

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

# ФИЗИКА

*Практикум по курсу физики  
для студентов всех направлений подготовки  
дневной формы обучения*

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ.  
ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И УРАВНЕНИЯ**



Могилев 2024

УДК 531  
ББК 22.31  
Ф55

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «12» декабря 2023 г.,  
протокол № 4

Составители: д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко;  
ст. преподаватель В. В. Глущенко;  
ст. преподаватель Н. С. Манкевич;  
ст. преподаватель Е. В. Пивоварова

Рецензент канд. техн. наук Е. В. Ильюшина

В методических рекомендациях приводится краткий курс физики для самостоятельной подготовки к сдаче итогового экзамена в форме интернет-тестирования.

Учебное издание

ФИЗИКА

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2024

## Содержание

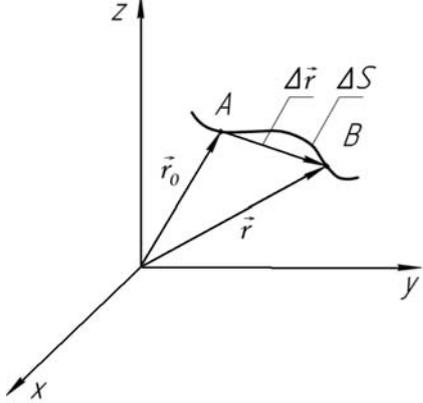
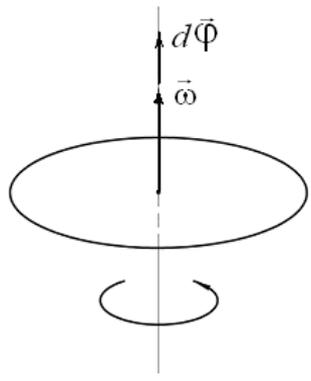
1 Механика.....	4
2 Основы молекулярной физики и термодинамики.....	9
3 Электродинамика.....	17
4 Колебания и волны.....	32
5 Оптика. Квантовая природа излучения.....	35
6 Элементы квантовой физики.....	38
7 Ядерная физика.....	41
Список литературы.....	42

# 1 Механика

## 1.1 Кинематика

Основные уравнения поступательного и вращательного движения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Кинематика поступательного движения	Кинематика вращательного движения
 <p>Вектор перемещения <math>\Delta\vec{r}</math>. Путь <math>\Delta s</math> (при <math>\Delta t \rightarrow 0</math> <math>\Delta r = dr = ds</math>)</p>	 <p>Угловое перемещение <math>d\vec{\varphi}</math>. Угол поворота <math> d\vec{\varphi}  = d\varphi</math></p>
<p>Средняя скорость <math>\langle v \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t}</math>. Мгновенная скорость <math>\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}</math></p>	<p>Угловая скорость <math>\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}</math>, <math>\vec{\omega} \uparrow\uparrow d\vec{\varphi}</math></p>
	<p>Угловое ускорение</p> $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ <p>(<math>\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow d\vec{\omega}</math>, <math>\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}</math>, если ускоренное движение, <math>\vec{\varepsilon} \downarrow\uparrow \vec{\omega}</math>, если замедленное).</p> <p>Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении определяется следующими выражениями:</p> $s = R \cdot \varphi;$ $v = R \cdot \omega; \vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}];$ $a_\tau = R \cdot \varepsilon; a_n = \omega^2 \cdot R,$ <p>где <math>R</math> – радиус окружности. Связь между угловой скоростью и частотой вращения определяется следующим выражением:</p> $\omega = 2\pi n$

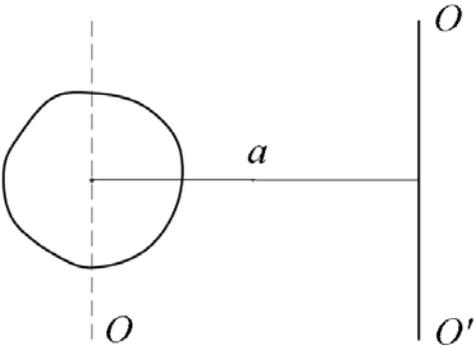
## Окончание таблицы 1

Кинематика поступательного движения	Кинематика вращательного движения
<p>Виды поступательного движения (кинематические уравнения):</p> <p>равномерное  <math>a = 0; v = \text{const}; S = v \cdot t;</math></p> <p>равнопеременное  <math display="block">\begin{cases} v = v_0 \pm at; \\ s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \end{cases}</math></p> <p>ускоренное  <math display="block">a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{d^2t};</math> <math display="block">v = \frac{ds}{dt};</math> <math display="block">s = f(t); s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt</math></p>	<p>Виды вращательного движения (кинематические уравнения):</p> <p>равномерное  <math>\varepsilon = 0; \omega = \text{const}; \varphi = \omega \cdot t;</math></p> <p>равнопеременное  <math display="block">\begin{cases} \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \\ \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \end{cases}</math></p> <p>ускоренное  <math display="block">\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{d^2t};</math> <math display="block">\omega = \frac{d\varphi}{dt};</math> <math display="block">\varphi = f(t); \varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt</math></p>

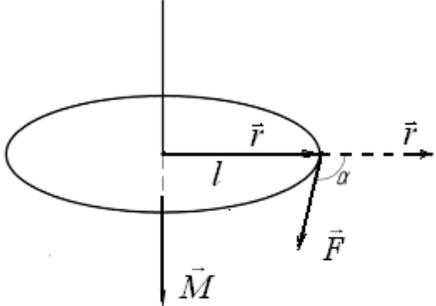
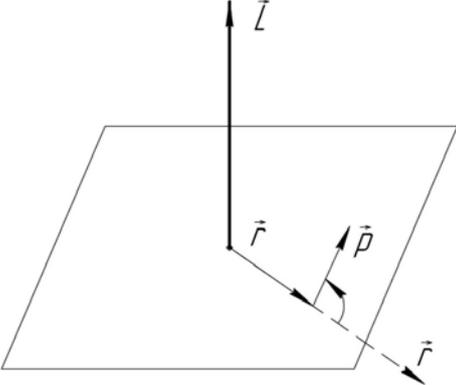
**1.2 Динамика**

Основные уравнения поступательного и вращательного движения приведены в таблице 2.

Таблица 2

Динамика поступательного движения	Динамика вращательного движения
<p>Масса <math>m</math></p> 	<p>Момент инерции <math>J = \sum m_i r_i^2</math>.</p> <p>Момент инерции для некоторых тел:</p> <p>полый цилиндр (обруч) <math>J = mR^2</math>;</p> <p>сплошной цилиндр <math>J = \frac{1}{2} mR^2</math>;</p> <p>тонкий стержень <math>J = \frac{1}{12} ml^2</math>;</p> <p>шар <math>J = \frac{2}{5} mR^2</math>,</p> <p>где <math>R</math> – радиус фигуры вращения;  <math>l</math> – длина стержня.</p> <p>Теорема Штейнера  <math display="block">J_{O'O} = J_0 + ma^2</math></p>

