



УДК 629.113

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ИСПЫТАНИЙ НА УПРАВЛЯЕМОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ АВТОМОБИЛЯ ПРИ ВХОДЕ В ПОВОРОТ

Д-р техн. наук ТАРАСИК В.П.

Белорусско-Российский университет

(+375-222-253645)

Предложена математическая модель и методика проведения имитации испытаний автомобиля при выполнении манёвра входа в поворот. На примере легкового автомобиля малого класса проведено исследование управляемости и устойчивости и приведены полученные графики, иллюстрирующие изменение характеристик движения на поворотной полосе.

Ключевые слова: автомобиль, колесо, поперечная и продольная реакции дороги, сила инерции, инерционный момент, тестовый режим испытаний, поворотная полоса, траектория движения автомобиля, боковое скольжение, занос автомобиля.

Tarasik V.P.

MODELLING OF THE MODE OF TESTS FOR ROADABILITY AND STABILITY OF THE CAR AT THE ENTRANCE TO TURNING MOVEMENT

The paper presents the mathematical model and technique of carrying out imitation of tests of the car when performing maneuver of entrance to turning movement. Research of roadability and stability for the car of small class is conducted. Schedules illustrating change of characteristics of the movement on rotary strip have been presented.

Keywords: car, wheel, cross and longitudinal reactions of the road, inertia force, inertial moment, test mode of tests, rotary strip, trajectory of the movement of the car, side slippage, car drift.

Формулировки определений важнейших функциональных свойств автомобиля — управляемости и устойчивости, предложенные в работах [1—6] и др., несколько различаются, однако принципиальных разногласий и противоречий между ними нет. Технические требования к управляемости и устойчивости автотранспортных средств изложены в ГОСТ 31507—2012 [7],

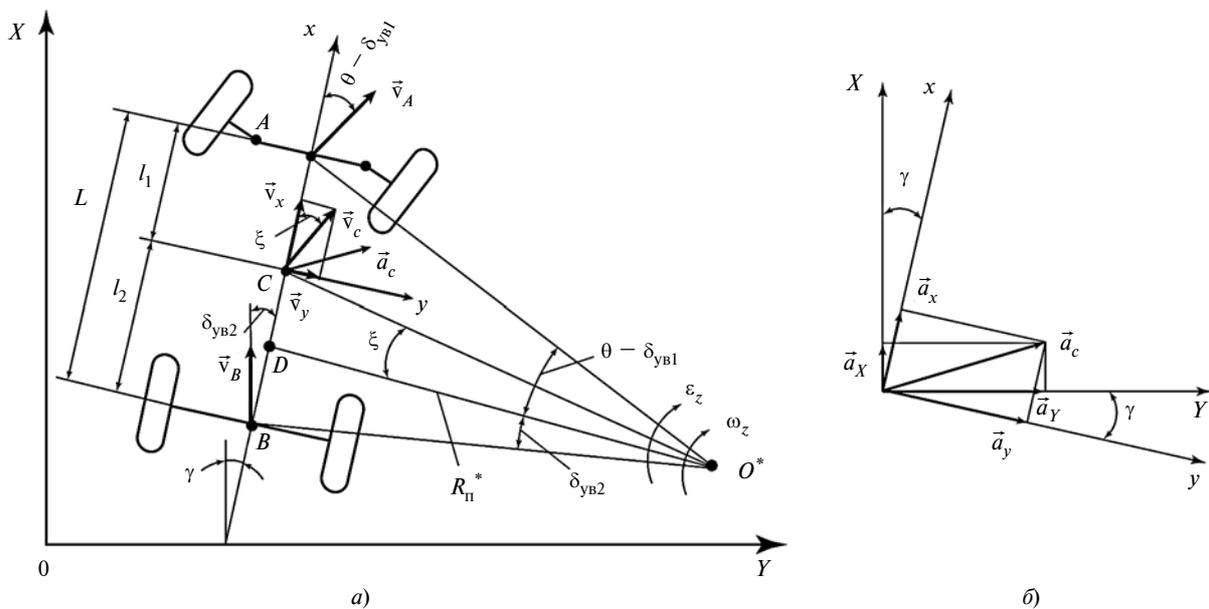


Рис. 1. Схема к определению скоростей и ускорений автомобиля при движении на повороте

в котором детально рассмотрены методы проведения испытаний по определению характеристик и оценочных показателей качества и эффективности управления. Предусмотрено множество типовых тестовых испытаний. Показатели и характеристики исследуемых свойств определяются в критических (нештатных) режимах движения автомобиля, подвергаемого испытаниям, с выполнением соответствующих манёвров: смена полосы движения ("переставка"), вход в поворот, рывок руля и др.

