

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ЛИНЕЙНЫХ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ю.М. Гребенцов, В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
y7412895@yandex.ru, lavani@tut.by

Исследуется задача об ω -периодических решениях системы

$$\ddot{x} = \lambda A(t)\dot{x} + \lambda Bx + f(t) \quad (1)$$

с непрерывными ω -периодическими $(n \times n)$ -матрицей $A(t)$, n -вектором $f(t)$; B — постоянная матрица, λ — скалярный параметр.

На основании [1] решение этой задачи отыскивается в виде

$$x(t, \lambda) = c(\lambda) + z(t, \lambda), \quad (2)$$

где $c(\lambda)$ — постоянный вектор, $z(t, \lambda)$ — ω -периодическая вектор-функция, подчиненная интегральному условию $\int_0^\omega A(\tau)z(\tau, \lambda) d\tau = 0$.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau) d\tau, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \|B\|, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|,$$

$$\sigma = \max_t \|g(t)\|, \quad q = \frac{\omega}{2} \left(\frac{1}{2} \gamma \alpha^2 \omega^2 + \beta \right),$$

где $t \in [0, \omega]$, $g(t) = f(t) - A(t)\tilde{A}^{-1}(\omega) \int_0^\omega f(\tau) d\tau$.

Теорема. Пусть выполнены условия $\det \tilde{A}(\omega) = 0$, $0 < \varepsilon q < 1$. Тогда ω -периодическое решение уравнения (1) существует и единственно и представимо в виде (2), при этом справедливы соотношения

$$c(\lambda) = -\frac{1}{\lambda} \tilde{A}^{-1}(\omega) \int_0^\omega f(\tau) d\tau, \quad \|z(t, \lambda)\| \leq \frac{\gamma \alpha \omega^3 \sigma}{4(1 - \varepsilon q)}, \quad \|\dot{z}(t, \lambda)\| \leq \frac{\omega \sigma}{2(1 - \varepsilon q)}.$$

Для построения решения разработан алгоритм типа [1], при этом

$$\|z(t, \lambda) - \tilde{z}_m(t, \lambda)\| \leq (\varepsilon q)^{m+1} \frac{\gamma \alpha \omega^3 \sigma}{4(1 - \varepsilon q)},$$

$$\|\dot{z}(t, \lambda) - \dot{\tilde{z}}_m(t, \lambda)\| \leq (\varepsilon q)^{m+1} \frac{\omega \sigma}{2(1 - \varepsilon q)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где $z(t, \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k z_k(t)$, $\tilde{z}_m(t, \lambda) = \sum_{k=0}^m \lambda^k z_k(t)$.

Литература

1. Лаптинский В. Н. Об одном подходе к отысканию периодических решений дифференциальных уравнений // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1990. № 5. С. 25–30.