

УДК 621.9

## КОРРЕКЦИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА НА ТОКАРНЫХ СТАНКАХ С ЧИСЛОВЫМ ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

*канд. техн. наук, доц. А.А. ЖОЛОбОВ, А.В. КАЗАКОВ*  
(Белорусско-Российский университет, Могилёв)

*Рассмотрены вопросы коррекции траектории движения режущего инструмента с учётом упругих деформаций технологической системы. Использован подход, базирующийся на аппроксимации кривой дугами окружности при использовании различных начальных и конечных точек. Предложена методика определения направления обхода дугового участка скорректированной траектории движения режущего инструмента. Приводится анализ погрешности привязки, вызванной главным углом в плане и радиусом при вершине резца, и рекомендации по выбору точки привязки режущего инструмента. Рассмотрена возможность применения методики в системах автоматизированного проектирования технологических процессов для решения задачи автоматической генерации скорректированной траектории движения режущего инструмента.*

**Введение.** При токарной обработке ступенчатого вала по мере удаления припуска и продвижения резца от задней бабки к шпиндельному узлу станка изменяются жесткость и деформация заготовки, величина упругой деформации передней и задней бабок. В результате получается деталь с переменным диаметром, а также с погрешностями в продольном сечении. При неблагоприятных условиях величина данной погрешности может превысить допуск на размер детали.

Расчёт деформаций позволяет получить множество точек  $\{Z_i; X_i\}$ , для каждого рабочего хода режущего инструмента, которое характеризует упругие деформации, возникающие в технологической системе [1]. Для того чтобы компенсировать упругие деформации, возникающие в технологической системе, траектория движения режущего инструмента должна проходить через эти точки. Если перемещение режущего инструмента от точки к точке будет осуществляться по прямой, то в начальной точке суппорт станка будет разгоняться, а в конечной точке замедлять скорость перемещения для выполнения операции позиционирования. В этом случае суппорт станка будет перемещаться рывками, вызывая дополнительные колебания в технологической системе, что снизит точность механической обработки.

Для того чтобы получить траекторию движения режущего инструмента, не вызывающую дополнительных колебаний в технологической системе, необходимо обеспечить плавный переход от точки к точке, т.е. перемещение режущего инструмента должно происходить по гладкой траектории (гладкой кривой). Так как дуга окружности является гладкой кривой (траекторией), а программный интерфейс систем ЧПУ поддерживает круговую интерполяцию, то в качестве перемещения от точки к точке целесообразно применять перемещение по дуге окружности [2].

Для построения дуги достаточно трёх точек. При использовании встроенного цикла круговой интерполяции G02(G03), требующего ввода конечной точки дуги и её радиуса, возникает необходимость определить радиус дуги по трём точкам для определения всех параметров цикла круговой интерполяции.

Пусть заданы три точки с координатами  $(Z_i; X_i)$ ,  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ ,  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$ . Тогда центр дуги, проходящей через эти точки, будет лежать в точке пересечения серединных перпендикуляров (прямые 1 и 2 рис. 1) отрезков, концы которых имеют координаты  $(Z_i; X_i)$ ,  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$  и  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ ,  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$ .

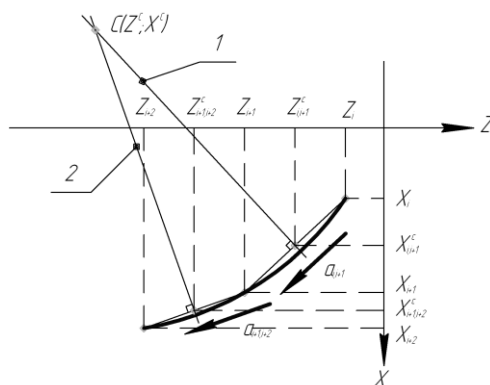


Рис. 1. К определению координат центра дуги заданной тремя точками

Для того чтобы определить координаты точки пересечения прямых 1 и 2 (см. рис. 1), составлена система линейных уравнений, описывающих эти прямые в системе координат станка:

$$\begin{cases} A_1(Z^C - Z_{i,j+1}^C) + B_1(X^C - X_{i,j+1}^C) = 0, \\ A_2(Z^C - Z_{i+1,j+2}^C) + B_2(X^C - X_{i+1,j+2}^C) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Каждое уравнение системы является уравнением прямой, заданной вектором нормали и проходящей через известную точку [4, 5]. В качестве нормальных векторов приняты векторы  $\vec{a}_{i,i+1}(A_1; B_1)$  и  $\vec{a}_{i+1,i+2}(A_2; B_2)$ , а в качестве точек, через которые проходят прямые, приняты средние точки  $(Z_{i,j+1}^C; X_{i,j+1}^C)$  и  $(Z_{i+1,j+2}^C; X_{i+1,j+2}^C)$  отрезков, концы которых заданы координатами  $(Z_i; X_i)$ ,  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$  и  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ ,  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$  (рис. 1).

