

МОДЕЛИРОВАНИЕ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ ТРЕХОСНОЙ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ НА УПРУГИХ ПНЕВМАТИКАХ

И. С. Сазонов, Э. И. Ясюкович, В.А. Ким
Белорусско-Российский университет, Могилев

Введение. Безопасность движения многоосных колесных машин зависит от совокупности многих взаимосвязанных факторов и свойств. Таковыми свойствами являются курсовая устойчивость и управляемость, которые в значительной степени определяются массогеометрическими пара-

метрами упомянутых машин и упругими характеристиками их двигателей [1]. В данной работе рассматриваются разработанные математическая модель и программное обеспечение, позволяющие провести имитационные эксперименты процессов курсового движения трехосных колесных машин с различными вариантами расположения осей с управляемыми колесами.

Расчетная схема и математическая модель моделируемой системы. Расчетная схема моделируемой системы представлена на рис. 1, на котором точка O является мгновенным центром поворота. Математическая модель курсового движения колесной машины объединяет два вида уравнений – динамические уравнения и уравнения кинематических связей колес с дорожной поверхностью. В работе рассматривается равномерное управляемое движение колесной машины с заданной начальной скоростью.

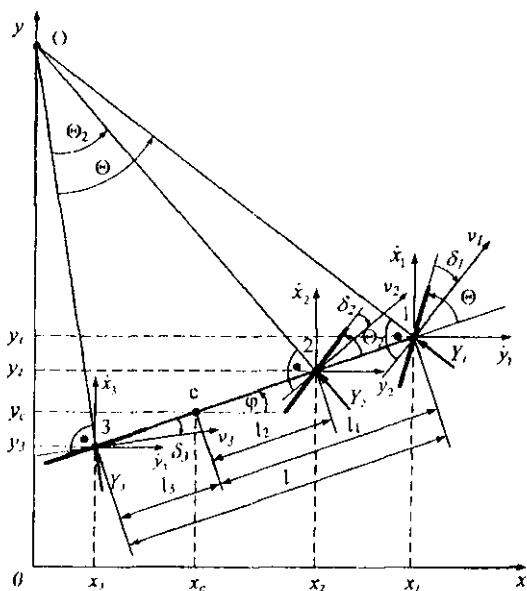


Рис. 1. Расчетная схема моделируемой системы

Динамические уравнения (1) получены на основе уравнений Лагранжа второго рода. При этом в рассмотрение был введен угол увода δ_i , представляющий собой угол между проекцией средней диаметральной линии обода i -того колеса на опорную поверхность и направлением скорости центра пятна контакта шины с опорной поверхностью.

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \ddot{x}_c &= -Y_1 \cdot \sin(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) - Y_2 \cdot \sin(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) - Y_3 \cdot \sin(\varphi - \delta_3) = 0; \\ m \cdot \ddot{y}_c &= Y_1 \cdot \cos(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + Y_2 \cdot \cos(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + Y_3 \cdot \cos(\varphi - \delta_3) = 0; \\ J_z \cdot \ddot{\varphi} &= Y_1 \cdot l_1 \cdot \cos(\Theta_1 - \delta_1) + Y_2 \cdot l_2 \cdot \cos(\Theta_2 - \delta_2) - Y_3 \cdot l_3 \cdot \cos \delta_3 = 0. \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь Y_i – боковые реакции опорной поверхности на колеса колесной машины; x_c, y_c, φ – обобщенные координаты, соответственно продольное, поперечное перемещения и курсовой угол.

Боковые реакции Y_i вычисляются следующим образом:

$$Y_i = k u_i \cdot \delta_i, \quad i = 1 \dots 3,$$

где $k u_i$ – коэффициент сопротивления боковому уводу шины i -го колеса.

Для обеспечения движения колесной машины по криволинейной траектории без бокового проскальзывания ее движителей нормали к проекциям средних линий шин на опорную поверхность должны пересекаться в одной точке. Это условие может быть записано в следующем виде:

$$\frac{l_1 + l_3}{\operatorname{tg} \Theta} = \frac{l_2 + l_3}{\operatorname{tg} \Theta_2}. \quad (2)$$

Здесь l_1, l_2, l_3 – соответственно расстояния от центра масс колесной машины до ее передней, средней и задней осей; Θ, Θ_2 – углы поворота управляемых колес передней и средней осей.

Угол Θ_2 является зависимым от угла Θ и определяется выражением, полученным из (2):

$$\Theta_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{l_2 + l_3}{l_1 + l_3} \cdot \operatorname{tg} \Theta \right). \quad (3)$$

Выражение скорости поворота угла Θ_2 получим, продифференцировав по времени (3).

