

УДК 629.114.2

И.С. Сазонов, д. т. н., В.А. Ким, д. т. н., Э.И. Ясюкович, к. т. н.

Белорусско-Российский университет, Могилев

Н.П. Амельченко, к. т. н.

Белорусский государственный аграрный

технический университет, Минск

Д.А. Дубовик, к. т. н.

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, Минск

А.Г. Стасилевич

Минский тракторный завод, Беларусь

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА С ПОДРЕССОРИВАНИЕМ КАБИНЫ И СИДЕНЬЯ ОПЕРАТОРА

*В работе приведены разработанные математические модели и программное обеспечение для моделирования вертикальной динамики колесного трактора на основе двух расчетных схем — с подрессориванием сиденья оператора и с подрессориванием кабины и сиденья оператора. Представлены некоторые результаты моделирования*

Республика Беларусь входит в число десяти основных производителей тракторов, поэтому в условиях обострения конкуренции на мировом рынке тракторостроение страны должно обеспечивать высокую надежность и долговечность, а также соответствующие требованиям международных стандартов условия труда [3].

Специфика и условия эксплуатации колесных тракторов таковы, что водитель (оператор) подвержен различного рода вредным воздействиям, одной из которых являются низкочастотные вибрации [2]. Продолжительные воздействия низкочастотных вибраций в диапазоне 2...8 Гц приводят к профессиональным заболеваниям водителя. В связи с этим возникла проблема защиты водителя от таких воздействий, которая решается не только инженерами, но и медиками, и даже юристами. Нормы безопасности сельскохозяйственных машин регулируются законодательно международными нормами. Поэтому устранение вибраций на рабочем месте водителя колесного трактора представляет собой одну из важнейших задач. В настоящей работе предложена методика исследования и анализа названных вибраций, которая основана на использовании разработанных математических моделей колебаний оператора на сиденье. При этом рассмотрены два вари-

ного колесного трактора: первая — с подрессоренными кабиной и сиденьем оператора, а вторая — с подрессоренным только сиденьем оператора.

Расчетная схема моделируемой системы первого варианта представлена на рисунке 1, в которой приняты следующие независимые координаты:  $z_c$ ,  $z_k$ ,  $z_v$  — вертикальные перемещения центров масс трактора, его кабины и водителя;  $\phi$ ,  $\phi_k$  — угловые перемещения в продольной плоскости остова трактора и кабины;  $\psi$ ,  $\psi_k$  — поперечные перемещения остова трактора и кабины. Использованы следующие обозначения:  $c$ ,  $c_k$ ,  $c_v$  — центры масс трактора, кабины и сиденья водителя соответственно;  $m$ ,  $m_k$ ,  $m_v$  — массы трактора, кабины и сиденья с водителем;  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  — коэффициенты жесткостей шин трактора;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  — коэффициенты демпфирования шин трактора;  $c_{k1}$ ,  $c_{k2}$ ,  $c_{k3}$ ,  $c_{k4}$  — коэффициенты жесткости опор кабины;  $k_{k1}$ ,  $k_{k2}$ ,  $k_{k3}$ ,  $k_{k4}$  — коэффициенты демпфирования опор кабины;  $c_s$ ,  $k_s$  — коэффициенты жесткости и демпфирования сиденья водителя;  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$  — ординаты неровностей микропрофиля опорной поверхности под левым и правым передними и левым и правым задними колесами трактора;  $l_1$ ,  $l_2$  — расстояние от центра масс трактора до его передней оси и заднего моста;  $l_{12}$ ,  $l_{34}$  — расстояние от центра масс трактора до точек крепления передних и задних опор кабины;  $l_k$ ,  $l_v$  — расстояния от центра масс трактора до центров масс кабины и сиденья водителя;  $b_1$ ,  $b_2$  — расстояние от центра масс сиденья водителя до линии, соединяющей точки крепления передних и задних опор кабины на корпусе трактора;  $h_k$ ,  $h_v$  — расстояние по вертикальной оси от центра масс трактора до центров масс кабины и сиденья водителя.