При создании нового автомобиля очень важно иметь возможность прогнозирования показателей и характеристик управляемого движения. Ниже изложена методика имитационного моделирования тестового режима испытаний "поворот $R_{\Pi} = 35 \text{ м}''$ ", предназначенная для определения максимальной скорости v_{Mmax} , при которой манёвр может быть выполнен при сохранении устойчивого и управляемого движения без бокового опрокидывания и заноса мостов автомобиля. Полученное значение v_{Mmax} сравнивается с нормативным значением скорости выполнения данного манёвра v_{M} . Значения v_{M} для различных категорий и типов автомобилей, схема маршрута движения "поворот

$R_{\Pi} = 35 \text{ м}''$ и методика проведения испытаний приведены в [7].

На начальной стадии проектирования количество информации об исходных параметрах автомобиля минимально, поэтому исследования свойств управляемости и устойчивости предлагается провести на трёхмерной имитационной модели автомобиля, отображающей его движение на опорной поверхности дороги. Схема кинематических параметров движения автомобиля на повороте представлена на рис. 1, а воздействия внешней среды на автомобиль — на рис. 2. Предполагается, что задние колёса ведущие, а передние ведомые и управляемые.

Выбраны две системы координат — подвижная xuz , связанная с автомобилем, и неподвижная XOZ на опорной поверхности дороги. Начало подвижной системы координат расположено в центре масс автомобиля C , ось x направлена вдоль продольной оси автомобиля AB , ось y — в боковом направлении в сторону мгновенного центра поворота O^* , а ось z — перпендикулярно к плоскости xCy (рис. 1, а).

Угол поворота обоих управляемых колёс принят одинаковым, так как его значение при выполнении исследуемого манёвра сравнительно невелико (в пределах 4...5 град). Углы увода передних и задних колёс обозначены соответственно $\delta_{\text{yв1}}$ и $\delta_{\text{yв2}}$. Скорость центра масс автомобиля \vec{v}_c , а её проекции на оси x и y — соответственно \vec{v}_x и \vec{v}_y . Ускорение центра масс \vec{a}_c , угловая скорость вращения корпуса автомобиля относительно оси ω_z , а угловое ускорение ϵ_z . Курсовой угол γ характеризует изменение положения продольной оси автомобиля Sx относительно неподвижной оси X . Взаимосвязи между векторами ускорений в подвижной системе координат \vec{a}_x, \vec{a}_y и в неподвижной системе \vec{a}_X и \vec{a}_Y отображены на рис. 1, б.

На рис. 2 показаны продольные и поперечные реакции дороги на передние колёса, суммарные составляющие которых обозначены $\vec{R}_{x1}, \vec{R}_{y1}$ и приведены к

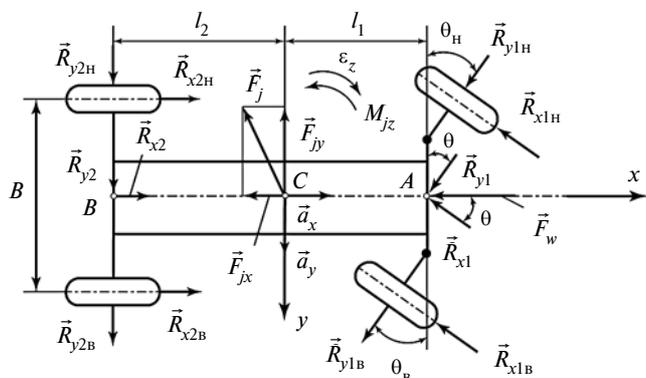


Рис. 2. Внешние воздействия на автомобиль при движении на повороте

точке A продольной оси автомобиля. Аналогично отоб-
ражены суммарные продольная \vec{R}_{x2} и поперечная \vec{R}_{y2}
реакции дороги на задние колёса. Сила инерции мас-
сы автомобиля m_a обозначена \vec{F}_j , а инерционный мо-
мент M_{jz} , действующий относительно вертикальной
оси Cz .

Составим уравнения динамического равновесия
сил в проекциях на оси x , y и вращающих моментов
относительно оси z (система 1 в таблице).

Согласно схеме (см. рис. 1, a) проекции скорости
центра масс автомобиля v_c на оси подвижной системы
координат $v_x = v_c \cos \xi$; $v_y = v_c \sin \xi$, где ξ — угол откло-
нения вектора \vec{v}_x относительно вектора \vec{v}_c . Учитывая,
что углы θ , δ_{yB1} и δ_{yB2} сравнительно небольшие, иско-
мый угол ξ можно вычислять по формуле 2.

Поскольку угол ξ также небольшой, примем $\vec{v}_x = \vec{v}_c$,
а значения v_y и ω_z определим по формулам 3 и 4 [6].

