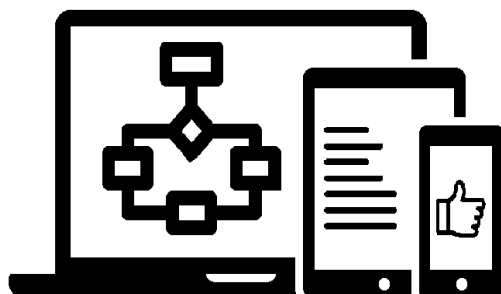


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Программное обеспечение информационных технологий»

ПЛАНИРОВАНИЕ НАУЧНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

*Методические рекомендации к лабораторным работам
для магистрантов специальности
1-40 80 02 «Системный анализ, управление и обработка информации»
дневной и заочной форм обучения*



Могилев 2023

УДК 167
ББК 72.5
П86

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Программное обеспечение информационных технологий» «28» марта 2023 г., протокол № 9

Составители: д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко;
канд. техн. наук, доц. В. В. Кутузов

Рецензент канд. техн. наук, доц. И. В. Лесковец

Даны методические рекомендации по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Планирование научного эксперимента», а также приведены задания к ним и список литературы для подготовки.

Учебное издание

ПЛАНИРОВАНИЕ НАУЧНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Ответственный за выпуск	В. В. Кутузов
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	М. М. Дударева

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 21 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2023

Содержание

Введение.....	4
1 Лабораторная работа № 1. Однофакторный эксперимент. Алгоритм проведения эксперимента.....	5
2 Лабораторная работа № 2. Получение математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов	9
3 Лабораторная работа № 3. Полный факторный эксперимент	11
4 Лабораторная работа № 4. Методика получения степенной зависимости	12
5 Лабораторная работа № 5. Методика исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени.....	14
6 Лабораторная работа № 6. Оценка точности обработки по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности	15
Список литературы	17

Введение

Учебный план подготовки магистрантов по специальности 1-40 80 02 «Системный анализ, управление и обработка информации» предусматривает изучение дисциплины «Планирование научного эксперимента».

Целью учебной дисциплины является подготовка, ознакомление магистрантов с базовыми определениями и понятиями экспериментальных исследований, методикой планирования и организации экспериментальных исследований, принципами анализа и обработки данных; изучение типичных примеров применения современных методов обработки результатов экспериментальных исследований.

Задачами учебной дисциплины являются:

- освоение специфической терминологии математической теории планирования эксперимента;
- изучение теории планирования пассивных и активных экспериментов;
- проведения экспериментов для решения инженерно-технических задач.

Практические работы являются обязательной составной частью учебного процесса при изучении дисциплины и позволяют закрепить на практике полученные теоретические знания.

Индивидуальные задания по практическим работам выбираются в зависимости от тематики магистерской диссертации и проводимых исследований магистрантом. С учетом этого, а также большого количества информации по теме планирования эксперимента и статистической обработке экспериментальных данных, **в данных методических рекомендациях вместо подробного разбора определенных тематик, из-за ограниченного объема, приводятся преимущественно ссылки на первоисточники [1–17] с кратким описанием по каждой работе,** в которых магистрант должен будет брать необходимую информацию и выполнять индивидуальные задания.

Для всех работ индивидуальным заданием для магистрантов является разбор каждого из методов применительно к его тематике магистерской диссертации.

Выполненная лабораторная работа оформляется в виде отчёта, в котором кратко излагаются методика выполнения работы и расчет в соответствии с тематикой магистерской диссертации.

Практические работы защищаются по мере их выполнения. После защиты всех работ, выполненных в семестре, магистрант получает допуск к сдаче зачёта.

1 Лабораторная работа № 1. Однофакторный эксперимент. Алгоритм проведения эксперимента

Цель работы: ознакомиться с методикой однофакторного эксперимента.

Эксперимент – это научно поставленный опыт, наблюдение исследуемого явления в установленных условиях, позволяющих следить за ходом явления и неоднократно воспроизводить его при повторении этих условий. Но сути эксперимент является основой научного познания, на котором основываются выводы науки. Лишь эксперимент позволяет подтвердить или опровергнуть научную версию.