Математические модели трактора разработаны на основе математической схемы Лагранжа второго рода [1]. При этом для построения

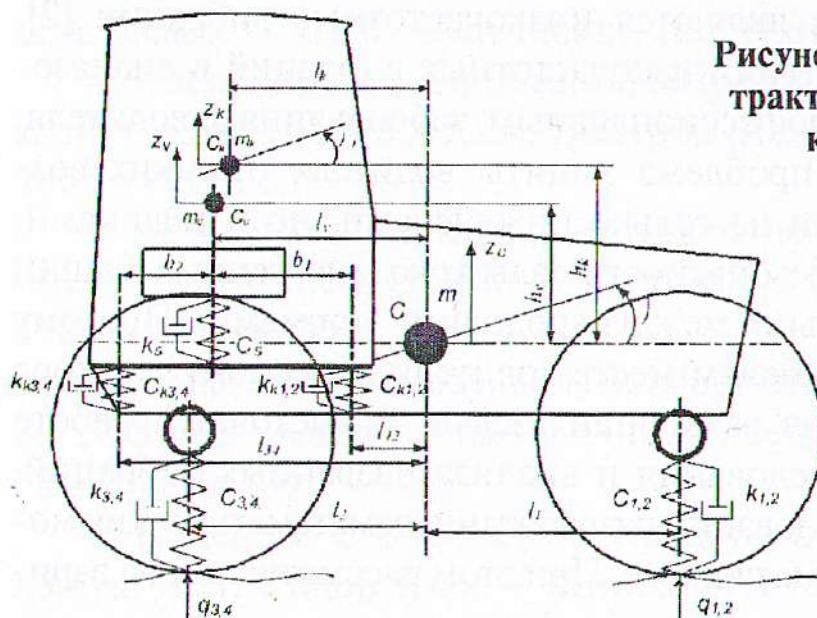


Рисунок 1 — Расчетная схемы трактора с подрессоренными кабиной и сиденьем

выражений обобщенных сил использовались уравнения обобщенных работ:

$$Q_i = \sum_{j=1}^n F_j \frac{\delta b_j}{\delta r_i}, \quad i = \overline{1, m},$$

где  $F_j$  — активная сила, приложенная в  $j$ -ой точке системы;  $\delta b_j$  — вариация радиуса вектора  $b_j$ , определяющего положение  $j$ -ой точки системы;  $\delta r_i$  — вариация  $i$ -ой независимой координаты.

Произведя соответствующие преобразования выражений кинетической и потенциальной энергий и диссипативной функции согласно вышеупомянутой схеме Лагранжа, была получена имитационная математическая модель (1) вертикальных и продольно-поперечных колебаний трактора с неподрессоренными передними и задними колесами. Все дифференциальные уравнения модели оказались разрешенными относительно старших производных второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{z}_c = (\sum_{i=1}^4 P_i - \sum_{i=1}^4 P_{ki}) / m; \\ \ddot{z}_k = (\sum_{i=1}^4 P_{ki} - \sum_{i=1}^4 P_v) / m_k; \\ \ddot{z}_v = P_v / m_v; \\ \ddot{\phi} = (-\sum_{i=1}^2 P_i l_1 + \sum_{i=3}^4 P_i l_2 - \sum_{i=1}^2 P_{ki} l_{12} - \sum_{i=3}^4 P_{ki} l_{34}) \cos \phi / J_y \\ \ddot{\psi} = [(P_2 - P_1)d_1 + (P_4 - P_3) \cdot d_2] \cos \psi / J_x; \\ \ddot{\phi}_k = (\sum_{i=1}^2 P_{ki} a_1 - \sum_{i=3}^4 P_{ki} a_2) \cos \phi_k / J_{ky}; \\ \ddot{\psi}_k = [(P_{k1}s_1 - P_{k2}s_2) + (P_{k3}s_1 - P_{k4}s_2) \cos \psi_k / J_{kx}] \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $m$ ,  $m_k$ ,  $m_v$  — массы трактора, кабины и сиденья с водителем;  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_{kx}$ ,  $J_{ky}$  — моменты инерции трактора и кабины относительно их собственных центральных осей;  $d_1$ ,  $d_2$  — половина ширины передней и задней колеи трактора;  $a_1$ ,  $a_2$  — расстояние по горизонтали от центра масс кабины до линий, соединяющих точки крепления ее передних и задних опор на корпусе трактора;  $s_1$ ,  $s_2$  — расстояние по горизонтали от центра масс сиденья водителя до линий, соединяющих левые и правые опоры кабины.