## Продолжение таблицы 2

Динамика поступательного движения	Динамика вращательного движения
<p>Сила <math>\vec{F}</math>.</p> <p>Виды сил:</p> <p>сила тяжести</p> $\vec{F} = m \cdot \vec{g};$ <p>сила упругости</p> $\vec{F} = -k \cdot \vec{r}; F = -k \cdot x;$ <p>сила трения</p> $F_{mp} = \mu \cdot N,$ <p>где <math>g</math> – ускорение свободного падения;  <math>k</math> – коэффициент упругости;  <math>\mu</math> – коэффициент трения;  <math>N</math> – сила реакции опоры</p>	<p>Момент силы <math>\vec{M}</math></p> $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]; M = r \cdot F \cdot \sin \alpha \quad (\alpha = \vec{r} \wedge \vec{F}).$ <p>Направление вектора <math>\vec{M}</math> определяют по правилу правого винта в соответствии с рисунком</p> 
<p>2-й закон Ньютона (основное уравнение динамики поступательного движения)</p> $\vec{F} = m\vec{a};$ $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	<p>Основное уравнение динамики вращательного движения</p> $\vec{M} = J\vec{\varepsilon};$ $\vec{M} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
<p>Импульс <math>\vec{p} = m\vec{v}</math></p> 	<p>Момент импульса</p> $\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]; L = J\omega.$ <p>Направление вектора <math>\vec{L}</math> определяют по правилу правого винта</p>
<p>Закон сохранения импульса в замкнутой системе</p> $\vec{p} = \text{const}$	<p>Закон сохранения момента импульса в замкнутой системе</p> $\vec{L} = \text{const}$
<p>Кинетическая энергия</p> $E_K = \frac{1}{2}mv^2.$ <p>Потенциальная энергия</p> $E_{\Pi} = mgh; E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$	<p>Кинетическая энергия</p> $E_K = \frac{1}{2}J\omega^2$
<p>Закон сохранения энергии в замкнутой консервативной системе</p> $E_K + E_{\Pi} = \text{const}$	<p>Закон сохранения энергии в замкнутой консервативной системе</p> $E_K + E_{\Pi} = \text{const}$

Окончание таблицы 2

Динамика поступательного движения	Динамика вращательного движения
Работа $dA = FdS \cos \alpha = F_S dS ;$ $A = \int_S F_S dS$	Работа $dA = M_Z d\varphi ;$ $A = \int_{\varphi} M_Z d\varphi$
Мощность $N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	Мощность $N = \frac{dA}{dt} = \vec{M} \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

### 1.3 Некоторые основные соотношения механики

Закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  – модуль упругости при одностороннем растяжении (сжатии).

$$F = k\Delta l; \quad \vec{\sigma} = \frac{d\vec{F}}{dS}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Движение центра масс системы

$$\vec{p} = m\vec{v}_c,$$

где  $\vec{p}$  – суммарный импульс системы;

$m$  – масса системы;

$\vec{v}_c$  – скорость центра масс.

Связь потенциальной энергии  $E_{II}$  в поле консервативных сил с силой

$$\vec{F} = -\text{grad } E_{II} = -\left(\vec{i} \frac{dE_{II}}{dx} + \vec{j} \frac{dE_{II}}{dy} + \vec{k} \frac{dE_{II}}{dz}\right) = -\nabla E_{II},$$

где  $\nabla$  – оператор Гамильтона.

### 1.4 Специальная теория относительности

Система отсчета  $k$  неподвижна, а система  $k'$  движется относительно системы  $k$  со скоростью  $v$ , близкой к скорости света в вакууме  $c$  (рисунок 1).

Преобразования Лоренца (координат и времени)

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad y = y'; \quad z = z';$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$  ( $c$  – скорость света в вакууме).

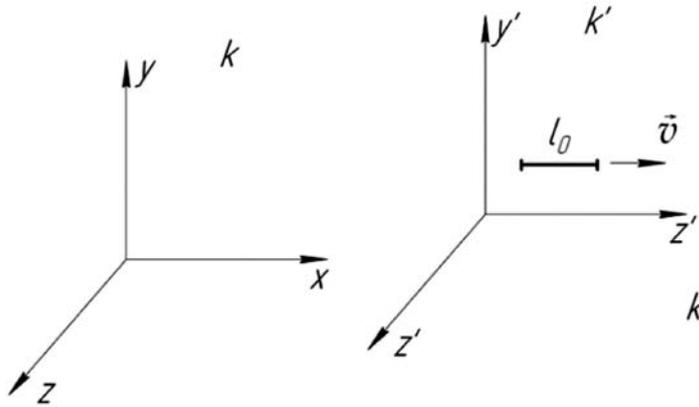


Рисунок 1 – Движение системы  $k'$  относительно неподвижной системы  $k$

Релятивистское сокращение длины стержня

$$l'_0 = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

где  $l_0$  – длина стержня в системе, относительно которой стержень покоится.

Размеры тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшаются в направлении движения. Поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех системах.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $\tau$ ,  $\tau'$  – промежуток времени в системе  $k$  и  $k'$  соответственно.

Релятивистский закон сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}},$$

где  $u$ ,  $u'$  – скорость тела относительно системы  $k$  и  $k'$ .

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $m_0$  – масса покоя тела.

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \vec{v} .$$

Закон взаимосвязи массы и энергии

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} .$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} ;$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_K (E_K + 2m_0 c^2)} .$$

## 2 Основы молекулярной физики и термодинамики

### 2.1 Основные законы идеального газа

Закон Бойля – Мариотта

$$pV = \text{const} \quad (\text{при } T, m = \text{const}).$$

Законы Гей – Люссака и Шарля

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad \text{при } p, m = \text{const}; \quad p = p_0(1 + \alpha t) \quad \text{при } V, m = \text{const} .$$

Закон Дальтона (для смеси газов)

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n ,$$

где  $p$  – давление смеси;

$p_1, \dots, p_n$  – парциальные давления (давления, которые производил бы каждый из газов, если бы он один занимал весь объём).

Основные константы:

– число Авогадро (число частиц в 1 моле вещества)

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

– универсальная газовая постоянная

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$$

– постоянная Больцмана

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}; k = R / N_A.$$

Нормальные условия:

– объем 1 моля газа

$$V_M = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль};$$

– давление газа

$$p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

– температура

$$T = 273,15 \text{ К}.$$

Уравнение Клапейрона – Менделеева для произвольной массы газа  $m$

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT,$$

где  $M$  – молярная масса газа;

$\nu$  – количество вещества.

Уравнение состояния идеального газа

$$p = nkT,$$

где  $n$  – концентрация молекул – число молекул в единице объема.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} \langle E_0 \rangle; \quad p = \frac{1}{3} nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где  $m_0$  – масса молекулы;

$\langle E_0 \rangle$  – средняя кинетическая энергия молекулы газа.

Средняя квадратичная скорость молекулы

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Средняя арифметическая скорость молекулы

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Функция распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v + dv$ :

$$\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv.$$

Распределение Максвелла (рисунок 2)

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left( -\frac{m_0 v^2}{2kT} \right).$$

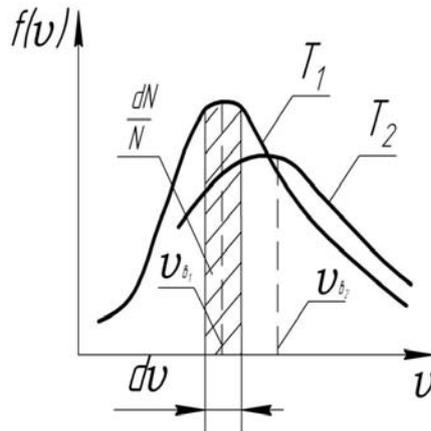


Рисунок 2 – Функция распределения Максвелла

Функция  $f(v)$  достигает максимума при наиболее вероятной скорости  $v_s$ :

$$v_s = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

С повышением температуры ( $T_2 > T_1$ ) значение  $v_s$  растет, но площадь под кривой не изменяется.