Как и любая другая научная дисциплина, организация и планирование эксперимента имеют свою строго определенную, во многом регламентируемую стандартами (ГОСТ 15895, ГОСТ 16504, ГОСТ 24026) терминологию.

По ГОСТ 24026 эксперимент трактуется как система операций, воздействий, наблюдений, направленных на получение информации об объекте исследования. Он включает в себя ряд опытов, в процессе которых происходит воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях с обеспечением возможности регистрации результатов каждого опыта. Условия опытов задаются уровнями факторов, или значениями независимых переменных величин, влияющих, по мнению экспериментатора, на объект исследования. По результатам опыта устанавливается значение отклика, или зависимой переменной, по предположению зависящей от принятых факторов. В результате эксперимента определяется зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Необходимо отметить, что любой эксперимент предполагает проведение тех или иных опытов.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

По цели проведения и форме представления полученных результатов эксперимент делят на качественный и количественный.

Качественный эксперимент устанавливает только сам факт существования какого-либо явления, но при этом не дает никаких количественных характеристик объекта исследования. Любой эксперимент, каким бы сложным он ни был, всегда заканчивается представлением его результатов, формулировкой выводов, выдачей рекомендаций. Эта информация может быть выражена в виде графиков, чертежей, таблиц, формул, статистических данных или словесных описаний. Качественный эксперимент как раз и предусматривает именно словесное описание его результатов. Зачастую качественный эксперимент существенно проще количественного и не требует специальной аппаратуры.

Количественный эксперимент не только фиксирует факт существования того или иного явления, но, кроме того, позволяет установить соотношения между количественными характеристиками явления и количественными характеристиками способов внешнего воздействия на объект исследования.

Количественный эксперимент, прежде всего, предполагает количественное определение всех тех способов внешнего воздействия на объект исследования, от которых зависит его поведение – количественное описание всех факторов.

Фактор – переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента.

В отдельном конкретном опыте каждый фактор может принимать одно из возможных своих значений – уровень фактора.

Уровень фактора – фиксированное значение фактора относительно начала отсчета.

В количественном эксперименте необходимо не только регистрировать уровни всех контролируемых факторов, но и иметь возможность устанавливать количественное описание того свойства (отклика) исследуемого явления, которое изучает (наблюдает) экспериментатор. Причем поскольку на объект исследования в процессе эксперимента всегда влияет огромное количество неконтролируемых факторов, что вносит в получаемые результаты некоторый элемент неопределенности, значение отклика, в каждом конкретном опыте, невозможно предсказать заранее. Поэтому воспроизведение исследуемого явления при одном и том же фиксированном наборе уровней всех контролируемых факторов всегда будет приводить к различным значениям отклика, т. е. отклик – это всегда случайная величина.

Отклик – наблюдаемая случайная переменная, по предположению зависящая от факторов.

Функция отклика – зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Пассивный эксперимент – эксперимент, при котором уровни факторов в каждом опыте регистрируются исследователем, но не задаются. Поскольку при пассивном эксперименте исследователь не имеет возможность задать уровень ни одного из факторов, то при проведении опытов ему остается лишь «пассивно» наблюдать за явлением и регистрировать результаты.

Планирование пассивного эксперимента сводится к определению числа опытов, которые необходимо провести исследователю для решения поставленной перед ним задачи, а конечной целью пассивного эксперимента в большинстве случаев является получение функции отклика.

Если же экспериментатор имеет возможность не только контролировать факторы, но и управлять ими, то такой эксперимент носит название активного.

Активный эксперимент – эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем. Поскольку в этом случае экспериментатор имеет возможность «активно» вмешиваться в исследуемое явление, то естественно, что активный эксперимент всегда предполагает какой-либо план его проведения.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов. Поэтому активный эксперимент всегда должен начинаться с планирования.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего поставленным требованиям.

К требованиям, предъявляемым при планировании активного эксперимента, можно отнести степень точности и надежности результатов, полученных после проведения эксперимента, сроки и средства, имеющиеся в распоряжении исследователя, и т. д.

