

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

В. А. КУЗНЕЦОВА, О. В. БОНИЦКАЯ, О. В. ИНЧЕНКО

Тульский государственный университет

Тула, Россия

В настоящее время достижения в области математики и современной вычислительной техники находят широкое применение в самых разных областях жизни и деятельности человека. Накоплен достаточный опыт постановки и решения многих задач с помощью математических методов, и каждый современный специалист должен уметь применять эти методы в своей профессиональной деятельности. В математическом анализе часто встречаются задачи, точное аналитическое решение которых получить не удаётся. К таким задачам относятся, например, задачи, связанные с вычислением определенных интегралов. Тогда для их приближенного вычисления применяются, в том числе, численные методы. В этом случае задача состоит в применении некоторого алгоритма, который позволяет за конечное число шагов вычислить определенный интеграл и обеспечить необходимую точность вычислений. Такой процесс может оказаться весьма длительным и трудоемким. Применение математических пакетов в

таких случаях призвано обеспечить получение быстрого и надежного результата. За специалистом остается лишь анализ полученных результатов и их интерпретация в условия решаемой задачи.

Во втором семестре в курсе математического анализа, рассчитанного на 24 ч аудиторной нагрузки, из которой 8 ч отведено на лекционные занятия и 16 ч на практические, дополнительно предусмотрена курсовая работа. Цель выполнения курсовой работы – углубленное изучение теоретического материала и отработка практических навыков применения методов качественного исследования и программных пакетов при вычислении определенных и несобственных интегралов, а именно использование стандартных функций, заложенных в математическом пакете wxMaxima.

Например, для вычисления приближенного значения интегралов используются методы численного интегрирования Ньютона – Котеса. В качестве заданий предлагается вычислить определенный интеграл аналитически, а также с помощью методов левых, правых, средних прямоугольников, метода трапеций и метода Симпсона с заданной точностью.

Пример выполнения одного из заданий. С помощью метода левых прямоугольников вычислить определенный интеграл $\int_{-1}^0 (x+1)^2 \sin 3x dx$ с точностью $\varepsilon = 0.001$.

```
(%i6) f(x):= (x+1)^2·sin(3·x);
      numer : true;
      a: -1; b : 0;
      epsilon : 0.001;
      romberg(f(x), x, a, b);

(%o1) f(x):=(x+1)2 sin(3 x)
(%o2) true
(%o3) -1
(%o4) 0
(%o5) 0.001
(%o6) -0.1859264653027625

(%i12) JI(n):=ev((b-a)/n·sum(f(a+(b-a)/n·i), i, 0, n-1),numer);
      epsilon : 0.001;
      n : 1;while abs(JI(n)-JI(2·n)) > epsilon do n : n+1;
      n;
      JI(2·n);
```

$$(\%o7) \text{ JI}(n):=\text{ev}\left(\frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(f\left(a+\frac{b-a}{n} i\right)\right), \text{numer}\right)$$

```
(%o8) 0.001
(%o9) 1
(%o10) done
(%o11) 14
(%o12) -0.185607624168928
```

Для определения количества отрезков разбиения, обеспечивающих заданную точность, был организован цикл. Получили $n = 14$, а результат вычисления интеграла: -0.185607624168928 .

В качестве вывода необходимо провести сравнительный анализ использованных методов.

Такой подход к изучению методов вычисления определенных интегралов позволит сформировать у студентов понимание математического содержания конкретного метода (границ его применимости, погрешности и т. д.) и умение использовать современные программные средства. При этом весьма важным оказывается выбор базового программного средства.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 672 с.
2. Применение цифровых технологий при изучении аналитической геометрии / Л. А. Белая [и др.] // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сб. тр. Междунар. науч. конф. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2023. – С. 1286–1290.
3. Применение цифровых технологий в математике / Л. А. Белая [и др.] // Опорный образовательный центр: сб. кейсов за 2021 год по развитию цифровых компетенций обучающихся по программам среднего профессионального и высшего образования. – Казань, 2021. – С. 93–96.