Упругие силы  $P_i$ ,  $P_{ki}$ ,  $P_v$ , возникающие при деформации шины  $i$ -го колеса трактора,  $i$ -го элемента опоры кабины и элемента подвески сиденья водителя, вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} P_i &= c_i \cdot (q_i - z_i) + k_i \cdot (\dot{q}_i - \dot{z}_i); \\ P_{ki} &= c_{ki} \cdot (z_{Ti} - z_{ki}) + k_{ki} \cdot (\dot{z}_{Ti} - \dot{z}_{ki}); \\ P_v &= c_s \cdot (z_k - z_v) + k_s \cdot (\dot{z}_k - \dot{z}_v). \end{aligned}$$

Здесь  $z_{Ti}$  — координаты крепления  $i$ -го элемента подвески кабины на корпусе трактора;  $z_{ki}$  — координата крепления элемента подвески сиденья водителя на корпусе кабины;  $q_i$  — скорости изменения неровностей микропрофиля опорной поверхности под  $i$ -м колесом трактора.

Координаты  $z_{Ti}$  и  $z_{ki}$  вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} z_{Ti} &= z_c - l_{12} \sin \varphi \mp b_1 \sin \psi, \quad i = 1, 2; \\ z_{Ti} &= z_c - l_{34} \sin \varphi \mp b_2 \sin \psi, \quad i = 3, 4; \\ z_{ki} &= z_k + a_1 \sin \varphi_k \mp s_1 \sin \psi_k, \quad i = 1, 2; \\ z_{ki} &= z_k - a_2 \sin \varphi_k \mp s_2 \sin \psi_k, \quad i = 3, 4. \end{aligned}$$

Второй вариант математической модели отличается от первого отсутствием упругих и диссипативных элементов с параметрами  $c_{ki}$ ,  $k_{ki}$ , т. е. подпрессоривания кабины. В расчетной схеме приняты следующие независимые координаты:  $z_c$ ,  $z_v$  — вертикальные перемещения центров масс трактора и водителя;  $\varphi$ ,  $\psi$  — угловые перемещения в продольной и поперечной плоскостях остова трактора.

Математическая модель трактора с неподпрессоренной кабиной имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{z}_c = \sum_{i=1}^4 P_i / m; \\ \ddot{z}_v = P_v / m_v; \\ \ddot{\varphi} = (-\sum_{i=1}^2 P_i l_1 + \sum_{i=3}^4 P_i l_2) \cos \varphi / J_y; \\ \ddot{\psi} = [(P_2 - P_1)d_1 + (P_4 - P_3)d_2] \cos \psi / J_x, \end{array} \right.$$

где

$$\begin{aligned} P_i &= c_i (q_i - z_i) + k_i (\dot{q}_i - \dot{z}_i); \\ P_v &= c_s (z_t - z_v) + k_s (\dot{z}_t - \dot{z}_v); \\ z_t &= z_c - L_v \sin \varphi; \\ \dot{z}_t &= \dot{z}_c - \dot{\varphi} L_v \cos \varphi. \end{aligned}$$

Моделирование движения трактора проводилось по различным категориям опорных поверхностей, микропрофиль которых харак-

теризуется экспоненциально-косинусной корреляционной функцией вида [4]

$$R_q(t) = s^2 e^{-\alpha|t|} \cos \beta t,$$

где  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение высоты неровности микропрофиля опорной поверхности;  $\alpha, \beta$  — коэффициенты корреляционной связи, характеризующие затухание корреляционной функции и ее колебательный процесс.

Реализация микропрофиля в виде последовательности высот его неровностей  $q_i$  имеет вид

$$q_i = a_0 x_i^N + a_1 x_{i-1}^N + b_1 q_{i-1} + b_2 q_{i-2}, \quad i = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $x_i^N$  — нормально распределенные случайные числа с параметрами  $m_q = 0, \sigma_q = 1$ ;  $m_q, \sigma_q$  — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение высоты неровностей реализации микропрофиля опорной поверхности.

Коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  вычислялись по формулам:

$$a_0 = \sigma_q b_0; \quad a_1 = \sigma_q a_0 / b_0.$$

Для вычисления коэффициентов  $b_0, b_1$ , и  $b_2$  использовались зависимости

$$b_0 = \sqrt{\frac{c_1 + \sqrt{c_1^2 - 4c_0^2}}{2}};$$

$$b_1 = 2e^{-\alpha h} \cos \beta h; \quad b_2 = e^{-2\alpha h},$$

где  $h$  — шаг дискретизации независимой переменной, используемый при интегрировании дифференциальных уравнений движения.

