

УДК 37.091.3:51

ОБ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

А. А. РОМАНЕНКО

Белорусско-Российский университет  
Могилев, Беларусь

В 2021 г. в Белорусско-Российском университете открыта новая специальность «Прикладная математика», профиль «Разработка программного обеспечения». Согласно учебному плану подготовка студентов осуществляется по классическим математическим требованиям. Изучаются отдельно математические дисциплины, одной из которых является «Теория функций комплексной переменной».

Основными целями дисциплины являются: формирование высокого уровня математической культуры; развитие логического и алгоритмического мыш-

ления; развитие творческих способностей, навыков исследовательской работы и самостоятельного расширения математических знаний.

Дисциплина «Теория функций комплексной переменной» изучается в четвертом семестре. На нее выделено 50 аудиторных часов, из которых 16 лекционных и 34 практических. Для данной дисциплины это, конечно же, мало. Материал значительно «богаче» математического анализа функций действительных переменных [1]. Но это принципиально не новый материал для студентов, однако он порой не имеет наглядных интерпретаций, что затрудняет его понимание. Так, например, графики элементарных функций комплексной переменной (ФКП) представляют собой две различные поверхности, которые описываются двумя функциями двух действительных переменных.

Тем не менее последовательное изложение материала, начиная с описания линий и областей с помощью комплексных чисел и далее отображения точек, линий и областей комплексной плоскости  $z = x + iy$  на комплексную плоскость  $w = u + iv$  при отображении  $w = f(z)$ , приводило к пониманию геометрического смысла и сущности ФКП. Определенные затруднения в понимании вызвало понятие многолистных функций, хотя это простой аналог периодической функции одной действительной переменной. Многозначность значений ФКП не вызвала затруднений. Однако анализ соответствия однолиственности, многолиственности, однозначности и многозначности функций приводил к полной путанице в этих понятиях.

Определенный восторг испытывали студенты связью тригонометрических и гиперболических функций комплексной переменной, однако обратные тригонометрические и гиперболические функции воспринимались чисто формально. Но это не столь важно, поскольку это чисто теоретические вопросы, практические приложения которых выходят за рамки курса.

Дифференцируемость и аналитичность ФКП, геометрический смысл модуля и аргумента производной не вызвали затруднений в понимании, а также восстановление аналитической функции по известной ее действительной или мнимой части на основании условий Коши – Римана, поскольку студенты знакомы с этими положениями из курса математического анализа функции действительной переменной и теории обыкновенных дифференциальных уравнений [2] (решение уравнений в полных дифференциалах). Понятие конформности отображений осталось на уровне определения и наглядных иллюстраций ввиду краткости курса.

Интегрирование ФКП также не вызвало затруднений, поскольку студенты знакомы с криволинейными интегралами второго рода функции двух действительных переменных. Понравилось и вызвало удивление у студентов доказательство теоремы Коши для аналитической функции с использованием теоремы Грина в односвязной и многосвязной областях, а также доказательство инте-

гральных формул Коши для функции и ее производных, хотя пришлось уверять студентов в справедливости ряда Тейлора для аналитических функций, поскольку степенные ряды изучаются после интегрирования ФКП. Большой интерес вызвали приемы вычисления контурных интегралов от аналитических функций не находя первообразных, а лишь пользуясь интегральными формулами Коши для функции и ее производных. На практических занятиях студенты с большим энтузиазмом выделяли под интегралами необходимые конструкции.

Изучение вопросов сходимости комплексных числовых и степенных рядов прошло без особых нюансов, поскольку все признаки абсолютной сходимости числовых и степенных рядов, в частности теорема Абеля, детально изучались в курсе математического анализа функций одной действительной переменной и логически продолжились для ФКП, при этом областью сходимости степенных рядов являлись точки, круги, кольца или вся комплексная плоскость. При разложении аналитических функций в ряды Тейлора – Маклорена пригодились приемы разложений, которые детально изучались в действительном анализе.

Некоторые сложности в изучении вызвали ряды Лорана, классификация особых точек, в частности существенно особая точка и бесконечно удаленная особая точка. Для их установления требовалось нахождение соответствующего предела. И если в случаях конечного и бесконечного предела не возникало вопросов, то в случае, когда предел не существует, а лорановское разложение содержит бесконечное число слагаемых в сингулярной части ряда, вопросов было много, и причиной этому было незнание факта существования предела (независимости значения предела от способа стремления  $z \rightarrow z_0$ , которых бесконечное множество). Установление порядка нулей и полюсов на основании нахождения соответствующих пределов, а также разложение в ряд Лорана функций в окрестности устранимой особой точки и полюсов и вычисление вычетов в этих точках не вызывало затруднения. При этом разложения в ряды Лорана выполнялись не по определению, а, как и в случаях ряда Тейлора – Маклорена, с помощью соответствующих приемов, основанных на таблице рядов Маклорена для основных элементарных ФКП и сообразительности. Слово «сообразить» понравилось студентам, они часто повторяли его, т. е. перед началом решения задачи говорили, что надо «сообразить».

Очевидно, что лекционных часов недостаточно для проведения всех доказательств и формирования устойчивых понятий математических положений теории ФКП. Многие положения приходилось излагать постулятивно, со ссылками на литературу для интересующихся. Не хватило времени на различные приложения ФКП. За пределами курса остались важные для практических применений вопросы, связанные с теоремой Руше, принципом аргумента аналитических функций, леммой Жордано и т. д. Однако следует заметить, при необхо-

димости студенты в состоянии самостоятельно освоить эти вопросы, поскольку требуемые для этого знания получены.

Дисциплина вызвала определенный интерес и удивила студентов красотой математических положений и формул теории ФКП, таких как теорема Коши, интегральная формула Коши для функции и ее производных, вычисление контурных интегралов от ФКП не находя первообразных, некоторых определенных и несобственных интегралов с использованием интегральных формул Коши и теории вычетов, связью основных математических констант, например  $e^{i\pi} = -1$  и т. д.

В целом, в группе присутствовала атмосфера учебы и интереса к предмету, и цели, изложенные ранее, достигнуты, а успешное освоение студентами данной дисциплины позволит им овладеть основами других математических дисциплин и сопутствующих им прикладных.

Необходимо отметить также, что постоянное внимание к учебным и житейским делам студентов куратора группы Александра Николаевича Бондарева поддерживало атмосферу учебы и состязательности в учебе, а также доброжелательности в отношениях и взаимопомощи.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Романенко, А. А.** О подготовке студентов по математическому анализу специальности «Прикладная математика» / А. А. Романенко // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2022. – С. 79–81.

2. **Романенко, А. А.** Об изучении дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» / А. А. Романенко // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 92–95.

УДК 37.016:(517+537)

#### ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ БЛОК-СХЕМ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ В КУРСЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

**А. И. СЕРЫЙ**

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина  
Брест, Беларусь

В курсе теоретической физики (в том числе в разделе «Электродинамика») присутствует заметное количество задач, которые не могут быть решены в одно-два действия. Нередко разбор решения содержит большое количество фор-