

Министерство образования Республики Беларусь
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет»

М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова

**СФЕРИЧЕСКИЕ РОЛИКОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ
С ДВУХРЯДНЫМ САТЕЛЛИТОМ
ДЛЯ МАЛОГАБАРИТНЫХ ПРИВОДОВ**

Могилев
«Белорусско-Российский университет»
2024

УДК 621.855.25

Рекомендовано к изданию ученым советом Белорусско-Российского университета
«29» марта 2024 г., протокол № 9

Рецензенты:

д-р техн. наук, доц., директор Института технологии металлов Национальной
академии наук Беларуси

А. Н. Жигалов;

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой «Тракторы, автомобили и машины для
природообустройства» Белорусской государственной орденов Октябрьской
Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственной академии

А. Н. Карташевич

Лустенков, М. Е.

Сферические роликовые передачи с двухрядным сателлитом для
малогабаритных приводов: [монография] / М. Е. Лустенков,
Е. С. Лустенкова. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2024. – 191 с. : ил.

ISBN 978-985-492-307-9.

В монографии исследуются механические передачи планетарного типа с сателлитом, содержащим два ряда роликов, контактирующих с двумя центральными колесами. Разработанные конструкции передач позволяют создавать малогабаритные редукторы с малой материалоемкостью и высокой нагрузочной способностью. Исследованы структура, геометрические и кинематические параметры передач, проведены силовой анализ и теоретическая оценка КПД. Приведены результаты компьютерного моделирования и экспериментальных исследований. Разработана методика расчета и проектирования сферических роликовых передач.

Предназначена для конструкторов, разработчиков новой редукторной техники, научных работников, аспирантов. Может быть полезна студентам технических специальностей университетов.

УДК 621.855.25

ISBN 978-985-492-307-9

© Лустенков М. Е., Лустенкова Е. С., 2024
© Межгосударственное образовательное
учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский
университет», 2024

Введение

Объем импорта механических передач, редукторов, коробок передач и вариаторов в Республику Беларусь непрерывно растет: в 2020 г. он увеличился на 38 %, по сравнению с предыдущим годом, и составил 633 тыс. шт. на сумму около 30 млн долл. США. При этом импорт из стран СНГ составляет лишь 5 % от общего объема. В Беларуси изготавливаются зубчатые передачи для приводных систем транспортных средств. В частности, на предприятии ОАО «БЕЛАЗ» налажен выпуск зубчатых передач для приводов трансмиссий карьерных самосвалов. В то же время производство редукторов и мотор-редукторов, как отдельных узлов, для различных отраслей промышленности развито слабо. Цевочно-циклоидальные редукторы производятся на предприятии ЗАО «Белробот» и Приборостроительном заводе «Оптрон»; ОАО «ТАИМ» изготавливает трехступенчатые коническо-цилиндрические редукторы для транспортеров; ОАО «Молодеченский станкостроительный завод» производит планетарные редукторы (передаточное отношение равно 41,5) для сельскохозяйственной техники. При собственном производстве более 2,2 млн шт. в год промышленность Республики Беларусь существенно зависит от импорта редукторной техники из стран дальнего зарубежья, что диктует необходимость развития собственных производств с учетом накопленного опыта и современных требований, предъявляемых к приводным системам. В Беларуси имеется опыт реализации различного рода инвестиционных проектов, связанных с производством приводной техники на территории страны (резидент свободной экономической зоны «Минск» ООО «СЕВ-Евродрайф»). Однако с учетом возрастающего санкционного давления и необходимостью обеспечения экономического и технологического суверенитета страны, вопрос собственного производства редукторной техники приобретает еще большую актуальность.

Как показывает анализ конструкций и технических характеристик современных электромеханических приводов, к наиболее востребованному диапазону передаточных отношений относится 16...200 при радиальных габаритных размерах передачи (редуктора), не превышающих 200 мм. Эти редукторы используются в приводах электрических тяговых лебедок, ежегодное производство которых в Республике Беларусь составляет 1600–1800 шт. при годовой потребности свыше 6 тыс. шт. без учета возможного экспорта. Талей и подъемников с электроприводом было произведено в 2020 г. всего 49 шт. при потребности более 3 тыс. шт. ежегодно. Низкооборотные малогабаритные редукторы с указанными параметрами применяются в приводах роботов, запорной арматуры, механизированного инструмента, поворотных приводах антенн и т. д.

Наиболее распространены в промышленности редукторные механизмы с цилиндрическими и коническими зубчатыми колесами. В Республике Беларусь налажен выпуск эвольвентных зубчатых колес и передач. Но они вместе с простыми планетарными передачами обеспечивают передаточное отношение не более 10...12, их рядное исполнение с последовательным соединением

увеличивает габариты привода, величину мертвого хода и потери мощности. При этом тенденциями развития современных электромеханических приводов являются снижение массы и габаритов механической части, максимальное приближение вала двигателя к валу рабочего органа при росте скоростей вращения и передаваемых моментов.

В указанных условиях конкуренцию червячным, волновым, цевочно-циклоидальным и планетарным зубчатым передачам с двухвенцовыми сателлитами могут составить некоторые типы передач с промежуточными телами качения, имеющие преимущества по основному показателю качества редуктора – отношению его массы к передаваемому моменту. По сравнению с другими видами передач они имеют большее количество параллельных потоков мощности, более уравновешены, замена скольжения качением повышает КПД системы. В данном направлении работают ученые Беларуси, России, Китая, Японии и других стран. Исследуются, в основном, передачи цилиндрического и плоского типов. Тип механизма определяется видом поверхности, где располагаются траектории движения центров масс тел качения. Применение сферических передач, которые также относят к прецессионным, нутационным, передачам с качающейся шайбой и др., позволит повысить нагрузочную способность и снизить массу и габариты привода. Благодаря тому, что сателлит совершает сферическое движение относительно неподвижной точки, лежащей на оси ведущего и ведомого валов, снижаются инерционность и пусковые моменты, уменьшаются динамические давления на опоры. Однако эти передачи к настоящему времени мало изучены, не разработаны основы их расчета и проектирования.

Тема исследований направлена на разработку новой редукторной техники, по своим показателям не уступающей зарубежным аналогам, и посвящена разработке конструкции, методик расчета и проектирования малогабаритных сферических роликовых передач (СРП).

Данная работа явилась логическим продолжением исследований, результаты которых были изложены в монографии «Расчет и проектирование сферических роликовых передач», изданной в 2017 г. Авторы надеются, что представленная работа будет полезна исследователям и разработчикам механических передач и приводных систем различного назначения, а также аспирантам и студентам, изучающим новые механизмы и их свойства.

Авторы выражают признательность рецензентам директору Института технологии металлов НАН Беларуси д-ру техн. наук, доц. А. Н. Жигалову и зав. кафедрой «Тракторы, автомобили и машины для природообустройства» УО «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия» д-ру техн. наук, проф. А. Н. Карташевичу за ценные замечания, сделанные при чтении рукописи монографии, а также коллегам-преподавателям из Белорусско-Российского университета за помощь и поддержку при проведении теоретических и экспериментальных исследований.

1 Проблемы и перспективы создания новой редукторной техники для малогабаритных приводов

1.1 Обоснование актуальности темы и выбора объекта исследований

Актуальность представленных исследований имеет два аспекта. Первый связан с повышением технического уровня механических приводных систем, обеспечивающих большие значения передаточных отношений, второй – с импортозамещением. Рассмотрим оба аспекта подробнее.

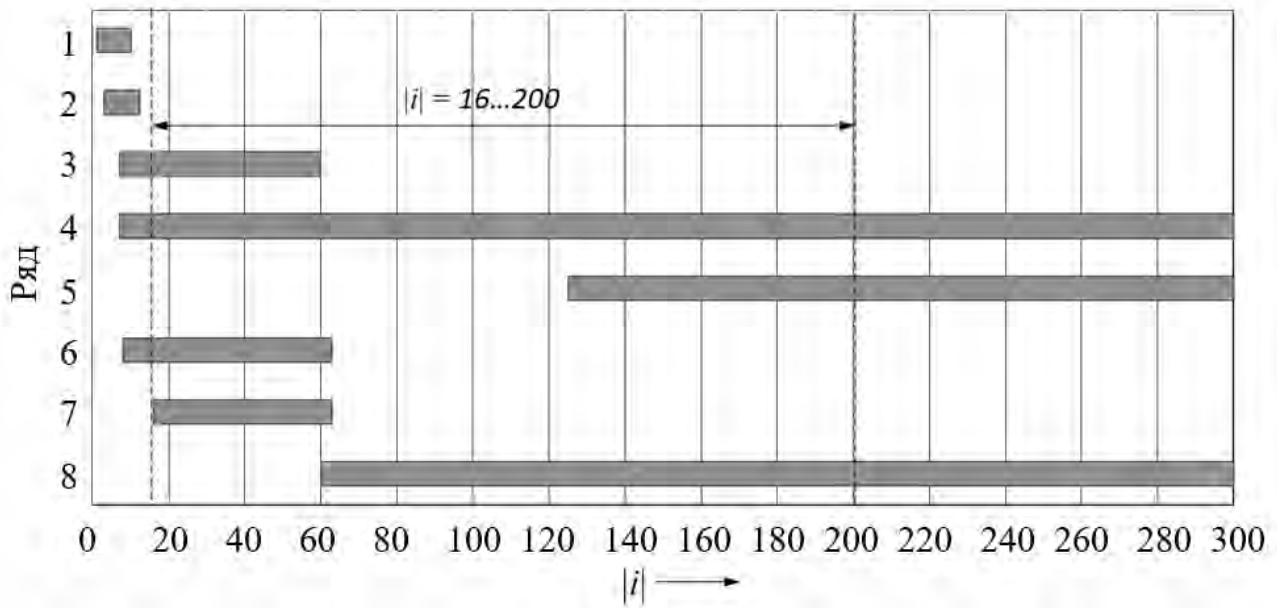
Редукторные механизмы чаще всего применяются в составе электромеханического привода. Одной из тенденций развития автоматизированного электропривода является приближение источника движения к исполнительному органу [1]. Это позволяет снизить массу, габариты, увеличить жесткость системы, соответственно, повысить точность перемещений и быстродействие. В связи с этим при использовании в приводе механической редукторной ступени передача для ее создания должна иметь низкую материалоемкость.

Аналитики, оценивавшие американский рынок приводных систем, отмечают, что электромеханические приводы наиболее востребованы для трубопроводной арматуры и грузоподъемных механизмов [2]. Данные приводы являются низкооборотными и предполагают значительную редукцию скорости вращения вала электродвигателя при передаче движения на рабочий орган машины.

Редукторные механизмы также широко используются в кинематических цепях роботов и манипуляторов. В [3] указывается, что редукторы роботов относятся к критическим технологиям Индустрии 4.0 и их стоимость составляет до 36 % от общей стоимости промышленных роботов.

При этом в роботах, как правило, используются малоинерционные двигатели с постоянными магнитами, т. к. они имеют малые массогабаритные показатели, высокие динамические параметры для воспроизведения сложных алгоритмов управления и способны быстро реагировать на управляющие сигналы. Но эти двигатели имеют высокие частоты вращения валов и обеспечивают небольшие моменты [4], что также предполагает использование редукторной ступени с большими значениями передаточных отношений.

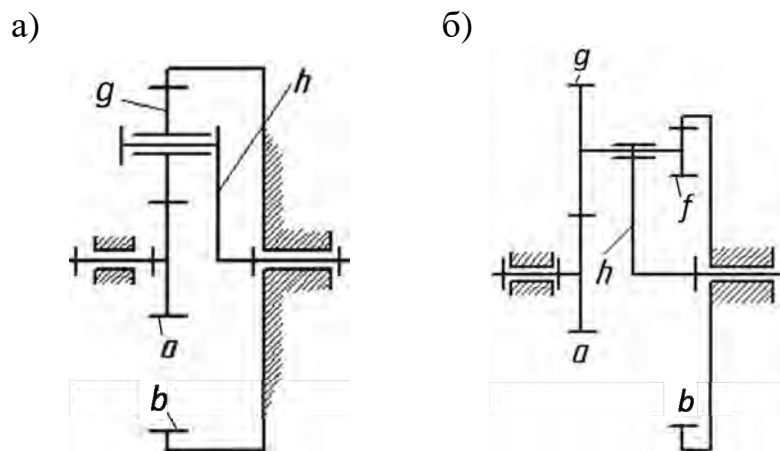
При выборе типа механической передачи для редуктора передаточное отношение является одним из основных параметров. Также широко используется понятие «передаточное число», однако, согласно ГОСТ 2185–66, оно применимо к паре зацепляющихся зубчатых колес. Передаточное отношение характеризует изменение скоростей, но также может быть выражено через числа зубьев или геометрические параметры взаимодействующих элементов передачи. Будем считать эти понятия идентичными с учетом рассмотрения абсолютных значений передаточных отношений (без учета знака). На рисунке 1.1 показаны реализуемые передаточные отношения для различного типа силовых передач [5].



ряд 1 – цилиндрические зубчатые (1...10); ряд 2 – планетарные по схеме $2k-h$ с одновенцовыми сателлитами (3,15...12,5); ряд 3 – червячные (8...60); ряд 4 – планетарные по схеме $2k-h$ с двухвенцовыми сателлитами (7...1600); ряд 5 – планетарные по схеме $3k$ (125...10000); ряды 6 и 7 – планетарные зубчатые и цевочные по схеме $k-h-v$ (7...70); ряд 8 – волновые (63...400)

Рисунок 1.1 – Диапазоны реализуемых передаточных отношений одноступенчатых передач

Диапазон передаточных отношений 1...15 может быть успешно реализован благодаря одноступенчатым планетарным зубчатым передачам и планетарным передачам с одновенцовым сателлитом [6]. Эти передачи (рисунок 1.2) спроектированы по схеме $2k-h$ по классификации В. Н. Кудрявцева [7], имеют высокие КПД (0,96...0,99) и надежность, а также усовершенствованные технологии изготовления.



a, b – центральные колеса; h – водило; g, f – сателлиты

Рисунок 1.2 – Кинематические схемы передач $2k-h$ с одновенцовым сателлитом (а) и двухвенцовым сателлитом (б)

В [8] приведено исследование потребности в редукторах в СССР (рисунок 1.3). Наибольшая потребность соответствовала передаточному числу 31,5. Верхняя граница передаточных отношений $i = 200$. Редукторы с большими значениями выпускались единичными экземплярами. Результаты более поздних исследований приведены в [9] и представлены на рисунке 1.4. Они показывают, как изменяются тенденции в редукторостроении в связи с развитием робототехники. Наибольшую востребованность получили редукторы с передаточным отношением $i = 40$, при этом диапазон i от 100 до 200 оказался более востребованным, что особенно заметно по потребности редукторов с передаточными отношениями $i = 160$.

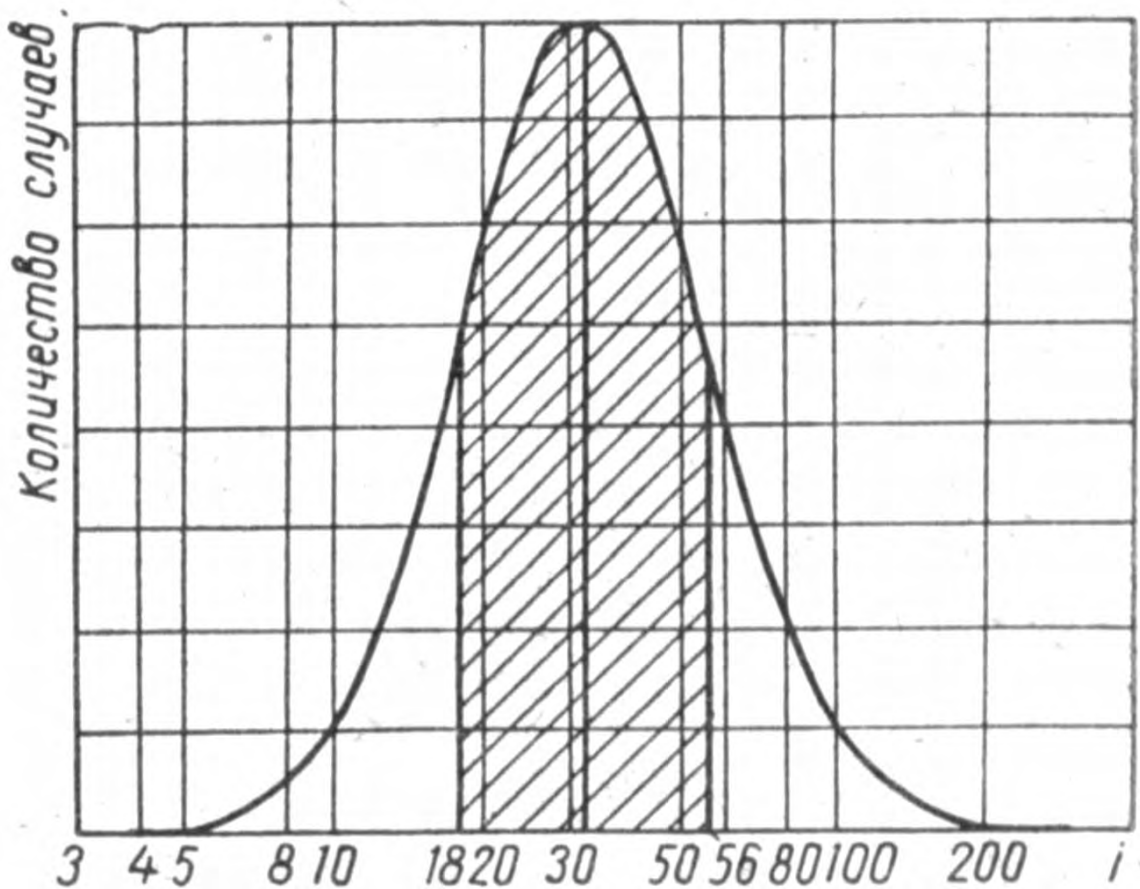


Рисунок 1.3 – Распределение потребности в редукторах в СССР в зависимости от величины передаточного отношения (данные ЦНИИТмаш) в 1969 г.