№	Формула	Примечания
1	$\left. \begin{aligned} \delta_{п.м} m_a a_x &= -R_{x1} \cos \theta + R_{x2} - R_{y1} - F_w; \\ m_a a_y &= -R_{x1} \sin \theta + R_{y1} \cos \theta + R_{y2}; \\ J_z \varepsilon_z &= -R_{x1} l_1 \sin \theta + R_{y1} l_1 \cos \theta - R_{y2} l_2 \end{aligned} \right\}$	$\delta_{п.м}$ — коэффициент приведённой массы автомобиля, учитывающий кинети- ческую энергию вращающихся масс двигателя, трансмиссии и колёс; F_w — си- ла сопротивления воздуха; θ — угол поворота управляемых колёс; J_z — момент инерции автомобиля относительно оси z ; l_1, l_2 — координаты центра масс ав- томобиля
2	$\xi = [l_2(\theta - \delta_{yB1}) - l_1 \delta_{yB2}] / L$	L — база автомобиля
3	$v_y = v_x \xi = v_x [l_2(\theta - \delta_{yB1}) - l_1 \delta_{yB2}] / L$	—
4	$\omega_z = v_x / R_{п}^* = v_x(\theta - \delta_{yB1} + \delta_{yB2}) / L$	$R_{п}^*$ — радиус поворота автомобиля с учётом увода колёс
5	$\delta_{yB1} = \theta - (l_1 \omega_z + v_y) / v_x$	—
6	$\delta_{yB2} = (l_2 \omega_z + v_y) / v_x$	—
7	$R_{y1} = k_{yB1} \delta_{yB1}$	k_{yB1}, k_{yB2} — коэффициенты сопротивления уводу колёс соответственно перед- него и заднего мостов
8	$R_{y2} = k_{yB2} \delta_{yB2}$	
9	$a_y = v_x \omega_z + dv_y / dt$	—
10	$\left. \begin{aligned} \frac{dv_y}{dt} &= \frac{R_{y1} + R_{y2} - v_x \omega_z}{m_a}; \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{R_{y1} l_1 - R_{y2} l_2}{J_z} \end{aligned} \right\}$	—
11	$\left. \begin{aligned} dv_y / dt &= -a_{11} v_y - a_{12} \omega_z + b_1; \\ d\omega_z / dt &= -a_{21} v_y - a_{22} \omega_z + b_2 \end{aligned} \right\}$	$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ — элементы матрицы Якоби системы линейных дифференци- альных уравнений 11; b_1, b_2 — функции внешних воздействий на автомобиль, обусловленных изменением угла поворота управляемых колёс θ
12	$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{k_{yB1} + k_{yB2}}{m_a v_x}; \quad a_{12} = \frac{k_{yB1} l_1 - k_{yB2} l_2 + v_x}{m_a v_x}; \\ a_{21} &= \frac{k_{yB1} l_1 - k_{yB2} l_2}{J_z v_x}; \quad a_{22} = \frac{k_{yB1} l_1^2 + k_{yB2} l_2^2}{J_z v_x} \end{aligned} \right\}$	—
13	$b_1 = k_{yB1} \theta / m_a; \quad b_2 = k_{yB1} l \theta / J_z$	—
14	$\left. \begin{aligned} dX / dt &= v_x \cos \gamma - v_y \sin \gamma; \\ dY / dt &= v_x \sin \gamma + v_y \cos \gamma; \\ d\gamma / dt &= \omega_z \end{aligned} \right\}$	—
15	$\Delta \delta_{yB2} = b_0 + b_1 \Delta R_{y2} + b_2 \Delta R_{y2}^2$	b_0, b_1, b_2 — коэффициенты полинома
16	$X = a + \sqrt{R_{пов} - (Y - b)^2}$	$a = 0; b = 33,05$ м — координаты центра окружности среднего радиуса пово- ротной полосы (R_{cp})
17	$R_{cp} = R_{п} - D_3 / 2$	$R_{п} = 35$ м; $D_3 = 3,9$ м — наружный радиус и ширина поворотной полосы марш- ruta
18	$\Delta \omega_{y.k0} = \frac{180 v_{м.н} \arctg(L / R_{cp})}{\pi s_2}$	$s_2 = 15$ м — длина участка 2 маршрута испытаний
19	$v_{кр.оп} = \sqrt{\frac{R_{пов} B g}{2 h_c}}$	B — колея автомобиля; h_c — высота расположения центра масс; g — ускорение свободного падения
20	$R_{пов} = \frac{L}{\theta - \delta_{yB1} + \delta_{yB2}}$	—

Решив совместно эти уравнения, получим выражения для вычисления углов увода — формулы 5 и 6.