Алгоритм проведения эксперимента:

- определение целей эксперимента, обоснование условий, которые способствовали бы наиболее полному и всестороннему проявлению свойств, отношений, связей системы и ее компонентов;
- разработка систем показателей, измерителей, ориентиров (для производственных и социальных экспериментов), технических средств и устройств (для технических экспериментов);
- планирование эксперимента;
- наблюдение, измерение, фиксирование обнаруженных свойств, отношений, связей, тенденций развития; статистическая обработка результатов эксперимента;
- контроль эксперимента;
- предварительная классификация и сравнение статистических данных о результатах эксперимента;
- интерпретация (истолкование) результатов эксперимента.

Пример выполнения лабораторной работы.

Пусть необходимо взвесить на весах три тела A , B и C разной массы при условии, что нулевое положение весов не отрегулировано. При составлении плана эксперимента принято строить матрицу планирования. В таблице 1.1 приведен первый план взвешивания. Значения «1» и «-1» в таблице соответствуют наличию или отсутствию объекта на весах.

Таблица 1.1 – Первый план эксперимента

Номер опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	-1	-1	-1	y_0
2	+1	-1	-1	y_1
3	-1	+1	-1	y_2
4	-1	-1	+1	y_3

Эксперимент состоит из четырех опытов. При первом опыте снимают показания пустых весов и выставляют их нулевое положение, затем отдельно взвешивается каждый из объектов. Расчет веса и погрешности измерений σ^2 каждого из тел производится по следующим формулам:

$$\begin{cases} A = y_1 - y_0; \\ B = y_2 - y_0; \\ C = y_3 - y_0; \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\sigma^2[A] = \sigma^2[B] = \sigma^2[C] = 2\sigma^2[y].$$

Поскольку погрешности независимых измерений складываются, а вес каждого объекта получен в результате двух измерений, погрешность составляет $2\sigma^2$.

Оптимально будет провести эксперимент по схеме, показанной в таблице 1.2. В этом случае взвешивается отдельно каждый из объектов и все объекты вместе. Непосредственное измерение погрешности y_0 не проводят.

В этом случае выигрыш при проведении эксперимента заключается в том, что масса каждого из объектов вычисляется по формулам (1.2), а дисперсия результатов оказывается вдвое меньше. Этот результат получается за счет того, что при втором плане эксперимента смещение нуля измерительной аппаратуры (весов) исключено.

Таблица 1.2 – Второй план эксперимента

Номер опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	+1	-1	-1	y_1
2	-1	+1	-1	y_2
3	-1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{(y_1 - y_2 - y_3 + y_4)}{2}; \\ B = \frac{(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)}{2}; \\ C = \frac{(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)}{2}; \\ \sigma^2[A] = \sigma^2\left[\frac{(y_1 - y_2 - y_3 + y_4)}{2}\right] = \frac{4\sigma^2[y]}{4} = \sigma^2[y]; \\ \sigma^2[B] = \sigma^2[C] = \sigma^2[y]. \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Этот простой пример показывает возможный выигрыш от изменения плана эксперимента, т. е. планирование эксперимента позволяет либо уменьшить число измерений, либо увеличить их точность.

Подробно с примерами тематика планирования и обработки результатов однофакторного эксперимента приводится в [1, глава 2, с. 43–61, 2; с. 64–72].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по однофакторному эксперименту.
- 3 Подготовить экспериментальные данные.
- 4 Провести планирование эксперимента в соответствии с алгоритмом, приведенным в разделе «*Пример выполнения лабораторной работы*», обеспечив минимальную погрешность измерений.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое эксперимент?
- 2 Для чего выполняются эксперименты?
- 3 Расскажите алгоритм проведения эксперимента.
- 4 Что такое однофакторный эксперимент?
- 5 Какова роль эксперимента в инженерной практике?

2 Лабораторная работа № 2. Получение математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов

Цель работы: получить математическую зависимость параметра оптимизации методом наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов (МНК) – математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомым переменных. Он может использоваться для «решения» переопределенных систем уравнений (когда количество уравнений превышает количество неизвестных), для поиска решения в случае обычных (не переопределенных) нелинейных систем уравнений, для аппроксимации точечных значений некоторой функции. МНК является одним из базовых методов регрессионного анализа для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным.

