коэффициентов оценивают новое уравнение на приемлемость его для оптимизации рассматриваемого процесса, т. е. оценивают адекватность нового уравнения.

Таблица 3.3 – Значения критерия Стьюдента при доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$

Число измерений $n_0$	2	3	4	5	6	7	8	9	13	15	17
Число степеней свободы $f = n_0 - 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	12	14	16
Критерий Стьюден- та $t^p$	12,71	4,3	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,30	2,18	2,15	2,12

Определяют дисперсию адекватности:

$$f_{ad} S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{ui} - Y_{up})^2}{f_{ad}}, \quad (3.17)$$

где  $S_{ad}$  – дисперсия адекватности;

$Y_u$  – фактическая величина отклика или критерия оптимизации (эксперимент);

$Y_{up}$  – расчетное число критерия оптимизации, полученное из уравнения после исключения коэффициентов;

$f_{a\hat{\sigma}}$  – число степеней свободы при оценке дисперсии адекватности.

$$f_{a\hat{\sigma}} = N - (K + 1), \quad (3.18)$$

где  $N$  – число опытов (без учета в нулевых точках);

$K$  – число факторов.

Или

$$f_{a\hat{\sigma}} = N - m,$$

где  $m$  – число значимых коэффициентов с учетом коэффициента  $b_0$ .

11 Определяют расчетное значение Фишера:

$$F_p = \frac{S_{a\hat{\sigma}}^2}{S_{\bar{Y}}^2}, \quad \text{если } S_{a\hat{\sigma}}^2 > S_{\bar{Y}}^2;$$

$$F_p = \frac{S_{\bar{Y}}^2}{S_{a\hat{\sigma}}^2}, \quad \text{если } S_{\bar{Y}}^2 > S_{a\hat{\sigma}}^2. \quad (3.19)$$

Если расчетное значение  $F_p \leq F_T$ , то полученное уравнение адекватно и оно件годно для оценки оптимизации исследуемых параметров.

12 Перевод полученного уравнения из использования кодированных факторов в именованные, используя соотношение (3.5).

**Пример** – Определить зависимость тангенциальной составляющей  $P_z$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_s$  и заднего  $\alpha_s$  углов призматического резца.

Режимы обработки: скорость резания  $V = 100$  м/мин, подача  $S = 0,4$  мм/об, глубина резания  $t = 0,8$  мм.

После анализа литературных данных выбираем интервалы варьирования фактов.

Предполагаем, что в выбранных интервалах варьирования тангенциальная составляющая  $P_z$  силы резания изменяется линейно. Выбираем двухфакторный план первого порядка (таблица 3.4). Уравнение имеет вид выражения (3.3)  $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$ .

Проводим эксперимент и полученные результаты сводим в таблицу 3.5.

Используя результаты экспериментов (см. таблицу 3.5), составляем таблицу 3.6 для расчета коэффициентов уравнения.

Таблица 3.4 – Уровни и интервалы варьирования факторов

Фактор	Кодовое обозначение	Интервал варьирования факторов, град	Уровень варьирования		
			верхний +1	основной 0	нижний -1
$\gamma_3$ – передний угол заточки, град	$x_1$	5	10	5	0
$\alpha_3$ – задний угол заточки, град	$x_2$	4	10	6	2

Таблица 3.5 – План проведения эксперимента и результаты

Номер опыта	План в кодах		План в значениях		Результат $Y_u$ , Н
	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	
1	+	+	10	10	565
2	–	+	0	10	680
3	+	–	10	2	620
4	–	–	0	2	770
5	0	0	5	6	640
6	0	0	5	6	650
7	0	0	5	6	660

Таблица 3.6 – Расчет коэффициентов уравнения

Номер опыта	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$Y_u$
1	565	565	565	565
2	–690	680	–680	680
3	620	–620	–620	620
4	–770	–770	770	770
5	0	0	0	640
6	0	0	0	650
7	0	0	0	660
Сумма	–265	–145	35	4585