Вторым условием, обеспечивающим криволинейное движение колесной машины без бокового проскальзывания шин, является равенство нулю суммы проекций скоростей \dot{x}_i и \dot{y}_i каждого i -го колеса на нормаль к направлению его скорости. Уравнения, описывающие данное условие, называют уравнениями кинематических связей. Объединив в единую систему уравнения (1) и уравнения кинематических связей, получим математическую модель (4) курсового движения трехосной колесной машины с управляемыми колесами на передней и средней осях.

$$\begin{aligned}
m \cdot \ddot{x}_c &= -Y_1 \cdot \sin(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) - Y_2 \cdot \sin(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) - Y_3 \cdot \sin(\varphi - \delta_3) = 0; \\
m \cdot \ddot{y}_c &= Y_1 \cdot \cos(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + Y_2 \cdot \cos(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + Y_3 \cdot \cos(\varphi - \delta_3) = 0; \\
J_z \cdot \ddot{\varphi} &= Y_1 \cdot l_1 \cdot \cos(\Theta_1 - \delta_1) + Y_2 \cdot l_2 \cdot \cos(\Theta_2 - \delta_2) - Y_3 \cdot l_3 \cdot \cos \delta_3 = 0; \\
-\ddot{x}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + \ddot{y}_c \cdot \cos(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + \ddot{\varphi} \cdot l_1 \cdot \cos(\Theta_1 - \delta_1) + \\
&+ \dot{\delta}_1 \cdot [\dot{x}_c \cdot \cos(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + \dot{\varphi} \cdot l_1 \cdot \\
&\cdot \sin(\Theta_1 - \delta_1)] = \dot{\Theta}_1 \cdot \dot{\varphi} \cdot l_1 \cdot \sin(\Theta_1 - \delta_1) + (\dot{\varphi} + \dot{\Theta}_1) \cdot [\dot{x}_c \cdot \\
&\cdot \cos(\varphi + \Theta_1 - \delta_1) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_1 - \delta_1)]; \\
-\ddot{x}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + \ddot{y}_c \cdot \cos(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + \ddot{\varphi} \cdot l_2 \cdot \cos(\Theta_2 - \delta_2) + \\
&+ \dot{\delta}_2 \cdot [\dot{x}_c \cdot \cos(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + \dot{\varphi} \cdot l_2 \cdot \\
&\cdot \cos(\Theta_2 - \delta_2)] = \dot{\Theta}_2 \cdot \dot{\varphi} \cdot l_2 \cdot \sin(\Theta_2 - \delta_2) + (\dot{\varphi} + \dot{\Theta}_2) \cdot [\dot{x}_c \cdot \\
&\cdot \cos(\varphi + \Theta_2 - \delta_2) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi + \Theta_2 - \delta_2)]; \\
-\ddot{x}_c \cdot \sin(\varphi - \delta_3) + \ddot{y}_c \cdot \cos(\varphi - \delta_3) + \ddot{\varphi} \cdot l_3 \cdot \cos \delta_3 + \dot{\delta}_3 \cdot [\dot{x}_c \cdot \\
&\cdot \cos(\varphi - \delta_3) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi - \delta_3) + \dot{\varphi} \cdot l_3 \cdot \sin \delta_3] = \\
&= \dot{\varphi} \cdot [\dot{x}_c \cdot \cos(\varphi - \delta_3) + \dot{y}_c \cdot \sin(\varphi - \delta_3)].
\end{aligned} \tag{4}$$

Для решения уравнений математической модели (4) и исследования процессов курсового движения трехосной колесной машины было разработано в среде программы Excel с использованием языка VBA программное обеспечение, предусматривающее приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши, интегрирование ее, анализ текущих результатов и формирование графических зависимостей по результатам расчета.

При выполнении вариантов расчета интегрирование уравнений движения проводилось на интервале времени до 100 секунд с шагом по времени 0,005 с. При этом траектория движения колесной машины задавалась в виде матрицы, в которой фиксировались моменты времени начала действия заданных во втором ее столбце скоростей углов поворота управляемых колес. Один из фрагментов имитационного моделирования курсового движения колесной машины массой 6000 кг по круговой траектории со скоростью 7,25 м/с представлен на рис. 2.

Заключение. Анализ представленных на рис. 2 результатов и множества других вариантов имитационного моделирования, проведенных с различными вариантами исходных данных, позволяет сделать вывод, что разработанные математическая модель и программное обеспечение могут быть использованы для оценки влияния основных массогеометрических параметров и упругих характеристик шин трехосной колесной машины с двумя управляемыми осями на показатели ее курсового движения.

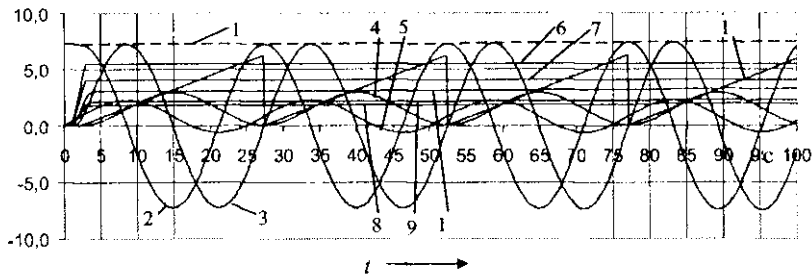


Рис. 2. Фрагмент варианта имитационного моделирования колесной машины по круговой траектории: 1 – модуль скорости движения колесной машины, м/с; 2, 3 – скорости перемещения центра масс колесной машины по осям OX и OY , м/с; 4, 5 – уменьшенные в 20 раз перемещения центра масс колесной машины по осям OX и OY , м; 6, 7 – увеличенные в 55 раз углы поворота управляемых колес: передней и средней осей, рад; 8, 9, 10 – увеличенные в 40 раз углы увода шин колес: передней, средней и задней осей, рад; 11 – курсовой угол, рад

Литература

1. Антонов, А. А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / А. А. Антонов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с. : ил.