Данные, приведенные в [7, 8], отражают общие тенденции в редукторостроении за несколько последних десятилетий: с появлением новых технологий происходит смещение потребности в сторону больших значений передаточных отношений. Во многом это связано с развитием робототехники. Современные данные, приведенные в [10], показывают, что линейка редукторов для роботов обеспечивает диапазон передаточных отношений 50...160.

Таким образом, диапазон передаточных отношений 16...200 является наиболее актуальным для низкооборотных электромеханических приводов. Рассмотрим, с помощью каких механических передач он может быть

реализован при условии обеспечения минимальных массогабаритных показателей привода.

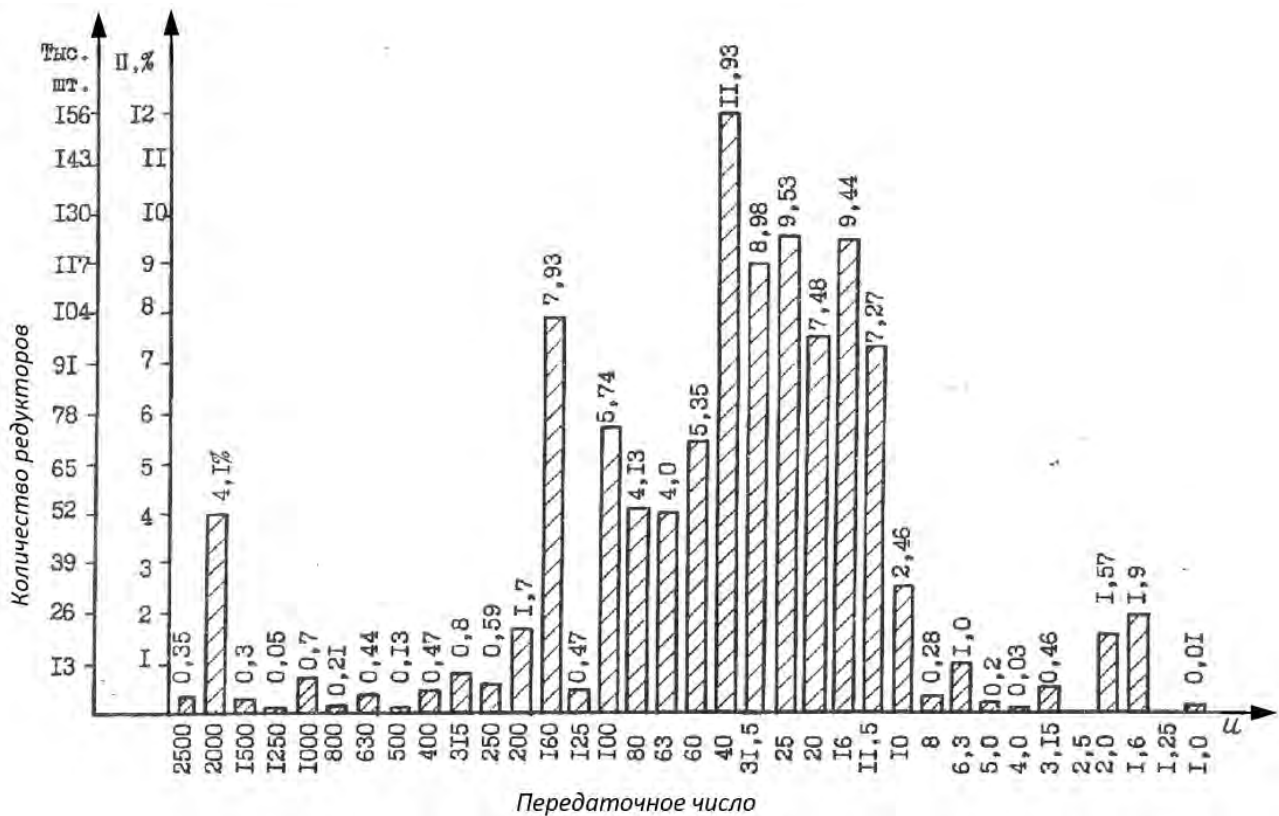


Рисунок 1.4 – Распределение потребности в редукторах в СССР в зависимости от величины передаточного числа в 1991 г.

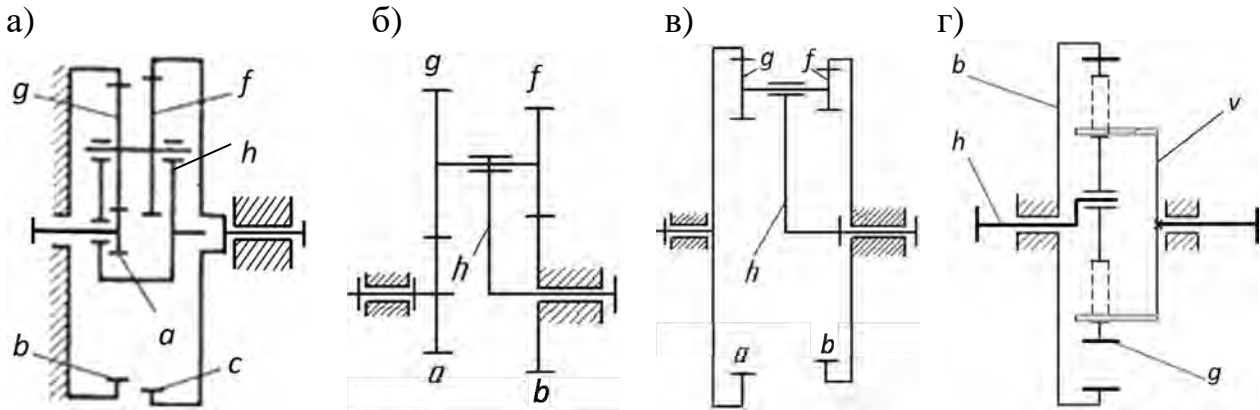
Первоначально при проектировании передаточного механизма с большим передаточным отношением у разработчика возникают две альтернативы: использовать набор последовательно соединенных эвольвентных зубчатых передач или передачи других типов. Первый вариант приводит к увеличению габаритов и массы привода, величины мертвого хода из-за последовательного выбора зазоров по ступеням и снижению точности, быстродействия и надежности системы.

Более широкие кинематические возможности, по сравнению с простейшими передачами $2k-h$ (см. рисунок 1.2), у передачи $3k$ (рисунок 1.5, а). В [5] указан диапазон передаточных отношений 125...10000. В [8] приведены иные данные: 20...100. Они ориентированы на передачи, используемые в промышленно изготавливаемых мотор-редукторах. Однако указанная передача имеет достаточно сложную конструкцию; КПД при больших значениях передаточных отношений снижается до 0,25.

С помощью передач $2k-h$ с двумя внешними (рисунок 1.5, б) или двумя внутренними (рисунок 1.5, в) зацеплениями можно реализовать необходимый диапазон передаточных отношений, однако их КПД также существенно снижается с возрастанием передаточного отношения. Отметим, что схема с двумя внутренними зацеплениями является более предпочтительной, т. к. КПД

при этом выше, радиальные габариты меньше.

Широко известна схема передачи $k-h-v$ (рисунок 1.5, г), КПД которой достигает 0,7...0,94. При этом диапазон передаточных отношений ограничен (до 60...70), механизм съема движения требует высокой точности изготовления и сборки.



а – передача $3k$; б, в – передачи $2k-h$ с двухвенцовыми сателлитами; г – передача $k-h-v$; а, б, с – центральные колеса; h – водило; g, f – сателлиты; v – механизм съема движения с сателлита на ведомый вал

Рисунок 1.5 – Различные схемы планетарных зубчатых передач

На основе схемы $k-h-v$ разрабатываются цевочные передачи с циклоидальным зацеплением [11]. В них зубья центрального колеса заменяются на ролики, а профиль зубьев сателлита является циклоидальным. Сателлиты и центральные колеса устанавливаются в несколько параллельных рядов. Это позволяет повысить КПД, нагрузочную способность и уравновешенность редуктора, но существенно усложняет его конструкцию и также повышает требования к точности изготовления деталей и сборки. Общим недостатком передач, представленных на рисунке 1.5, является то, что двухвенцовый сателлит совершает плоское движение и изначально не уравновешен. Такие передачи имеют увеличенные радиальные размеры и высокие моменты страгивания.

Использование червячных передач позволяет реализовать передаточные отношения в диапазоне 8...60 [12]. Их недостатками являются низкий КПД, применение дорогостоящих материалов, в некоторых случаях – особенности компоновки (перекрещивающиеся оси валов). В силовых червячных передачах не рекомендуется использовать передаточные отношения выше 60, что не соответствует рассматриваемому диапазону.

Волновые зубчатые передачи могут в одноступенчатом исполнении обеспечить передаточные отношения до 315 [12]. Их недостатками являются сложность изготовления и низкая крутильная жесткость гибкого элемента, невозможность реализации передаточных отношений менее 60.

Таким образом, из известных механических передач наиболее перспективными для решения поставленных задач являются некоторые типы планетарных зубчатых передач, имеющие, однако, определенные недостатки.

Далее будем рассматривать их как прототипы для разработки новых конструкций.

Проанализируем второй аспект актуальности исследований, связанный с импортозамещением. Зубчатые передачи для приводов транспортных средств изготавливаются на отечественных предприятиях. В частности, на предприятии ОАО «БЕЛАЗ» в полном объеме налажен выпуск зубчатых передач для карьерных самосвалов. В то же время производство редукторов и мотор-редукторов, как унифицированных агрегатов, для различных отраслей промышленности развито слабо. Цевочно-циклоидальные редукторы производятся на предприятии ЗАО «Белробот» [13]; ОАО «ТАИМ» изготавливает трехступенчатые коническо-цилиндрические редукторы для транспортеров [14]; ОАО «Молодечненский станкостроительный завод» производит планетарные редукторы (передаточное отношение равно 41,5) для сельскохозяйственной техники [15]. Вместе с тем анализ закупок, совершаемых отечественными предприятиями, свидетельствует о значительной потребности в редукторной технике, составляющей десятки тысяч редукторов в год [16].

В [3] отмечается, что рынок редукторов для роботов практически полностью занят японскими лидерами машиностроения, такими как Nabtesco (до 60 %), Sumitomo и Harmonic Drive. Разработка и производство редукторов на основе традиционных червячных и рядных зубчатых передач также давно освоены зарубежными конкурентами. Волновые передачи высокого технического уровня серийно производятся компанией Harmonic Drive. Выпуск планетарных редукторов с высокими эксплуатационными характеристиками налажен ведущими зарубежными производителями, такими как Apex Dynamics (США), SEW Eurodrive, Inc. (Германия), Brevini Riduttori (Италия) и др. Цевочные передачи с циклоидальным зацеплением серийно выпускают фирмы SPINEA (Словакия) [17], Sumitomo (Япония) [18]. В последние годы существенно возрос экспорт техники из Китая, что привело к снижению рентабельности редукторных производств в Российской Федерации [19]. Таким образом, в связи с высокой плотностью рынка перспективной является разработка (для последующей организации производства) новой редукторной техники, обладающей конструктивной новизной, содержащей ноу-хау и не освоенной зарубежными производителями-конкурентами.

Рассмотрим требования к разрабатываемым передачам. Они должны обеспечивать реализацию передаточных отношений в диапазоне 16...200 и высокий технический уровень, сопоставимый с мировыми аналогами.

Для оценки технического уровня редуктора вводят критерий относительной массы $\gamma = m/T_2$, где m – масса редуктора, кг; T_2 – номинальный момент на ведомом валу, Н·м. Для редукторов высокого технического уровня данный показатель должен быть менее 0,1 кг/(Н·м) [12]. В соответствии с этим в задачи исследования входил синтез конструкции механической передачи, обеспечивающей высокую нагрузочную способность при заданных минимальных массогабаритных показателях. Разработку конструкции новой передачи (на основе схем планетарных передач) предлагается решать следующим образом:

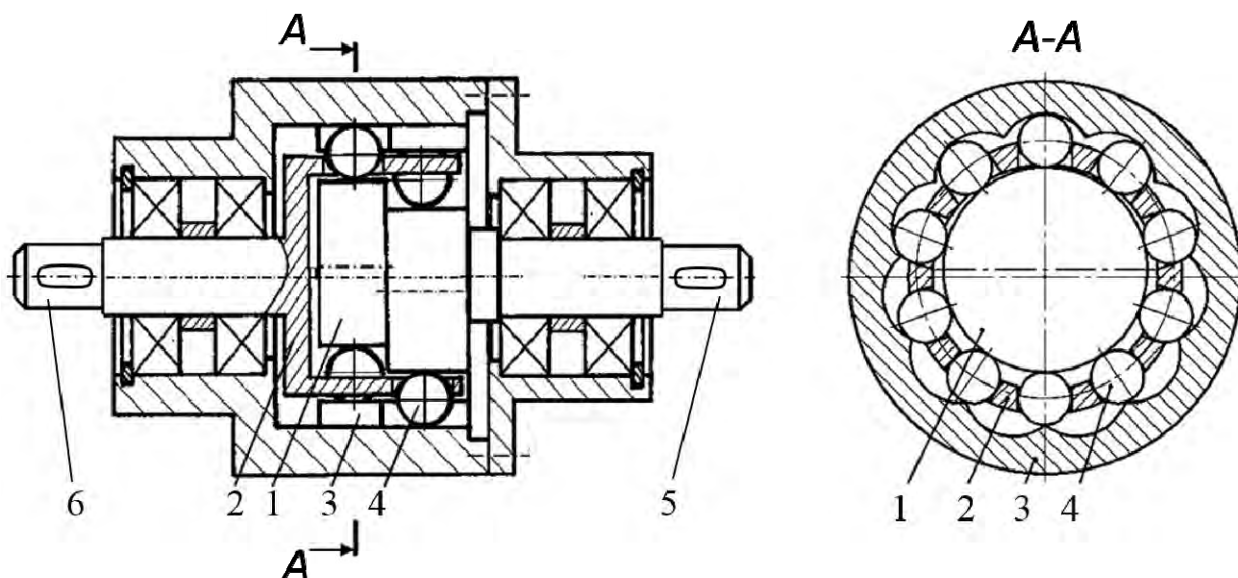
– использовать тела качения вместо зубьев;

– заменить плоскопараллельное движение сателлита сферическим движением.

1.2 Анализ развития передач с промежуточными телами качения

С помощью тел качения можно осуществить замену скольжения качением, которое сопровождается малыми потерями мощности, и повысить КПД передач. В настоящее время разработан класс передаточных механизмов – передач с промежуточными телами качения (ППТК) [20]. Нагрузка в ППТК передается по множеству параллельных потоков (тел качения), что позволяет снижать материалоемкость и уменьшать габариты привода. Коэффициент, численно характеризующий данное преимущество, – среднее число тел качения, передающих нагрузку, отнесенное к общему числу тел качения. Этот показатель, по аналогии с зубчатыми передачами, можно условно назвать удельным коэффициентом перекрытия.

Конструкции ППТК разрабатывались уже в начале XX в. [21–24] с целью передачи возрастающих мощностей при одновременном снижении массы и габаритов привода. Большинство первых конструкций ППТК были основаны на схеме эксцентриковой передачи с шариковыми и роликовыми телами качения (рисунок 1.6). Эту схему условно можно отнести к схеме $2k-h$ с одновалцовым сателлитом, где роль центральных зубчатых колес выполняют эксцентрик (число зубьев $Z_1 = 1$) и колесо 3 с числом зубьев Z_3 , а функцию водила – сепаратор. Для повышения нагрузочной способности и уравновешенности на ведущем валу закреплены два эксцентрика, взаимодействующие с двумя рядами тел качения и обеспечивающие параллельный поток мощности.

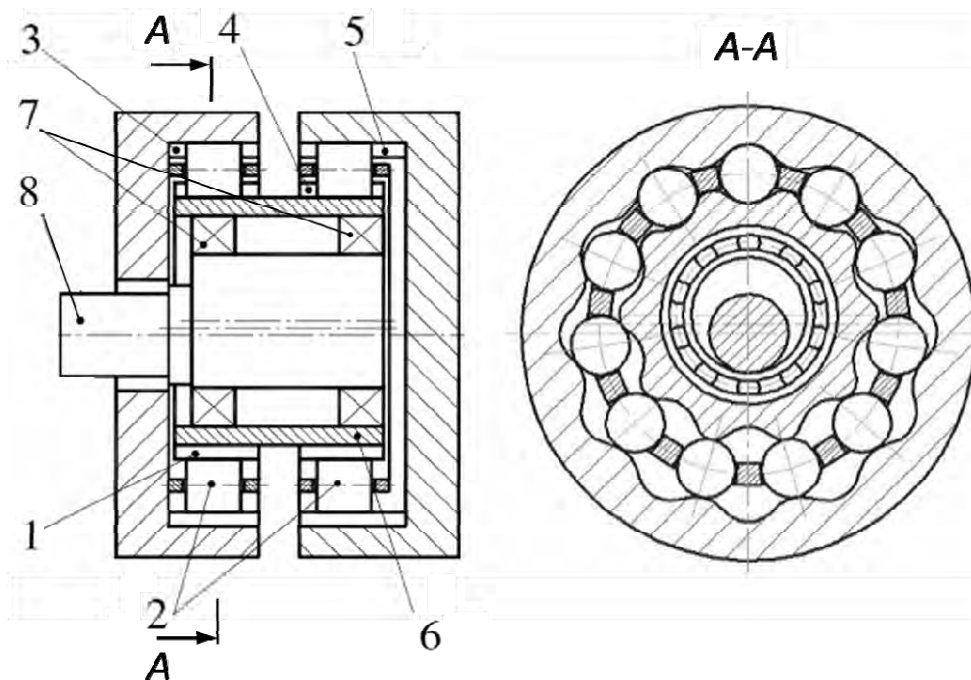


1 – эксцентрик (одноволновой генератор); 2 – сепаратор (ведомый вал); 3 – закрепленное в корпусе колесо с внутренним циклоидальным профилем; 4 – тела качения; 5 – ведущий вал; 6 – ведомый вал

Рисунок 1.6 – Схема двухрядной эксцентриковой передачи

Рассматривались различные области применения ППТК, в частности в межколесных дифференциалах [25]. Различные схемы эксцентриковых передач используют при проектировании компактных приводных систем и в настоящее время [26–28]. Однако в одной ступени возможна реализация передаточных отношений до 25...30 (максимум до 60). Согласно исследованиям, приводимым в [29], КПД этих передач составляет 0,6...0,7 при передаточном отношении $i = 14$ и снижается до 0,15 при $i = 100$.