Распределение частиц по значениям потенциальной энергии во внешнем потенциальном поле (распределение Больцмана)

$$n = n_0 \exp\left( -\frac{m_0 gh}{kT} \right), \text{ или } n = n_0 \exp\left( -\frac{W}{kT} \right),$$

$$\text{или } \frac{n_1}{n_2} = \exp\left( -\frac{W_1 - W_2}{kT} \right), \text{ или } n = n_0 \exp\left( -\frac{Mgh}{RT} \right),$$

где  $n$  – концентрация молекул на высоте  $h$ ;

$n_0$  – концентрация молекул на высоте  $h = 0$ ;

$W$  – потенциальная энергия.

При  $T = \text{const}$  плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

## 2.2 Явления переноса

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Среднее число столкновений молекулы за 1 с

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ ;

$\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры.

Закон диффузии Фика

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где  $D$  – коэффициент диффузии,  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$ ;

$\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности.

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

где  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ ;

$\frac{dv}{dx}$  – градиент скорости.

Связь кинетических коэффициентов

$$\eta = \rho D; \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1.$$

### 2.3 Законы термодинамики

Средняя кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где  $i$  – число степеней свободы.

Для 1-атомной молекулы  $i = 3$  поступательные степени свободы; для 2-атомной молекулы  $i = 3$  поступательные степени свободы + 2 вращательные степени свободы = 5 степеней свободы; для 3-атомной молекулы и более  $i = 3$  поступательные степени свободы + 3 вращательные степени свободы = 6 степеней свободы.

Внутренняя энергия произвольной массы газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA.$$

Молярная  $C_M$  и удельная  $c_{уд}$  теплоёмкости, связь между ними

$$C_M = \frac{M}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT}; \quad c_{уд} = \frac{\delta Q}{m dT}; \quad C_M = M c_{уд}.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R.$$

Работа газа при изменении его объема (рисунок 3)

$$dA = p dV \quad \text{или} \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам:

1) изохорный процесс,  $V = \text{const}$  (рисунок 4):

$$\delta A = pdV = 0; \delta Q = dU;$$

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_V dT; Q_V = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T;$$

2) изобарный процесс,  $p = \text{const}$  (рисунок 5):

$$A_p = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

$$Q_p = C_p \frac{m}{M} \Delta T = \frac{i+2}{2} R \frac{m}{M} \Delta T;$$

3) изотермический,  $T = \text{const}$  (рисунок 6):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right);$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right); \quad dU = 0; \quad \delta Q = \delta A;$$

4) адиабатный процесс,  $Q = 0, S = \text{const}$  (рисунок 7):

$$\delta Q = 0; \delta A = -dU;$$

$$A = -\Delta U = C_V \frac{m}{M} (T_1 - T_2);$$

$$A_{Q=0} < A_{T=\text{const}}.$$

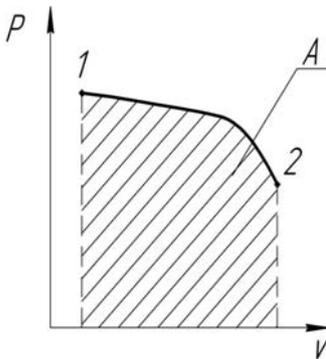


Рисунок 3 – Работа газа

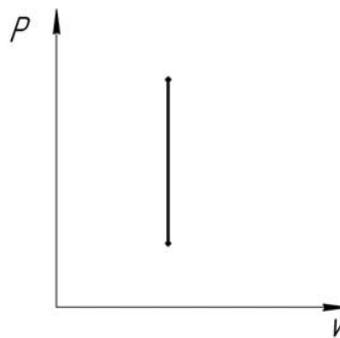


Рисунок 4 –  $V = \text{const}$

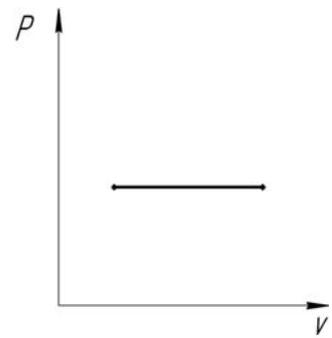
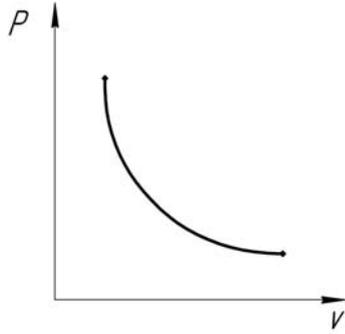
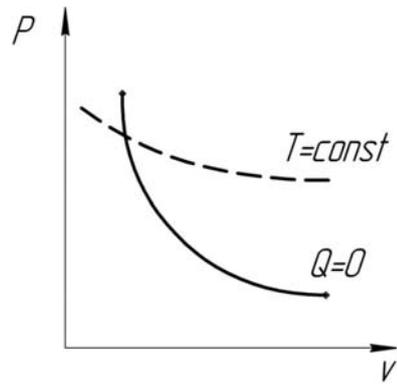


Рисунок 5 –  $P = \text{const}$

Рисунок 6 –  $T = \text{const}$ Рисунок 7 –  $S = \text{const}$ 

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const}, \text{ или } TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ или } T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$ .

Работа газа при адиабатном расширении

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

## 2.4 Круговые процессы

Работа газа при расширении  $A_1 > 0$ , работа сжатия  $A_2 < 0$ .

Работа, совершаемая за цикл,  $A = A_1 + A_2$  (с учетом знаков).

Работа, так же как и теплота  $Q$ , не является функцией состояния системы, а зависит от вида процесса.

Внутренняя энергия  $U$  – функция состояния системы, поэтому  $\oint dU = 0$ .

Если работа за цикл  $A > 0$ , то цикл прямой (кривая описывает цикл по часовой стрелке (рисунок 8)), если работа за цикл  $A < 0$  – цикл обратный (кривая описывает цикл против часовой стрелки (рисунок 9)).

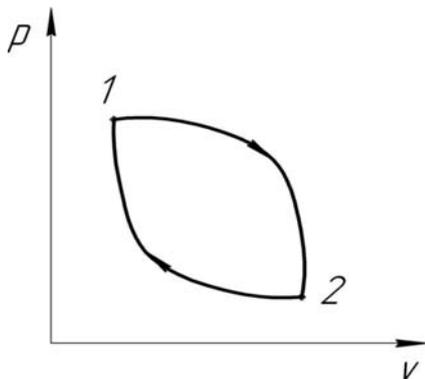


Рисунок 8 – Прямой цикл

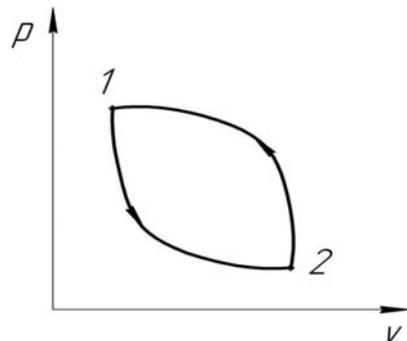


Рисунок 9 – Обратный цикл

Прямой цикл используется в тепловых двигателях, обратный – в холодильных машинах.

Коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  – количество теплоты, получаемое системой от нагревателя;

$Q_2$  – количество теплоты, отдаваемое системой холодильнику.

Коэффициент полезного действия для цикла Карно

$$\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  – температура нагревателя;

$T_2$  – температура холодильника.