Используя зависимости (3.7)–(3.9), проводим расчет коэффициентов:

$$b_0 = \frac{1}{4}(565 + 680 + 620 + 770) = \frac{2635}{4} = 658; \quad b_1 = -\frac{265}{4} = -66,25 \approx -66,3;$$

$$b_2 = -\frac{145}{4} = -36,25 \approx -36,3; \quad b_{12} = \frac{35}{4} = 8,75.$$

В результате обработки экспериментальных данных получено следующее уравнение:

$$Y_u = 655 - 66,3x_1 - 36,3x_2 + 8,75x_1x_2. \quad (3.20)$$

Проводим статистический анализ в нулевой точке. Определяем среднее арифметическое значение оптимизирующего параметра, используя (3.10):

$$\bar{Y}_0 = \frac{640 + 650 + 660}{3} = \frac{1950}{3} = 650.$$

Определяем дисперсию опыта в нулевой точке по формуле (3.11) (дисперсия ошибки опыта):

$$S_{\bar{Y}}^2 = S_0^2 = \frac{(650 - 640)^2 + (650 - 650)^2 + (650 - 660)^2}{(3 - 1) = 2} = 100;$$

$$S_{\bar{Y}}^2 = 100.$$

Определяем среднее квадратическое отклонение в нулевой точке по формуле (3.12):

$$S_{\bar{Y}} = \sqrt{100} = 10.$$

Определяем среднюю квадратичную ошибку в определении коэффициентов по формуле (3.13):

$$S\{b_i\} = \frac{S_{\bar{Y}}}{\sqrt{N}} = \frac{10}{\sqrt{4}} = 5.$$

Результаты анализов в нулевой точке сводим в таблицу 3.7.

Таблица 3.7 – Статистические характеристики опытов в нулевой точке

Среднее арифметическое $\bar{Y}_0$	658
Дисперсия $S_Y^2 = S_0^2$	100
Среднее квадратическое отклонение $S_Y$	10
Средняя квадратическая ошибка в определении коэффициентов $S\{b_i\}$	5

Оцениваем значимость коэффициентов по критерию Стьюдента по формуле (3.16):

$$t_{p1} = \frac{658}{5} = 131,6; \quad t_{p2} = \frac{66,3}{5} = 13,26; \quad t_{p3} = \frac{36,3}{5} = 7,26; \quad t_{p12} = \frac{8,75}{5} = 1,75.$$

Сравниваем расчетный критерий Стьюдента с табличными значениями (см. таблицу 3.3) и результаты заносим в таблицу 3.8.

Таблица 3.8 – Анализ коэффициентов уравнения (3.20)

Параметр	Коэффициент уравнения			
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_{12}$
Значения до анализа	658	-66,3	-36,3	8,75
Ошибка в определении коэффициентов уравнения	5	5	5	5
Расчетное значение критерия Стьюдента	131,6	13,26	7,26	1,75
Табличное значение критерия Стьюдента: $n_0 = 3; f = 2$	4,3	4,3	4,3	4,3
Значимость коэффициентов	658	-66,3	-36,3	0,00

Поскольку  $t_{p12} = 1,75$ ,  $t_p = 4,3$ ,  $1,75 < 4,3$ , то  $b_{12} = 0$ .

Таким образом, окончательное (уточненное) уравнение для описания модели выглядит следующим образом:

$$Y = 658 - 66,3x_1 - 36,3x_2. \quad (3.21)$$

Отрицательные значения коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$  говорят о том, что увеличение значения углов уменьшает тангенциальную составляющую  $P_z$  силы резания. Поскольку коэффициент  $|b_1| > |b_2|$ , то изменение переднего угла в большей степени влияет (уменьшает) на величину силы  $P_z$ .