В [30] рассматривается передача, использующая два ряда роликов, спроектированная по схеме, аналогичной $2k-h$ с двухвенцовым сателлитом. Передача с тем же принципом действия (рисунок 1.7) исследована в [31, 32]. Ее сепараторы не нагружены и выполняют функцию разделения тел качения.



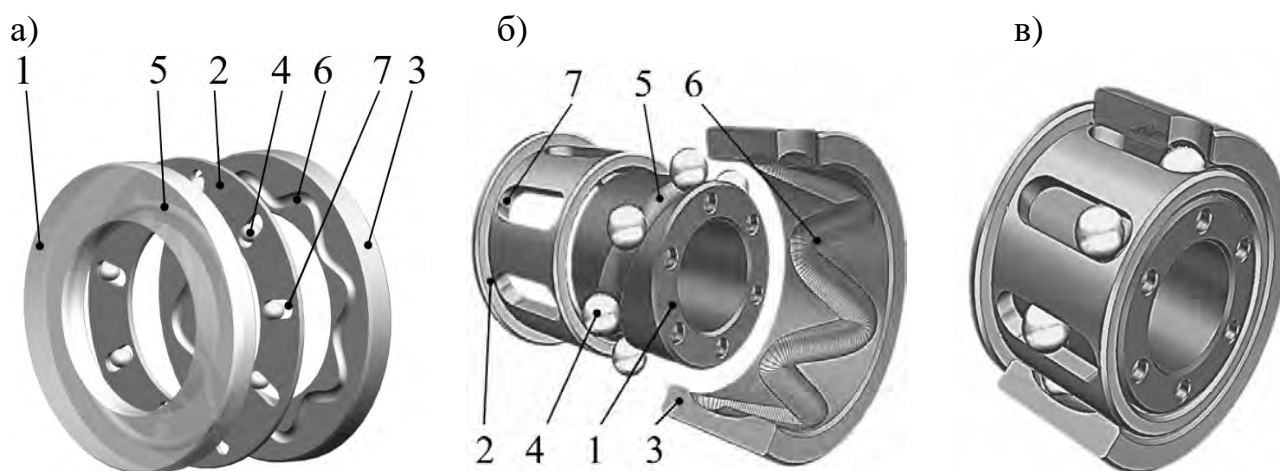
1, 4 – зубчатые венцы сателлита; 2 – тела качения (ролики); 3 – зубчатый венец неподвижного центрального колеса; 5 – зубчатый венец ведомого подвижного центрального колеса; 6 – сателлит; 7 – подшипники; 8 – ведущий вал с эксцентриком

Рисунок 1.7 – Эксцентриковая ППТК с двухвенцовым сателлитом

Использование двух последовательно установленных рядов роликов позволяет расширить кинематические возможности [33]. В [34] рассмотрена конструкция передачи, использующая аналогичный принцип работы, но с радиальной компоновкой рядов роликов.

В [35] ППТК классифицированы по виду поверхностей, на которых располагаются траектории движения центров масс тел качения. В Могилевском машиностроительном институте (с 2003 г. Белорусско-Российский университет) были разработаны конструкции передач плоского типа по схеме $2k-h$, отличающиеся, по сравнению с эксцентриковыми передачами, типом геометрического замыкания высших кинематических пар, образуемых телами качения с другими деталями ППТК.

Двухстороннее замыкание теоретически позволяет повысить нагрузочную способность в 2 раза по сравнению с односторонним. При одностороннем замыкании (см. рисунки 1.6 и 1.7) тела качения контактируют с кулачковыми поверхностями таким образом, что передает усилие только половина тел качения, вторая половина увлекается наложенными связями и совершает холостой пробег. Двухстороннее замыкание образуется при использовании беговых дорожек, причем на всех звеньях. При двухстороннем замыкании (рисунок 1.8) все тела качения передают нагрузку, поочередно контактируя с разными участками беговых дорожек [36]. Но оно предъявляет повышенные требования к точности их изготовления, необходимости проектирования устройств для равномерного распределения нагрузки по потокам и при несоблюдении этих условий может привести к снижению КПД.



1 – ведущий диск; 2 – сепаратор; 3 – ведомый диск; 4 – шарики; 5 – однопериодная беговая дорожка; 6 – многопериодная беговая дорожка; 7 – пазы сепаратора

Рисунок 1.8 – Трехзвенные ППТК плоского типа (а) и цилиндрического типа (детали и секция в сборе) (б, в)

Цилиндрические ППТК используются, как правило, в случае необходимости встроить силовую передачу в пространства с ограниченными радиальными размерами. Они также начали разрабатываться в начале [37] и середине [38, 39] XX в. Над развитием ППТК плодотворно работали такие ученые, как М. Lehman, А. Е. Беляев, Р. М. Игнатищев, М. Ф. Пашкевич, Ан И-Кан, Н. Р. Щербаков, С. Л. Самсонович, Е. А. Ефременков, М. В. Маргулис, М. Vara, Н. Terada и др. Р. М. Игнатищевым был предложен один из вариантов механизмов данного типа – синусошариковый редуктор (СШР) (см. рисунок 1.8, б, в) [40].

Цилиндрические и плоские передачи продолжают совершенствоваться и на современном этапе [41], в том числе исследователями из Китая и Японии [42–44]. Разработаны также конические ППТК [45]. Однако в одной их ступени можно реализовать передаточные отношения только в диапазоне 1...12. Разработаны двухрядные схемы ППТК по аналогии со схемой $2k-h$ с двухвенцовыми сателлитами [33, 46]. Существенным недостатком многих

конструкций ППТК, в том числе цилиндрического и плоского типов, являлся низкий КПД [47]. В [35, 48] предложено использовать составные промежуточные ролики для обеспечения качения и снижения потерь мощности на проскальзывание.

ППТК по числу контактов тел качения с деталями передачи бывают двухконтактные (см. рисунок 1.7), т. к. сепаратор не передает нагрузку и теоретически может отсутствовать, трехконтактные (см. рисунок 1.8) и с комбинированным контактом. По аналогии можно рассматривать планетарные зубчатые передачи по количеству тел, взаимодействующих с сателлитом. Недостатками трехконтактных ППТК являются снижение длины контактных линий (и нагрузочной способности), невозможность обеспечения «чистого» качения (без проскальзывания) при одновременном контакте тел качения с поверхностями трех элементов (деталей). Это приводит к увеличению скольжения и снижению КПД, прочности и надежности из-за малой толщины сепаратора.

Рассмотренные конструкции ППТК [21–48] классифицируются в [49] как передачи со «свободными телами качения». Этот термин применен к ППТК, у которых центры масс (для шариков) или оси (для роликов) не закреплены на общем основании – одной из деталей передачи, а расстояние между центрами масс тел качения (или осями) может изменяться в процессе работы. При закреплении осей (центров масс) у тел качения сохраняется возможность осуществлять вращение относительно этих осей (центров) и совершать качение по рабочим поверхностям других деталей. У передач с незакрепленными телами качения возможны их заклинивания (особенно роликов из-за перегиба осей), а также повышенные шум и вибрации из-за зазоров и снижения жесткости.

Все ППТК разделяются на шариковые и роликовые передачи, ролики при этом могут иметь различную форму [50]. Шариковые передачи имеют меньшую нагрузочную способность из-за ограниченности длин контактных линий.

Таким образом, на основе проведенного анализа установлено, что для реализации поставленных задач наиболее перспективными ППТК являются двухконтактные двухрядные роликовые передачи с закрепленными роликами, обеспечивающие двухстороннее геометрическое замыкание высших кинематических пар.

1.3 Конструкции сферических передач с промежуточными телами качения для малогабаритных приводов и их классификация

Заменив плоское движение сателлита планетарной передачи сферическим, можно повысить ее уравновешенность и снизить массогабаритные показатели.

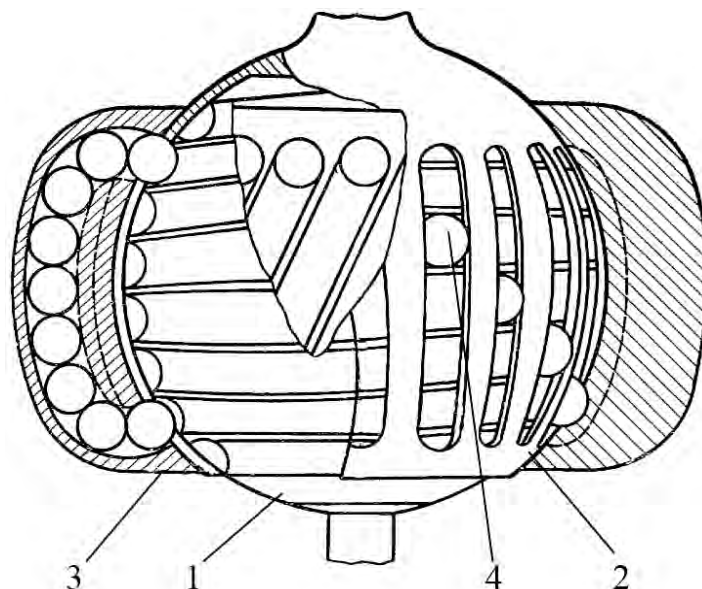
Сферические передачи с промежуточными телами качения (СППТК) – это передачи, у которых траектории центров масс тел качения расположены на сферической поверхности [35]. Значительный вклад в развитие сферических ППТК внесли W. G. Molynеux, A. И. Бостан, П. Н. Громыко, G. Wang и др.

При сферическом движении одна точка, которая может лежать вне сателлита, является неподвижной (центр сферического движения), а движение сателлита можно рассматривать как совокупность вращений относительно мгновенных осей, проходящих через эту точку.

Проанализируем известные конструктивные схемы сферических механизмов для создания редукторов, вновь применив аналогию с рассмотренными планетарными зубчатыми передачами.

Схемы $2k-h$ с одновенцовыми (однорядными) сателлитами. Механизмы, в которых траектории центров масс тел качения расположены на сферических поверхностях, получают дополнительные кинематические и компоновочные возможности [51–53]. Например, на базе сферической шариковой передачи разработаны конструкции автомобильных дифференциалов [54, 55].

Разработано множество конструкций трехконтактных СППТК по схеме $2k-h$ как с винтовыми дорожками на сферических поверхностях и каналами возврата [56] (рисунок 1.9), так и с замкнутыми беговыми дорожками.



1 – ведущая обойма; 2 – ведомая обойма; 3 – заторможенная обойма; 4 – шары

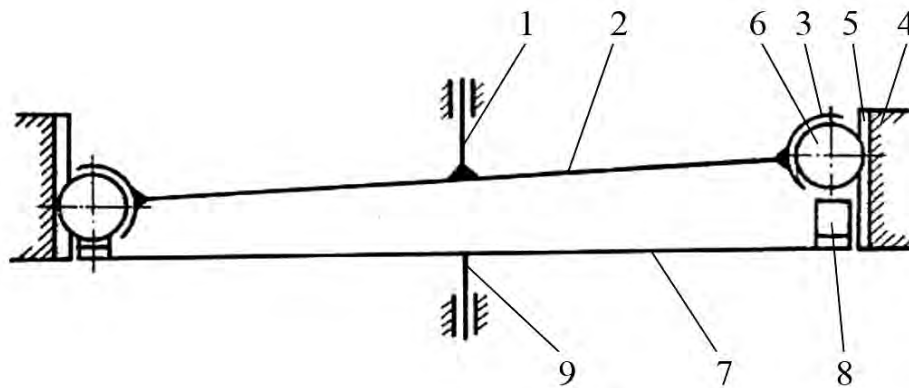
Рисунок 1.9 – Шаровинтовая передача

Передачи с каналами возврата сложны в изготовлении, нагруженный сепаратор имеет малую толщину и низкую прочность.

На рисунке 1.10 показана передача [57], в которой водило имеет кольцевой паз, по которому перемещаются незакрепленные шары. Они контактируют с внутренними зубьями центрального колеса, представляющими собой осевые пазы, и с зубьями колеса, закрепленного на ведомом валу. В передаче [58] зубья центрального колеса заменены цилиндрическими цевками. Зубья колеса на ведомом валу обеспечивают одностороннее замыкание высших кинематических пар и снижают коэффициент перекрытия.

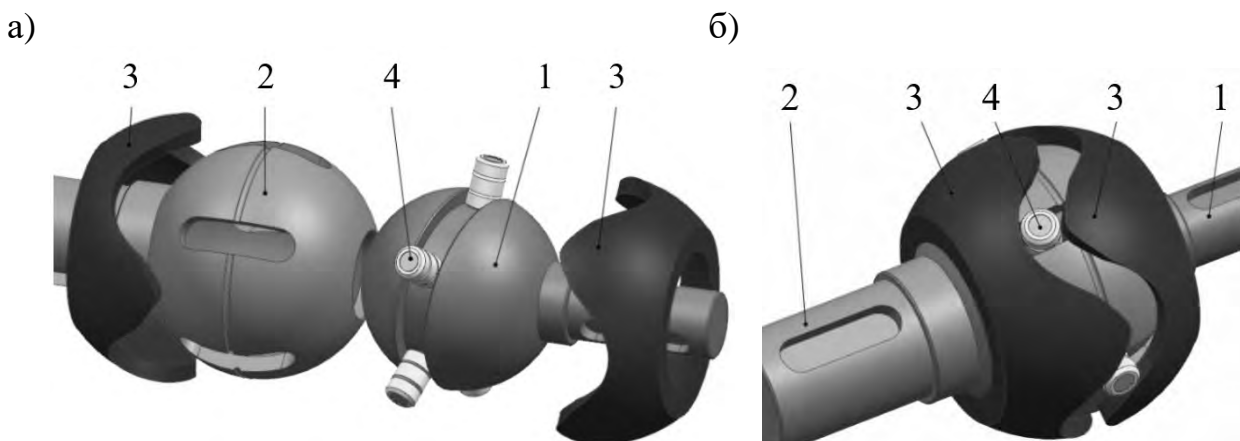
Передача, показанная на рисунке 1.11, является аналогом цилиндрической

передачи, приведенной на рисунке 1.8, и обеспечивает двухстороннее замыкание высших кинематических пар.



1 – входной вал; 2 – водило; 3 – кольцевой паз; 4 – корпус с центральным колесом; 5 – зубья центрального колеса; 6 – тела качения; 7 – ведомое центральное колесо; 8 – зубья ведомого колеса; 9 – ведомый вал

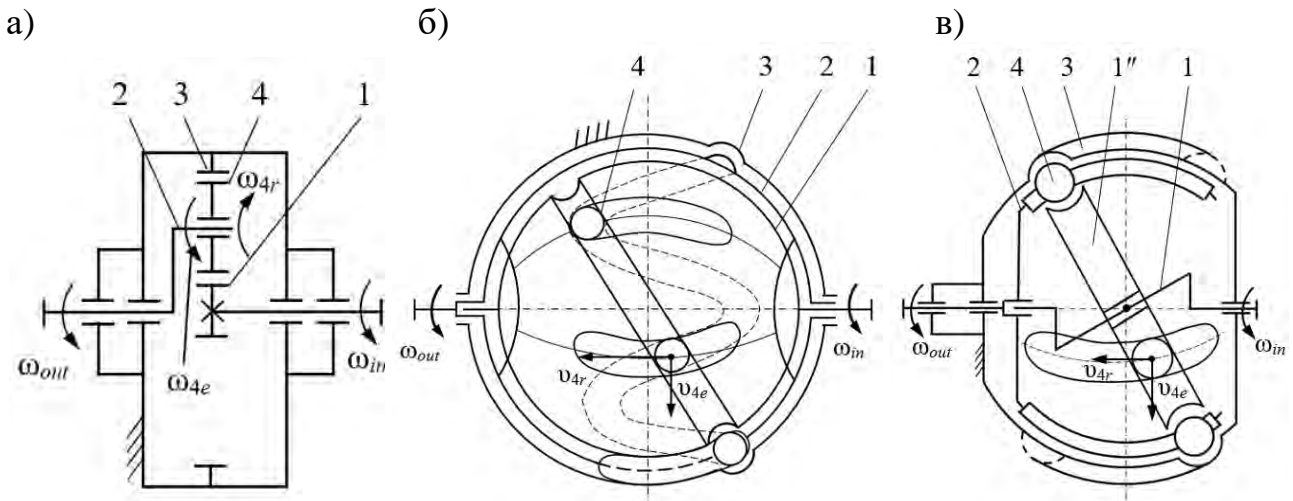
Рисунок 1.10 – Трехконтактная планетарная сферическая передача



а – основные элементы передачи; б – передача в сборе; 1 – ведущий вал с внутренним кулачком; 2 – ведомый вал – сепаратор; 3 – наружные кулачки; 4 – составные тела качения

Рисунок 1.11 – Трехконтактная СППТК с двухсторонним геометрическим замыканием кинематических пар

Проведем аналогию в кинематических принципах работы трехконтактных СППТК и планетарных зубчатых передач, спроектированных по схеме $2k-h$ с одновенцовыми сателлитами (рисунок 1.12). Вращательное движение центрального колеса 1 планетарной зубчатой передачи (см. рисунок 1.12, а) с угловой скоростью ω_{in} преобразуется в сложное (плоскопараллельное) движение сателлита (сателлитов) 4 в неподвижной системе отсчета остановленного центрального колеса 3, которое можно разложить на относительное вращение сателлита вокруг оси водила с угловой скоростью ω_{4r} и его переносное вращение вокруг оси передачи с угловой скоростью ω_{4e} . Эта скорость передается водилу, как ведомому элементу передачи, в явном виде: $\omega_{4e} = \omega_{out}$.