Пример выполнения лабораторной работы.

Связь между величинами – линейная и задана выражением

$$y(x) = a_0 + a_1 x. \quad (2.1)$$

Система нормальных уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} na_0 + a_1 \sum_i^n x_i &= \sum_i^n y_i; \\ a_0 \sum_i^n x_i + a_1 \sum_i^n x_i^2 &= \sum_i^n y_i x_i. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В таблице 2.1 представлены исходные данные для расчета. Значения $y^*(x_i)$ получены с использованием выражения (2.1).

Таблица 2.1 – Данные для расчета линейной регрессии

y_i	x_i	x_i^2	$y_i x_i$	$y^*(x_i)$
4	0,5	0,25	2,0	4,35
6	1,5	2,25	9,0	5,21
5,5	2,5	6,25	13,75	6,07
7	3,5	12,25	24,5	6,93
8	4,5	20,25	36,0	7,79
8,5	5,5	30,25	46,75	8,65
$\sum_i^n y_i$	$\sum_i^n x_i$	$\sum_i^n x_i^2$	$\sum_i^n y_i x_i$	

Подставляем полученные суммы в систему (2.2) и решаем ее относительно неизвестных коэффициентов:

$$6a_0 + 18a_1 = 39;$$

$$18a_0 + 71,5a_1 = 132.$$

Таким образом, получили линейное уравнение регрессии, которое имеет вид

$$y^*(x) = 3,92 + 0,86 x.$$

Подробное описание получения математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов приводится в [1, с. 43–47; 17, с. 13–17].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Получить методом наименьших квадратов математическую зависимость параметра оптимизации на основании данных, приведенных в таблице 2.1, положив $x_i = 2x_i$, $y_i = 2y_i$.
- 4 Построить теоретическую линию регрессии и нанести на график экспериментальные данные. Проанализировать результаты аппроксимации.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое метод наименьших квадратов?
- 2 В каких случаях применяется метод наименьших квадратов?
- 3 Как влияет объём выборки на корреляционную зависимость?
- 4 При каком значении коэффициента корреляции регрессионная зависимость считается адекватной?

3 Лабораторная работа № 3. Полный факторный эксперимент

Цель работы: ознакомиться с методикой проведения полнофакторного эксперимента.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) – совокупность нескольких измерений, удовлетворяющих следующим условиям:

- количество измерений составляет $2n$, здесь n – количество факторов;
- каждый фактор принимает только два значения – верхнее и нижнее;
- в процессе измерения верхние и нижние значения факторов комбинируются во всех возможных сочетаниях.

Преимуществами полного факторного эксперимента являются:

- простота решения системы уравнений оценивания параметров;
- статистическая избыточность количества измерений, которая уменьшает влияние погрешностей отдельных измерений на оценку параметров.

Полным факторным экспериментом называется эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов. Если число факторов равно n , а число уровней каждого фактора равно p , то имеем полный факторный эксперимент типа p^n .

Подробное описание ПФЭ и примеров его использования приводится в [17, с. 17–27; 2, с. 72–80; 3, с.75–90; 21, с.178–186].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Провести полный факторный эксперимент. Последовательность проведения эксперимента следующая.
 - 3.1 Подготовить экспериментальные данные.
 - 3.2 Определить область планирования эксперимента, число действующих факторов, функцию отклика.
 - 3.3 Провести проверку экспериментальных данных на однородность и нормальность.
 - 3.4 Запустить программу «полный факторный эксперимент».
 - 3.5 Провести расчет матрицы планирования ПФЭ, занести матрицу в протокол. Необходимо обратить внимание, что матрица заполняется в строгом соответствии с планом эксперимента.
 - 3.6 Получить уравнение регрессии. Занести результаты в отчет. Провести сравнение экспериментальных и расчетных значений. Занести в отчет полученную таблицу.
 - 3.7 Провести оценку значимости коэффициентов регрессии и оценку адекватности полученного уравнения.
 - 3.8 Провести анализ типа поверхности отклика, построить линии равного уровня. Результаты занести в протокол. Схематично изобразить полученную поверхность, линии равного уровня.