*Проверка уравнения (3.21) на адекватность.*

После отбрасывания ряда коэффициентов (в данном случае одного), необходимо оценить приемлемость полученного уравнения от уравнения, когда были бы сохранены все коэффициенты, т. е. установить адекватность модели.

Для этого в каждом опыте рассчитывают по полученному уравнению величину отклика и находят квадрат разности рассчитанного значения отклика от фактического.

Определяют дисперсию адекватности по формуле (3.17):

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_1^N \left( Y_u - \widehat{Y}_{up} \right)^2}{f_{ад}},$$

где  $Y_u$  – значение критерия оптимизации (эксперимент);

$Y_{up}$  – расчетное число критерия оптимизации (по полученному уравнению (3.20));

$f_{a\hat{\sigma}}$  – число степеней свободы для линейной модели при оценке дисперсии адекватности по формуле (3.18).

В данном случае  $f_{a\hat{\sigma}} = 4 - (2 + 1) = 1$ .

Используя результаты экспериментов (см. таблицу 3.5), составляем таблицу 3.9 для расчета дисперсии адекватности  $S_{a\hat{\sigma}}^2$ .

Таблица 3.9 – Проверка пригодности уравнения

Номер опыта	Полученный результат		$Y_u - \widehat{Y}_{up}$	$(Y_u - \widehat{Y}_{up})^2$
	опытный $Y_u$	рассчитанный $\widehat{Y}_{up}$		
1	565	555	10	100
2	680	688	8	64
3	620	628	8	64
4	770	760,6	9,4	88,3
5	640	658	18	324
6	650	658	8	64
7	660	658	2	4

$\Sigma 708,3$

Определяем дисперсию адекватности:

$$S_{a\hat{\sigma}}^2 = \frac{\sum_1^N \left( Y_u - \widehat{Y}_{up} \right)^2}{f_{a\hat{\sigma}}} = \frac{708,3}{1} = 708,3.$$

По таблице находим, что при числе степеней свободы  $f_{a\hat{\sigma}} = 1$  большей дисперсии  $S_{a\hat{\sigma}}^2$  и числе степеней свободы  $f = 2$  меньшей дисперсии  $S_{\bar{Y}}$  табличное значение критерия Фишера равно 19,51.

Расчетное значение критерия Фишера

$$F_p = \frac{S_{ay}^2}{S_{\bar{Y}}^2}; \quad S_{\bar{Y}}^2 = 100;$$

$$F_p = \frac{708,3}{100} = 7,08.$$

Поскольку  $F_p = 7,08$ ,  $F_T = 19,51$ ,  $7,08 < 19,51$ , то уравнение (3.21) адекватно.

Осуществим замену в уравнении (3.21) кодированных величин на именованные, используя выражение (3.5):

$$X_1 = \frac{\gamma_3 - 5}{5}; \quad X_2 = \frac{\alpha_3 - 6}{6}.$$

После подстановки кодированных величин в уравнение (3.21) получим

$$P_z = 760 - 13,26\gamma_3 - 6,05\alpha_3.$$

Таким образом, увеличение переднего угла  $\gamma_3$  приводит к большему уменьшению тангенциальной составляющей  $P_z$  силы резания, чем увеличение заднего угла  $\alpha_3$ .

### Задание

Определить зависимость радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_3$  и заднего  $\alpha_3$  углов призматического резца. Режимы обработки: скорость резания  $V = 100$  м/мин; подача  $S = 0,4$  мм/об; глубина резания  $t = 0,8$  мм. Интервалы изменения углов взять из таблицы 3.4. При проведении экспериментов имеем следующие значения радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от углов  $\gamma_3$  и  $\alpha_3$  заточки резца (см. таблицу 3.5). В таблицу 3.10 сводим результаты эксперимента.

Таблица 3.10 – Результаты эксперимента

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7
$Y_u(P_y)$ , Н	376	453	413	513	427	433	440

### 3.3 Порядок выполнения работы

1 Собрать лабораторную установку.