Для цикла Карно выполняется условие  $\eta_K > \eta$  при одинаковых температурах нагревателя и холодильника, используемых в цикле Карно и необратимом цикле.

Энтропия  $S$  – функция состояния системы:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как  $dS$  и  $\delta Q$  имеют один и тот же знак, то по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена:

– при нагревании тела  $\delta Q > 0$  и  $dS > 0$ ;

– при охлаждении тела  $\delta Q < 0$  и  $dS < 0$ .

Энтропия – мера неупорядоченности системы. Адиабатный процесс является изоэнтропийным ( $S = \text{const}$ ).

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (V = \text{const}); \quad \Delta S = \frac{m}{M} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (p = \text{const});$$

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (T = \text{const}); \quad \Delta S = 0 \quad (Q = 0).$$

## 2.5 Реальные газы

Уравнение Ван-дер-Ваальса для моля реального газа

$$\left( p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT.$$

где  $a, b$  – поправки Ван-дер-Ваальса.

### 3 Электродинамика

#### 3.1 Электростатическое поле

Закон Кулона для двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия зарядов в среде;

$\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;

$\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\epsilon = \frac{F_0}{F} \geq 1$ ;

$F_0$  – сила взаимодействия зарядов в вакууме.

Напряженность электростатического поля  $\vec{E} = \vec{F} / q$ .

Принцип суперпозиции полей  $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$  (рисунок 10).

Для приведенного примера в соответствии с теоремой косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos\beta} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\alpha}.$$

Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1} q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура (справедлива только для потенциальных полей)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_t dl = 0.$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

Если  $A_{12} = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi$ , то  $\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$ , где

$$A_{12} = q_0 \int \vec{E} d\vec{l} \Rightarrow \Delta\varphi = \int \vec{E} d\vec{l}.$$

Связь между потенциалом электростатического поля и его напряженностью:  $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ ;  $\vec{E} = -\nabla\varphi$ , в одномерном случае  $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$ .

Вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону убывания потенциала (на рисунке 11  $\varphi_2 < \varphi_1$ ); вектор  $\vec{E}$  всегда перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям.

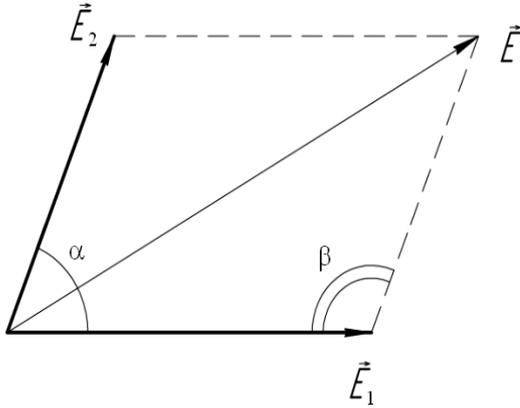


Рисунок 10 – Принцип суперпозиции

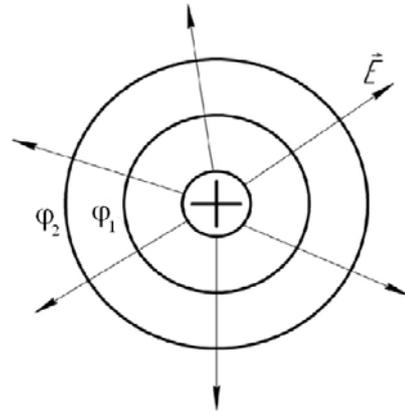


Рисунок 11 – Силовые линии поля

Принцип суперпозиции потенциалов

$$\varphi = \sum \varphi_i \text{ (алгебраическая сумма).}$$

Напряженность электростатического поля:

– равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда,  $\sigma = \frac{dq}{dS}$ ;

– двух бесконечных параллельных, разноименно заряженных плоскостей ( $|\sigma_1| = |\sigma_2| = \sigma$ ,  $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 < 0$ )

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0};$$

– равномерно заряженной сферической поверхности радиусом  $R$ :

а) при  $r > R$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2};$$

б) при  $r < R$

$$E = 0;$$

– цилиндра:

а) при  $r > R$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}; \quad \tau = \frac{dq}{dl};$$

б) при  $r < R$

$$E = 0;$$

– равномерно заряженного шара

а) при  $r > R$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2};$$

б) при  $r = R$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} = \frac{\rho R}{3\epsilon_0};$$

в) при  $r < R$

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0},$$

где  $\rho$  – объемная плотность заряда,  $\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ .

Поляризованность – дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}.$$

Связь между векторами  $P$  и  $E$  (рисунок 12)

$$\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E},$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества.

Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E},$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\epsilon = 1 + \chi$ .

$$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi)\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0\chi\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

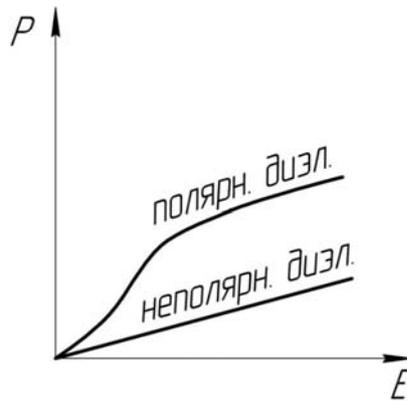


Рисунок 12 – Зависимость поляризованности различных видов диэлектриков от напряженности внешнего электрического поля

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i \quad \text{или} \quad \text{div} \vec{D} = \rho.$$

### 3.2 Электрическая ёмкость

Емкость:

– уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi};$$

– плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d};$$

– цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}};$$

– сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1};$$

– при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots;$$

– при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

### 3.3 Постоянный электрический ток

Сила тока

$$I = \frac{q}{t}.$$

Плотность тока

$$j = I / S.$$

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q_0}; \quad \varepsilon = \oint \vec{E}_{cm} d\vec{l},$$

где  $A_{cm}$  – работа сторонних сил неэлектрического происхождения.

Напряжение

$$U = \frac{A_{cm} + A_{эл\ cm}}{q_0},$$

где  $A_{эл\ cm}$  – работа электростатических сил.

Разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \frac{A_{эл\ cm}}{q_0}.$$

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = U / R,$$

где  $R$  – сопротивление линейного проводника,  $R = \rho \frac{l}{S}$ .

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где  $\gamma$  – удельная проводимость,  $\gamma = 1/\rho$ ;

$\rho$  – удельное сопротивление материала проводника.

Зависимость сопротивления от температуры

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля – Ленца

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи ( $\varepsilon > 0$  или  $\varepsilon < 0$ )

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}.$$

Правила Кирхгофа

$$\sum I_k = 0; \quad \sum I_i R_i = \sum \varepsilon_k.$$

Параллельное соединение проводников

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Последовательное соединение проводников

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

### 3.4 Магнетизм

Магнитный момент рамки с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}.$$

Вращательный момент, действующий на рамку с током в магнитном поле,  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ ,  $M = p_m B \sin \alpha$  (направление – по правилу правого винта или буравчика).

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м;

$\mu$  – магнитная проницаемость среды.