3.9 Рассчитать значения выходного параметра.

3.10 Рассчитать отклонение расчетного значения выходного параметра от экспериментальных данных в центре плана.

4 Написать выводы о проделанной работе.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое полный факторный эксперимент?
- 2 Расскажите последовательность проведения полнофакторного эксперимента.
- 3 В чем отличие полнофакторного от однофакторного эксперимента?
- 4 Как определяется число опытов при полнофакторном эксперименте?
- 5 Как определяются коэффициенты регрессии в полнофакторном эксперименте?

4 Лабораторная работа № 4. Методика получения зависимости степенного вида

Цель работы: приобрести навыки расчёта коэффициентов уравнения регрессии степенного вида и сделать проверку его на адекватность.

При проведении эксперимента и установлении математической зависимости часто используются зависимости степенного вида. Теоретическое обоснование расчёта коэффициентов уравнения регрессии степенного вида аналогично приведенному в лабораторной работе № 2.

Пример выполнения лабораторной работы.

В таблице 4.1 представлены исходные данные для расчета коэффициентов уравнения регрессии степенного вида. Из таблицы видно, что значения зависимой переменной y сначала возрастают, а затем начинают убывать. Это признак зависимости между переменными x и y , которая задана выражением

$$y(x) = a + b x + c x^2. \quad (4.1)$$

Значения $y^*(x_i)$ в таблице получены с использованием выражения (4.3). Система нормальных уравнений для данного случая имеет вид

$$\begin{cases} na + b \sum_i^n x_i + c \sum_i^n x_i^2 = \sum_i^n y_i; \\ a \sum_i^n x_i + b \sum_i^n x_i^2 + c \sum_i^n x_i^3 = \sum_i^n y_i x_i; \\ a \sum_i^n x_i^2 + b \sum_i^n x_i^3 + c \sum_i^n x_i^4 = \sum_i^n y_i x_i^2. \end{cases} \quad (4.2)$$

Найдем эмпирическое уравнение этой зависимости. Предварительно рассчитаем вспомогательные величины $\sum_i^n y_i$, $\sum_i^n y_i x_i$, $\sum_i^n y_i x_i^2$ и др. Результаты расчета приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Данные для расчета параметров регрессии

x_i	y_i	$y_i x_i$	x_i^2	$y_i x_i^2$	x_i^3	x_i^4	$y^*(x_i)$
1	18,2	18,2	1	18,2	1	1	17,6
2	20,1	40,2	4	80,4	8	16	20,9
3	23,4	70,2	9	210,6	27	81	23,3
4	24,6	98,4	16	393,6	64	256	24,8
5	25,6	128,0	25	640,0	125	625	25,5
6	25,9	155,4	36	932,4	216	1296	25,3
7	23,6	165,2	49	1156,4	343	2401	24,2
8	22,7	181,6	64	1452,8	512	4096	22,3
9	19,2	172,8	81	1555,2	729	6561	19,4
$\sum_i^n x_i =$ = 45	$\sum_i^n y_i =$ = 203,3	$\sum_i^n y_i x_i =$ = 1030,0	$\sum_i^n x_i^2 =$ = 285	$\sum_i^n y_i x_i^2 =$ = 6439,6	$\sum_i^n x_i^3 =$ = 2025	$\sum_i^n x_i^4 =$ = 15333	$\sum_i^n y^*(x_i) =$ = 203,3

Подставляем полученные суммы в систему (4.2) и решаем ее относительно неизвестных коэффициентов:

$$9a + 45b + 285c = 203,3;$$

$$45a + 285b + 2025c = 1030,0;$$

$$285a + 2025b + 15333c = 6439,6.$$

Таким образом, получили уравнение регрессии, которое имеет вид

$$y^*(x) = 13,466 + 4,587x - 0,436x^2. \quad (4.3)$$

Подробное описание математических методов обработки экспериментальных данных с получением зависимостей степенного вида приводится в [17, с. 28–33].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Получить математическую зависимость параметра оптимизации на основании данных, приведенных в таблице 4.1, положив $x_i = 0,5x_i$, $y_i = 0,5y_i$.
- 4 Построить теоретическую линию регрессии и нанести на график экспериментальные данные. Проанализировать результаты аппроксимации.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое зависимости степенного вида?
- 2 Каким образом уравнения степенного вида преобразуются в линейную модель?
- 3 Как происходит проверка модели на адекватность?

