

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ СТУПЕНЧАТОГО ВАЛА В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ

А.А. Жолобов, А.В. Казаков

Белорусско-Российский университет, Могилев

При токарной обработке по мере удаления припуска и перемещения резца от задней бабки к шпиндельному узлу станка изменяются жесткость и деформация заготовки, величина упругой деформации передней и задней бабок. В результате получается деталь с переменным диаметром, а также с погрешностями в продольном сечении. При неблагоприятных условиях величина данной погрешности может превысить допуск на размер детали [1]. Величину прогиба заготовки, а следовательно, величину, на которую изменится глубина резания под действием сил резания P_Y , P_Z , P_X любой точки заготовки при базировании в центрах, патроне или в патроне с поджимом задним центром, можно определить с помощью дифференциального уравнения изогнутой оси балки [2]:

$$\Delta(x)'' = \frac{M(x)}{EI(x)}. \quad (1)$$

где $\Delta(x)$ – закон изменения упругих деформаций заготовки в рассматриваемой плоскости; $M(x)$ – изгибающий момент вызванный соответствующей силой или силами резания в рассматриваемой плоскости; $EI(x)$ – закон изменения жесткости заготовки.

Схема заготовки с действующими на нее при обработке силами резания приведена на рис. 1.

Интегрирование выражения (1) дает закон изменения угла поворота [2]:

$$\theta(x) = \Delta(x)' = \int \frac{M(x)}{EI(x)} + \theta_0. \quad (2)$$

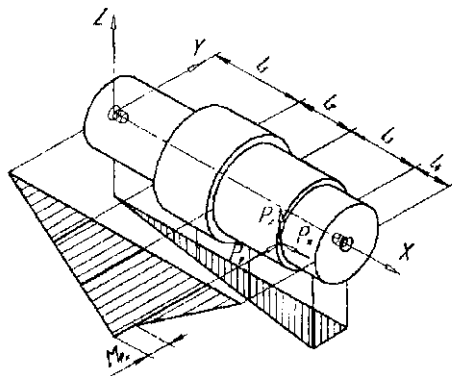


Рис. 1. Схема нагружения вала силами резания

Для дальнейшего анализа обрабатываемую заготовку удобно разделить на участки с постоянной жесткостью. Т.е. каждая ступень будет являться участком, который характеризуется следующими параметрами: угол поворота в начале участка, угол поворота в конце участка, упругая деформация в начале участка, упругая деформация в конце участка, изгибающий момент в начале участка, изгибающий момент в конце участка.

Исходя из вышесказанного, выражение (2) можно записать в виде

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} \int M_i(x) + \theta_{0i}, \quad (3)$$

где $\theta_i(x)$ – угол поворота в сечении с координатой x ($0 \leq x \leq l_i$) i -того участка; $M_i(x)$ – закон изменения изгибающего момента на i -том участке; θ_{0i} – угол поворота в начале i -того участка.

Закон изменения изгибающего момента на i -том участке можно представить в виде линейной функции

$$M_i(x) = M_i'' + \frac{M_i^* - M_i''}{l_i} * x, \quad (4)$$

где M_i'' – изгибающий момент в начале i -того участка; M_i^* – изгибающий момент в конце i -того участка; l_i – длина i -того участка.

После подстановки $M_i(x)$ в (3) и интегрирования полученного выражения (5) угол поворота в сечении с координатой x ($0 \leq x \leq l_i$) i -того участка определяется выражением (6).

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} \int M_i'' + \frac{M_i^* - M_i''}{l_i} * x + \theta_{0i}, \quad (5)$$

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} * (M_i'' * x + \frac{M_i^* - M_i''}{2 * l_i} * x^2) + \theta_{0i}, \quad (6)$$

Значение угла поворота в конце i -того участка (7) определяется выражением (6) при $x = l_i$:

$$\theta_i(l_i) = \frac{1}{EI_i} * (M_i'' * l_i + \frac{M_i^* - M_i''}{2 * l_i} * l_i^2) + \theta_{0i}, \quad (7)$$

После упрощения выражения (7) значение угла поворота в конце i -того участка примет окончательный вид

$$\theta_i(l_i) = \frac{1}{2 * E} * \frac{(M_i'' + M_i^*) * l_i}{l_i} + \theta_{0i}. \quad (8)$$

Таким образом, для того чтобы получить значение угла поворота в конце k -того участка, необходимо просуммировать выражение (8):

$$\theta(k) = \sum_{i=1}^k \theta_i(l_i), \quad (9)$$

$$\theta(k) = \frac{1}{2 * E} * \sum_{i=1}^k \left(\frac{(M_i'' + M_i^*) * l_i}{l_i} \right) + \theta_{01}. \quad (10)$$