Закон Био – Савара – Лапласа для элемента проводника с током (рисунок 13)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}.$$

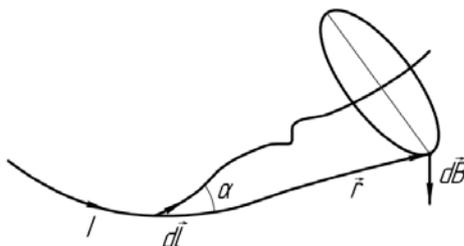


Рисунок 13 – Проводник с током в магнитном поле

Магнитная индукция поля:

– прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R};$$

– в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R};$$

– отрезка тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Закон Ампера  $d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$ ,  $dF = IdlB \sin \alpha$  определяет силу, действующую со стороны магнитного поля на элемент проводника с током.

Направление вектора силы Ампера определяется по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в неё входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы.

Два параллельных проводника с токами одинакового направления притягиваются друг к другу, если токи имеют противоположное направление, то

проводники отталкиваются.

Магнитная индукция поля свободно движущегося заряда

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3}.$$

Сила Лоренца  $\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$ ,  $F = qvB \sin \alpha$  – это сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд.

Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в неё входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению вектора скорости воднике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд.

В случае  $\vec{v} \perp \vec{B}$  траектория движения – окружность; если  $\vec{v}$  составляет с направлением вектора  $\vec{B}$  некоторый угол  $\alpha$ , то траектория движения имеет вид спирали.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k.$$

При этом  $I > 0$ , если его направление связано с направлением обхода контура правилом правого винта. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Тогда магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего  $n$  приведенных витков ( $n = N/l$ ),  $B = \mu_0 NI / l$ .

Магнитная индукция поля тороида

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через произвольную поверхность

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Теорема Гаусса для поля с магнитной индукцией  $\vec{B}$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi.$$

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi'.$$

Закон Фарадея – закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Экстратоки:

– при размыкании

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right);$$

– при замыкании

$$I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right).$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{Si} = -L \frac{dI}{dt}; \quad \Phi_S = LI.$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида, имеющего  $n$  витков,

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \mu n^2 V.$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

### 3.5 Магнитное поле в веществе

Намагниченность – магнитный момент единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}.$$

Связь между векторами  $\vec{J}$  и  $\vec{H}$

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость вещества.

Индукция магнитного поля

$$\vec{B} = \vec{B}_{внешн} + \vec{B}_{внутр} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi) = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

Виды магнетиков (рисунок 14):

– диамагнетики  $\chi < 0$ ,  $\mu < 1$ ;

– парамагнетики  $\chi > 0$ ,  $\mu > 1$ ,  $\mu = \frac{B}{B_0} = 1 + \chi$ ;

– ферромагнетики  $\chi \gg 0$ ,  $\mu \gg 1$ .

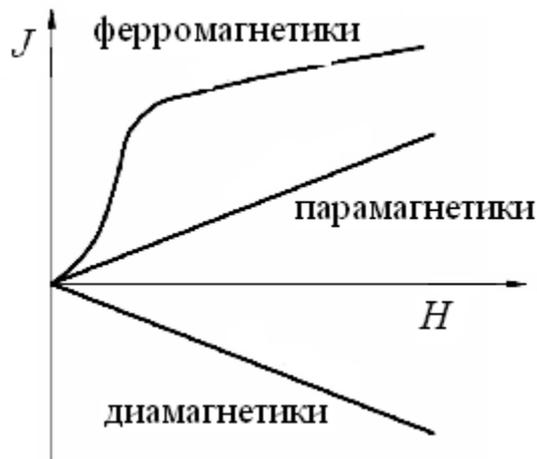


Рисунок 14 – Зависимость намагниченности различных типов магнетиков от напряженности внешнего магнитного поля

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где  $I$  – макротоки (токи проводимости),

$I'$  – микротоки (молекулярные токи).

Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I = \oint_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

### 3.6 Система уравнений Максвелла

1 Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле (что и является причиной возникновения индукционного тока в контуре)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

2 Всякое изменение электрического поля вызывает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

где  $\vec{j}$  – плотность тока проводимости;

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  – ток смещения.

3 Теорема Остроградского – Гаусса для поля  $\vec{D}$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV.$$

4 Теорема Остроградского – Гаусса для поля  $\vec{B}$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Материальные соотношения

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Полная система уравнений Максвелла:

– в интегральной форме

$$\left\{ \begin{array}{ll} \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; & \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV; \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; & \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0; \end{array} \right.$$

– в дифференциальной форме

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{D} = \rho; \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{cases}$$

## 4 Колебания и волны

### 4.1 Уравнение гармонических колебаний

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $\omega_0$  – циклическая частота,  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ ;

$T$  – период колебаний;

$\nu$  – частота колебаний;

$A$  – амплитуда;

$\varphi_0$  – начальная фаза.

Фаза в момент времени  $t$

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний величины  $S$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0.$$

Период колебаний:

– математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

– физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}};$$

– пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Формула Томсона для периода электромагнитных колебаний в контуре

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Скорость

$$v = \frac{dS}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Ускорение

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Сила

$$F = ma = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -m\omega_0^2 x.$$

Кинетическая энергия

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия

$$W = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия

$$E = K + W = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Для графического представления колебаний используется метод векторных диаграмм (рисунок 15). Сложение колебаний методом векторных диаграмм

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где  $A$  – амплитуда результирующих колебаний;

$\varphi_1, \varphi_2$  – фазы складываемых колебаний.

Фаза результирующих колебаний

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где  $A_1, A_2$  – амплитуды складываемых колебаний;

$\varphi_1, \varphi_2$  – фазы складываемых колебаний.

## 4.2 Частные случаи сложения колебаний

1 Сложение колебаний, происходящих в одной плоскости с близкими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (биения, рисунок 16): при  $A_1 = A_2 = A$  уравнение результирующих колебаний (биений) имеет вид

$$x = \left( 2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right),$$

где  $A_p$  – амплитуда результирующих колебаний,  $A_p = 2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$ ;

$\varphi_p$  – фаза результирующих колебаний,  $\varphi_p = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$ .

2 Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний:

– траектория результирующих колебаний представляет собой произвольный эллипс:  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ;

– разность фаз  $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = m\pi (m = 0; \pm 1; \pm 2, \dots)$  – эллипс вырождается в отрезок прямой:  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ;

– разность фаз  $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\frac{\pi}{2} (m = 0; \pm 1; \dots)$ , траектория результирующих колебаний – эллипс, оси которого совпадают с осями координат:  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ;

– разность фаз  $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$  и амплитуды колебаний равны  $A_1 = A_2 = A$ , траектория результирующих колебаний – окружность:  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ;  $\omega_1 = p\omega$ ;  $\omega_2 = q\omega$  (где  $p, q$  – целые числа), траектории – замкнутые кривые (фигуры Лиссажу). Вид кривых зависит от амплитуды, частоты и разности фаз складываемых колебаний.