Так как отрезки с координатами концов  $(Z_i; X_i)$ ,  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$  и  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ ,  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$  параллельны векторам  $\vec{a}_{i,i+1}$  и  $\vec{a}_{i+1,i+2}$  соответственно, то  $A_1 = Z_{i+1} - Z_i$ ,  $B_1 = X_{i+1} - X_i$ ,  $A_2 = Z_{i+2} - Z_{i+1}$ ,  $B_2 = X_{i+2} - X_{i+1}$ . Координаты центра  $(Z_{i,j+1}^C; X_{i,j+1}^C)$  и  $(Z_{i+1,j+2}^C; X_{i+1,j+2}^C)$  каждого отрезка определяются по формулам [4, 5]. Система линейных уравнений (1) решена методом Крамера [4, 5]:

$$D = A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2; \quad (2)$$

$$D_1 = (A_2 Z_{i+1,j+2}^C + B_2 X_{i+1,j+2}^C) \cdot A_1 - (A_1 Z_{i,j+1}^C + B_1 X_{i,j+1}^C) \cdot A_2; \quad (3)$$

$$Z^C = \frac{D_1}{D}; \quad (4)$$

$$X^C = \frac{D_2}{D}. \quad (5)$$

Полученные зависимости справедливы для любых трёх точек, не лежащих на одной прямой.

Для получения следующего дугового участка траектории движения режущего инструмента можно использовать тот же алгоритм поиска центра дуги, используя точки со следующими координатами:  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ ,  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$ ,  $(Z_{i+3}; X_{i+3})$  (рис. 2).

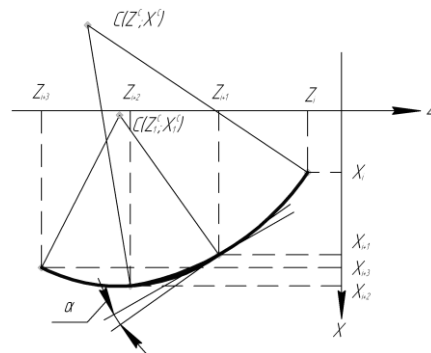


Рис. 2. Образование следующего дугового участка траектории движения режущего инструмента

При этом дуговой участок предыдущей части траектории движения режущего инструмента в качестве конечной точки цикла круговой интерполяции будет использовать точку с координатами  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$ . Построение траектории движения режущего инструмента из дуговых участков указанным образом позволяет получить не гладкую траекторию, т.е. траекторию, в некоторых точках которой касательные к соседним дуговым участкам, составляющим эту траекторию, имеют разный угол наклона. При круговой интерполяции, в таких точках «перелома» наблюдается замедление скорости перемещения суппорта станка, а при переходе на следующий дуговой участок траектории суппорт станка разгоняется. Таким образом, возникает эффект рывкового перемещения суппорта станка, что вызывает дополнительные колебания в технологической системе и неблагоприятно сказывается на точности обрабатываемой поверхности [2].

Угол между касательными в точке «перелома»  $\alpha$ , град, определяется по формуле [4, 5]:

$$\alpha = \arccos \left( \frac{(X_{i+1} - X_{i+1}^C) \cdot (X_{i+2} - X_{i+1}^C) + (Z_{i+1} - Z_{i+1}^C) \cdot (Z_{i+2} - Z_{i+1}^C)}{\sqrt{(X_{i+1} - X_{i+1}^C)^2 + (Z_{i+1} - Z_{i+1}^C)^2} \cdot \sqrt{(X_{i+2} - X_{i+1}^C)^2 + (Z_{i+2} - Z_{i+1}^C)^2}} \right). \quad (6)$$

Для того чтобы избежать рывковых перемещений, необходимо получить гладкую кривую, т.е. чтобы угол  $\alpha$  был равен нулю.

Если угол  $\alpha$  равен нулю, то касательная, проведённая к двум соседним дуговым участкам траектории движения режущего инструмента, будет перпендикулярна радиусам этих участков, поведённым в точку касания. Из этого следует, что центры дуг, соседних участков траектории движения режущего инструмента, будут лежать на одной прямой (рис. 4). С другой стороны, расстояние между точками  $(Z_{i+3}; X_{i+3})$  и  $(Z_1^C; X_1^C)$  должно быть равным расстоянию между точками  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$  и  $(Z_1^C; X_1^C)$ , так как это радиусы одного и того же дугового участка траектории. Следовательно, координаты точки  $(Z_1^C; X_1^C)$  можно определить как точку пересечения прямых 3 и 4 (рис. 3).