Закон изменения упругих деформаций можно получить интегрированием выражения (3):

$$\Delta_i(x) = \int \theta_i(x) + \Delta_{0i}, \quad (11)$$

$$\Delta_i(x) = \int \left(\frac{1}{EI_i} * (M_i'' * x + \frac{M_i^* - M_i''}{2 * l_i} * x^2) + \theta_{0i} \right) + \Delta_{0i}, \quad (12)$$

$$\Delta_i(x) = \frac{1}{EI_i} * \left(\frac{M_i'' * x^2}{2} + \frac{M_i^* - M_i''}{6 * l_i} * x^3 \right) + \theta_{0i} * x + \Delta_{0i}. \quad (13)$$

где $\Delta_i(x)$ – значение упругой деформации в сечении с координатой x ($0 \leq x \leq l_i$) i -того участка; Δ_{0i} – значение упругой деформации в начале i -того участка.

Таким образом, упругая деформация в конце i -того участка определяется зависимостью

$$\Delta_i(l_i) = \frac{1}{EI_i} * \left(\frac{M_i'' * l_i^2}{2} + \frac{M_i^* - M_i''}{6} * l_i^2 \right) + \theta_{0i} * l_i + \Delta_{0i}, \quad (14)$$

$$\Delta_i(l_i) = \frac{1}{6 * E} * \frac{(2 * M_i'' + M_i^K) * l_i^2}{I_i} + \theta_{0i} * l_i + \Delta_{0i}. \quad (15)$$

Угол поворота в начале i -того участка определяется из условия целостности бруса ($\theta_{0i} = \theta_{i-1}$) [2]:

$$\theta_{0i} = \theta(i-1). \quad (16)$$

Тогда выражение (15) примет вид

$$\Delta_i(l_i) = \frac{1}{6 * E} * \frac{(2 * M_i'' + M_i^K) * l_i^2}{I_i} + \left(\frac{1}{2 * E} * \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{(M_k'' + M_k^K) * l_k}{I_k} \right) + \theta_{01} \right) * l_i + \Delta_{0i} \quad (17)$$

Упругая деформация в конце k -того участка определяется как сумма $\Delta_i(l_i)$, т.е.

$$\Delta(k) = \sum_{i=1}^k \Delta_i(l_i), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta(k) = & \frac{1}{6 * E} * \sum_{i=1}^k \left(\frac{(2 * M_i'' + M_i^K) * l_i^2}{I_i} \right) + \theta_{01} * \sum_{i=1}^k l_i + \\ & + \frac{1}{2 * E} * \left(\sum_{i=2}^k l_i * \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{(M_j'' + M_j^K) * l_j}{I_j} \right) \right) + \Delta_{01}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для упрощения расчетов удобны следующие замены:

$$\Delta_i^{\Delta} = \frac{(2 * M_i'' + M_i^K) * l_i^2}{I_i}, \quad (20)$$

$$\Delta_i^{\theta} = \frac{(M_i'' + M_i^K) * l_i}{I_i}. \quad (21)$$

Тогда выражение (19) примет вид

$$\Delta(k) = \frac{1}{6 * E} * \sum_{i=1}^k \Delta_i^{\Delta} + \theta_{01} * \sum_{i=1}^k l_i + \frac{1}{2 * E} * \left(\sum_{i=2}^k l_i * \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_j^{\theta} \right) + \Delta_{01}. \quad (22)$$

При базировании вала в центрах начальный угол поворота первого участка θ_{01} определяется из выражения (22) и условий $\Delta(n) = 0, \Delta_{01} = 0$:

$$\frac{1}{6 * E} * \sum_{i=1}^n \Delta_i^{\Delta} + \theta_{01} * \sum_{i=1}^n l_i + \frac{1}{2 * E} * \left(\sum_{i=2}^n l_i * \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_j^{\theta} \right) = 0; \quad (23)$$

$$\theta_{01} = \frac{-\frac{1}{6 * E} * \sum_{i=1}^n \Delta_i^{\Delta} - \frac{1}{2 * E} * \left(\sum_{i=2}^n l_i * \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_j^{\theta} \right)}{\sum_{i=1}^n l_i}. \quad (24)$$

На основании полученной зависимости разработан модуль оценки упругой деформации заготовки при точении, который является частью системы, направленной на повышение точности токарной обработки.

Литература

1. Жолобов, А.А. Застосування 3D моделі ГВМ для підвищення продуктивності та якості механічної обробки / А.А. Жолобов, А.В. Казаков // Весник ЖДТУ. – 2006. – № 4 (39). – С. 21 – 25.
2. Сопротивление материалов: учеб. пособие / А.В. Александров; под ред. А.В. Александрова. – М.: Высш. шк., 1995. – 560 с.