При испытаниях автомобиль движется с постоянной скоростью v_c , поэтому $a_x = 0$ и первое уравнение системы 1 превращается в алгебраическое выражение. Величина реакции R_{x1} по сравнению с поперечными реакциями R_{y1} и R_{y2} незначительна, а $R_{x1} \sin \theta$ тем более, поэтому ею можно пренебречь и исключить из второго и третьего уравнений системы 1. Поперечные реакции R_{y1} и R_{y2} определим из выражений 7 и 8 [6]. Значение поперечной составляющей a_y ускорения центра масс автомобиля a_c определяется с учётом угловой скорости корпуса автомобиля ω_z и вычисляется по формуле 9.

Принимая $\cos \theta = 1$, получаем следующую систему дифференциальных уравнений, описывающих движение вдоль оси y и вращение относительно оси z (система 10). После подстановки в них значений поперечных реакций R_{y1} и R_{y2} получим систему 11, в которой $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ — элементы матрицы Якоби системы линейных дифференциальных уравнений (формулы 12), а b_1 и b_2 — функции внешних воздействий на автомобиль, обусловленных изменением угла поворота управляемых колёс θ (формула 13).

Решением системы уравнений 11 определяются изменения фазовых координат v_y и ω_z , характеризующих криволинейное движение автомобиля, в зависимости от угла поворота управляемых колёс θ и скорости движения v_x . Для определения координат центра масс автомобиля X, Y в плоскости дороги и курсового угла γ , характеризующего угол поворота продольной оси автомобиля относительно оси OX , используем систему дифференциальных уравнений 14, составленную непосредственно на основе схемы, представленной на рис. 1, а.

Интегрируя совместно системы дифференциальных уравнений 11 и 14, определяют изменения фазовых переменных $v_x, \omega_z, X, Y, \gamma$ в подвижной и неподвижной системах координат. По результатам решения строят график траектории движения на плоскости дороги, на основе которого оценивают управляемость и устойчивость автомобиля при выполнении манёвра "поворот $R_{\Pi} = 35$ м" (обеспечение нормативного значения скорости выполнения манёвра $v_{м.н}$, фиксация заноса автомобиля — выход за ограничивающие линии поворотной полосы). Производят также построение графиков изменения во времени поперечных реакций R_{y1}, R_{y2} и углов увода колёс $\delta_{yb1}, \delta_{yb2}$. Получаемые значения R_{y1}, R_{y2} сравниваются с их предельными величинами, ограничиваемыми сцеплением колёс с дорогой $R_{y1\phi} = \phi_x R_{z1}, R_{y2\phi} = \phi_x R_{z2}$, где ϕ_x — коэффициент сцепления; R_{z1}, R_{z2} — нормальные реакции дороги на колёса.

Если поперечные реакции R_{y1}, R_{y2} превышают предельные значения по сцеплению, возникает боковое скольжение колёс и прогрессивно увеличиваются углы увода, что приводит к заносу автомобиля и движение его может оказаться неуправляемым. Для учёта величины возрастания угла увода $\Delta \delta_{yb2}$ при боковом скольжении колёс заднего моста предложено использовать квадратичную функцию, имитирующую сни-

жение коэффициента сцепления в сравнении с его максимальным значением $\phi_{x\max}$. Она представляет собой полином, аргументом которого является величина ΔR_{y2} превышения реакцией R_{y2} значения $R_{y2\phi}$ (формула 15). На основе этой функции вычислялось увеличение угла увода колёс заднего моста $\Delta \delta_{yb2}$, обусловленное возникновением бокового скольжения.

Вследствие изменения угла поворота управляемых колёс θ и углов увода $\delta_{yb1}, \delta_{yb2}$ при движении автомобиля на поворотной полосе радиус поворота $R_{\text{пов}}$ постоянно изменяется, что влияет на траекторию движения. Для построения графика траектории движения автомобиля в качестве аргумента использовалась координата поперечного перемещения Y , а координата продольного перемещения X вычислялась по формуле 16. Средний радиус поворотной полосы определяется из соотношения 17.

В процессе выполнения манёвра осуществляется управление углом поворота управляемых колёс θ . На участке 2 маршрута испытаний θ изменяется по линейной зависимости от времени, исходя из условия, чтобы при въезде на поворотную полосу его величина достигла значения, соответствующего движению по траектории среднего радиуса поворотной полосы $R_{\text{ср}}$. Изменение во времени угловой скорости поворота колёс на этом участке $\Delta \omega_{y,к0}$, град/с, определяется из соотношения 18. В процессе движения на поворотной полосе осуществляются дискретные изменения угловой скорости поворота колёс $\Delta \omega_{y,к}$, град/с, при отклонении линии траектории движения $R_{\text{тр}}$ от $R_{\text{ср}}$ более чем на 0,5 м.