Коэффициенты  $c_0$  и  $c_1$  вычислялись по формулам

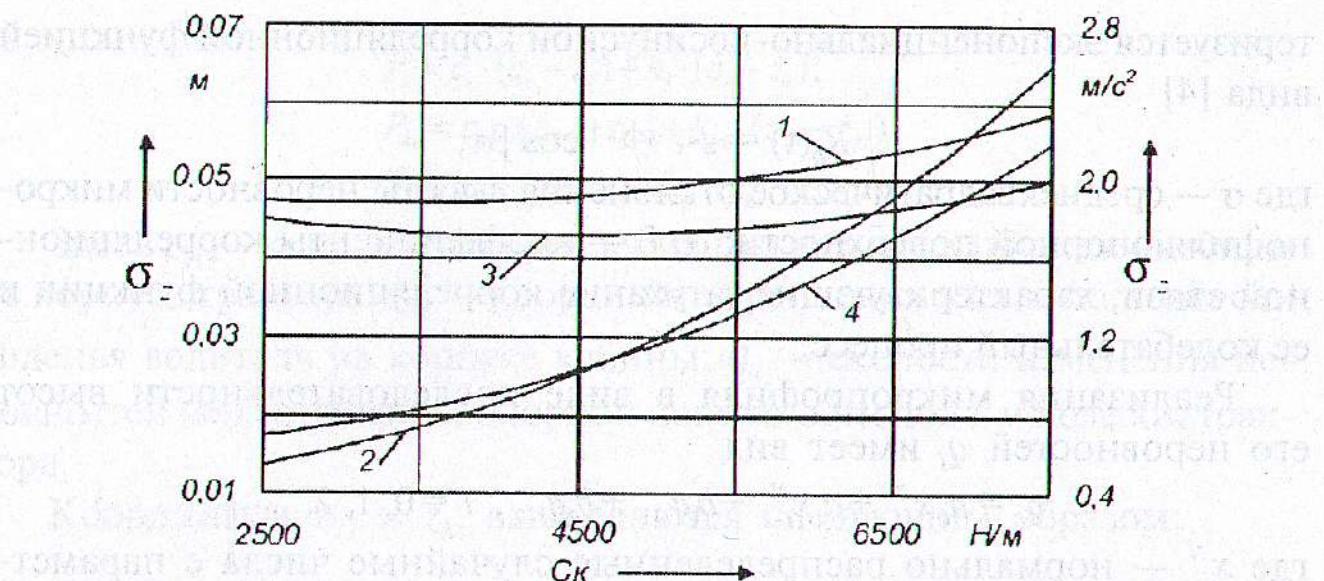
$$c_0 = e^{-\alpha h} (e^{-2\alpha h} - 1) \cos \beta h;$$

$$c_1 = 1 - e^{-4\alpha h}.$$

Расчетные исследования проводились с помощью разработанной на языке VBA программного обеспечения в среде табличного процессора MS Excel. При этом исходные данные вводились из первого листа книги Excel. На второй лист построчно выводились результаты интегрирования уравнений математической модели, по которым на этом же листе формировались графики динамического процесса движения трактора.

Каждый вариант моделирования фиксировался на третьем листе Excel таким образом, что по ним строились графики зависимостей средних квадратических отклонений динамических параметров движения трактора от коэффициентов жесткости его элементов.

На рисунке 2 представлены обработанные результаты имитационного моделирования — зависимости средних квадратических откло-



**Рисунок 2 — Зависимость средних квадратических вертикальных перемещений и ускорений сиденья водителя от коэффициента жесткости элементов подвески кабины колесного трактора**

1, 2 — средние квадратические значения вертикальных перемещений и ускорений центра масс подрессоренного сиденья водителя; 3, 4 — средние квадратические значения вертикальных перемещений и ускорений центра масс неподрессоренного сиденья водителя

перемещений и ускорений сиденья водителя от жесткости элементов подвески кабины трактора, полученные при движении трактора с неподрессоренным и подрессоренным сиденьем по грунтовой дороге со скоростью 2,5 м/с на интервале времени 0...12 с.

Приведенные на рисунке 2 графические зависимости показывают, что при использовании подрессоривания кабины средние квадратические отклонения вертикальных перемещений и ускорений сиденья водителя уменьшаются на 15 % при значении коэффициента жесткости подвески кабины 7500 Н/м. При меньших значениях указанного коэффициента отмеченное влияние заметно снижается.

### Список литературы

1. Лурье, А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с., ил.
2. Силаев, А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин / А.А. Силаев. — М.: Машиностроение, 1972. — 192 с., ил.
3. Амельченко, Н.П. Подвеска сиденья водителя колесного трактора / Н.П. Амельченко, В.А. Ким; под ред. И.С. Сазонова // — Могилев: Бел.-Рос. ун-т, 2006. — 180 с., ил.
4. Фурунжиев, Р.И. Вычислительная техника и ее применение / Фурунжиев Р.И. — Минск: Выш. шк., 1975. — 400 с.