а – планетарная зубчатая с одновенцовым сателлитом; б – СППТК с незакрепленными телами качения; в – СППТК с преобразованным ведущим звеном

Рисунок 1.12 – Передачи, сконструированные по схеме $2k-h$

Для сферических передач с незакрепленными телами качения (см. рисунок 1.12, б) вращение от ведущего вала и установленного на нем внутреннего сферического кулачка 1 с однопериодной беговой дорожкой ($Z_1 = 1$) передается телам качения 4, которые перемещаются по замкнутой периодической беговой дорожке (с числом периодов Z_3) неподвижного кулачка (кулачков) 3. Три дополнительные степени свободы (вращение шаров относительно собственных осей) не оказывают влияния на общую степень подвижности механизма. Движение центров масс тел качения раскладывается на относительное вдоль меридиональных пазов сепаратора со скоростью v_{4r} и переносное v_{4e} в движении вокруг оси передачи. Переносное движение передается на ведомый вал, который вращается с угловой скоростью ω_{out} . 3D-модель данной передачи с роликами показана на рисунке 1.11.

Передачное отношение, определяемое формулой Виллиса, в обоих случаях (для зубчатых планетарных передач и СППТК)

$$i_{12}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}, \quad (1.1)$$

где Z_1 , Z_3 – числа зубьев соответствующих колес для планетарных зубчатых передач или числа периодов беговых дорожек кулачков 1 и 3 соответственно для СППТК.

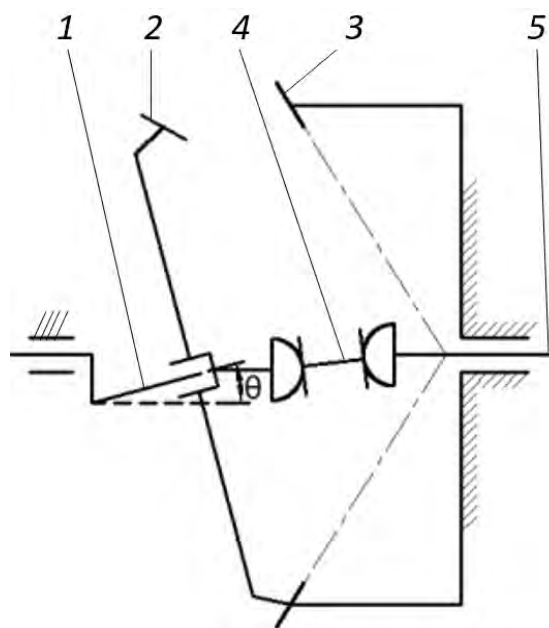
Конструкции трехконтактных передач отличаются от рассмотренных выполнением ведущего звена с кольцевым пазом на наружной поверхности [59]. В Белорусско-Российском университете были также разработаны схемы СППТК [60–63].

Схема СППТК, аналогичная рассмотренной схеме (см. рисунок 1.12, б), приведена на рисунке 1.12, в. Ведущий сферический кулачок заменен на диск 1'' с кольцевой канавкой, установленный на наклоненный участок

(кривошип) 1 ведущего вала. Дополнительная степень свободы (возможность вращения диска относительно кривошипа) не влияет на число степеней свободы системы, но снижает ее переопределенность с учетом дублирующих связей, позволяет повысить долю качения в процессе движения шариков 4. Было установлено, что при использовании определенного вида центрального профиля кулачковых поверхностей (беговой дорожки) кулачка 3 сохраняется постоянство расстояний не только между меридиональными пазами сепаратора 2, но и между центрами масс тел качения, а также сохраняется угловое расстояние в плоскости, перпендикулярной оси спутника [64].

Недостатки трехконтактных СППТК такие же, как цилиндрических и плоских передач. Трехконтактная СППТК построена по аналогичной схеме $2k-h$ планетарной зубчатой передачи с одновенцовым спутником, однако она не обеспечивает требуемый диапазон передаточных отношений.

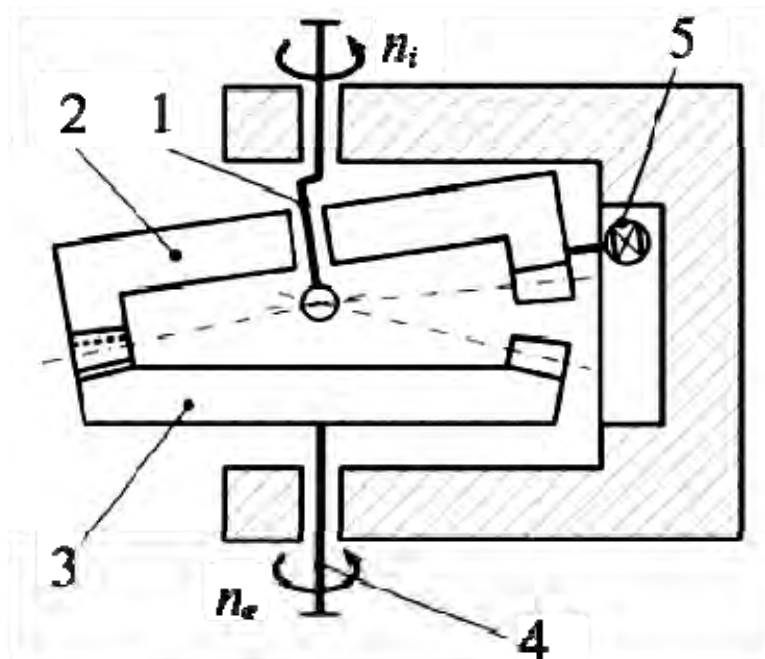
Схемы $k-h-v$. Анализ СППТК начнем с рассмотрения аналогов – зубчатых планетарных передач. Такие передачи с спутником, совершающим сферическое движение, часто называют прецессионными, т. к. принцип их работы основан на использовании явления регулярной прецессии. Также применяется термин «нутационный привод (передача)», т. к. движение нутации – одна из составляющих сферического движения. Передача, построенная по схеме $k-h-v$, использует, как минимум, одно коническое колесо, которое зацепляется либо с коническим, либо с цилиндрическим, либо с плоским колесом. Разработка таких зацеплений также началась еще в прошлом веке [65]. В [66] исследуется передача, схема которой показана на рисунке 1.13, зубья колес которой имеют сложный для изготовления сопряженный зубчатый профиль.



1 – ведущий вал с кривошипом; 2 – сателлит; 3 – неподвижное коническое колесо с внутренним зацеплением; 4 – карданная муфта; 5 – ведомый вал

Рисунок 1.13 – Схема конической передачи по схеме $k-h-v$

В [67] приведена видоизмененная кинематическая схема данной передачи (рисунок 1.14) и рассмотрены технологии изготовления ее зубчатых профилей. Вращение сателлита в ней ограничено с помощью стопора, размещенного в пазу корпуса. Благодаря этому сателлит совершает качающиеся движения, перемещая центральное колесо на небольшой угол с каждым оборотом ведущего вала.



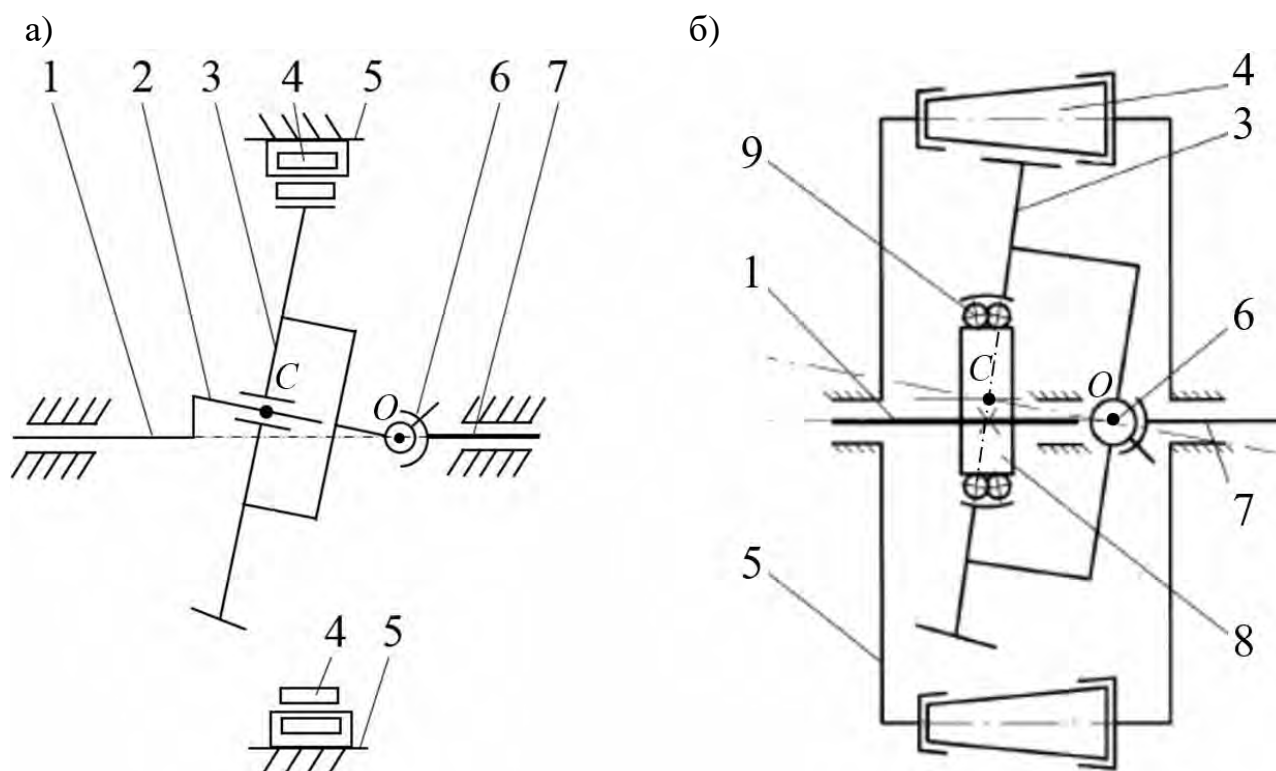
1 – ведущий вал с кривошипом; 2 – нутационный элемент; 3 – центральное колесо; 4 – ведомый вал; 5 – стопор, предотвращающий вращение сателлита

Рисунок 1.14 – Схема преобразованной передачи $k-h-v$ с фиксацией вращения сателлита

Данная схема широко используется в технике. В [68] описывается привод стояночного тормоза автомобиля Audi A8 с такой передачей. В [69] отмечено, что функция Auto Hold стала стандартной для ряда образцов машин концерна Volkswagen.

Рассмотрим конструкции этих передач с телами качения. В [70] приведена конструкция передачи, аналогичная представленной на рисунке 1.14. Зубья сателлитов заменены роликами с осями, закрепленными на сателлите, и предложено использовать несколько пазов для размещения стопоров.

Разработаны также передачи по схеме $k-h-v$ с роликами, которые заменяют зубья центрального колеса. В [71] рассмотрена передача, где внутренние зубья заменены цилиндрическими роликами, взаимодействующими с сателлитом с профилем зубьев, приближенным к сопряженному (рисунок 1.15, а). В [72] разработана конструкция передачи с коническими роликами, контактирующими с цилиндрическим сателлитом, в качестве которого используется звездочка цепной передачи (рисунок 1.15, б). Здесь кривошип заменен эксцентриком и сферическим подшипником.



1 – ведущий вал; 2 – наклоненный участок ведущего вала (кривошип); 3 – спутник; 4 – ролики; 5 – центральное колесо; 6 – угловая муфта; 7 – ведомый вал; 8 – эксцентрик; 9 – радиальный сферический двухрядный шариковый подшипник

Рисунок 1.15 – Кинематическая схема планетарной прецессионной передачи

Общие недостатки рассмотренных конструкций передач, построенных по схеме $k-h-v$:

- центр масс спутника C , как правило, не лежит на оси передачи и не совпадает с центром сферического движения O , следовательно, нуждается в уравнивании;

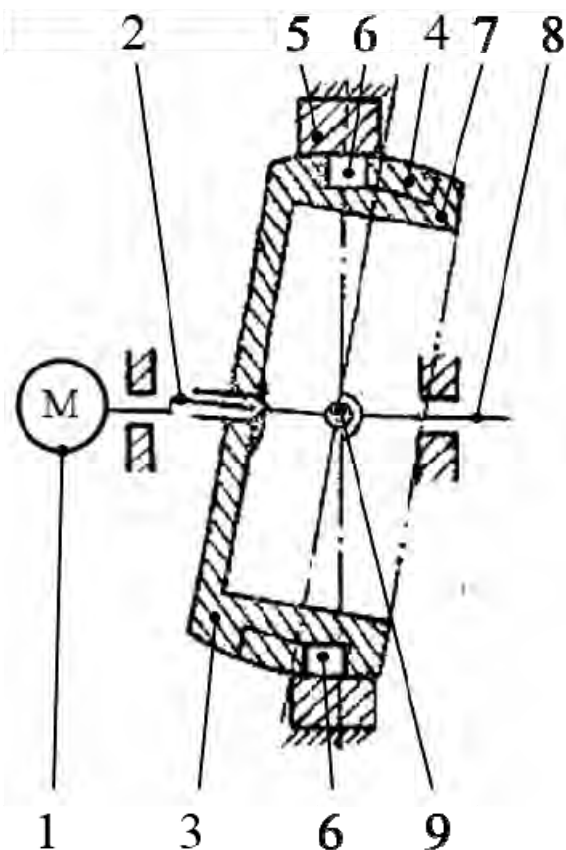
- необходимость проектирования механизма съема вращения с пространственно сложно движущихся элементов на выходной вал. Для плоских (эксцентриковых, циклоидальных и др.) передач этот вопрос решается по-разному: в редукторах фирмы SPINEA использована муфта Ольдгейма; в редукторах фирмы Sumitomo – механизм параллельных кривошипов. Для сферических передач необходимо применять угловые муфты, ШРУСы [73] или использовать сдвоенные карданные шарниры. Использование угловых муфт приводит к повышенному скольжению и увеличенным потерям мощности;

- диапазон передаточных отношений 16...200 полностью не обеспечивается.

Также разработаны конструкции с двухвенцовыми спутниками для увеличения числа параллельных потоков мощности: венцы установлены на кривошипе параллельно с угловым смещением и контактируют с одним рядом роликов [74]. Кинематика передачи не изменяется, но возрастает нагрузочная способность и повышается уравниваемость.

В описании изобретения [75] приведена схема передачи (рисунок 1.16),

обеспечивающая двухстороннее геометрическое замыкание, в отличие от схем на рисунке 1.15, т. к. ролики контактируют не с зубчатым профилем, а с беговой дорожкой. Поэтому в зубчатой передаче в зацеплении находится ограниченное число зубьев, а в СППТК число параллельных потоков мощности теоретически равно числу тел качения.

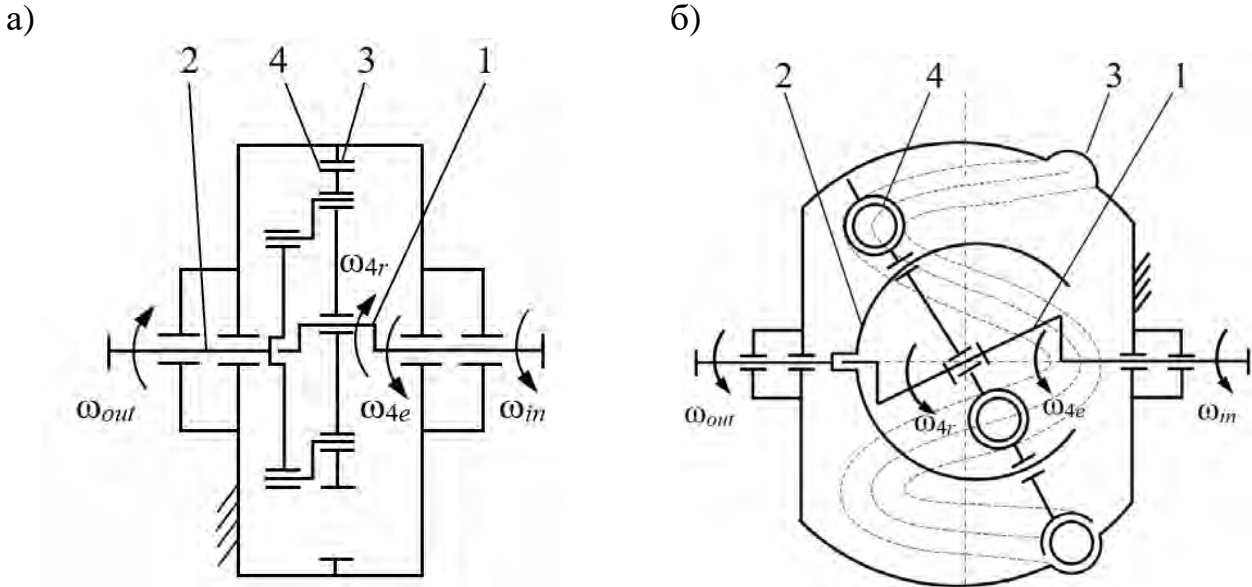


1 – двигатель; 2 – наклоненный кривошип; 3 – пояс сферы; 4 – беговые дорожки; 5 – неподвижная роликовая обойма; 6 – ролики; 7 – ведомая роликовая обойма; 8 – ведомый вал; 9 – угловая муфта

Рисунок 1.16 – Сфероидный зубчато-винтовой механизм

Рассмотрим кинематику СППТК, применив аналогию с планетарным зубчатым механизмом (рисунок 1.17, а), у которого вращательное движение ведущего вала с угловой скоростью ω_{in} вызывает плоскопараллельное движение сателлита, обкатывающегося по внутреннему зубчатому венцу центрального колеса [76]. Движение сателлита можно рассматривать как сложное, состоящее из переносного вращения вместе с водилом с угловой скоростью ω_{4e} и относительного вращения вокруг собственной оси с угловой скоростью ω_{4r} , которое и передается от сателлита с помощью различных механизмов ν на ведомый вал.