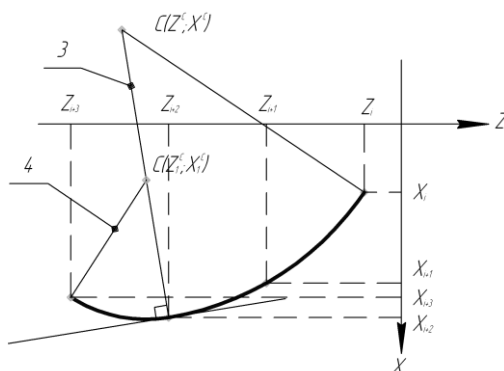


Рис. 3. Схема образования гладкого касания соседних дуговых участков траектории

Прямую 3 (рис. 3) можно описать [4, 5]:

- уравнением прямой, заданной направляющим вектором с координатами

$$(Z^C - Z_{i+2}; X^C - X_{i+2});$$

- точкой с координатами

$$(Z_1^C; X_1^C): Z_1^C \cdot (X_{i+2} - X^C) + X_1^C \cdot (Z^C - Z_{i+2}) = Z_{i+2} \cdot (X_{i+2} - X^C) - X_{i+2} \cdot (Z_{i+2} - Z^C).$$

Равенство расстояний между точками  $(Z_{i+3}; X_{i+3})$ ,  $(Z_1^C; X_1^C)$  и  $(Z_{i+2}; X_{i+2})$ ,  $(Z_1^C; X_1^C)$  описывается уравнением:

$$\sqrt{(Z_{i+3} - Z_1^C)^2 + (X_{i+3} - X_1^C)^2} = \sqrt{(Z_{i+2} - Z_1^C)^2 + (X_{i+2} - X_1^C)^2}.$$

Координаты точки пересечения прямых 3 и 4 (см. рис. 3) определяются по формулам [4, 5]:

$$D = (X_{i+2} - X^C) \cdot 2 \cdot (X_{i+3} - X_{i+2}) - (Z^C - Z_{i+2}) \cdot 2 \cdot (Z_{i+3} - Z_{i+2}); \quad (7)$$

$$D_1 = (Z_{i+2} \cdot (X_{i+2} - X^C) - X_{i+2} \cdot (Z_{i+2} - Z^C)) \cdot 2 \cdot (X_{i+3} - X_{i+2}) - (Z^C - Z_{i+2}) \cdot (Z_{i+3})^2 - (Z_{i+2})^2 + (X_{i+3})^2 - (X_{i+2})^2; \quad (8)$$

$$D_2 = (X_{i+2} - X^C) \cdot (Z_{i+3})^2 - (Z_{i+2})^2 + (X_{i+3})^2 - (X_{i+2})^2 - (Z_{i+2} \cdot (X_{i+2} - X^C) - X_{i+2} \cdot (Z_{i+2} - Z^C)) \cdot 2 \cdot (Z_{i+3} - Z_{i+2}); \quad (9)$$

$$Z_1^C = \frac{D_1}{D}; \quad (10)$$

$$X_1^C = \frac{D_2}{D}. \quad (11)$$

Таким образом, получается гладкая траектория движения режущего инструмента, состоящая из дуговых участков и обеспечивающая компенсацию упругих деформаций технологической системы. Полученную траекторию будем называть – скорректированная траектория движения режущего инструмента.

Скорректированная траектория движения режущего инструмента содержит набор дуговых участков, обход которых может осуществляться как по часовой, так и против часовой стрелки (встроенные циклы круговой интерполяции G02, G03). Для определения направления, обхода дугового участка скорректированной траектории разработан следующий алгоритм.

Для дуги с центром в точке  $C(Z^C; X^C)$ , начальной точкой с координатами  $(Z_i; X_i)$  и конечной точкой с координатами  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$  проводятся два радиуса, соединяющие точку центра дуги с начальной и конечной точками соответственно (отрезки 1 и 2, рис. 4). Через начальную точку  $(Z_i; X_i)$  дуги проводится прямая 3, перпендикулярная радиусу 1 (рис. 4), а через точку  $(Z_{i+1}; X_{i+1})$  – прямая 4, перпендикулярная радиусу 2. Таким образом, получаются две касательные к дуге (прямые 3, 4, рис. 4), проходящие через начальную и конечную точки дуги соответственно. Если точка  $P$  (точка пересечения прямых 3 и 4, см. рис. 4), с координатами  $(Z^P; X^P)$  лежит выше центра дуги  $C(Z^C; X^C)$ , т.е.  $X^P > X^C$ , то обход дуги осуществляется против часовой стрелки (см. рис. 4), а если ниже ( $X^P < X^C$ ) – то по часовой стрелке, при условии, что угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{a}_{i,i+1}^1$  и  $\vec{a}_{i,i+1}^2$  меньше 180 градусов (см. рис. 4).