2 Изменить радиальную составляющую силы резания для каждого резца. Построить график зависимости радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_3$  и заднего  $\alpha_3$  углов призматического резца и найти на нем оптимум.

3 Определить (теоретически) зависимость радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_3$  и заднего  $\alpha_3$  углов призматического резца.

4 Сравнить теоретические и практические значения для радиальной составляющей  $P_y$  силы резания.

5 Проанализировать полученные результаты.

6 Составить отчет.

### **3.4 Содержание отчета**

1 Название и цель работы.

2 Эскиз установки.

3 График зависимости радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_3$  и заднего  $\alpha_3$  углов призматического резца.

4 Теоретический расчет радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от изменения переднего  $\gamma_3$  и заднего  $\alpha_3$  углов призматического резца.

5 Сравнение расчетных и экспериментальных данных.

6 Выводы.

## **4 Лабораторная работа № 4. Метод многофакторной оптимизации**

**Цель работы:** освоение методики оптимизации при варьировании нескольких факторов.

### **4.1 Оборудование, инструменты и приборы**

1 Токарный станок 16К20.

2 Универсальный динамометр.

### **4.2 Основные теоретические положения. Методические указания**

При исследовании процессов резания многие зависимости традиционно представляют уравнениями степенного вида.

Например, зависимость составляющих силы резания от элементов режима резания часто выражают уравнением

$$P = CS^x t^y V^z. \quad (4.1)$$

После логарифмирования уравнения (4.1) имеем линейную модель

$$\lg P = \lg C + x \lg S + y \lg t + z \lg V. \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) можно выразить следующим образом:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3, \quad (4.3)$$

где  $\lg P, x_1, x_2, x_3$  – кодированные значения  $S, t$  и  $V$ .

Кодированное значение  $x_i$  фактора определяется по выражению

$$x_i = \frac{2(\lg \tilde{x}_i - \lg \tilde{x}_{i\beta})}{\lg \tilde{x}_{i\beta} - \lg \tilde{x}_{i\alpha}}, \quad (4.4)$$

где  $x_i$  – кодированное значение  $i$ -го фактора;

$\tilde{x}_i$  – натуральное значение  $i$ -го фактора;

$\tilde{x}_{i\beta}$  – натуральное значение верхнего уровня  $i$ -го фактора;

$\tilde{x}_{i\alpha}$  – натуральное значение нижнего уровня  $i$ -го фактора.

Для оценки коэффициентов уравнения (4.3) удобно использовать результаты многофакторного эксперимента. При этом результаты опытов обычно представляют полиномом вида

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3. \quad (4.5)$$

Возможность представления результатов экспериментов вида (4.1) устанавливается проверкой гипотезы адекватности линейной модели при представлении результатов экспериментов полиномом вида (4.5). Методика получения функции отклика в виде полинома первой степени для двух факторов (4.3) изложена в лабораторной работе № 3. Используя эту методику для рассматриваемого случая, рассмотрим на конкретном примере функцию отклика в виде полинома первой степени для трех факторов (4.5).

Рассмотрим определения зависимости тангенциальной составляющей  $P_z$  силы резания от режимов обработки, подачи  $S$ , глубины резания  $t$  и скорости резания  $V$ .

Устанавливаем уровни и интервалы варьирования факторов после анализа литературных данных (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Уровни и интервалы варьирования факторов

Фактор	Кодовое обозначение	Интервал варьирования	Уровень варьирования		
			1		1
Подача $S$ , мм/об	$x_1$	0,15	0,35	0,5	0,65
Глубина резания $t$ , мм	$x_2$	0,15	0,35	0,5	0,65
Скорость резания $V$ , м/с	$x_3$	1,0		3	

Кодированные значения факторов  $x_1, x_2, x_3$  будут равны единице на верхнем уровне, нулю на основном уровне и минус единице на нижнем уровне при натуральных значениях факторов, указанных в таблице 4.1.