В [77] была разработана конструкция СППТК по схеме $k-h-\nu$ с двухсторонним геометрическим замыканием (рисунок 1.17, б). Центр масс сателлита совпадает с центром сферического движения и расположен на оси передачи.



а – планетарная зубчатая передача; б – СППТК [77]; 1 – ведущий вал с эксцентриком (кривошипом); 2 – ведомый вал; 3 – центральное колесо (беговая дорожка, образованная наружными кулачками); 4 – одновенцовый сателлит

Рисунок 1.17 – Передачи, сконструированные по схеме $k-h-v$

Кинематику СППТК можно рассматривать как преобразование вращательного движения ведущего вала с угловой скоростью ω_{in} в сложное (сферическое) абсолютное движение сателлита, складываемое из двух вращений: вместе с кривошипом с угловой скоростью ω_{4e} и относительно оси кривошипа с угловой скоростью ω_{4r} . На ведомый вал с помощью муфты передается ω_{out} – проекция на ось передачи вектора абсолютной угловой скорости сателлита, равного геометрической сумме переносной и относительной скоростей.

Центры масс шариков могут быть зафиксированы на сателлите, а могут быть и не закреплены, шарики будут при этом перемещаться с учетом наложенных связей. Кинематика передачи не изменится, т. к. расстояние между центрами тел качения остается неизменным в любом случае. В [78] описана конструкция двухконтактной передачи, где центры масс шариков не закреплены и перемещаются в процессе работы по беговой дорожке сателлита и в осевых пазах корпуса.

Передаточное отношение для всех передач по схеме $k-h-v$ определится как

$$i_{12}^{(3)} = \frac{Z_4}{Z_4 - Z_3}, \quad (1.2)$$

где Z_3 – число зубьев центрального колеса (число периодов беговой дорожки, образуемых наружными кулачками (рисунок 1.17, б));

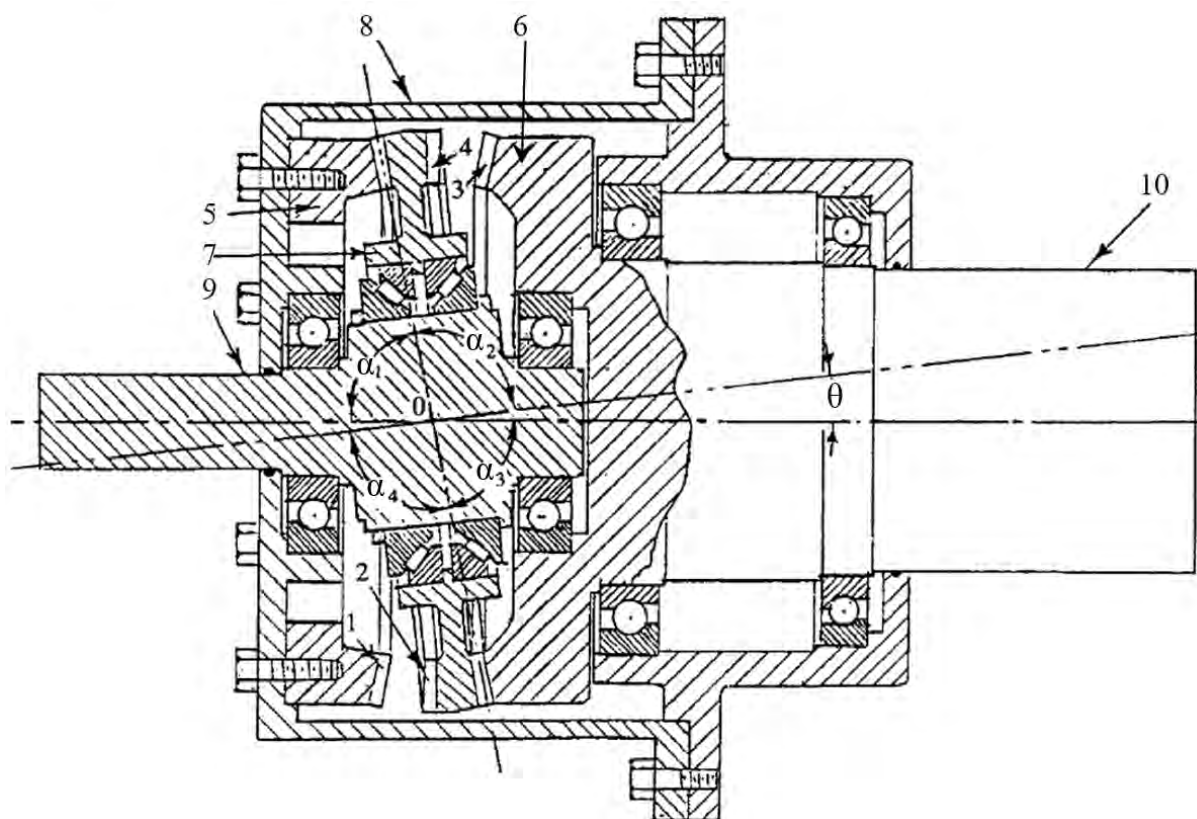
Z_4 – число зубьев сателлита (число тел качения).

Согласно теории ППТК [20], число тел качения в одном ряду принимают $Z_4 = Z_3 + Z_1 = Z_3 + 1$. При подстановке этого значения в формулу (1.2) она преобразуется в выражение (1.1).

Недостатком приведенных на рисунках 1.15–1.17 передач, построенных по схеме $k-h-v$, является невозможность реализовать требуемый диапазон передаточных отношений (16...200).

Схемы $2k-h$ с двухвенцовым (двухрядным) сателлитом. Применение схем передач с двухвенцовым сателлитом позволяет обеспечить требуемые значения передаточных отношений.

Разработан ряд конструкций передач по схеме $2k-h$ с двухвенцовым сателлитом с коническими зацеплениями: с сателлитом с двумя венцами на внутренних поверхностях [79–81]; с центральными колесами с внутренними коническими зубьями [82]; с коническими зубьями сателлита на внутренних и наружных поверхностях [83]; с коническими зубьями сателлита, зацепляющимися с цилиндрическими зубьями центральных колес [84, 85]; с венцами сателлитов, расположенных в радиальном направлении относительно друг друга [86, 87]; с магнитами, заменяющими зубья [88]; с пневмоприводом сферического движения сателлита [89] и др. В [90] приведено теоретическое обоснование различных видов конических передач со сферически движущимся сателлитом, одна из которых представлена на рисунке 1.18.



1 – венец неподвижного центрального колеса 5; 2, 4 – венцы сателлита 7; 3 – венец подвижного центрального колеса 6; 8 – корпус; 9, 10 – ведущий и ведомый валы

Рисунок 1.18 – Конструкция сферической передачи с двухрядным сателлитом

В [91, 92] рассмотрен практический аспект применения передач данного типа для приводов запорной арматуры и редукторных вставок насосов для нефтедобычи (рисунок 1.19). В [93] исследуются передачи, где применяются колеса с винтовым зубом, сложные в изготовлении, особенно на внутренних конических поверхностях.



Рисунок 1.19 – Редукторная вставка для насоса с двухвенцовым сателлитом

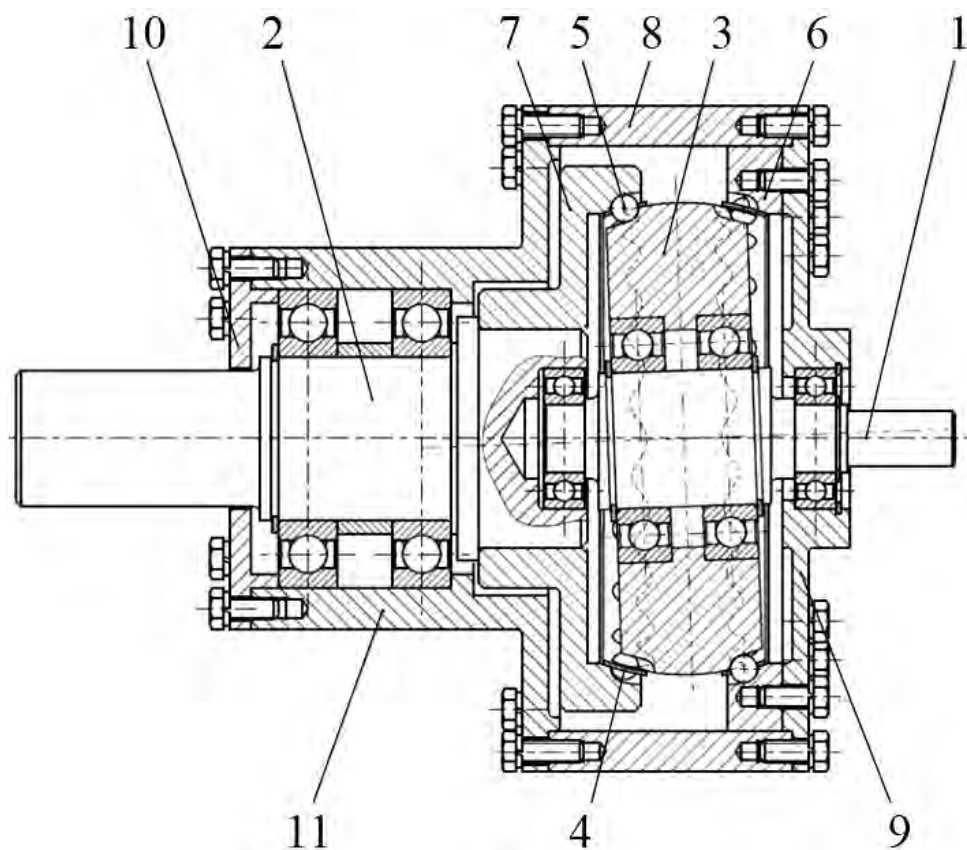
Рассмотрим также передачи, где зубья заменены телами качения. В [94] предложена схема двухконтактной СППТК с незакрепленными телами качения. Два ряда шариков контактируют с беговыми дорожками сателлита, обеспечивая двухстороннее геометрическое замыкание в обоих рядах. Аналогичные передачи исследовались китайскими [95, 96] и украинскими [97–99] разработчиками. Схема передачи приведена на рисунке 1.20. Сепараторы двух рядов шариков не нагружены и выполняют функцию разделения.

Закрепление тел качения позволяет повысить жесткость системы и улучшить технические показатели передач. На рисунке 1.21 показана планетарная прецессионная передача [100, 101], в которой два ряда радиально установленных роликов на сателлите контактируют с центральными колесами, обеспечивая одностороннее геометрическое замыкание высших кинематических пар.

В [75] также описаны передачи с односторонним (рисунок 1.22, а) и двухсторонним (рисунок 1.22, б) геометрическим замыканием.

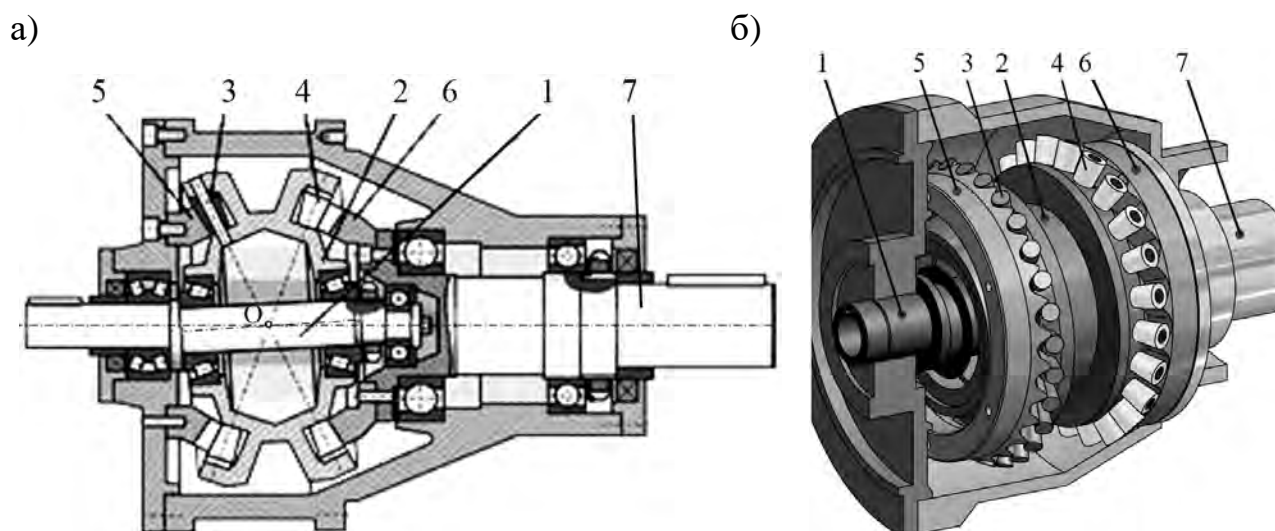
Отличие их от передачи, приведенной на рисунке 1.21, заключается в том, что ролики установлены не на сателлите, а выполняют функцию зубьев центральных колес. Примечательным является то, что беговые дорожки сателлита на рисунке 1.22, б расположены на сферических поверхностях разного диаметра.

В [102] тела качения выполнены в виде шариков, также закрепленных в корпусе, а одна из беговых дорожек сателлита представлена в виде несоединенных участков трохоидальной формы (рисунок 1.23).



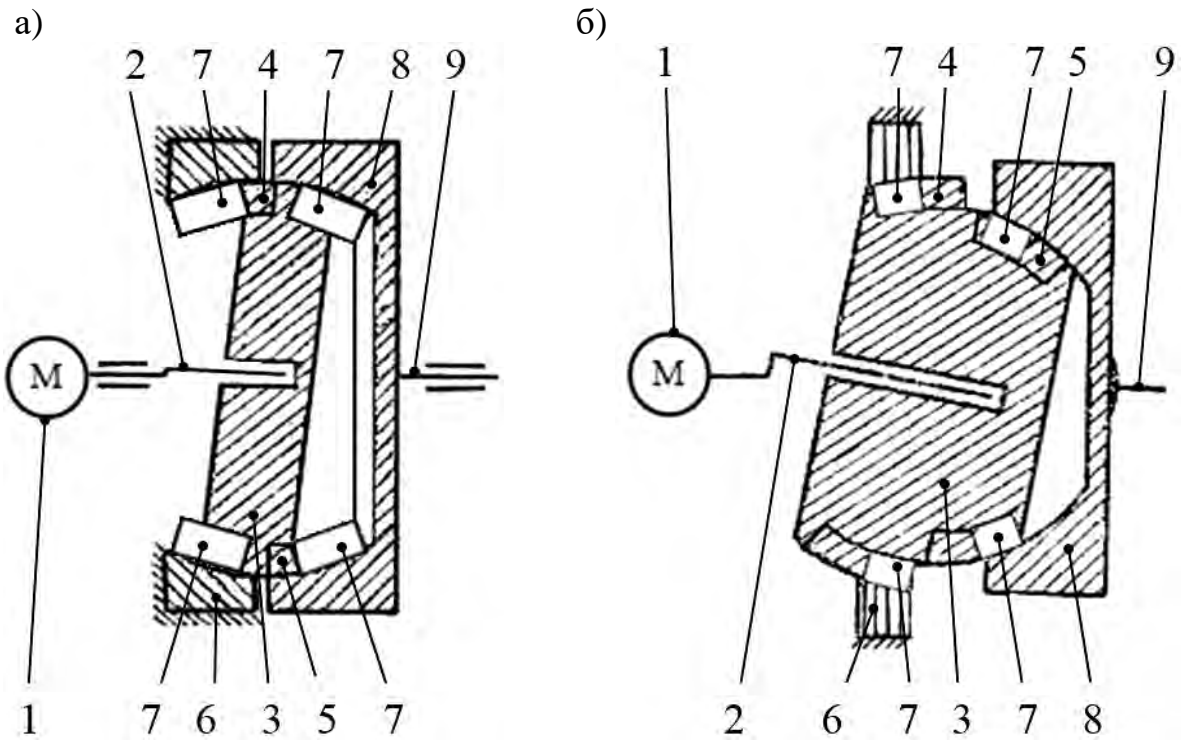
1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – сателлит; 4 – сепаратор; 5 – шарики; 6 – неподвижное колесо; 7 – подвижное колесо; 8 – корпус; 9, 10 – крышки; 11 – стакан

Рисунок 1.20 – Конструкция прецессионной шариковой передачи



а – схема; б – компьютерная модель; 1 – ведущий вал с наклоненным участком; 2 – сателлит; 3, 4 – первый и второй ряды роликов на сателлите; 5 – неподвижное зубчатое колесо; 6 – подвижное колесо, соединенное с ведомым валом 7

Рисунок 1.21 – Планетарная прецессионная передача



1 – двигатель; 2 – кривошип; 3 – сателлит; 4, 5 – беговые дорожки; 6 – неподвижная роликовая обойма; 7 – ролики; 8 – ведомая роликовая обойма; 9 – ведомый вал