$$\alpha = \arccos \left( \frac{A^{(1)} \cdot A^{(2)} + B^{(1)} \cdot B^{(2)}}{\sqrt{A^{(1)2} + B^{(1)2}} \cdot \sqrt{A^{(2)2} + B^{(2)2}}} \right). \quad (12)$$

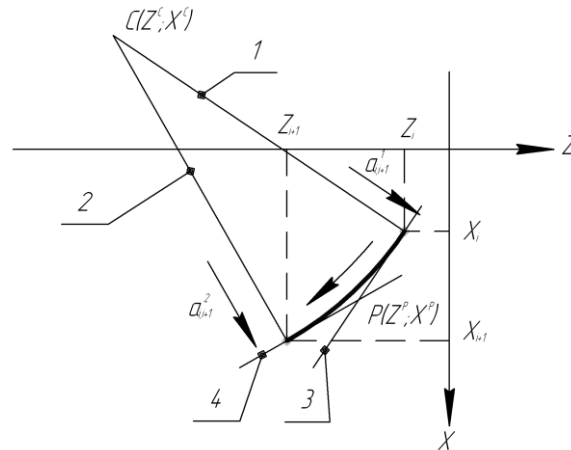


Рис. 4. Условие обхода дугового участка по часовой стрелке

Прямую 1 (см. рис. 4) описывает уравнение:

$$A^{(1)}(Z^P - Z_i) + B^{(1)}(X^P - X_i) = 0, \quad (13)$$

где  $A^{(1)}$  – координата вектора нормали  $\vec{a}_{i,i+1}^1$  по оси  $Z$ ,  $A^{(1)} = Z_i - Z^C$ ;  $B^{(1)}$  – координата вектора нормали  $\vec{a}_{i,i+1}^1$  по оси  $X$ ,  $B^{(1)} = X_i - X^C$ .

Прямую 2 (см. рис. 4) описывает уравнение:

$$A^{(2)}(Z^P - Z_{i+1}) + B^{(2)}(X^P - X_{i+1}) = 0, \quad (14)$$

где  $A^{(2)}$  – координата вектора нормали  $\vec{a}_{i,i+1}^2$  по оси  $Z$ ,  $A^{(2)} = Z_{i+1} - Z^C$ ;  $B^{(2)}$  – координата вектора нормали  $\vec{a}_{i,i+1}^2$  по оси  $X$ ,  $B^{(2)} = X_{i+1} - X^C$ .

Координаты точки  $P(Z^P; X^P)$  определяются по формулам:

$$D = A^{(1)}B^{(2)} - B^{(1)}A^{(2)}; \quad (15)$$

$$D_1 = B^{(2)}(A^{(1)}Z_i + B^{(1)}X_i) - B^{(1)}(A^{(2)}Z_{i+1} + B^{(2)}X_{i+1}); \quad (16)$$

$$D_2 = A^{(1)}(A^{(2)}Z_{i+1} + B^{(2)}X_{i+1}) - A^{(2)}(A^{(1)}Z_i + B^{(1)}X_i). \quad (17)$$

$$Z^P = \frac{D_1}{D}; \quad (18)$$

$$X^P = \frac{D_2}{D}. \quad (19)$$

При угле  $\alpha$  больше, чем 180 град, условие обхода дугового участка траектории меняется на обратное. Если точка  $P$  (точка пересечения прямых 3 и 4, см. рис. 4), с координатами  $(Z^P; X^P)$  лежит ниже центра дуги  $C(Z^C; X^C)$ , то обход дуги осуществляется против часовой стрелки (рис. 5, а), а если выше – то по часовой стрелке (рис. 5, б), при условии, что угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{a}_{i,i+1}^1$  и  $\vec{a}_{i,i+1}^2$  больше 180 град.