Кодированные значения факторов определяются по выражению (4.4);

$$x_1 = \frac{2(\lg S - \lg 0,65)}{\lg 0,65 - \lg 0,35} = \frac{2(\lg S + 0,187)}{0,2688};$$

$$x_2 = \frac{2(\lg t - \lg 0,65)}{\lg 0,65 - \lg 0,35} = \frac{2(\lg t + 0,187)}{0,2688};$$

$$x_3 = \frac{2(\lg V - \lg 5)}{\lg 5 - \lg 3} = \frac{2(\lg V + 0,7)}{0,222}. \quad (4.6)$$

Для проведения опытов составляем матрицу планирования и рабочую матрицу.

Составляем таблицу 4.2, используя таблицу 4.1.

Таблица 4.2 – Матрица планирования и рабочая матрица

Номер опыта	Матрица планирования								Рабочая матрица			Результат $y_u / \lg y_u$
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$x_1x_2x_3$	$S,$ мм/об	$t,$ мм	$V,$ м/с	
1									+0,65	0,65		1096/3,04
2									-0,35	0,65		646/2,81
3									-0,65	0,35		631/2,8
4									+0,35	0,35		380/2,58
5									-0,65	0,65		660/2,82
6									+0,35	0,65		398/2,6
7									+0,65	0,35		380/2,58
8									-0,35	0,35		229/2,36

Значения коэффициентов в уравнении (4.5) находили по формулам (4.7)–(4.9).

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_1^N x_0 y_u; \quad b_i = \frac{1}{N} \sum_1^N x_i y_u; \quad b_{ii} = \frac{1}{N} \sum_1^N x_i y_i y_u; \quad (4.7)$$

где  $N$  – число опытов,  $N = 8$ .

$$b_0 = \frac{1}{8} (3,04 + 2,81 + 2,8 + 2,58 + 2,82 + 2,6 + 2,58 + 2,36) = \frac{21,59}{8} \approx 2,7;$$

$$b_1 = \frac{1}{8}(3,04 - 2,81 + 2,8 - 2,58 + 2,82 - 2,6 + 2,58 - 2,36) = \frac{0,89}{8} \approx 0,11;$$

$$b_2 = \frac{1}{8}(3,04 + 2,81 - 2,8 - 2,58 + 2,82 + 2,6 - 2,58 - 2,36) = \frac{0,95}{8} \approx 0,12;$$

$$b_3 = \frac{1}{8}(3,04 + 2,81 + 2,8 + 2,58 - 2,82 - 2,6 - 2,58 - 2,36) = \frac{0,88}{8} \approx 0,11;$$

$$b_{12} = \frac{1}{8}(3,04 - 2,81 - 2,8 + 2,58 + 2,82 - 2,6 - 2,58 + 2,36) = 0,00125;$$

$$b_{13} = \frac{1}{8}(3,04 - 2,81 + 2,8 - 2,58 - 2,82 + 2,6 - 2,58 + 2,36) = \frac{0,01}{8} \approx 0,00125;$$

$$b_{23} = \frac{1}{8}(3,04 + 2,81 - 2,8 - 2,58 - 2,82 - 2,6 + 2,58 + 2,36) = -0,00125;$$

$$b_{123} = \frac{1}{8}(3,04 - 2,81 - 2,8 + 2,58 - 2,82 + 2,6 + 2,58 - 2,36) = 0,00125.$$

Получили следующее уравнение:

$$y = 2,7 + 0,11x_1 + 0,012x_2 + 0,11x_3 + 0,00125x_1x_2 + 0,00125x_1x_3 - \\ - 0,00125x_2x_3 + 0,00125x_1x_2x_3. \quad (4.8)$$

Дисперсию  $S_y^2$  параметра оптимизации (4.11) вычисляли по результатам четырех опытов в центре плана:  $S = 0,5$  мм/об;  $t = 0,5$  мм;  $V = 4$  м/с. Результаты опытов представлены в таблице 4.3.