В качестве объекта моделирования принят легковой автомобиль малого класса. Его параметры: полная масса $m_a = 1578$ кг; распределение массы между мостами: $m_{a1} = 785$ кг; $m_{a2} = 793$ кг; момент инерции относительно оси z $J_z = 2500$ кг · м²; колёсная база $L = 2,492$ м; колея $B = 1,4$ м; высота центра масс $h_c = 0,5$ м; максимальный коэффициент сцепления $\phi_{x\max} = 1,0$ [4]. Коэффициент сопротивления уводу колёс переднего и заднего моста принят одинаковым, равным 80 000 Н/рад. Скорость автомобиля v_a при выполнении манёвра "поворот $R_{\Pi} = 35$ м" варьировалась в пределах 40...80 км/ч с шагом 5 км/ч. Нормативное значение скорости $v_{м.н}$ для данного автомобиля составляет 72 км/ч [7].

Графики траектории движения автомобиля при скоростях соответственно 60, 65 и 72 км/ч представлены на рис. 3. При увеличении скорости движения свыше некоторой величины движение становится неустойчивым, траектория $R_{\text{тр}}$ значительно отклоняется от среднего радиуса поворотной полосы $R_{\text{ср}}$ (см. рис. 3, в). Движение сопровождается боковым скольжением колёс и выходом за пределы границ заданной полосы. Как видим, исследуемый автомобиль в последнем случае не выдержал испытания "поворот $R_{\Pi} = 35$ м", поскольку при нормативном значении скорости $v_{м.н}$ не обеспечиваются его управляемость и устойчивость. Однако можно отметить, что при скорости 72 км/ч постепенно удаётся удержать автомобиль в поворотной полосе посредством управляющего воздействия, изменяя угол поворота управляемых колёс θ .

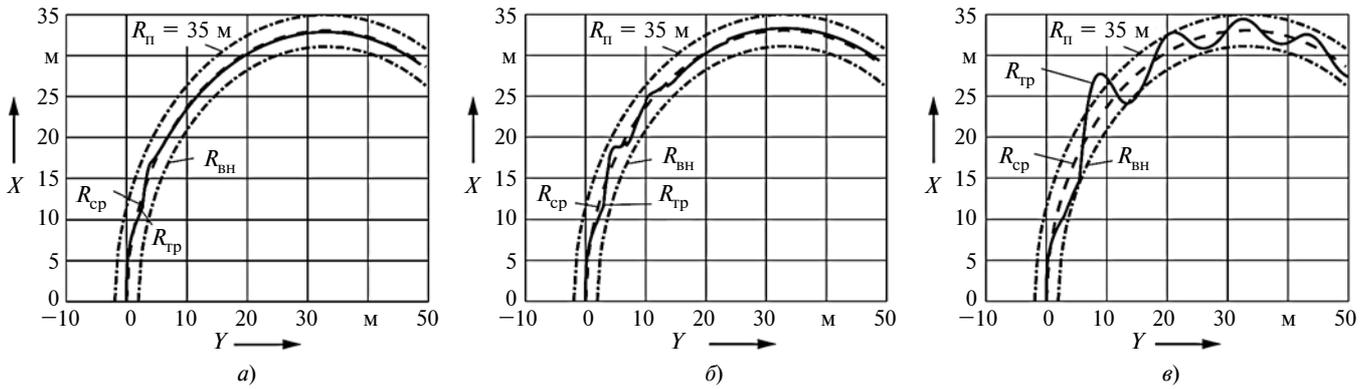


Рис. 3. Траектория движения автомобиля при выполнении манёвра "поворот $R_n = 35$ м"