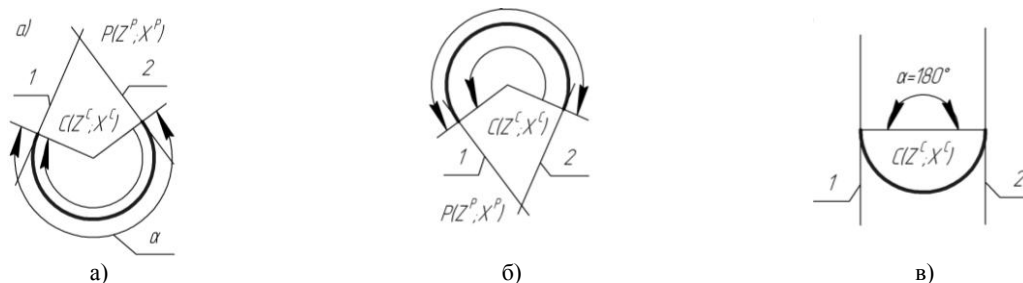


Рис. 5. Выбор условия обхода дугового участка траектории

При угле  $\alpha$ , равном 180 град, направление обхода не определено (рис. 5, в). Так как расстояние между начальной и конечной точками дуги мало по сравнению с её радиусом, то угол  $\alpha$  всегда меньше 180 град [3]. Однако при графическом моделировании процесса перемещения режущего инструмента по скорректированной траектории действительный контур обработанной поверхности не совпадает с этой траекторией (рис. 6). Это происходит за счёт того, что при привязке режущего инструмента к нулю детали не учитывается главный угол в плане  $\phi$  и радиус при вершине резца. При привязке режущего инструмента точка привязки находится на пересечении прямых 1 и 2 (рис. 7).



Рис. 6. Результат моделирования перемещения режущего инструмента по скорректированной траектории



Рис. 7. Образование точки привязки режущего инструмента

Прямая 1 параллельна координатной оси станка  $Z$  и проходит через точку касания режущей кромки инструмента и торца заготовки, а прямая 2 параллельна координатной оси станка  $X$  и проходит по касательной к вершине режущего инструмента. При обработке в направлении, параллельном одной из осей станка, такое расположение точки привязки не оказывает влияния на точность обработки. Однако при точении по дуге окружности возникает смещение точки привязки ( $\Delta Z$ ) в направлении параллельном оси станка  $Z$ , которая зависит от геометрических параметров и условия привязки режущего инструмента (рис. 8).

Под условием привязки режущего инструмента подразумевается глубина резания  $t_n$  (см. рис. 8) при протачивании заготовки по диаметру с последующим измерением диаметра обработанной поверхности. Смещение точки привязки ( $\Delta Z$ ) возникает из-за того, что происходит смещение точки касания режущей кромки инструмента и торца обрабатываемой заготовки вследствие различия между значениями глубины резания при привязке ( $t_n$ ) и глубины резания рабочего хода ( $t_p$ ). Такое смещение точки привязки назовём погрешность привязки.

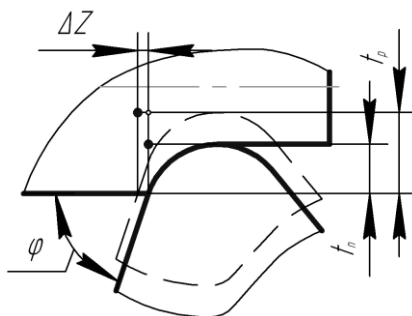


Рис. 8. Образование погрешности привязки

Для определения величины погрешности привязки контур режущей части инструмента разделен на составляющие его геометрические примитивы и характерные точки (рис. 9).

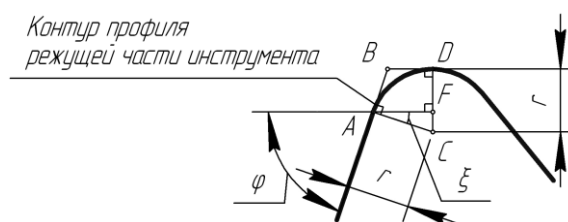


Рис. 9. Разделение контура профиля режущей части инструмента на геометрические примитивы и характерные точки

Дуга AD с центром в точке C, представляет собой радиус при вершине режущего инструмента, пересекается с прямой 1 в точке A. Точка A является точкой сопряжения прямой 1 и дуги AD, следовательно, прямая AC перпендикулярна прямой 1, а её длина равна радиусу при вершине режущего инструмента. Положение точки A (расстояние DF, мм) относительно вершины режущего инструмента (точка D) определяется по формуле:

$$DF = r - r \sin(\xi) . \tag{20}$$

Так как угол BAC равен 90°, а угол BAF равен углу φ, то угол ξ определяется по формуле:

$$\xi = 90 - \varphi ; \tag{21}$$

$$DF = r - r \sin(90 - \varphi) , \tag{22}$$

где r – радиус при вершине резца, мм; φ – главный угол в плане режущего инструмента, град.