Рисунок 1.22 – Сферидный зубчато-винтовой механизм



Рисунок 1.23 – Сферическая двухконтактная шариковая передача с сателлитом, взаимодействующим с двумя рядами тел качения

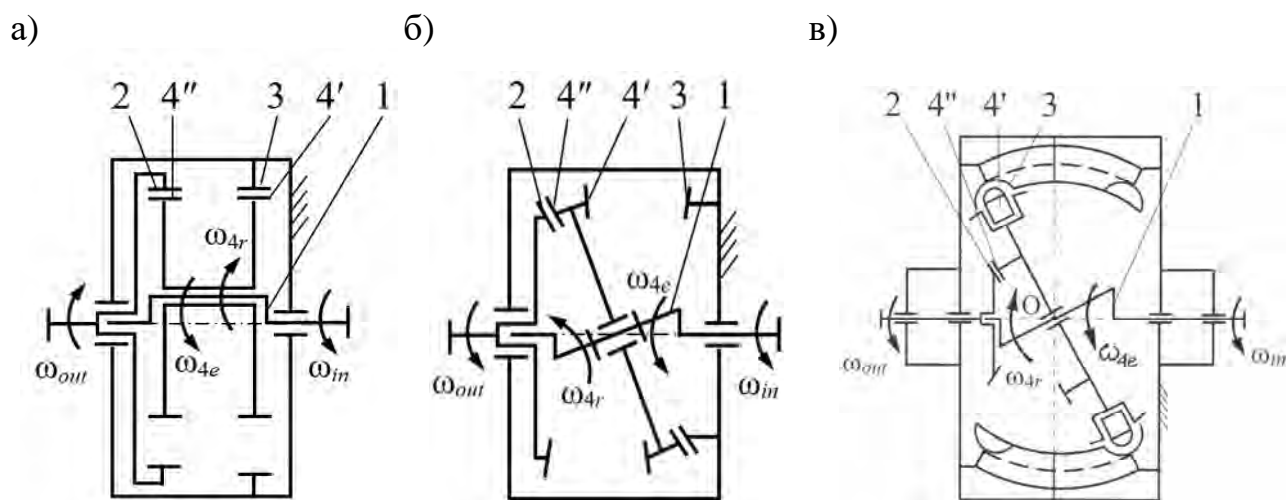
Для проведения аналогии кинематических принципов действия зубчатых передач, спроектированных по схеме $2k-h$ с двухвенцовыми сателлитами (рисунок 1.24, а), с кинематическими принципами СППТК сравним их конструкции. На рисунке 1.24, б показана схема передачи с коническими зубчатыми зацеплениями, которая является более уравновешенной, т. к. центр масс сателлита находится на оси передачи.

Передаточное отношение для планетарных зубчатых передач с двухвенцовым сателлитом определяется по формуле

$$i_{12}^{(3)} = \left(1 - \frac{Z_3 \cdot Z_4''}{Z_4' \cdot Z_2} \right)^{-1}, \quad (1.3)$$

где Z_i – числа зубьев колес, индексы которых соответствуют позициям элементов, приведенных на рисунке 1.24.

На рисунке 1.24, в показана схема СППТК, аналогом которой является передача [103] с незакрепленными телами качения. В отличие от схемы $k-h-v$ (см. рисунок 1.15, б) передача движения на ведомый вал здесь осуществляется с помощью конической зубчатой ступени. В [104], наоборот, коническая зубчатая ступень является опорной, а ряд тел качения взаимодействует с ведомым валом.



а – планетарная зубчатая с двухвенцовым цилиндрическим сателлитом; б – планетарная зубчатая с двухвенцовым коническим сателлитом; в – СППТК с закрепленными телами качения; 1 – ведущий вал; 2 – центральное колесо, связанное с ведомым валом; 3 – центральное колесо, связанное с корпусом (наружные кулачки, образующие беговую дорожку для СППТК); 4' – число зубьев первого венца сателлита (число тел качения для СППТК); 4'' – число зубьев второго венца сателлита

Рисунок 1.24 – Схемы передач, сконструированных по схеме $2k-h$ с двухвенцовыми (двухрядными) сателлитами

Зависимость (1.3) применима и для СППТК (см. рисунок 1.24, в). Для этих передач функцию чисел зубьев выполняют числа периодов центральных кривых и контактирующих с ними роликов. Предположим наличие в конструкции

СППТК не конического зубчатого зацепления, а еще одного ряда тел качения, размещенного на сателлите, контактирующего с беговой дорожкой выходного кулачка, связанного, в свою очередь, с ведомым валом. Обозначим число периодов беговой дорожки ведомого кулачка как Z_2 , а неподвижного кулачка – Z_3 . Так как число роликов в одном ряду на единицу больше, чем число периодов беговой дорожки (кулачкового профиля), с которой они контактируют, т. е. $Z'_4 = Z_3 + 1$, $Z''_4 = Z_2 + 1$, то формула (1.3), с учетом подстановок и преобразований, будет записана в виде

$$i_{12}^{(3)} = \frac{(Z_3 + 1) \cdot Z_2}{Z_2 - Z_3}. \quad (1.4)$$

Анализ зависимости (1.4) позволяет сделать вывод о реализуемости диапазона передаточных отношений 16...200 с помощью СППТК, спроектированных по схеме $2k-h$ с двухрядным сателлитом.

На основе двухконтактного механизма была разработана СРП, схема которой показана на рисунке 1.25 [105].

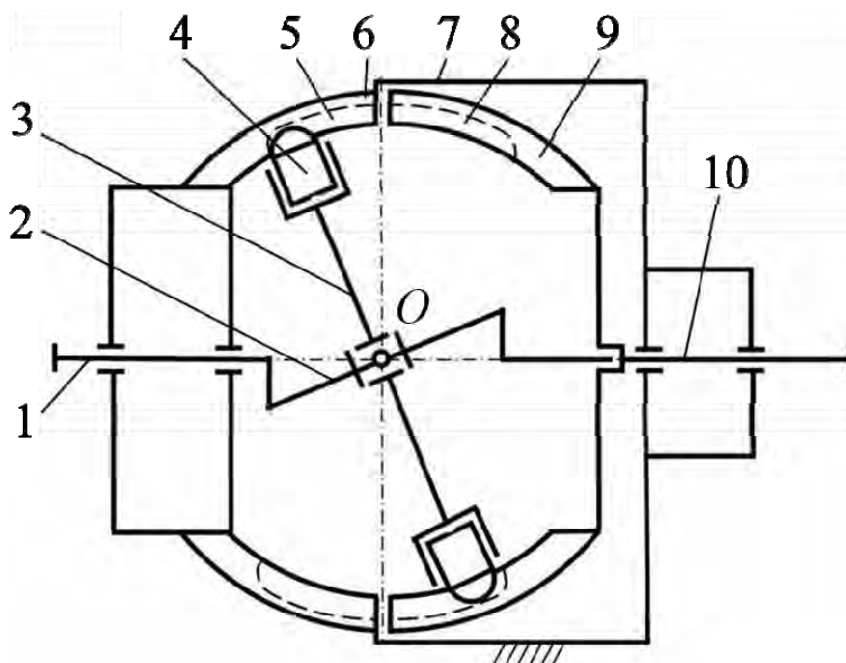


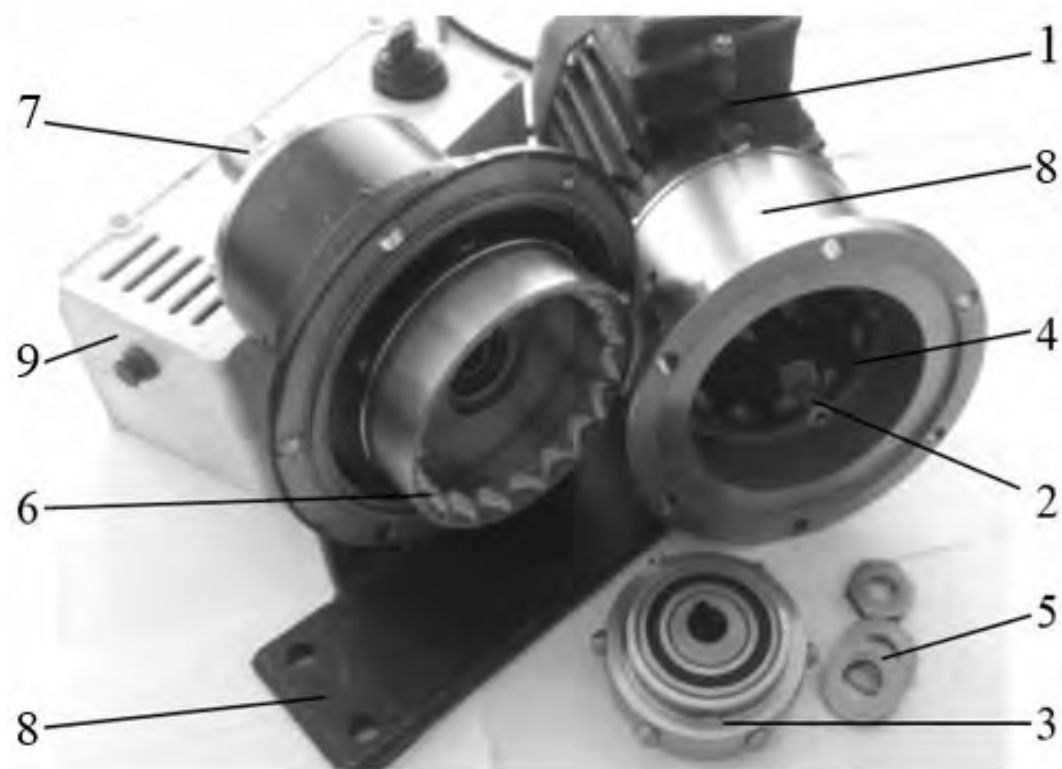
Рисунок 1.25 – Двухконтактная СРП с осями роликов, зафиксированными относительно сателлита

На наклоненном участке 2 ведущего вала 1 с возможностью относительного вращения установлен сателлит 3. На наружной поверхности сателлита с равным шагом выполнены отверстия, в которых размещаются ролики 4. Часть роликов своими сферическими концами контактируют с беговой дорожкой 5 сферического кулачка 6, установленного в корпусе 7. Одновременно другая часть роликов взаимодействуют с беговой дорожкой 8 ведомого кулачка 9, который закреплен на ведомом валу 10 передачи. Сателлит

совершает сферическое движение относительно центра O . Несмотря на то, что ролики в процессе работы контактируют с тремя телами (сателлитом и двумя сферическими кулачками), передача относится к двухконтактным, т. к. одновременный контакт роликов происходит только с двумя телами.

Беговая дорожка 8 ведомого кулачка 9 имеет число периодов Z_2 , а беговая дорожка 5 неподвижного кулачка 6 – число периодов Z_3 . Передаточные отношения определяются по формуле (1.4). Они не могут быть произвольными, а образуют ряд, значения которого зависят от сочетания чисел периодов дорожек и количества роликов [106]. Недостатком схемы также является использование принципа одностороннего геометрического замыкания высших кинематических пар и ограниченное число роликов, контактирующих с кулачками, что снижает теоретическую нагрузочную способность. Поэтому для обеспечения плавности зацепления число тел качения не может быть менее четырех. Передача явилась прототипом для разработки новой, более совершенной, схемы с использованием двух рядов роликов. Экспериментальный образец мотор-редуктора с передаточным отношением редукторной части, равным 34, подтвердивший кинематические зависимости и работоспособность СПТК, представлен на рисунке 1.26.

а)



а – основные узлы; б – общий вид с пультом управления; 1 – электродвигатель; 2 – ведущий вал редуктора; 3 – сателлит с установленными роликами; 4 – остановленный кулачок; 5 – стопорные шайбы; 6 – ведомый кулачок; 7 – ведомый вал; 8 – корпус редуктора; 9 – пульт управления мотор-редуктора

Рисунок 1.26 – Мотор-редуктор с СРП

б)



Окончание рисунка 1.26

На основе проведенного анализа разработана классификационная схема СППТК [107, 108], которая представлена на рисунке 1.27. На ней штриховым контуром отмечены наиболее перспективные группы передач для решения задач, поставленных в исследовании.

По расположению беговых дорожек на сферической поверхности СППТК делятся на передачи с размещением средней линии беговых дорожек (центровых кривых кулачковых профилей) в экваториальной плоскости несущей сферической поверхности (см. рисунок 1.25) и вне ее (см. рисунок 1.20). В первом случае повышается равномерность перемещения тел качения. Во втором случае ухудшаются условия нагружения из-за несимметричности и разных длин участков дорожки по разные стороны от средней плоскости.

В случае применения двух рядов роликов СППТК могут разделяться на передачи с радиальным и осевым их расположением. Осевое расположение рядов приводит к более компактной конструкции, однако оно не обеспечивает симметричность беговых дорожек относительно средней (экваториальной) плоскости. Кроме того, различное число роликов в рядах приводит к смещению центра масс сателлита относительно оси передачи и необходимости принятия дополнительных мер по его уравниванию. Радиальное расположение рядов роликов также представляется более рациональным с точки зрения силового анализа: силы уравниваются относительно центра масс сателлита, если он лежит на оси передачи и совпадает с центром сферического движения. При осевом расположении рядов роликов разница во вращающих моментах, действующих на ряды, приводит к возникновению дополнительных пар сил относительно центра масс, которые увеличивают нагрузку на детали зацепления.

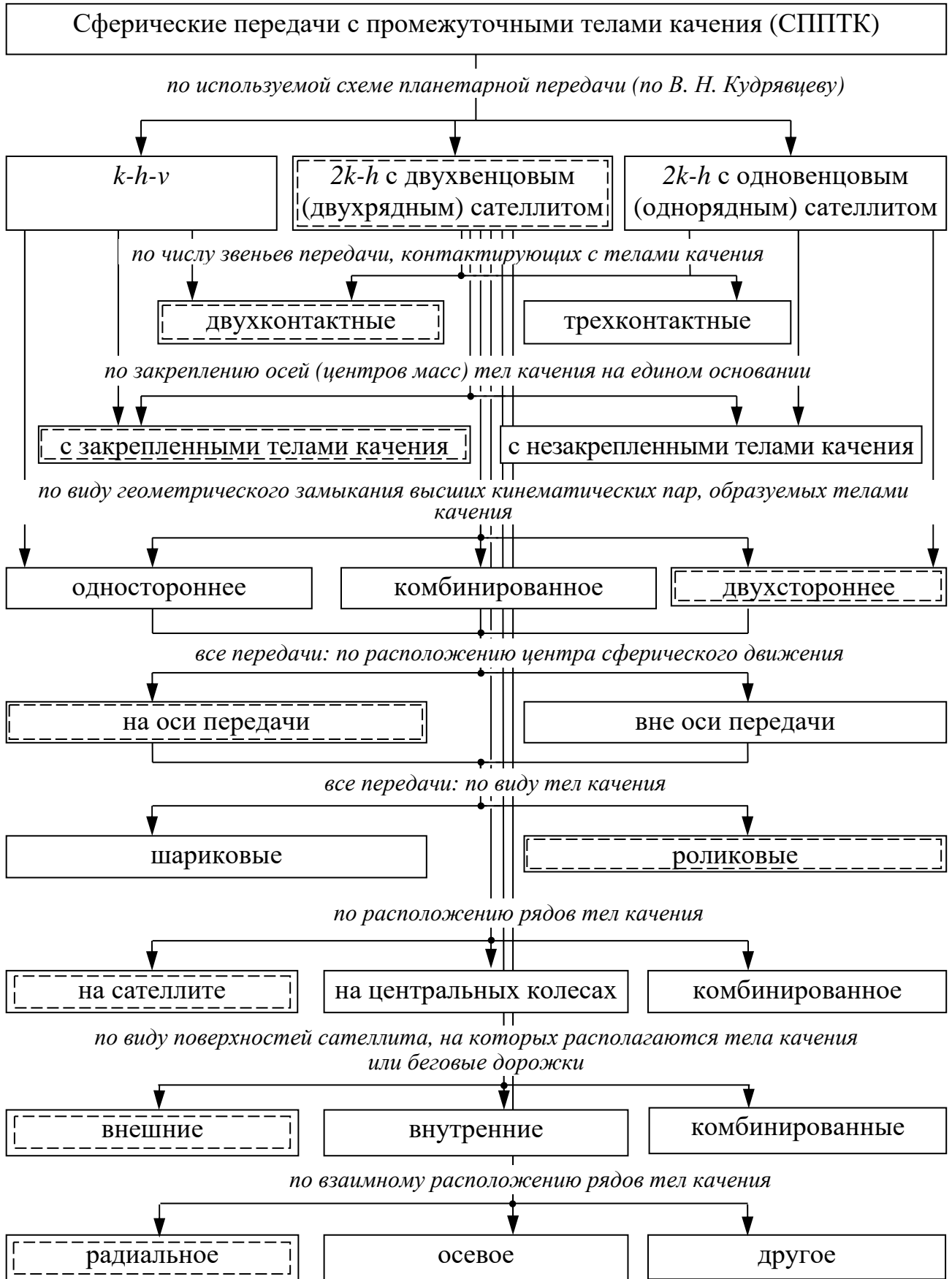


Рисунок 1.27 – Классификационная схема СППТК

Комбинированный вид геометрического замыкания может быть в передачах с двумя рядами роликов.

Несмотря на большое разнообразие разработанных конструкций, методики расчетов СППТК (проектных и проверочных) в источниках литературы либо отсутствуют, либо представлены фрагментарно [109, 110], поэтому задача их создания и апробации является актуальной. При этом необходимо определить геометрические параметры передач, обеспечивающие максимальные КПД и нагрузочную способность (максимальный передаваемый момент) при заданных радиальных габаритах.