5 Лабораторная работа № 5. Методика исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени

Цель работы: ознакомиться с методикой исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени.

Планирование второго порядка используют на практике в тех случаях, когда линейного приближения недостаточно для математического описания результатов исследований с нужной точностью. В итоге возникает необходимость в построении модели в виде полинома второй степени. Теоретическое обоснование расчёта коэффициентов уравнения регрессии степенного вида аналогично приведенному в лабораторной работе № 4.

Пример выполнения лабораторной работы.

В таблице 5.1 представлены исходные данные для расчета эмпирического уравнения для параболы. Из таблицы видно, что значения зависимой переменной y сначала возрастают, а затем начинают убывать. Это признак параболической зависимости между переменными x и y , которая задана выражением

$$y(x) = c x^2. \quad (5.1)$$

Значения $y^*(x_i)$ в таблице получены с использованием выражения (5.3).

Для решения задачи достаточно одного уравнения вида

$$c \sum_i^n x_i^2 = \sum_i^n y_i. \quad (5.2)$$

Найдем эмпирическое уравнение этой зависимости. Предварительно рассчитаем вспомогательные величины $\sum_i^n y_i$, $\sum_i^n y_i x_i$, $\sum_i^n y_i x_i^2$ и др. Результаты расчета приведены в таблице 5.1.

Подставляем полученные суммы в систему (5.2) и решаем ее относительно неизвестных коэффициентов:

$$55c = 165,7.$$

Таблица 5.1 – Данные для расчета параболической регрессии

x_i	y_i	x_i^2	$y^*(x_i)$
1	3,1	1	3,1
2	12,0	4	12,04
3	27,2	9	27,1
4	48,3	16	48,15
5	75,1	25	75,25
$\sum_i^n x_i = 15$	$\sum_i^n y_i = 165,7$	$\sum_i^n x_i^2 = 55$	$\sum_i^n y^*(x_i) = 165,64$

Таким образом, получили уравнение регрессии, которое имеет вид

$$y^*(x) = 3,01 x^2. \quad (5.3)$$

Подробное описание методики получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени приводится в [17, с. 33–36].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Получить математическую зависимость параметра оптимизации на основании данных, приведенных в таблице 5.1, положив $x_i = 0,5x_i$, $y_i = 0,5y_i$.
- 4 Построить теоретическую линию регрессии и нанести на график экспериментальные данные. Проанализировать результаты аппроксимации.

Контрольные вопросы

- 1 Как происходит оптимизация моделей?
- 2 Расскажите методику исследований получения параметра оптимизации.
- 3 Что такое полином второй степени?

6 Лабораторная работа № 6. Оценка точности обработки по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности

Цель работы: выполнить оценку точности обработки результатов экспериментальных исследований по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности.

Метод Гаусса включает в себя прямой (приведение расширенной матрицы к ступенчатому виду, т. е. получение нулей под главной диагональю) и обратный (получение нулей над главной диагональю расширенной матрицы) ходы. Прямой ход и называется методом Гаусса, обратный – методом Гаусса – Жордана, который отличается от первого только последовательностью исключения переменных.

Метод Гаусса идеально подходит для решения систем, содержащих больше трех линейных уравнений, для решения систем уравнений, которые не

являются квадратными (чего не скажешь про метод Крамера и матричный метод). То есть метод Гаусса – наиболее универсальный метод для нахождения решения любой системы линейных уравнений. Он работает в случае, когда система имеет бесконечно много решений или несовместна.

Суть метода Симпсона заключается в приближении подынтегральной функции на отрезке $[a, b]$ интерполяционным многочленом второй степени $p_2(x)$, т. е. приближение графика функции на отрезке параболой. Для интерполирования подынтегральной функции используются три точки.