Точка A разбивает контур режущей части инструмента на два участка: прямолинейный, представленный прямой 1, проходящей под углом φ к оси станка Z, и криволинейный, представленный дугой AD. Таким образом, положение точки A при привязке режущего инструмента к нулю детали оказывает различное влияние на погрешность привязки. В случае если величина DF меньше или равна значению глубины резания при привязке режущего инструмента к нулю детали и меньше или равна значению глубины резания рабочего хода, то погрешность привязки ΔZ (см. рис. 9) зависит от главного угла в плане φ, значения глубины резания при привязке режущего инструмента к нулю детали t<sub>n</sub> и значения глубины резания при выполнении рабочего хода t<sub>p</sub>. При изменении глубины резания на величину Δt точка привязки сместится на величину, равную

$$\Delta Z = \frac{\Delta t}{\operatorname{tg}(90 - \varphi)} , \tag{23}$$

где Δt, мм, – разность между значениями глубины резания при привязке режущего инструмента к нулю детали и глубины резания при выполнении рабочего хода (см. рис. 8):

$$\Delta t = t_p - t_n . \tag{24}$$

Зависимость погрешности привязки ( $\Delta Z$ ) от главного угла в плане режущего инструмента ( $\varphi$ ) представлена на рисунке 10.

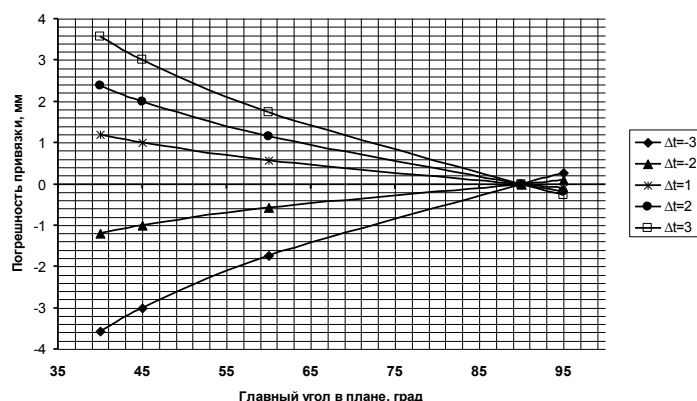


Рис. 10. Зависимость погрешности привязки от главного угла в плане режущего инструмента

Так как тангенс нуля градусов не существует, то при угле  $\varphi$ , равном 90 град, погрешность привязки равна нулю. В случае, если значение расстояния  $DF$  больше значения глубины резания при привязке режущего инструмента к нулю детали или больше значения глубины резания рабочего хода, погрешность привязки  $\Delta Z$  (см. рис. 9) зависит от радиуса при вершине резца  $r$ , главного угла в плане  $\varphi$ , значения глубины резания при привязке режущего инструмента к нулю детали  $t_n$  и значения глубины резания при выполнении рабочего хода  $t_p$ . Погрешность привязки в этом случае состоит из двух составляющих:  $\Delta Z_1$  и  $\Delta Z_2$  (рис. 11).

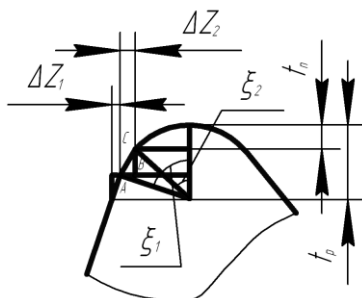


Рис. 11. Образование составляющих погрешности привязки

$$\Delta Z = \Delta Z_1 + \Delta Z_2. \quad (25)$$

Составляющая  $\Delta Z_1$  возникает на прямолинейном участке контура режущей части инструмента и определяется по формуле:

$$\Delta Z_1 = \frac{t_p - r + r \sin(90 - \varphi)}{\operatorname{tg}(\varphi)}. \quad (26)$$

Составляющая  $\Delta Z_2$  возникает на криволинейном участке контура режущей части инструмента и определяется из выражения:

$$\Delta Z_2^2 + CB^2 = AC^2; \quad (27)$$

$$CB = r - r \sin(90 - \varphi) - t_n. \quad (28)$$

Расстояние  $AC$  определяется по теореме косинусов:

$$AC = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos \xi_1 - \xi_2}; \quad (29)$$

$$\xi_1 = \arccos\left(\frac{r \sin(90 - \varphi)}{r}\right) = \varphi; \quad (30)$$

$$\xi_2 = \arccos\left(\frac{r - t_n}{r}\right); \quad (31)$$

$$\Delta Z_2 = \sqrt{\left[\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\xi_1 - \xi_2)}\right]^2 - r - r \sin(90 - \varphi) - t_n^2}. \quad (32)$$

Таким образом, значение погрешности привязки определяется по формуле:

$$\Delta Z = \frac{t_p - r + r \sin(90 - \varphi)}{\operatorname{tg}(\varphi)} + \sqrt{\left[2r^2 - 2r^2 \cos\left(\varphi - \arccos\left(\frac{r - t_n}{r}\right)\right)\right] - r - r \sin(90 - \varphi) - t_n^2}. \quad (33)$$

Зависимость погрешности привязки ( $\Delta Z$ ) от глубины резания при привязке ( $t_n$ ) при различных значениях изменения глубины резания ( $\Delta t$ ) представлена на рисунке 12.