Определяем дисперсию коэффициентов регрессии по формуле (4.13):

$$S^2(b_i) = \frac{S_y^2}{N} = \frac{1,83}{10^4 \cdot 8} = \frac{0,22875}{10^4}.$$

Доверительный интервал коэффициентов находим по формуле (3.15):

$$\Delta b_i = \pm tS(b_i) = \pm 3,18 \sqrt{\frac{0,22875}{10^4}} \cdot 3,18 = \pm \frac{1,52}{100} = \pm 0,0152,$$

где  $t$  – табличное значение критерия Стьюдента,  $t = 3,18$  при 5-процентном уровне значимости и числе степеней свободы  $f = n_0 - 1 = 4 - 1 = 3$  (см. таблицу 4.3).

Таблица 4.3 – Вспомогательная таблица для расчета  $S_y^2$

Номер опыта	$y_u$	$\bar{y}_u$	$y_u - \bar{y}$	$(y_u - \bar{y})^2$	$S_y^2$
1	2,73	$\frac{\sum_1^4 y_u}{4} = 2,745$	0,015	$\frac{2,25}{10^4}$	$\frac{\sum_1^{n_0} (y_u - \bar{y})^2}{n_0 - 1} = \frac{5,5}{10^4 \cdot 3} = \frac{1,83}{10^4}$
2	2,75		0,005	$\frac{2,5}{10^5} = \frac{0,25}{10^4}$	
3	2,74		0,005	$\frac{0,25}{10^4}$	
4	2,76		0,015	$\frac{2,25}{10^4}$	
$\sum_1^4 y_u = 10,98$			$\sum_1^4 (y_u - \bar{y})^2 = \frac{5,5}{10^4}$		$n_0$ – число опытов в центре плана

Коэффициенты уравнения (4.8), которые меньше доверительного интервала  $b_i < \Delta b_i$ , являются незначимыми, т. е. равными нулю. Тогда уравнение (4.8) примет вид

$$y = 2,7 + 0,11x_1 + 0,12x_2 + 0,11x_3. \quad (4.9)$$

Для проверки гипотезы адекватности модели, представленной уравнением (4.9), находим дисперсию адекватности:

$$S_{a\hat{d}}^2 = \frac{\sum_1^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{f_{a\hat{d}}}, \quad (4.10)$$

где  $y_i$  – экспериментальное значение параметра оптимизации в  $j$ -м опыте;

$\hat{y}_i$  – значение параметра оптимизации  $j$ -м опыте определяется по формуле (4.9);

$f_{a\hat{d}}$  – число степеней свободы.

$$f_{a\hat{d}} = N - (k + 1), \quad (4.11)$$

где  $k$  – число факторов,  $k = 3$ .

$$f_{a\hat{d}} = 8 - (3 + 1) = 4.$$

Для вычисления суммы, входящей в выражение (4.10), составляем вспомогательную таблицу 4.4. Дисперсию адекватности определяем по формуле (4.10):

$$S_{a\hat{d}}^2 = \frac{2}{10^4 \cdot 4} = \frac{0,5}{10^4} \quad (f_{a\hat{d}} = 4).$$

Дисперсия воспроизводимости равна по таблице 4.3 выражению

$$S_y^2 = \frac{1,83}{10^4} \quad (f = 3).$$

Таблица 4.4 – Вспомогательная таблица для расчета  $S_{a\hat{d}}^2$

Номер опыта	$y_i$	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	3,04	3,04	0	0
2	2,81	2,82	0,01	0,0001
3	2,8	2,81	-0,01	0,0001
4	2,58	2,58	0	0
5	2,82	2,82	0	0
6	2,6	2,6	0	0
7	2,58	2,58	0	0
8	2,36	2,36	0	0