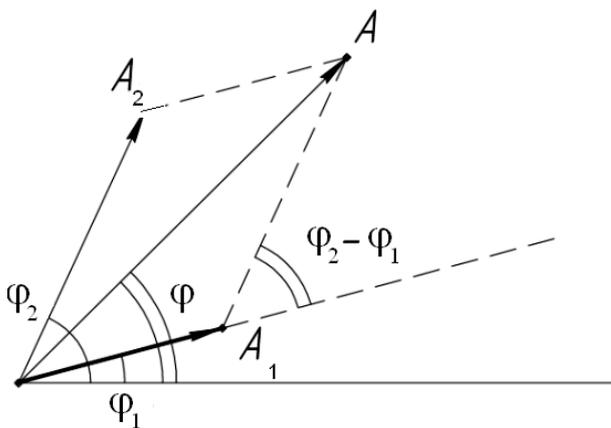


Рисунок 15 – Сложение колебаний

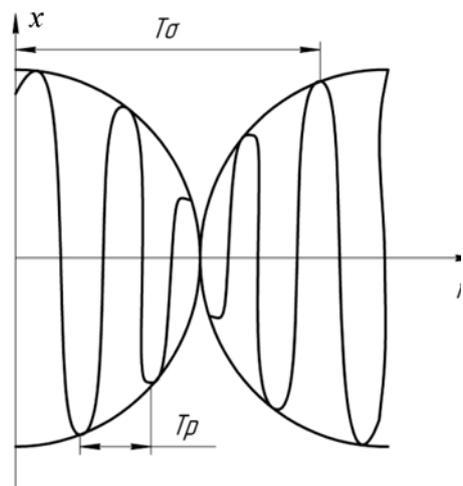


Рисунок 16 – Биения

### 4.3 Затухающие и вынужденные колебания. Волны

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний величины  $S$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0,$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания.

Для пружинного, физического и математического маятников  $\beta = r / 2m$  ( $m$  – масса;  $r$  – коэффициент сопротивления в выражении  $\vec{F}_{mp} = -r\vec{v}$ ); для колебаний в электрическом контуре  $\beta = R / 2L$  ( $R$  – активное сопротивление контура;  $L$  – индуктивность контура).

Решением дифференциального уравнения свободных затухающих колебаний является выражение вида

$$S = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $Ae^{-\beta t}$  – амплитуда;  
 $\omega t + \varphi$  – фаза;

$\omega$  – циклическая частота затухающих колебаний,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \frac{2\pi}{T}$ ;

$T$  – период колебаний,  $T = 2\pi / \omega = 2\pi / (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2}$ .

Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}; \quad \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где  $N$  – число колебаний за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

Время релаксации – время, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз ( $\sim 2,71$ ):  $\tau = \frac{1}{\beta}$ .

Добротность контура

$$\theta = 2\pi \frac{W(t)}{(W(t) - W(t+T))} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta}} \approx \frac{\omega_0}{2\beta} \quad \text{при } \delta \ll 1 \text{ (} W(t) \text{ – энергия).}$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний величины  $S$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = x_0 \cos \omega t.$$

Уравнение плоской синусоидальной волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $k$  – волновое число,  $k = \frac{\omega}{v}$  или  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Уравнение сферической синусоидальной волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

являющееся решением волнового уравнения

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Фазовая скорость волны  $v = \omega / k$ , а групповая скорость  $u = \frac{d\omega}{dk}$ .

Уравнение стоячей волны  $\xi = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$ .

Скорость распространения электромагнитной волны в среде  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ .

Вектор Умова – Пойнтинга (вектор плотности потока энергии электромагнитной волны) определяется выражением  $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ .

## 5 Оптика. Квантовая природа излучения

Закон отражения света  $\alpha = \beta$  (рисунок 17).

Закон преломления света  $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$ .

Полное внутреннее отражение

$$\gamma = 90^\circ; \quad \sin \alpha_{np} = \frac{n_2}{n_1}; \quad n_2 < n_1,$$

где  $n_1, n_2$  – показатели преломления сред ( $n = \frac{c}{v}$  или  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ );  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$ .

Оптический путь волны

$$L = Sn,$$

где  $S$  – геометрический путь.

Оптическая разность хода волн

$$\Delta = S_2 n_2 - S_1 n_1.$$

**Интерференция.** Условия наблюдения:

– интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m\lambda_0;$$

– интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Таким образом, в точке  $M$  (рисунок 18) регистрируется максимум, если  $S_2n - S_1n = 2m\frac{\lambda}{2}$ , и минимум, если  $S_2n - S_1n = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ .

При интерференции в тонких пленках условие максимума имеет вид

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2} \text{ или } (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $d$  – толщина пленки;

$n$  – абсолютный показатель преломления материала пленки;

$i$  – угол падения.

Кольца Ньютона (в отраженном свете):

– радиус светлых колец

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}, \quad m = 1, 2, 3, \dots;$$

– радиус темных колец

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots.$$

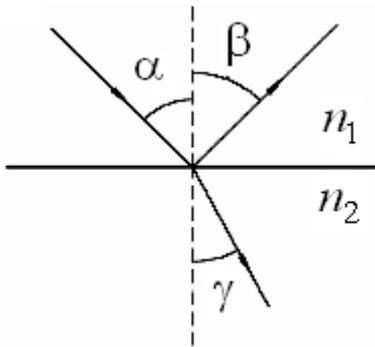


Рисунок 17 – Закон отражения света

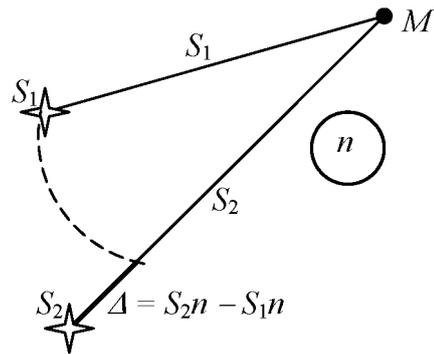


Рисунок 18 – Наложение волн

**Дифракция.** Условие наблюдения дифракционных максимумов при дифракции света на одной щели шириной  $a$  имеет вид (рисунок 19):

$$a \sin \varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots.$$

## Условие дифракционных минимумов

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

При наблюдении дифракции света на решетке периода  $d$  условие регистрации:  
– главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

– главных минимумов

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots;$$

– дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}, \quad m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

Формула Вульфа – Брэггов для дифракции на пространственной решетке (рисунок 20)

$$2d \sin \Theta = m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

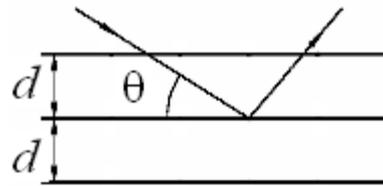
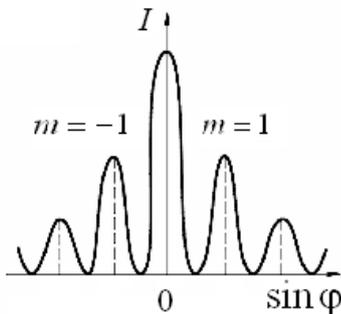


Рисунок 19 – Дифракционная картина

Рисунок 20 – Пространственная решетка

При наблюдении дифракции Френеля на круглом отверстии в центре регистрируется максимум  $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$ , если число зон Френеля  $m$  нечётное, и минимум  $A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}$ , если  $m$  чётное. Если открыты все зоны Френеля, то  $A = \frac{A_1}{2}$ , если открыта одна зона, то  $A = A_1$ .

При наблюдении дифракции Френеля на круглом непрозрачном диске в центре всегда регистрируется максимум  $A = \frac{A_{m+1}}{2}$ .

**Дисперсия** – зависимость показателя преломления  $n$  от частоты. Различают нормальную и аномальную дисперсию. В случае нормальной дисперсии показатель преломления среды уменьшается с увеличением длины волны (крас-

ные лучи отклоняются в результате преломления слабее, чем фиолетовые).

**Поляризация.** Степень поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света.

Закон Малюса (рисунок 21)

$$I_A = I_{\Pi} \cos^2 \varphi,$$

где  $I_{\Pi}$  – интенсивность света, прошедшего поляризатор  $\Pi_1$ ,  $I_{\Pi} = \frac{1}{2} I_0$ .