Подробное описание методов Гаусса, Симпсона и равной вероятности приводится в [17, с. 36–40; 2, с. 102–106].

Порядок выполнения практической работы

1 Изучить материал в приведенных литературных источниках.

2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.

3 Провести необходимые расчеты в соответствии со следующим алгоритмом. Пусть адекватная линейная модель, полученная в эксперименте, имеет вид полинома первой степени. Коэффициенты полинома являются частными производными функции отклика по соответствующим переменным. Их геометрический смысл – тангенсы углов наклона гиперплоскости к соответствующей оси. Большой по абсолютной величине коэффициент соответствует большему углу наклона и, следовательно, более существенному изменению параметра оптимизации при изменении данного фактора. Анализ полученной модели проводят в несколько этапов.

4 Установить, в какой мере каждый из факторов влияет на параметр оптимизации. Величина коэффициента регрессии – количественная мера этого влияния: чем больше коэффициент, тем сильнее влияет фактор. Знаки коэффициентов указывают на характер влияния факторов. Знак «плюс» говорит о том, что с увеличением значения фактора растет величина параметра оптимизации, а знак «минус» указывает на убывание параметра оптимизации при увеличении фактора.

5 Совокупность факторов расположить в соответствии с силой их влияния на параметр оптимизации. Факторы, коэффициенты которых незначимы, из интерпретации исключить, т. к. при данных интервалах варьирования и ошибке воспроизводимости они не оказывают существенного влияния на параметр оптимизации.

6 Рассмотреть априорные сведения об объекте исследования, которые могут дать некоторые представления о характере действия факторов. Если обнаружено противоречие, то следует рассмотреть две причины возникновения такой ситуации:

- 1) в эксперименте допущена ошибка, и он должен быть подвергнут ревизии;
- 2) неверны априорные представления.

Контрольные вопросы

- 1 Как происходит оценка точности экспериментальных исследований?
- 2 Расскажите о методе Гаусса.
- 3 Расскажите о методе Симпсона.

Список литературы

- 1 **Грачев, Ю. П.** Математические методы планирования эксперимента / Ю. П. Грачев, Ю. М. Плаксин. – Москва: ДеЛи принт, 2005. – 296 с.
- 2 **Горохов, В. А.** Основы экспериментальных исследований и методика их проведения: учебное пособие / В. А. Горохов. – Минск; Москва: Новое знание; ИНФРА-М, 2016. – 655 с.
- 3 **Рыжков, И. Б.** Основы научных исследований и изобретательства: учебное пособие / И. Б. Рыжков. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2013. – 224 с.
- 4 **Обработка экспериментальных данных на ЭВМ: учебник / О. С. Логунова [и др.].** – Москва: ИНФРА-М, 2019. – 326 с.
- 5 **Карманов, Ф. И.** Статистические методы обработки экспериментальных данных с использованием пакета MathCad: учебное пособие / Ф. И. Карманов, В. А. Острейковский. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2015. – 208 с.
- 6 **Гребенникова, И. В.** Методы математической обработки экспериментальных данных: учебно-методическое пособие / И. В. Гребенникова. – 2-е изд., стер. – Москва: Флинта; Урал. ун-т, 2017. – 124 с.
- 7 **Карманов, Ф. И.** Статистические методы обработки экспериментальных данных с использованием пакета MathCad: учебное пособие / Ф. И. Карманов, В. А. Острейковский. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2018. – 208 с.
- 8 **Юдин, Ю. В.** Организация и математическое планирование эксперимента: учебное пособие / Ю. В. Юдин, М. В. Майсурадзе, Ф. В. Водолазский. – Екатеринбург: Урал. ун-т, 2018. – 124 с.
- 9 **Рыжков, И. Б.** Основы научных исследований и изобретательства: учебное пособие / И. Б. Рыжков. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2013. – 224 с.
- 10 **Афанасьева, Н. Ю.** Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента: учебное пособие / Н. Ю. Афанасьева. – Москва: КНОРУС, 2017. – 336 с.
- 11 **Барботько, А. И.** Статистические алгоритмы обработки результатов экспериментальных исследований в машиностроении: учебное пособие / А. И. Барботько. – Старый Оскол: ТНТ, 2017. – 404 с.
- 12 **Блохин, А. В.** Теория эксперимента [Электронный ресурс]: курс лекций: в 2 ч. / А. В. Блохин. – Минск: Электронная книга БГУ, 2003. – Ч. 1. – Режим доступа: <http://anubis.bsu.by/publications/elresources/Chemistry/blohin1.pdf>. – Дата доступа: 15.11.2023.
- 13 **Блохин, А. В.** Теория эксперимента [Электронный ресурс]: курс лекций в 2 ч. / А. В. Блохин. – Минск: Электронная книга БГУ, 2003. – Ч. 2. – Режим доступа: <http://anubis.bsu.by/publications/elresources/Chemistry/blohin2.pdf>. – Дата доступа: 15.11.2023.
- 14 **Попов, А. А.** Оптимальное планирование эксперимента в задачах структурной и параметрической идентификации моделей многофакторных систем: монография / А. А. Попов. – Новосибирск: НГТУ, 2013. – 296 с.

