ления образования «Математика»: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / К. Д. Джакаева. – Ташкент, 2021. – 53 с.

УДК 512.1; 517.53.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ КРАТНЫХ КОРНЕЙ КУБИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

М. ТАДЖИЕВ
Институт исследования рынка труда
Ташкент, Узбекистан
К. Д. ДЖАКАЕВА
Нукусский инновационный институт
Нукус, Узбекистан

Множество различных алгебраических и геометрических задач сводятся к какому-либо уравнению, в частности к кубическому уравнению

$$x^3 + px^2 + qx + t = 0 \ . \tag{1}$$

Методы решения уравнений третьей степени (формула Кардано и др.) выходят за рамки программы обычной школы [1]. Поэтому если на олимпиаде попадается кубическое уравнение, то следует искать искусственный приём, приспособленный для решения такого уравнения. Одним из приёмов является применение производных.

Рассмотрим, как применяется производная к исследованию кратного решения $x_1 = x_2 \neq x_3$ уравнения (1). Для этого обозначим левую часть уравнения (1) через $y(x)$, т. е.

$$y(x) = x^3 + px^2 + qx + t,$$

и найдем производную функции $y(x)$:

$$y'(x) = 3x^2 + 2px + q.$$

Теперь решаем квадратное уравнение

$$3z^2 + 2pz + q = 0. \tag{2}$$

Пусть уравнение (2) имеет два действительных корня: $z = z_1$ и $z = z_2$. Если выполняется равенство $p^2 - 3q = \frac{3}{2}|z_1 - z_2|$, то один из корней ($z_1$ или z_2) совпадает с x_1, т. е. $z_1 = x_1$ или $z_2 = x_1$. Пусть $z_1 = x_1$. Тогда третий корень уравнения (1) определяется из равенства $p^2 - 3q = |x_1 - x_3|$ или $x_3 = \frac{3}{2}z_2 - \frac{1}{2}x_1$.

Например, рассмотрим уравнение

$$x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0.$$

Тогда уравнение (2) имеет вид

$$3z^2 - 14z + 16 = 0,$$

корень которого равен $z_1 = 2$ и $z_2 = \frac{8}{3}$. Проверяем равенство:

$$p^2 - 3q = (-7)^2 - 3 \cdot 16 = 1 = \frac{3}{2}|z_1 - z_2| = \frac{3}{2}\left|2 - \frac{8}{3}\right| = 1.$$

Выполнение этого равенства означает, что данное уравнение имеет кратное решение $x_1 = x_2 = z_1 = 2$. Теперь определяем третий корень данного уравнения из равенства $x_3 = \frac{3}{2}z_2 - \frac{1}{2}x_1$, т. е.

$$x_3 = \frac{3}{2}z_2 - \frac{1}{2}x_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} - \frac{1}{2} \cdot 2 = 3,$$

или по теореме Виета $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ получим $2 + 2 + x_3 = 7$, откуда $x_3 = 7$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Захарченко, Ю. А.** Алгебраические уравнения высших степеней. От простого к сложному / Ю. А. Захарченко // Все для учителя математики. – 2017. – № 1. – С. 20–23.