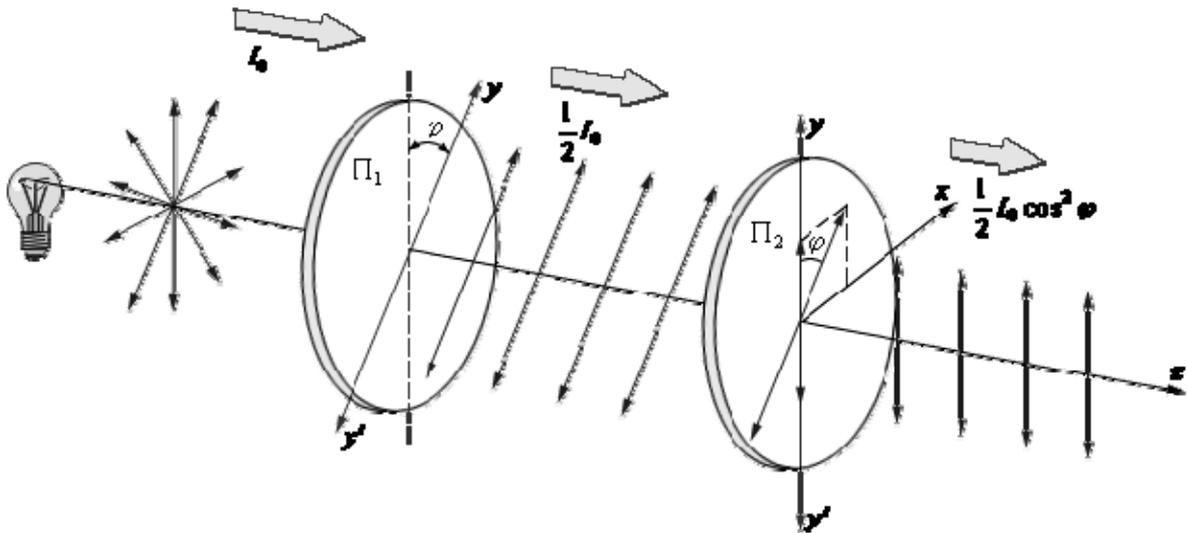


Рисунок 21 – Прохождение света через поляризатор  $\Pi_1$  и анализатор  $\Pi_2$

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_2 / n_1$$

определяет угол падения света  $i_B$ , при котором отраженный луч является плоскополяризованным.

**Тепловое излучение.** Характеристиками теплового излучения являются:

– спектральная плотность энергетической светимости (испускательной способности)

$$r_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}}{dS dt d\nu} \left( r_{\nu, T} = \frac{\lambda^2}{c} r_{\lambda, T} \right);$$

– интегральная энергетическая светимость

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

Закон Кирхгофа для теплового излучения определяет соотношение между поглощательной и испускательной способностью тел:

$$r_{\nu,T} = \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}.$$

Закон Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4 \quad \text{или} \quad R = \alpha \sigma T^4,$$

где  $\alpha$  – коэффициент нечерноты;

$\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>).

Формула Рэля – Джинса

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}; \quad \eta(\lambda,T)_{\max} = cT^5,$$

где  $b$  – постоянная Вина,  $b = 2,9 \cdot 10^3$  м·К;

$c$  – постоянная,  $c = 1,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$ .

Формула Планка обобщает все законы теплового излучения:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

С ростом температуры (рисунок 22,  $T_2 > T_1$ ) максимум смещается в коротковолновую область.

**Фотоэффект.** Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2} \quad \text{или} \quad h\nu = A + eU_3; \quad h(\nu - \nu_{\text{кр}}) = eU_3.$$

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_{\text{кр}} = A/h \quad \text{или} \quad \lambda = hc/A.$$

Из анализа рисунка 23 следует, что

$$\frac{\Delta (eU_3)}{\nu - \nu_{кр}} = h.$$

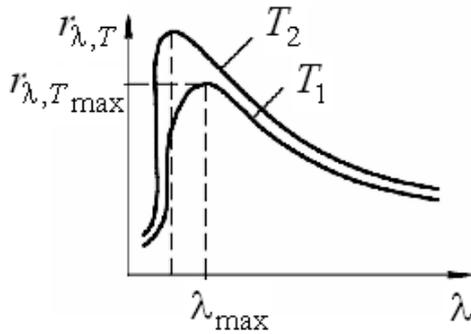


Рисунок 22 – Закон Вина

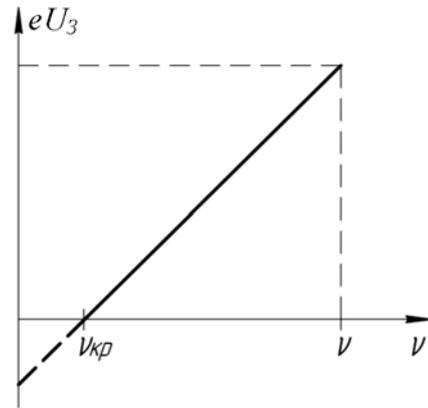


Рисунок 23 – Определение постоянной Планка

**Эффект Комптона** – упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения на слабосвязанных электронах (рисунок 24).

Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \text{ или } \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ или } \Delta \lambda = 2 \Lambda_K \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где  $\Lambda_K$  – комптоновская длина волны,  $\Lambda_K = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м при рассеянии на электроне.

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega (1 + \rho),$$

где  $E_e$  – энергетическая освещенность (энергия фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени);

$\omega$  – объемная плотность энергии излучения,  $\omega = \frac{E_e}{c}$ ;

$\rho$  – коэффициент отражения ( $\rho_{зерк} = 1$ ;  $\rho_{зачер} = 0$ ).

## 6 Элементы квантовой физики

Обобщенная формула Бальмера (рисунок 25)

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

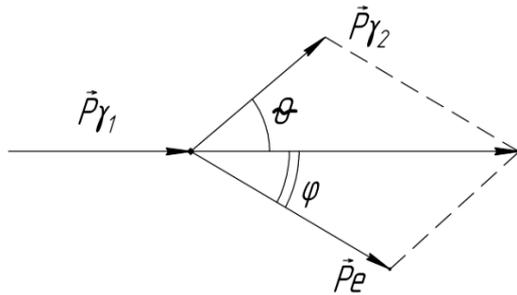


Рисунок 24 – Эффект Комптона

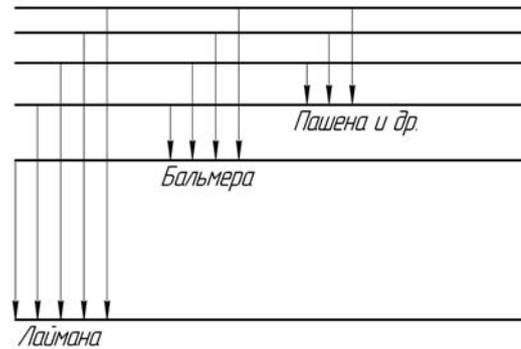


Рисунок 25 – Спектральные серии

Число  $m$  определяет спектральную серию ( $m = 1, 2, \dots$ ),  $n = m + 1, m + 2, \dots$  – отдельные линии серии.

Первый постулат Бора  $m v_n r_n = n \hbar$  ( $n$  – номер орбиты,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Второй постулат Бора (правило частот)  $h\nu = E_n - E_m$ .

Атом водорода в квантовой механике описывается уравнением Шредингера. Стационарное уравнение Шредингера

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

Если  $E > 0$ , то движение свободное (атом ионизируется), если  $E < 0$  – движение связанное.

Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = \frac{me^4}{8\hbar^2\epsilon_0^2} = 13,56 \text{ эВ.}$$

Волновая функция  $\psi$  определяется квантовыми числами:

1) главное квантовое число  $n$  определяет энергетические уровни электрона в атоме,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

2) орбитальное квантовое число  $l$  при заданном  $n$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ) определяет величину момента импульса (механический орбитальный момент) электрона в атоме  $L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ ;

3) магнитное квантовое число  $m$  при данном  $l$  ( $m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm l$ ) определяет величину момента импульса в данном направлении. Проекция импульса

электрона  $L_{ez} = m\hbar$  (квантованные значения) ( $2l + 1$  – ориентация вектора  $\vec{L}_e$ ).

Физический смысл квантовых чисел:  $n$  и  $l$  характеризуют форму и размер электронного облака,  $m$  – его ориентацию в пространстве.

Состояние электрона обозначается при  $l = 0$  буквой  $s$ ,  $l = 1$  – буквой  $p$ ,  $l = 2$  – буквой  $d$ ,  $l = 3$  – буквой  $f$  и т. д.

Переход между электронными состояниями подчиняется правилу отбора для квантовых чисел:

$$\Delta l = \pm 1; \quad \Delta m = 0; \pm 1;$$

4) собственный механический момент импульса электрона – спин  $L_S = \hbar\sqrt{S(S+1)}$ ,  $S$  – спиновое квантовое число,  $\vec{L}_S$  может принимать  $(2S + 1)$  ориентаций;  $S = \frac{1}{2}$ ,  $L_{Sz} = \hbar m_S$ ,  $m_S$  – магнитное спиновое квантовое число,  $m_S = \pm \frac{1}{2}$ .

Состояние электрона в атоме водорода определяется набором четырех квантовых чисел:

- 1) главного  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;
- 2) орбитального  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ;
- 3) магнитного  $m = -l, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$ ;
- 4) магнитного спинового  $m_S = +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$ .

Распределение Бозе – Эйнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}.$$

Распределение Ферми – Дирака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1}.$$

Формула де Бройля устанавливает зависимость длины волны, связанной с движущейся частицей вещества, от импульса  $p$  частицы.

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

или

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi h}{2\pi\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h}{2\pi} = k \frac{h}{2\pi} = kh,$$

где  $k$  – волновое число.

Квадрат модуля амплитуды волны де Бройля в данной точке – мера вероятности того, что частица может находиться в этой точке.

Волновые свойства не проявляются у макроскопических тел ( $\lambda$  очень мала, нет таких структур, на которых наблюдалась бы дифракция этих волн).

Положение частицы в пространстве определяется заданием волновой функции  $\psi$ .  $W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi|^2 dx$  – вероятность нахождения частицы в интервале  $x_1-x_2$ .

Физический смысл имеет квадрат модуля  $\psi$ -функции:  $|\psi|^2 = \frac{dW}{dV}$  – плотность вероятности, которая определяет вероятность пребывания частицы вблизи данной точки пространства. С помощью волновой функции определяют среднее значение физической величины  $L$  в состоянии, описываемом  $\psi$ -функцией:

$$\langle L \rangle = \iiint L |\psi|^2 dx dy dz .$$

Уравнение движения частицы в квантовой механике, описывающее движение микрочастицы в различных силовых полях, – дифференциальное уравнение относительных  $\psi$ -функции ( $U$  – потенциальная энергия;  $E$  – полная энергия частицы).

Волновая функция является решением уравнения Шредингера:  
– общего уравнения

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi ,$$

где  $\psi$  – волновая функция,  $\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \exp(-i \frac{E}{\hbar} t)$ ;

– стационарного уравнения

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 ; .$$

– уравнения движения свободных частиц вдоль оси  $x$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (U(x) = 0),$$

где  $\psi$  – волновая функция,  $\psi(x) = A e^{ikx}$ ;

$k$  – волновое число,  $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$  ;

– уравнения частицы в одномерной прямоугольной яме

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 ,$$

где  $\psi$  – волновая функция,  $\psi(x) = A \sin kx$ .

При этом внутри ямы  $U = 0$ ;  $k = \frac{n\pi}{l}$ ,  $n$  – целое число;  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ , за пределами ямы  $U \rightarrow \infty$ ;

– уравнения линейного гармонического осциллятора

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0.$$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \quad \text{или} \quad \Delta W \Delta t \geq \hbar,$$

где  $\Delta x$  – неопределенность координат;

$\Delta p_x$  – неопределенность соответствующей проекции импульса;

$\Delta W$  – неопределенность энергии;

$\Delta t$  – время жизни системы в данном состоянии.

## 7 Ядерная физика

Энергия связи атомного ядра

$$E_{cs} = \Delta m c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_\alpha] \cdot c^2 = [Zm_H + (A-Z)m_n - M_A] \cdot c^2.$$

Дефект масс  $\Delta m = E_{cs} / c^2$ .

Спин ядра – векторная сумма спинов нуклонов и орбитальных моментов импульса нуклонов  $L_\alpha = \hbar \sqrt{I(I+1)}$ .  $I$  – спиновое квантовое число (0; 1/2; 1; 2/3; ...).

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

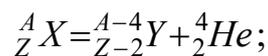
где  $N$  – число нераспавшихся к моменту времени  $t$  ядер;

$N_0$  – начальное число ядер;

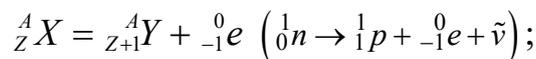
$\lambda$  – постоянная распада.

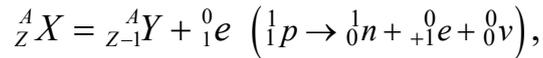
Виды распадов:

1)  $\alpha$ -распад



2)  $\beta^-$ -распад



3)  $\beta^+$ -распад

где  $Z$  – зарядовое число, равное числу протонов в ядре;

$A$  – массовое число, равное числу протонов и нейтронов в ядре.

При радиоактивном распаде выполняются законы сохранения зарядового, массового и спинового числа, а также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

Различают четыре типа взаимодействий:

1) сильное взаимодействие ( $10^{-15}$  м) (свойственно адронам, например протоны и нейтроны). Частицей, обеспечивающей ядерные взаимодействия, является мезон;

2) электромагнитное взаимодействие (для всех электрических заряженных тел), частица, осуществляющая такие взаимодействия, – фотон;

3) слабое взаимодействие ( $10^{-17}$  м) присуще лептонам (электрон, нейтрино и др.), осуществляет взаимодействие  $W^\pm, Z^0$ -частицы;

4) гравитационное взаимодействие осуществляется между всеми телами посредством гравитационных полей (гравитон).

## Список литературы

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие: в 3 т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва ; Краснодар : Лань, 2016. – 432 с.

2 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие: в 3 т. Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И. В. Савельев. – 15-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2019. – 496 с.

3 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие: в 3 т. Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. – 19-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва ; Краснодар: Лань, 2016. – 320 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учебное пособие для втузов / Т. И. Трофимова. – Москва : Высшая школа, 2017. – 560 с.

5 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Высшая школа, 2008. – 718 с.

6 **Трофимова, Т. И.** Курс физики. Задачи и решения : учебное пособие для втузов / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – Москва : Академия, 2004. – 592 с.

7 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – Москва : Наука, 2003. – 328 с.

8 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – Москва : Альянс, 2019. – 640 с.