15 **Блягоз, З. У.** Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций: учебное пособие / З. У. Блягоз. – Москва: Лань, 2018. – 224 с.

16 **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технологических систем: учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: Новое знание, 2013. – 584 с.

17 **Шатуров, Г. Ф.** Методы экспериментальных исследований. Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» дневной формы обучения / Г. Ф. Шатуров, Д. Г. Шатуров. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019 – 43 с.

18 **Леонов, А. Н.** Основы научных исследований в примерах и задачах: учебно-методическое пособие / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкие; под ред. А. Н. Леонова. – Минск: БГАТУ, 2013. – 136 с.

19 **ГОСТ 24026–80.** Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. – Минск: Госстандарт, 1981 – 24 с.

20 **Адлер, Ю. П.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – Москва: Наука, 1976. – 280 с.

21 Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: учебное пособие / Н. А. Спириин [и др.]; под общ. ред. Н. А. Спирина. – Екатеринбург: УИИЦ, 2015. – 290 с.

22 **ГОСТ 15895–77 (СТ СЭВ 547–84).** Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения. – Минск: Госстандарт, 1988.

23 **ГОСТ 16504–81.** Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения. – Минск: Госстандарт, 1981.

24 Инструкция о порядке оформления квалификационной научной работы (диссертации) на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук, автореферата и публикаций по теме диссертации [Электронный ресурс] постановление Высш. аттестац. комис. Респ. Беларусь, 28 февр. 2014 г., № 3. – Режим доступа: <https://vak.gov.by/On-Approval-of-Instruction>. – Дата доступа: 15.11.2023.

25 **Новицкий, П. В.** Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1991. – 354 с.

26 **Тюрин, Ю. Н.** Статистический анализ данных на компьютере // Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров. – Москва: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.

27 **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2006. – 479 с.

28 **Гнеденко, Б. В.** Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – Москва: Наука, 1988. – 448 с.

29 **Венцель, Е. С.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров. – Москва: Наука, 1988. – 480 с.

30 **Венцель, Е. С.** Теория вероятностей / Е. С. Венцель. – Москва: Высшая школа, 1998. – 576 с.

31 **Бендат, Дж.** Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1989. – 540 с.

32 **Гайдышев, И.** Анализ и обработка данных: специальный справочник / И. Гайдышев. – Санкт-Петербург: Питер, 2001. – 752 с

33 **Чекотовкий, Э. В.** Графический анализ статистических данных в Microsoft Excel 2000 / Э. В. Чекотовкий. – Москва; Санкт-Петербург; Киев: Диалектика, 2002. – 462 с.

34 **Бородин, А. Н.** Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: учебник для вузов / А. Н. Бородин. 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2002. – 356 с.

35 **Сидняев, Н. И.** Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных: учебное пособие / Н. И. Сидняев. – Москва: Юрайт, 2015. – 496 с.

36 **Щурин, К. В.** Методика и практика планирования и организации эксперимента: практикум / К. В. Щурин, Д. А. Косых. – Оренбург: ОГУ, 2012. – 185 с.