Определим основные направления совершенствования СППТК:

- повышение КПД за счет увеличения доли качения и снижения доли скольжения при движении роликов по беговым дорожкам и рабочим поверхностям деталей;

- повышение нагрузочной способности (максимального передаваемого момента при заданных радиальных габаритах передач) и технического уровня (отношения массы к передаваемому моменту) путем увеличения числа параллельных потоков мощности (коэффициента перекрытия) и длин контактных линий при заданных габаритах привода.

Дополнительными мерами совершенствования исследуемых механизмов может стать применение новых высокопрочных материалов для изготовления основных деталей зацепления и смазочных материалов, высокоэффективных методов поверхностного упрочнения.

1.4 Перспективы применения сферических роликовых передач для малогабаритных приводов

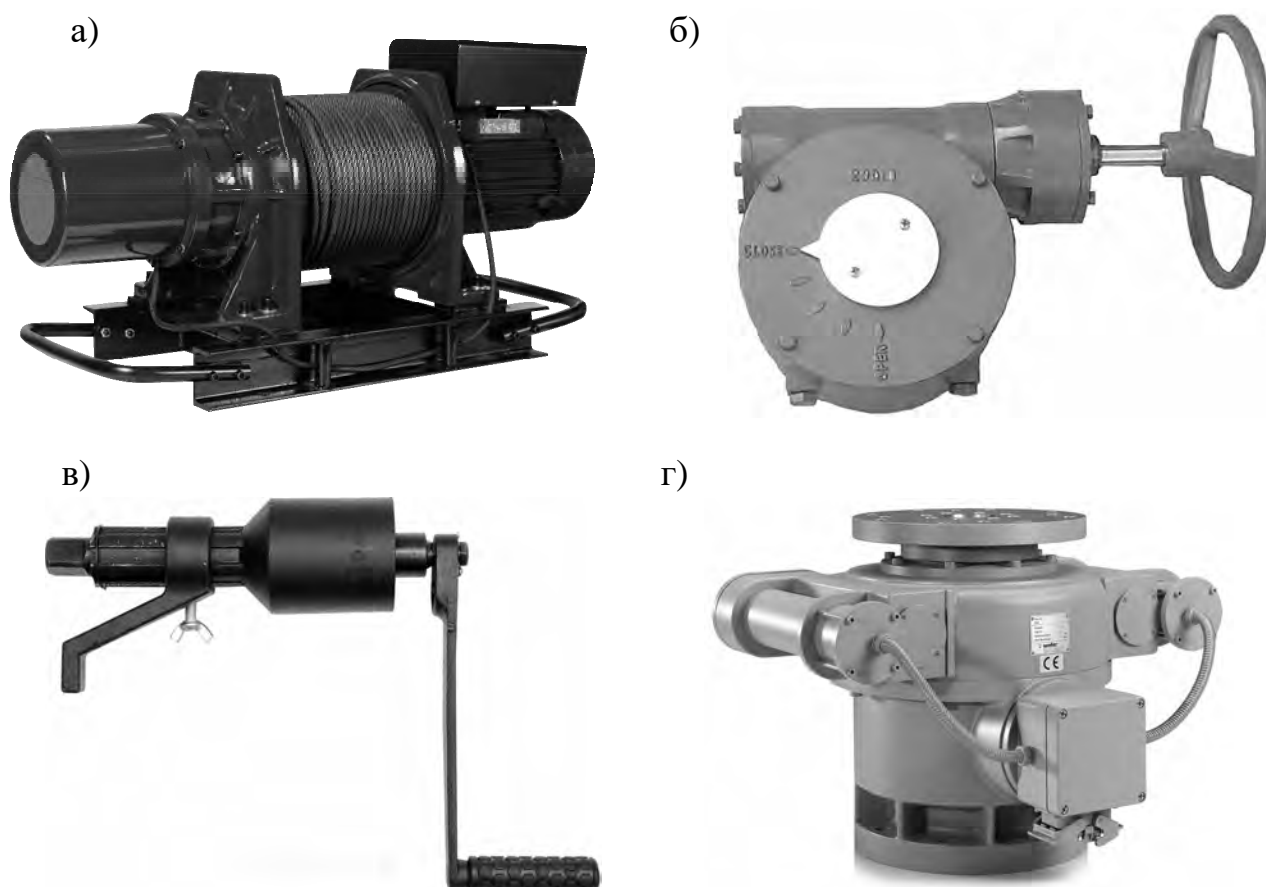
Электромеханические приводы повсеместно используются в промышленности и в быту. В условиях возрастающей конкуренции на рынке приводных систем к ним предъявляются требования по повышению технического уровня и снижению массогабаритных показателей. Во многих случаях необходима значительная редукция скорости вращения вала электродвигателя с пропорциональным увеличением передаваемого момента. Примерами являются приводы следящих систем, трубопроводной арматуры, грузоподъемных и тяговых механизмов, редукторные модули, встраиваемые в кинематические цепи роботов и манипуляторов. В связи с этим возникает проблема выбора механической передачи для низкооборотных приводов.

Традиционные эвольвентные зубчатые и простые планетарные передачи обеспечивают передаточные отношения не выше 12. Большие значения могут быть достигнуты последовательным соединением ступеней указанных типов передач, что увеличивает габариты привода и мертвый ход, снижает надежность механизма. Приближение источника движения к исполнительному органу позволяет снизить массу и габариты и повысить жесткость системы, а соответственно, точность перемещений и быстродействие.

В Республике Беларусь передачи и редукторные механизмы производятся, в основном, для грузовых автомобилей и тракторов. Производство отечественной

малогабаритной редукторной техники освоено несколькими предприятиями в ограниченном объеме. Импорт механических передач, редукторов и коробок передач непрерывно растет. Так, в 2020 г. он возрос на 38 %, по сравнению с предыдущим годом, и составил 633 тыс. шт. на общую сумму около 30 млн долл. США. При этом импорт из стран СНГ составляет лишь 5 % от общего объема. Промышленность Республики Беларусь существенно зависима от импорта редукторной техники из стран дальнего зарубежья, что в условиях санкционного давления диктует необходимость развития собственных производств с учетом накопленного опыта и современных требований, предъявляемых к приводным системам.

Сферические роликовые передачи с большими передаточными отношениями могут успешно применяться в приводах электрических тяговых лебедок, переносных либо стационарных (рисунок 1.28, а). Их ежегодное производство в Республике Беларусь составляет 1600–1800 шт. при потребности свыше 6 тыс. шт. Талей и подъемников с электроприводом было произведено в стране в 2020 г. всего 49 шт., в то время как собственные потребности предприятий требуют более 3 тыс. шт. ежегодно без учета возможного экспорта.



а – лебедка электрическая; б – редуктор червячный запорной арматуры; в – гайковерт ручной; г – поворотный привод антенны

Рисунок 1.28 – Варианты применения сферических роликовых передач

Сферические роликовые передачи могут использоваться для редукторных узлов запорной арматуры (рисунок 1.28, б). В настоящее время используются, преимущественно, червячные редукторы для приводов задвижек, однако применение СРП более эффективно. Основными потребителями являются ведущие нефте- и газодобывающие компании Российской Федерации. Импорт электроприводов трубопроводной арматуры в 2021 г. составил около 35 млн долл. США. В Республике Беларусь таких приводов (краны, вентили, клапаны и аналогичная арматура для трубопроводов) производится менее тысячи в год.

Сферические роликовые передачи могут применяться в приводах механизированного инструмента, включающего баллонные ключи, гайковерты, как с ручным, так и с электроприводом (рисунок 1.28, в). В последние годы импорт данных товаров составил 3,4 млн долл. США, а экспорт – 1,6 млн долл. США. Таким образом, ежегодное отрицательное сальдо составляет 1,8 млн долл. США.

Также сферические роликовые передачи могут применяться в поворотных механизмах антенн (рисунок 1.28, г). Требуемое передаточное отношение может составлять несколько тысяч, при этом кинематические передачи не могут обеспечить необходимый передаваемый момент более 100 Н·м.

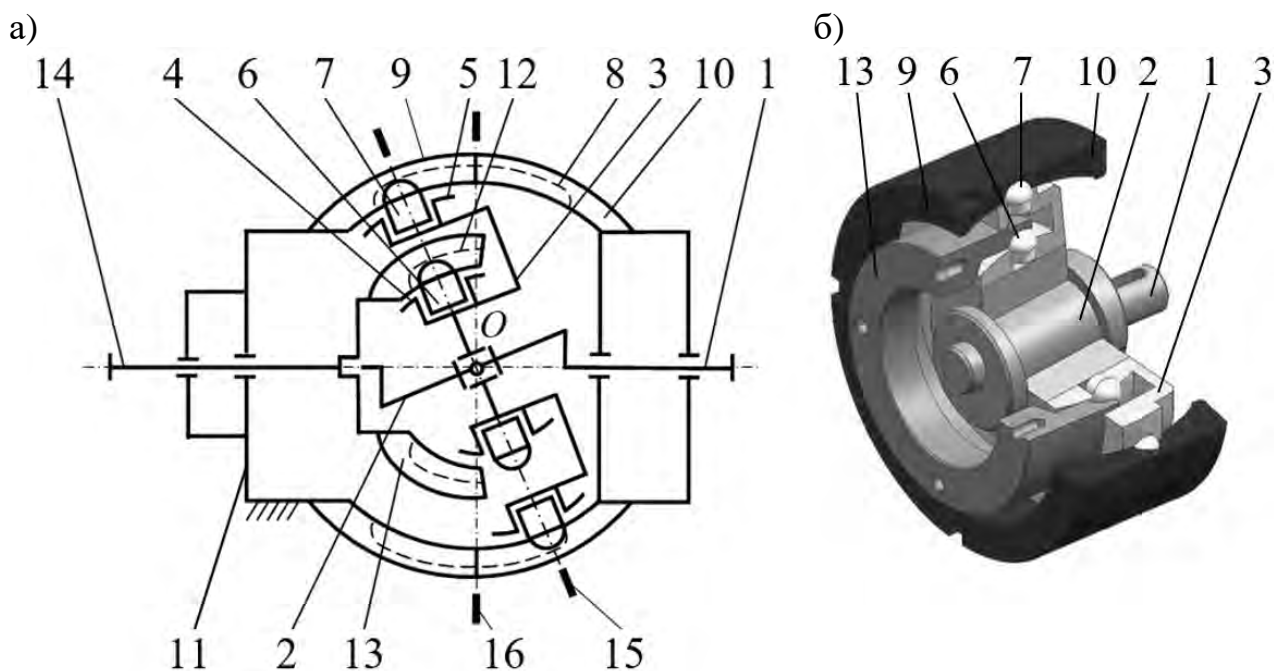
Как уже отмечалось, СРП могут применяться в кинематических цепях роботов и манипуляторов, востребованный диапазон передаточных отношений редукторов которых составляет 50...160.

Возможности применения СРП не ограничиваются указанными приводами. Широкий спектр областей использования включает приводы технологического оборудования, сельскохозяйственной техники, бытовых приборов и т. д.

2 Проектирование конструкции сферической роликовой передачи, исследование ее структуры, геометрии и кинематики

2.1 Разработка конструкции сферической роликовой передачи и исследование ее структуры

Предлагаемая конструкция сферической роликовой передачи (рисунок 2.1) [111–113] включает ведущий вал 1, имеющий наклоненный участок (кривошип) 2. На нем с возможностью вращения относительно кривошипа установлен сборный сателлит 3. Сателлит содержит внутреннюю 4 и наружную 5 поверхности с отверстиями, выполненными с равномерным шагом. В эти отверстия с переходными посадками установлены два ряда роликов 6 (внутренний) и 7 (наружный). Ряд роликов 7 контактирует своими сферическими торцами с замкнутой периодической беговой дорожкой 8, образованной двумя сферическими кулачками 9 и 10, закрепленными в корпусе 11. Внутренний ряд роликов 6 контактирует своими сферическими поверхностями с замкнутой беговой дорожкой 12 ведомого сферического кулачка 13, который соединен с ведомым валом 14.



а – кинематическая схема; б – общий вид

Рисунок 2.1 – СРП с двухрядным сателлитом

Ведущий 1 и ведомый 14 валы сферической передачи имеют общую ось вращения – ось СРП. Оси роликов 6 и 7 лежат в одной плоскости 15. Плоскость 16 является экваториальной плоскостью сферических кулачков 9 и 10, внутренней 4 и наружной 5 сферических поверхностей сателлита 3 и ведомого сферического кулачка 13.

При вращении ведущего вала 1 кривошип 2 вынуждает установленный на нем сателлит 3 совершать сферическое движение относительно центра O . При этом ролики наружного ряда 7 перемещаются по замкнутой периодической беговой дорожке 8, образованной двумя сферическими кулачками 9 и 10. Перемещение роликов вызывает вращение сателлита 3 относительно кривошипа 2. Одновременно ролики 6 контактируют с замкнутой беговой дорожкой 12 ведомого сферического кулачка 13, который соединен с ведомым валом 14. Ролики внутреннего ряда 6 вынуждают выходной сферический кулачок 13 вращаться относительно оси передачи, следовательно, вращается соединенный с выходным сферическим кулачком ведомый вал с измененной угловой скоростью по сравнению с угловой скоростью ведущего вала.

Беговая дорожка 12 может быть образована двумя ведомыми сферическими кулачками 13 (по примеру кулачков 9 и 10), соединенными в плоскости разъема, совпадающей с экваториальной плоскостью 16. Это целесообразно делать при больших радиальных габаритах передачи. При малых габаритах усложняется конструкция сателлита и сборка СРП, а также смещается его центр масс. Поэтому внутреннюю беговую дорожку изготавливают, как правило, с односторонним геометрическим замыканием. При этом две замкнутые периодические беговые дорожки 8 и 12 выполняются симметричными относительно экваториальной плоскости, что облегчает операции их фрезерования. Так как два ряда роликов (6 и 7) располагаются в плоскости 15, проходящей через центр сферического движения O , совпадающий с центром масс сателлита и лежащий на оси передачи, то в силу симметрии центры масс сателлита 3 и системы роликов 6 и 7 также будут находиться на оси передачи, что повышает ее уравновешенность.

Сферическая форма торцов роликов позволяет изготавливать беговые дорожки сферическими фрезами того же диаметра, что и диаметр шариков у шариковых передач. Благодаря этому изготовление беговых дорожек можно осуществлять фрезерованием на станках с ЧПУ. Использование цилиндрических фрез, которым необходимо обеспечить относительное сферическое движение, существенно усложнило бы процесс изготовления, потребовало бы применения сложной оснастки либо дорогостоящего оборудования.

Целью анализа является установление степени структурной переопределенности механизма с учетом дублирующих (пассивных) связей. Известно, что ППТК, рассматриваемая как трехзвенный механизм с ведущим, ведомым и остановленным звеньями, работающая в редукторном режиме, имеет одну степень свободы, в режиме дифференциала – две. Дублирующие связи, возникающие из-за множества параллельных потоков передачи мощности, не оказывают влияния на число степеней свободы передачи при условиях идеального изготовления ее деталей и абсолютно точной сборки. В реальном же механизме с возрастанием переопределенности (модулей отрицательных значений чисел степеней подвижности) повышаются требования к точности изготовления и сборки, возникает необходимость проектирования механизмов выравнивания нагрузки по потокам [35, 114].

Структурная формула кинематической цепи общего вида (формула Сомова – Малышева) [115]

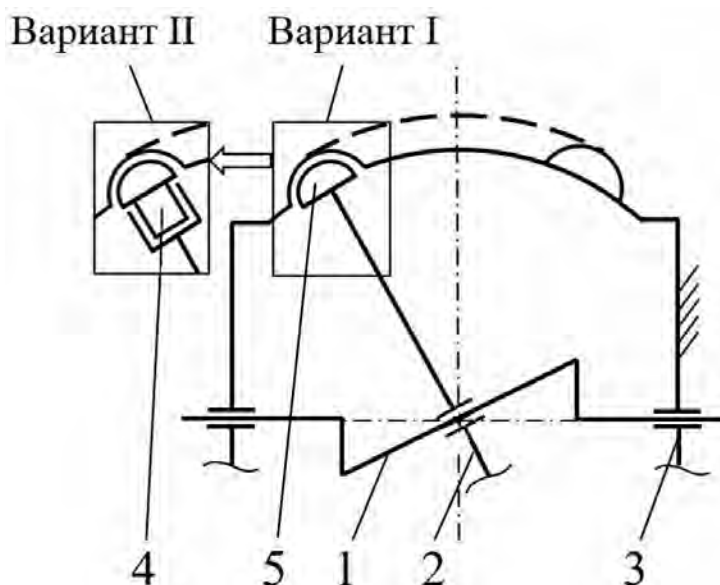
$$W = 6 \cdot V - \sum_{j=1}^5 j \cdot p_j,$$

где W – число степеней свободы системы с учетом дублирующих связей;

V – число подвижных звеньев механизма;

p_j – число кинематических пар j -го класса (j – класс пары).

Рассмотрим схему сферической роликовой двухконтактной передачи (рисунок 2.2) без учета механизма передачи вращательного движения на ведомый вал от сферически движущегося тела, т. к. его кинематическая цепь проектируется с нулевой степенью подвижности, т. е. не добавляет дополнительных степеней свободы всей передаче (группы Ассур) либо число таких степеней свободы постоянно.



1 – ведущий вал с эксцентриком; 2 – сателлит; 3 – корпус с беговой дорожкой; 4 – ролик; 5 – цевка

Рисунок 2.2 – Кинематическая схема двухконтактной СРП без механизма съема вращения с сателлита на ведомый вал

У механизма с двумя подвижными звеньями (ведущим валом и сателлитом) и роликом, преобразованным в цевку, т. е. жестко соединенным с сателлитом (вариант I), имеются две вращательные пары пятого класса и одна высшая пара, образуемая в контакте поверхностей цевки и беговой дорожки корпуса. Число степеней свободы механизма при этом равно единице. Для передачи с числом роликов (цевок), равным n , предположив, что они все контактируют с неподвижной беговой дорожкой, получим

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - n = 2 - n, \quad (2.1)$$

т. е. механизм с двумя и более цевками, жестко связанными с сателлитом, уже является переопределенным.