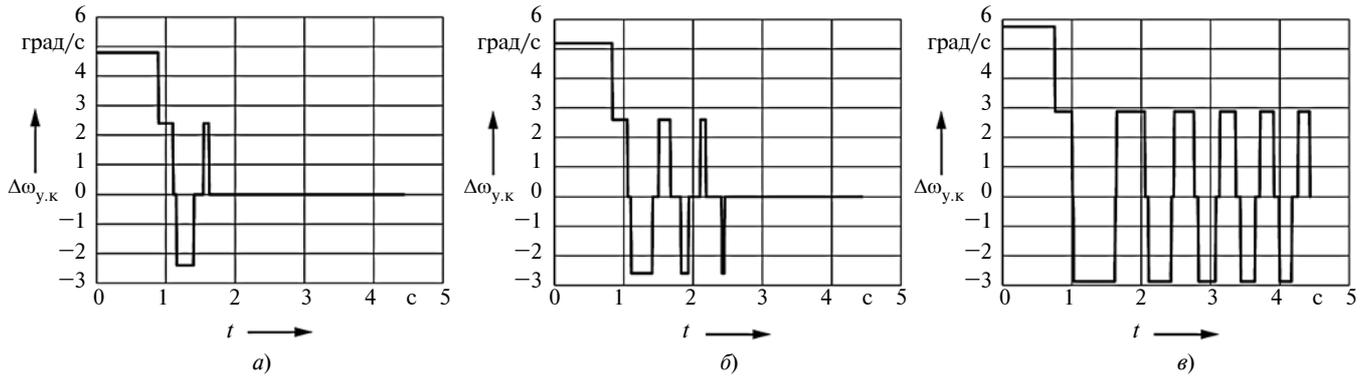


Рис. 4. Графики дискретных управляющих воздействий — изменение угловой скорости поворота колёс при движении на поворотной полосе

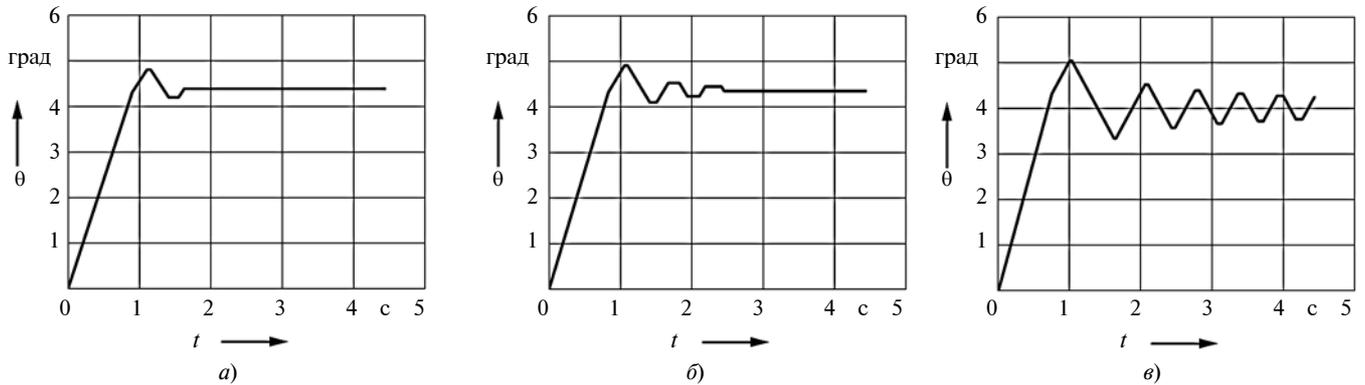


Рис. 5. Изменение угла поворота управляемых колёс при движении на поворотной полосе

При дальнейшем увеличении скорости занос становится неизбежным и устойчивое движение на повороте оказывается невозможным.

На рис. 4 показаны графики управляющих воздействий на колёса, представляющие собой функцию изменения угловой скорости поворота управляемых колёс $\Delta\omega_{y,k}$, град/с. Начальный участок этой функции при $\Delta\omega_{y,k} = \text{const}$ соответствует движению автомобиля до въезда на поворотную полосу. Управление движением на поворотной полосе осуществляется посредством дискретных сигналов изменения угловой скорости $\Delta\omega_{y,k}$, обеспечивающих удержание траектории автомобиля в пределах коридора, ограничиваемого радиусами $R_{\text{кор}} = R_{\text{ср}} \pm 0,5$ м. Изменение угла поворота управляемых колёс θ в процессе выполнения манёвра представлено на рис. 5.

Графики рис. 4 и 5 однозначно связаны между собой. Если траектория движения автомобиля устремляется к нижней ограничительной линии поворотной полосы, задаётся отрицательная скорость $\Delta\omega_{y,k}$ и угол поворота колёс θ снижается, а если к верхней линии (радиус R_{II}), тогда скорость $\Delta\omega_{y,k}$ положительна и угол θ возрастает. Из рисунков видно, что чем выше скорость автомобиля v_a , тем чаще осуществляются управляющие воздействия.

Графики изменения поперечных реакций R_{y1} , R_{y2} в зависимости от скорости автомобиля v_a , а также их ограничения по сцеплению $R_{y1\phi}$, $R_{y2\phi}$ приведены на рис. 6, а. При увеличении скорости свыше 64 км/ч R_{y1} , R_{y2} превышают значения $R_{y1\phi}$, $R_{y2\phi}$ и начинается боковое скольжение колёс. Углы увода при этом быстро возрастают (рис. 6, б) и движение становится не-

устойчивым, требующим увеличения частоты управляющих воздействий. При $v_a > 70$ км/ч требования к управляемости и устойчивости не обеспечиваются и наступает занос автомобиля. На рис. 6, а показан график бокового ускорения автомобиля a_y . Значения R_{y1} , R_{y2} зависят от силы инерции автомобиля $F_j = m_a a_y$ и инерционного момента $M_j = J_z \varepsilon_z$. С увеличением скорости автомобиля a_y прогрессивно возрастает, следовательно, аналогично изменяются сила инерции и поперечные реакции R_{y1} , R_{y2} .