$$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{2}{10^4}.$$

Проверку гипотезы адекватности модели по формуле (4.9) проводили по  $F$ -критерию Фишера (см. формулу (4.1)):

$$F_p = \frac{S_y^2}{S_{a\hat{d}}^2} = \frac{1,83}{0,5} = 3,66.$$

При 5-процентном уровне значимости и числах свободы для числителя  $f_1 = 3$  и знаменателя  $f_2 = 4$  табличное значение критерия Фишера  $F_T = 6,59$ . Так как  $F_p = 3,66$ ,  $F_T = 6,59$ ,  $3,66 < 6,59$ , то модель, представленная уравнением (4.9), адекватна.

Для перехода от кодированных значений факторов к натуральным в уравнении (4.9) подставляем значения факторов  $x_1, x_2, x_3$  по выражению (4.6). В результате определили

$$\lg P_z = 2,3263 + 0,82 \lg S + 0,89 \lg t + 0,11 \lg V.$$

После потенцирования получим силу  $P_z$ :

$$P_z = 212 S^{0,82} \cdot t^{0,89} \cdot V^{0,1}. \quad (4.12)$$

### Задание

Определить зависимость радиальной составляющей  $P_y$  силы резания от режимов обработки: подачи  $S$ , глубины резания  $t$ , скорости резания  $V$ . Уровни и интервалы варьирования факторов взять из таблиц 4.1 и 4.2. При проведении экспериментов получили следующие значения силы  $P_y$  (таблица 4.5).

Таблица 4.5 – Значения силы  $P_y$

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
$P_y$ , Н	2,30	1,58	1,32	9,1	2,68	1,85	1,54	1,06

При обработке на режимах, соответствующих центру плана (на нулевом уровне), получили следующие значения силы  $P_y$  (таблица 4.6).

Таблица 4.6 – Значения силы  $P_y$  на нулевом уровне

Номер опыта	1	2	3	4
$P_y$ , Н	1,66	1,72	1,62	1,64

### 4.4 Порядок выполнения работы

- 1 Собрать лабораторную установку.
- 2 Выбрать границы варьирования режимов обработки: подачи  $S$ , глубины резания  $t$ , скорости резания  $V$ .
- 3 Провести замеры радиальной составляющей  $P_y$  силы резания при выбранных режимах.
- 4 Найти оптимальное значение радиальной составляющей  $P_y$  силы резания.
- 5 Рассчитать теоретическое значение радиальной составляющей  $P_y$  силы резания.
- 7 Сравнить полученные значения.
- 8 Сделать вывод.

### 4.5 Содержание отчета

- 1 Название и цель работы.
- 2 Задание и необходимая оснастка.
- 3 Эскиз лабораторной установки.

4 Расчет теоретического значения радиальной составляющей  $P_y$  силы резания.

5 Таблица с экспериментальными значениями режимов резания и полученные значения радиальной составляющей  $P_y$  силы резания.

6 Выводы.

## Список литературы

1 **Жолобов, А. А.** Технология автоматизированного производства: учебник для вузов / А. А. Жолобов. – Минск : Дизайн ПРО, 2000. – 624 с.

2 Справочник технолога-машиностроителя : в 2 т. / Под ред. А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова. – Москва : Машиностроение, 1986. – Т. 1. – 656 с.

3 Технология машиностроения. Курсовое и дипломное проектирование : учебное пособие / М. Ф. Пашкевич [и др.] ; под ред. М. Ф. Пашкевича. – Минск: Изд-во Гревцова, 2010. – 400 с.

4 Технология машиностроения : учебное пособие / М. Ф. Пашкевич [и др.]; под ред. М. Ф. Пашкевича. – Минск : Новое знание, 2008. – 477 с.

5 Технология машиностроения : Сборник задач и упражнений : учебное пособие / Под ред. В. И. Аверченкова, Е. А. Польского. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2005. – 288 с.