## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОКОЛЕБАНИЙ В БАЛАНСНОЙ СХЕМЕ ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С РЕЗОНАНСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

## С. О. ПАРАШКОВ, Е. В. ТИМОЩЕНКО, В. А. ЮРЕВИЧ Белорусско-Российский университет Могилев, Беларусь

Известно, что структурные элементы (квантовые точки (КТ)) используемых в лазерных приборах полупроводниковых структур с квантоворазмерными эффектами характеризуются большими дипольными моментами, связанными с экситонными переходами. Этим обусловлены относительно сильный нелинейный материальный отклик подобных активных сред и их применение в излучающих элементах нанофотоники [1]. Последнее объясняется возможностью реализации автоколебательных режимов излучения в форме серии регулярных импульсов без использования внешних модулирующих компонентов, синхронизированных с током накачки и усложняющих схему лазерного прибора.

Предложена и качественно исследована расчётная модель компактного лазерного устройства, представляющая систему нелинейных дифференциальных уравнений. Оригинальность модели состоит в учете типичных для полупроводниковых структур с высокой концентрацией КТ эффектов резонансной фазовой нелинейности. В рамках обобщенной двухуровневой схемы взаимодействия, применяемой аналогично [2], в модифицированной модели рассмотрено влияние комплекса связанных с резонансным насыщением инверсии эффектов фазовой нелинейности: резонансная нелинейная рефракция; влияние ближних полей КТ; оптический эффект Штарка. Для ориентации и концентрации образующих среду дипольных КТ характерны конечные времена спонтанной релаксации  $\tau_r$  и *T*.

Уравнения балансной модели, обычно называемые скоростными, для переменных мощности  $(x(t) \sim |E(t)|^2)$  и инверсии заселённости y(t), определяющей усиление в ходе вынужденного излучения, формулируются в следующем виде:

$$\dot{x} = (Ay - 1) x/\tau_r; \quad \dot{y} = \left[\sigma - (1 + Ax) y\right]/T;$$
$$A = \left[B^2 + \left(B\Delta\omega - \kappa y + \beta\tau_r x/2T\right)^2\right]^{-1}; \quad B = 1 + \beta\kappa(y - 1).$$
(1)

Здесь σ – параметр тока накачки; β, *к* – коэффициенты нелинейности; Δω – линейная часть отстройки спектрального резонанса усиления, испытывающего осциллирующий нелинейный дрейф в ходе вынужденного излучения.

Качественное изучение поведения решений (1) для  $y(\tau)$  вблизи равновесного состояния с ненулевой мощностью  $y_S$  дает возможность оценить зону параметров системы (1), в которой это состояние устойчиво. Тогда на временной шкале кривые, которыми описываются решения для обеих переменных, выходя из начальных точек, после ряда осцилляций «затухают», приближаясь к стацио-

нарным значениям  $x_S$ ,  $y_S$ . Выражения для равновесных состояний  $x_S$ ,  $y_S$  следуют из сингулярных пределов системы (1):

$$\sigma = x_s + y_s; \quad \beta \tau_r x_s / 2T = B_s \Delta \omega - \kappa y - \sqrt{y_s - B_s^2}; \quad B_s = 1 + \beta \kappa (y_s - 1). \tag{2}$$

Линеаризация системы (1) в окрестности точек равновесия (2) позволяет записать аналог модели (1) для относительно малых решений  $\Delta x(t)$  и  $\Delta y(t)$  в некоторой области фазового пространства (1) (плоскости (*x*, *y*)), включающей точки *x*<sub>S</sub>, *y*<sub>S</sub>. Для решения линеаризованного аналога (1) записывается характеристическое уравнение, выражение комплексных корней  $\lambda_{1,2}$  которого

$$2\lambda_{1,2} = -(1+F-I/\tau_r) \pm i\sqrt{4(I-F)/\tau_r - (1+F-I/\tau_r)^2}$$

позволяет сформулировать условие неустойчивости  $x_S$ ,  $y_S$ , т. е.  $Re \lambda_{1,2} > 0$ , в виде

$$I/\tau_{r} > 1 + F; \quad I = 2\beta \frac{x_{s}}{y_{s}} \sqrt{y_{s} - B_{s}^{2}}; \quad F = \frac{x_{s}}{y_{s}} \left[ 1 - \frac{2\kappa}{T} \left( \beta B_{s} + (1 + \beta \Delta \omega) \sqrt{y_{s} - B_{s}^{2}} \right) \right].$$
(3)

Параметрическим расчетом (3) установлена область коэффициентов системы (1), при которых её решения неустойчивы. Инверсия y(t) неизбежно насыщается, поэтому неустойчивым решениям x(y) в фазовой плоскости соответствует аттрактор, представляющий предельный цикл. Решения x(t), y(t) тогда принимают форму автоколебаний, описывая контрастную регулярную серию пикосекундных импульсов мощности, развивающуюся при постоянной накачке. На рис. 1 изображены примеры моделирования осцилляторных процессов, выполненного интегрированием системы (1) методом Рунге – Кутты.



Рис. 1. Временна́я зависимость нормированной мощности излучения:  $\beta = 0,1$  (*a*); 0 (*б*);  $\kappa = 1,2$ ;  $\sigma = 1,5$ ;  $\Delta \omega = 1,5$ ;  $\tau_r = 7 \cdot 10^{-11}$ c;  $T = 5 \cdot 10^{-9}$ c

Характерные временные развертки нормированной мощности x(t) подтвердили решающую роль оптического эффекта Штарка в стимуляции самоподдерживающихся пульсаций интенсивности в лазерах на квантовых точках.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. HgCdTe-based quantum cascade lasers operating in the GaAs photon Reststrahlen band predicted by the balance equation method / D. V. Ushakov [et al.] // Opt. Express. -2020. - Vol. 28, No 17. -P. 25371-25382.

2. Юревич, В. А. Динамика излучения в квантоворазмерных структурах при учете диполь-дипольного взаимодействия / В. А. Юревич, Е. В. Тимощенко, Ю. В. Юревич // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – № 1 (10). – С. 64–68.