Графики изменения поперечных реакций при скоростях 60, 65 и 72 км/ч в процессе выполнения манёвра приведены на рис. 7, а соответствующие им графики изменения углов увода δ_{yB1} , δ_{yB2} — на рис. 8. Устойчивое движение без заноса обеспечивается, если $\delta_{yB2} < \delta_{yB1}$. При скорости 72 км/ч (рис. 8, в) δ_{yB2} превышает δ_{yB1} , что и является условием и признаком

возникновения заноса автомобиля. На этом же рисунке приведен график $\Delta\delta_{yB2} = f(t)$, характеризующий приращение $\Delta\delta_{yB2}$ угла увода δ_{yB2} вследствие бокового скольжения задних колёс автомобиля, вычисляемое по формуле 15.

Потеря устойчивости движения может также произойти при отрыве колёс от опорной поверхности дороги и с увеличением скорости завершиться боковым опрокидыванием автомобиля. Поэтому при выполнении манёвра "поворот $R_{п} = 35$ м" контролируется и это условие нарушения устойчивости движения. Критическая скорость по боковому опрокидыванию автомобиля $v_{кр.оп}$ определяется по формуле 19. Из неё следует, что $v_{кр.оп}$ определяется величиной радиуса поворота $R_{пов}$, которая, как отмечалось выше, постоянно изменяется при движении на поворотной полосе вследствие подачи управляющих воздействий. Значение $R_{пов}$

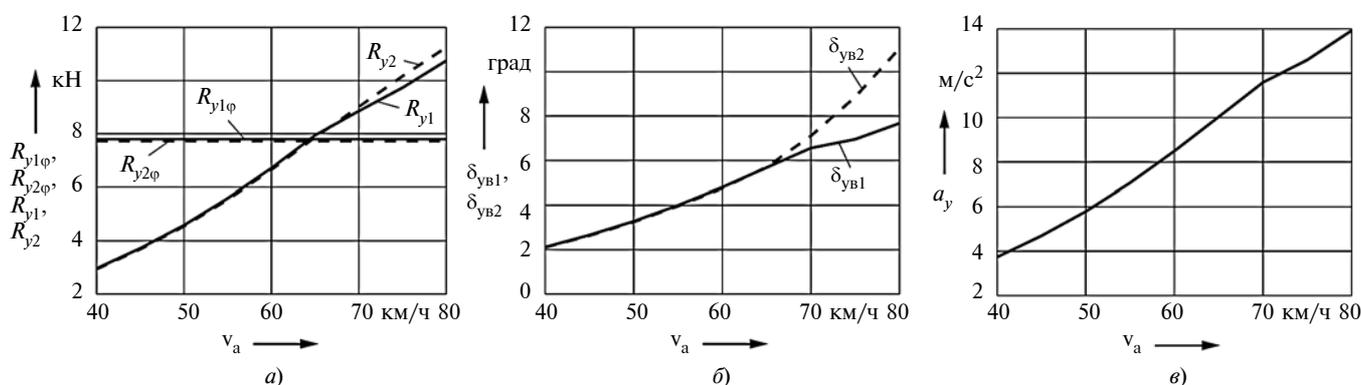


Рис. 6. Влияние скорости автомобиля на изменение поперечных реакций (а), углов увода колёс (б) и бокового ускорения (в)