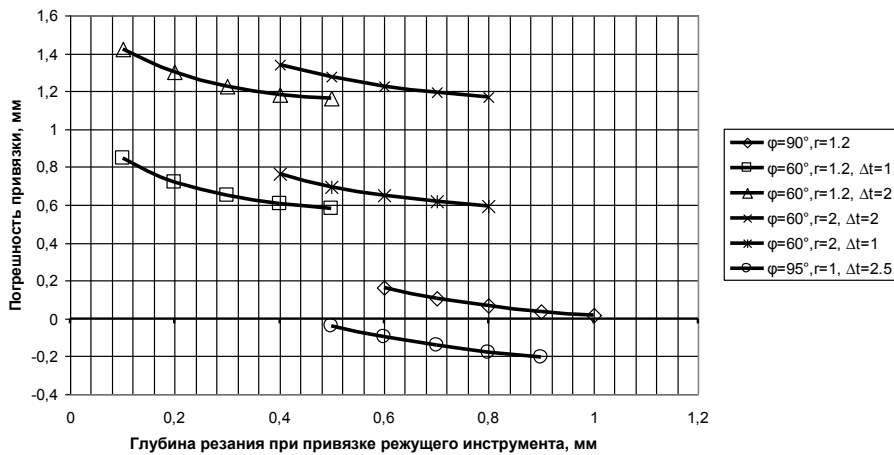


Рис. 12. Зависимость погрешности привязки ( $\Delta Z$ ) от глубины резания при привязке ( $t_n$ )

В этом случае погрешность привязки имеет не нулевое значение даже для режущего инструмента с главным углом в плане 90 град.

Так как вершина режущей части инструмента не является абсолютно острой, а имеет скругление, то в качестве точки привязки режущего инструмента необходимо рассматривать не точку, а всю криволинейную часть контура профиля режущей части инструмента. Таким образом, необходимо чтобы расстояние от точки привязки до рассматриваемой точки на скорректированной траектории движения режущего инструмента было постоянным на протяжении всего рабочего хода, т.е. криволинейная часть контура профиля режущей части инструмента должна являться касательной к скорректированной траектории движения режущего инструмента в рассматриваемой точке. Так как криволинейная часть контура профиля режущей части инструмента выполнена в виде дуги окружности, то расстояние от точки привязки до рассматриваемой точки на скорректированной траектории движения режущего инструмента должно быть равным радиусу этой дуги. Следовательно, в качестве точки привязки режущего инструмента к нулю детали должен выступать центр дуги скругления при вершине этого режущего инструмента, а координаты всех точек скорректированной траектории движения режущего инструмента необходимо пересчитать с учётом поправки на значение радиуса при вершине режущего инструмента. Каждая точка скорректированной траектории движения режущего инструмента сместится на расстояние, равное значению радиуса при вершине режущего инструмента в направлении направляющего вектора  $\vec{a}$  ( $a_1; a_2$ ) (рис. 13). Вектор  $\vec{a}(Z_i - Z^C; X_i - X^C)$  параллелен радиусу рассматриваемого дугового участка траектории движения режущего инструмента, проведенному к любой точке, принадлежащей этому участку. Так как для формирования скорректированного участка траектории движения режущего инструмента достаточно двух точек (начальной и конечной) нет необходимости рассматривать все точки, принадлежащие этому участку, скорректированной траектории движения режущего инструмента. Новая точка должна лежать



на радиусе дугового участка скорректированной траектории движения режущего инструмента, проходящего через начальную или конечную точку этого участка, следовательно справедливы выражения [2, 4, 5]:

$$AZ'_i + BX'_i + C = 0; \quad (34)$$

$$A = a_2 = X_i - X^C; \quad (35)$$

$$B = -a_1 = Z^C - Z_i; \quad (36)$$

$$C = a_1 X_i - a_2 Z_i. \quad (37)$$

С другой стороны, расстояние от новой  $(Z'_i; X'_i)$  до рассматриваемой точки  $(Z_i; X_i)$  должно равняться значению радиуса скругления при вершине режущего инструмента:

$$(Z'_i - Z^C)^2 + (X'_i - Z^C)^2 = r^2. \quad (38)$$

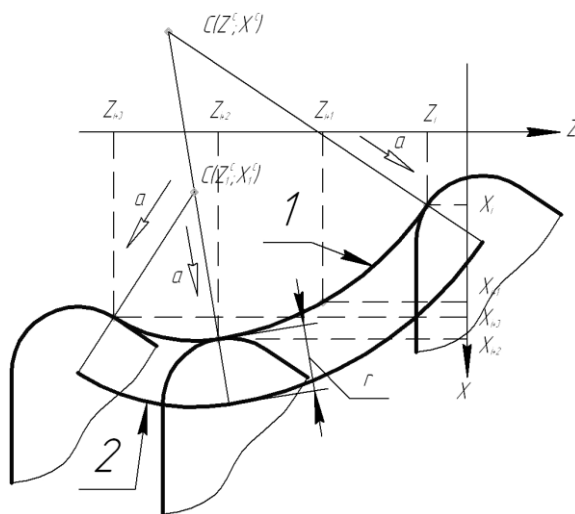


Рис. 13. Скорректированная траектория движения режущего инструмента, учитывающая радиус при вершине резца

Координаты  $(Z'_i; X'_i)$  новой точки определяются из системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} AZ'_i + BX'_i + C = 0, \\ (Z'_i - Z^C)^2 + (X'_i - Z^C)^2 = r^2. \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} X'_i = \frac{-AZ'_i - C}{B}, \\ (Z'_i - Z^C)^2 + (X'_i - Z^C)^2 = r^2. \end{cases} \quad (40)$$

$$Z'_i + \frac{A^2}{B^2} Z_i - 2Z'_i Z_i + \frac{2AZ'_i C}{B^2} + \frac{2X_i AZ'_i}{B} + Z_i^2 + \frac{C^2}{B^2} + \frac{2X_i C}{B} + X_i^2 - r^2 = 0; \quad (41)$$

$$a = 1 + \frac{A^2}{B^2}; \quad (42)$$

$$b = 2 \left( \frac{AC}{B^2} + \frac{X_i A}{B} - Z_i \right); \quad (43)$$

$$c = Z_i^2 + \frac{C^2}{B^2} + \frac{2X_i C}{B} + X_i^2 - r^2; \quad (44)$$

$$Z'_i = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad (45)$$

$$X'_i = \frac{-AZ'_i - C}{B}. \quad (46)$$

Таким образом, пересчитывая по формулам (34) – (37), (42) – (46) все точки скорректированной траектории движения режущего инструмента (кривая 1, см. рис. 13), образуется скорректированная траектория движения режущего инструмента, учитывающая радиус при вершине резца (кривая 2, см. рис. 13).

**Заключение.** Полученная траектория движения режущего инструмента компенсирует упругие деформации, возникающие в технологической системе, что повышает точность механической обработки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков, А.В. Особенности расчёта упругих деформаций ступенчатого вала в процессе токарной обработки / А.В. Казаков, А.А. Жолобов // Материалы, технологии и оборудование в производстве, эксплуатации, ремонте и модернизации машин: сб. науч. тр. VII междунар. науч.-техн. конф.: в 3-х т., Новополоцк, 29 – 30 апреля 2009 г.; М-во образования Респ. Беларусь [и др.]; под общ. ред.: П.А. Витязя, С.А. Астапчика. – Новополоцк: ПГУ, 2009. – Т. 2. – С. 285 – 289.
2. Федоренко, А.М. Коррекция траектории движения режущего инструмента на токарных станках с ЧПУ / А.М. Федоренко, А.В. Казаков // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 20 – 21 ноября 2008 г.; М-во образования Респ. Беларусь [и др.]; редкол.: И.С. Сазонов [и др.]. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2008. – С. 63.
3. Казаков, А.В. Определение направления обхода дугового участка скорректированной траектории движения токарного резца / А.В. Казаков // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 16 – 17 апреля 2009 г.; М-во образования Респ. Беларусь [и др.]; редкол.: И.С. Сазонов [и др.]. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2009. – С. 66 – 67.
4. Минюк, С.А. Высшая математика для инженеров: учеб. пособие: в 2 т. / С.А. Минюк, В.И. Булгаков, А.В. Метельский; под ред. Н.А. Микулика. – Минск: Элайда, 2004. – Т. 1. – 464 с.
5. Минюк, С.А. Высшая математика для инженеров: учеб. пособие: в 2 т. / С.А. Минюк, В.И. Булгаков, А.В. Метельский; под ред. Н.А. Микулика. – Минск: Элайда, 2004. – Т. 1. – 1592 с.

Поступила 18.06.2009