

УДК 51-73

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ n -УГОЛЬНИКА ПО КООРДИНАТАМ ЕГО ВЕРШИН

Б. Ю. ЧЕМЕРИЧКО

Научный руководитель Е. Л. СТАРОВОЙТОВА, канд. пед. наук, доц.

Белорусско-Российский университет

Могилев, Беларусь

Для получения общей формулы для вычисления площади n -угольника по известным координатам его вершин рассмотрим матрицу размером $n \times 2$, элементами которой являются данные координаты.

Далее выполним следующие действия:

1) проведем диагонали по схеме, изображенной на рис. 1;

2) подсчитаем сумму произведений чисел, которые соединены диагональю шага 1;

3) подсчитаем сумму произведений чисел, которые соединены диагональю шага 2.

Получим

$$S_1 = x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_n y_1; \quad (1)$$

$$S_2 = y_1 x_2 + y_2 x_3 + \dots + y_n x_1. \quad (2)$$

Найдем половину разности сумм (1) и (2):

$$S = \frac{1}{2} |(x_1 y_2 - y_1 x_2) + (x_2 y_3 - y_2 x_3) + \dots + (x_n y_1 - y_n x_n)|.$$

В общем виде данная формула имеет вид:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i. \quad (3)$$

Алгоритм, изображенный на рис. 1, иногда называется алгоритмом шнурования, а формула для вычисления площади n -угольника по известным координатам его вершин – формулой шнуровки [1].

Эту же формулу можно получить с помощью векторного произведения двух векторов, заданных координатами вершин n -угольника. Рассмотрим случай $n = 3$ и найдем площадь треугольника (рис. 2).

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - y_1 x_2).$$

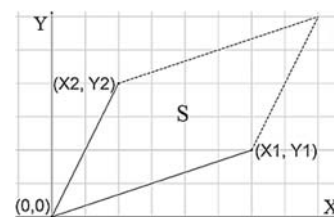


Рис. 1

Рис. 2

В случае n -угольника при разбиении его на треугольники также получим формулу (3).

Формула (3) используется, в частности, в геодезии и лесном хозяйстве для расчета небольших площадей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Режим доступа: https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php?title=Shoelace_Theorem.