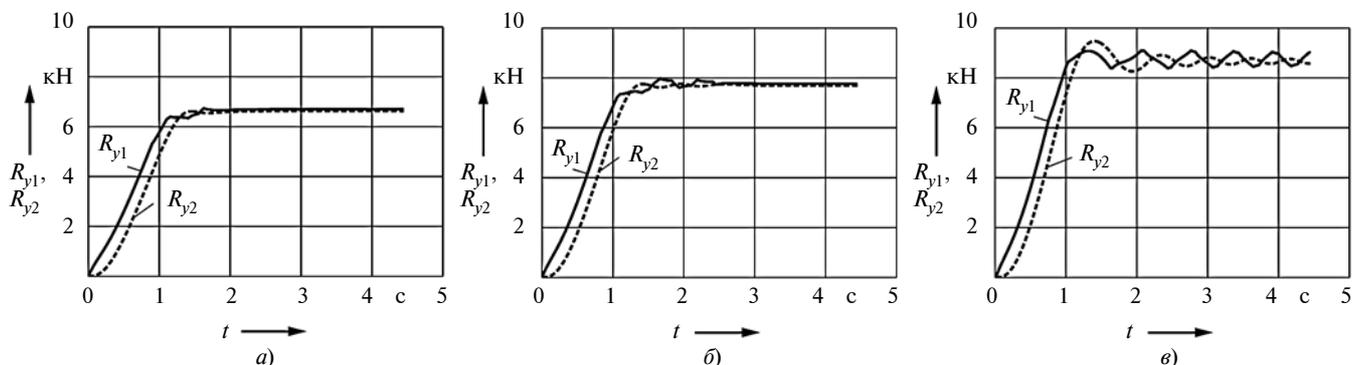


Рис. 7. Изменение поперечных реакций в процессе выполнения манёвра "поворот $R_n = 35$ м" на скорости 60 км/ч (а), 65 км/ч (б) и 72 км/ч (в)

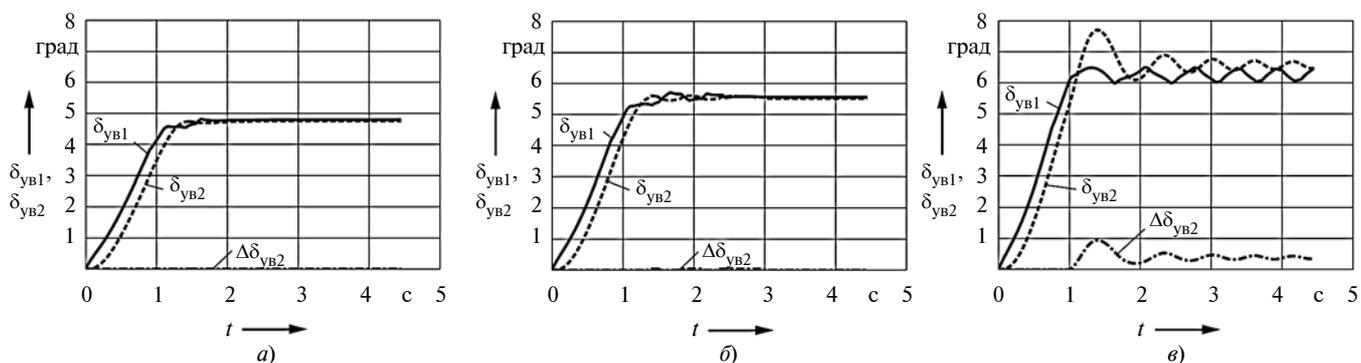


Рис. 8. Изменение углов увода передних и задних колёс в процессе выполнения манёвра "поворот $R_n = 35$ м" на скорости 60 км/ч (а), 65 км/ч (б) и 72 км/ч (в)

зависит от угла поворота управляемых колёс θ и углов увода $\delta_{ув1}$, $\delta_{ув2}$ и вычисляется по формуле 20. При отсутствии бокового скольжения $R_{пов} \approx R_{ср}$. Тогда для моделируемого автомобиля получаем $v_{кр.оп} = 76,7$ км/ч, что немного выше, чем критическая скорость по боковому скольжению, равная 64 км/ч (см. рис. 6, а).

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет определить предельную скорость устойчивого управляемого движения автомобиля при выполнении манёвра "поворот $R_{п} = 35$ м" и оценить возможность достижения предписываемого стандартом нормативного значения скорости. В модели предусмотрено определение углов увода колёс при возникновении бокового скольжения, построение траектории движения автомобиля на поворотной полосе, формирование дискретных управляющих воздействий, обеспечивающих устойчивое управляемое движение. Предназначена модель для использования на на-

чальной стадии проектирования автомобиля при определении параметров, обеспечивающих выполнение технических требований на показатели управляемости и устойчивости.

Литература

1. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля / А.С. Литвинов. — М.: Машиностроение, 1971. — 416 с.
2. Литвинов А.С. Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств: учебник для вузов / А.С. Литвинов, Я.Е. Фаробин. — М.: Машиностроение, 1989. — 240 с.
3. Смирнов Г.А. Теория движения колёсных машин: учебник для вузов / Г.А. Смирнов. — М.: Машиностроение, 1990. — 352 с.
4. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колёсных машин: учебник для вузов / В.В. Ларин. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 391 с.
5. Гришкевич А.И. Автомобили. Теория: учебник для вузов / А.И. Гришкевич. — Мн.: Выш. шк., 1986. — 208 с.
6. Тарасик В.П. Теория движения автомобиля: учебник для вузов / В.П. Тарасик. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 478 с.
7. ГОСТ 31507—2012. Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытаний. — 42 с.