Для варианта II конструкции механизма с роликами, имеющими возможность вращаться относительно собственной оси (ролики образуют с сателлитом пары пятого класса), число степеней свободы механизма равно двум:

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot (2 + n) - 5 \cdot (2 + n) - n = 2. \quad (2.2)$$

Это число постоянно и не зависит от количества роликов.

У передачи с двухрядным сателлитом, схема которой показана на рисунке 2.1, подвижными звеньями являются сателлит, ведущий и ведомый валы и два ряда роликов (количество которых равно n_1 и n_2 соответственно). Таким образом,

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot (3 + n_1 + n_2) - 5 \cdot (3 + n_1 + n_2) - (n_1 + n_2) = 3. \quad (2.3)$$

Если предположить, что в передаче на рисунке 2.1 все ролики жестко закреплены на сателлите, то получим

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 - (n_1 + n_2) = 3 - (n_1 + n_2). \quad (2.4)$$

Следовательно, более рациональную структуру, с точки зрения структурного анализа, имеют СРП с подвижными роликами, у которых число степеней подвижности постоянно. У СРП с жестко закрепленными роликами число степеней подвижности уменьшается пропорционально количеству тел качения. При больших передаточных отношениях это приводит к значительной переопределенности системы [116, 117].

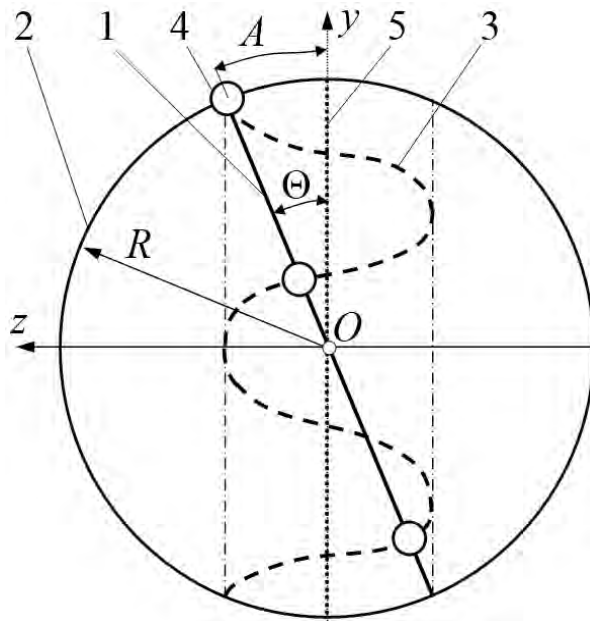
Аналогичный результат ($W = 2 - n$), полученный по формуле (2.1), имеем для трехконтактных передач с телами качения, состоящими из трех элементов [64]: стержня со сферическим участком рабочей поверхности и двух втулок с цилиндрическими наружными поверхностями (см. рисунок 1.11). Для однорядных передач, спроектированных по схеме $2k-h$, корректным будет сравнение с однорядными передачами, спроектированными по схеме $k-h-v$ (см. рисунок 1.17, б). В последнем случае по результатам расчета по формуле (2.1) при $V = 3$, $p_5 = 3$ (с учетом одной поступательной пары угловой муфты) и $p_1 = n$ получим $W = 3 - n$. Это, в свою очередь, косвенно показывает преимущества двухконтактных передач перед трехконтактными, даже если в последних использованы составные тела качения, увеличивающие число степеней подвижности.

Отметим, что не все дополнительные степени подвижности могут снижать вредное влияние дублирующих связей, однако, с точки зрения переопределенности, структурная схема двухконтактных передач с одноподвижными роликами является предпочтительной.

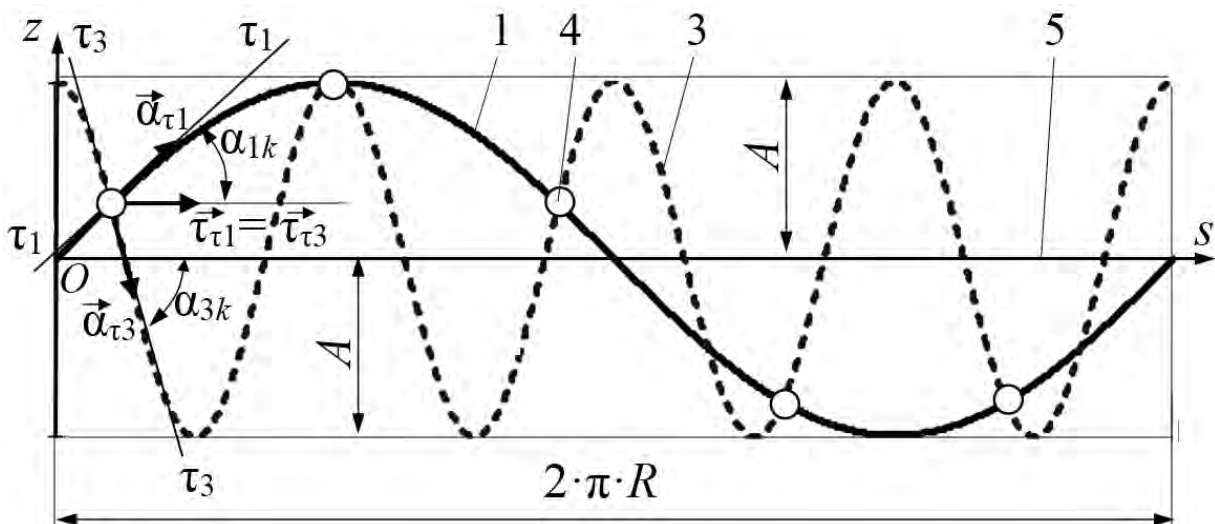
2.2 Разработка и исследование геометрической модели сферической роликовой передачи

Модель двухконтактной СРП [111, 112] разработана по аналогии с известными моделями трехконтактных ППТК, основой которых является замена беговых дорожек замкнутыми периодическими центровыми кривыми (центровыми профилями кулачковых поверхностей) и представление тел качения в виде точек пересечения этих кривых [20, 35, 40]. Рассмотрим взаимодействие одного ряда роликов, установленных на сателлите, с неподвижной беговой дорожкой (рисунок 2.3).

а)



б)



а – пространственная; б – развертка на плоскость; 1, 3 – центровые кривые; 2 – основная сфера; 4 – центры тел качения; 5 – средняя плоскость центровых кривых

Рисунок 2.3 – Модель двухконтактной СРПТК

Периодическая беговая дорожка, образованная наружными кулачками, закрепленными в корпусе, заменена совпадающими центровыми профилями обеих кулачковых поверхностей или просто – центральной кривой 3 (см. рисунок 2.3, а). В трехконтактных СППТК тела качения взаимодействовали бы с однопериодной беговой дорожкой (кривой 1, представляющей собой окружность, образованную как след сечения сферы радиусом R плоскостью). Сферу, на которой располагаются траектории центров сферических участков роликов (и центры рабочих частей сферических фрез), назовем *основной сферой*. Центры сферических участков роликов совпадают с точками пересечения центровых профилей 1 и 3. При этом использованы только точки определенной группы. Если развернуть центровые кривые на плоскость (см. рисунок 2.3, б), то этими точками будут являться точки пересечения разноименных ветвей кривых: восходящих одной и нисходящих другой и наоборот. В процессе работы трехконтактной передачи тела качения перемещаются по беговым дорожкам, сформированным по центровым профилям 1 и 3, а также вдоль пазов третьего звена – сепаратора. В сепараторе выполнены пазы, равномерно расположенные относительно оси Oz , т. к. в процессе работы передачи угловое расстояние между центрами тел качения не изменяется в плоскостях, перпендикулярных оси передачи (оси Oz).

В двухконтактных передачах сепаратор отсутствует. Однако установлено, что если центральной профиль 1 является окружностью, а центровая кривая 3 подобрана таким образом, что в процессе работы передачи не изменяется не только угловое расстояние между центрами тел качения в плоскости, перпендикулярной оси передачи, но и линейное расстояние между ними, то это позволяет преобразовать структуру трехконтактной передачи в двухконтактную, освободившись от третьего звена (сепаратора) и зафиксировав центры масс тел качения на одном из звеньев (сателлите).

К основным параметрам СППТК и СРП в частности (см. рисунок 2.3) относятся:

- R – радиус основной сферы;
- A – амплитуда центровых кривых, величина которой равна длине дуги окружности;
- Z_1 – число периодов центральной кривой 1. Очевидно, что $Z_1 = 1$;
- Z_3 – число периодов центральной кривой 3;
- Θ – угол наклона плоскости, в которой расположена центровая кривая 1, к средней плоскости 5, $\Theta = A/R$.

Средней плоскостью 5 называется плоскость, в которой располагается средняя окружность. Средняя окружность образована как след сечения основной сферы плоскостью, перпендикулярной оси Oz . При этом на развертке центровых кривых на плоскость средняя окружность преобразуется в среднюю линию и лежит на оси абсцисс O_s (в системе координат zO_s). Средняя линия условно определяет положение статического равновесия точки, если рассматривать развертку центральной кривой как график гармонических колебаний.

Из теории СППТК [35] известны зависимости для трехконтактных

передач, которые будут справедливы и для двухтактных с однорядным сателлитом: $n_s = Z_1 + Z_3$, где n_s – число тел качения; $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3/Z_1$, где $i_{12}^{(3)}$ – передаточное отношение СППТК при кинематической схеме с остановленным звеном с многопериодной беговой дорожкой и передаче движения от ведущего вала к сателлиту.

Для СРП с двухрядным сателлитом параметры Z , A и R будут иметь индексы «3» для остановленного и «2» для ведомого звеньев передачи.

2.3 Вывод уравнений центровых кривых и их анализ

Уравнения траекторий центров масс шариков в неподвижной системе отсчета (координат точек многопериодной центральной кривой, расположенной на сферической поверхности) были получены в [20, 35]. Они приведены далее.

$$x_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (2.5)$$

$$y_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (2.6)$$

$$z_j(\varphi) = \frac{R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}, \quad (2.7)$$

где R – радиус основной сферы;

φ – центральный угол, отсчитываемый в плоскости xOy ;

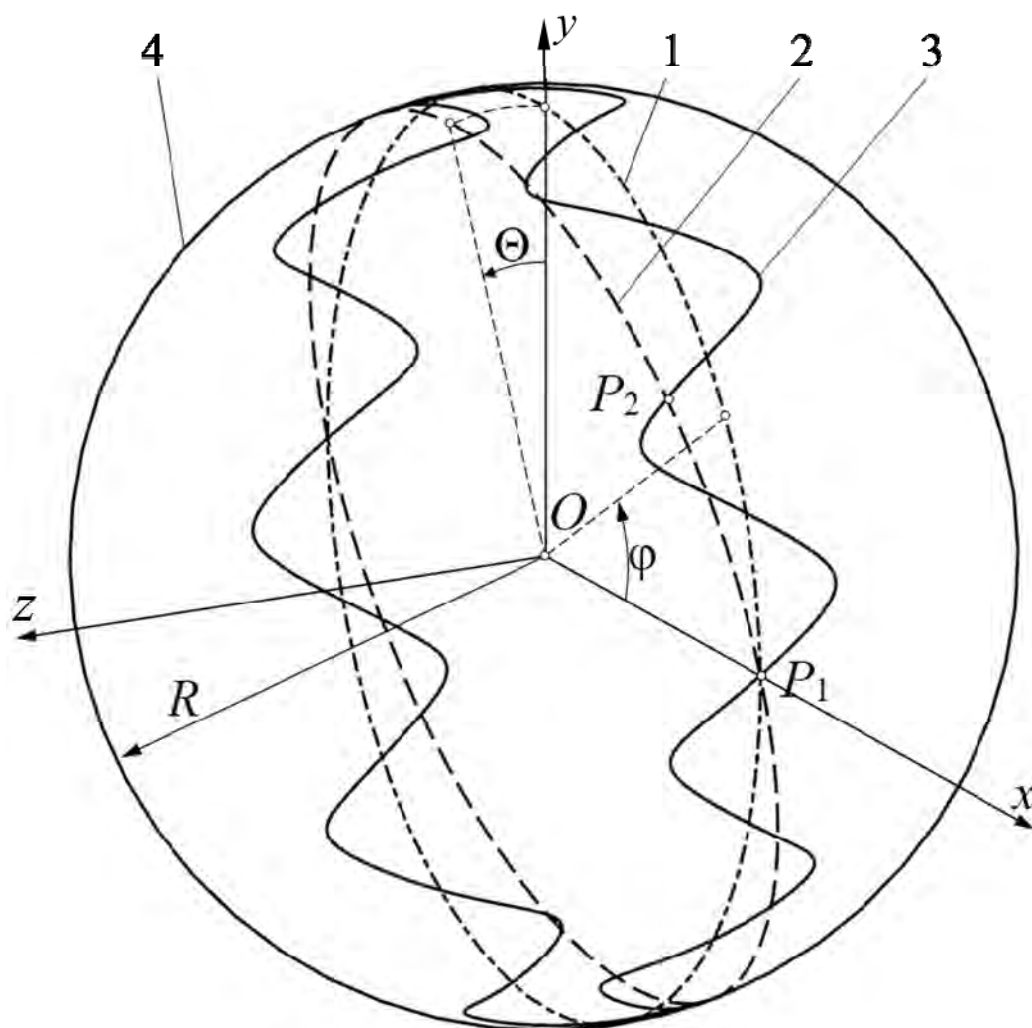
Z_j – число периодов центровых кривых;

j – индекс принадлежности кривой звену передачи, $j = 1, 3$.

Однопериодная центровая кривая являлась при этом окружностью, образованной сечением плоскостью сферы, проходящей через ее центр. Вывод уравнений осуществлялся поворотом проекции этой окружности (эллипса) на плоскость, перпендикулярную оси передачи.

В ходе дальнейших исследований было установлено, что центровые кривые, описываемые уравнениями (2.5)–(2.7), не обеспечивают строгого постоянства мгновенного передаточного отношения. Была поставлена задача получить уравнения центровых кривых другим методом.

Рассмотрим сферическую поверхность (поверхность основной сферы) с радиусом R (рисунок 2.4).



1 – окружность в плоскости xOy ; 2 – окружность, повернутая относительно оси Ox (однопериодная центровая кривая); 3 – многопериодная центровая кривая; 4 – основная сфера

Рисунок 2.4 – Модель сферической передачи

Координаты окружности 1, лежащей в плоскости xOy , с центром в точке O описываются параметрическими уравнениями, которые представим в виде матрицы

$$C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Параметром является центральный угол φ , который изменяется в пределах $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$. Однопериодная центровая кривая, рассматриваемая в начальный момент времени, представляет собой окружность, лежащую в плоскости, образующую с осью Oy угол Θ .

Оператор поворота окружности на данный угол Θ относительно декартовых осей описывается следующей матрицей:

$$M(x, y, z, \Theta) = \begin{pmatrix} \cos(\Theta) + K \cdot x^2 & K \cdot x \cdot y - \sin(\Theta) \cdot z & K \cdot x \cdot z + \sin(\Theta) \cdot y \\ K \cdot y \cdot x + \sin(\Theta) \cdot z & \cos(\Theta) + K \cdot y^2 & K \cdot y \cdot z - \sin(\Theta) \cdot x \\ K \cdot z \cdot x - \sin(\Theta) \cdot y & K \cdot z \cdot y + \sin(\Theta) \cdot x & \cos(\Theta) + K \cdot z^2 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

где K – коэффициент,

$$K = 1 - \cos(\Theta). \quad (2.10)$$

Ось поворота задается ее ортом (вектором единичной длины), направленным вдоль оси, относительно которой осуществляется поворот (против хода часовой стрелки). Чтобы получить уравнения окружности 2, повернутой относительно оси Ox на угол Θ , воздействуем оператором M на матрицу C . В результате имеем

$$C_1(\varphi, \Theta) = M(1, 0, 0, \Theta) \cdot C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \\ R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Для получения уравнений многопериодной центральной кривой (окружность рассматриваем как однопериодную) необходимо на матрицу C_1 воздействовать оператором поворота относительно оси Oz с углом φ . Но при этом следует учесть, что исследуемая точка, принадлежащая окружности (центр тела качения), при повороте данной окружности на некоторый угол φ_1 должна в относительном движении перемещаться в обратном направлении так, чтобы в абсолютном движении поворот происходил на угол $\varphi_2 = \varphi_1 / i_{12}^{(3)}$, где $i_{12}^{(3)}$ – передаточное отношение механизма (1 – ведущее звено – сателлит, содержащее ряд роликов; звено 2 имеет беговую дорожку (зубчатый профиль); звено 3 остановлено). Таким образом, угол относительного поворота

$$\varphi_r = \varphi_2 - \varphi_1 = - \left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi_1. \quad (2.12)$$

Следовательно, необходимые уравнения будут получены после выполнения математической операции

$$C_2(\varphi, i_{12}^{(3)}, \Theta) = M(0, 0, 1, \varphi) \cdot C_1 \left(- \left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi, \Theta \right). \quad (2.13)$$

В результате имеем следующие зависимости для координат:

$$C_2(\varphi, i_{12}^{(3)}, \Theta) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos\left(\varphi \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right)\right) \cdot \cos(\varphi) - R \cdot \sin\left(\varphi \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right)\right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \\ R \cdot \cos\left(\varphi \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right)\right) \cdot \sin(\varphi) + R \cdot \sin\left(\varphi \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right)\right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \sin\left(\varphi \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right)\right) \cdot \sin(\Theta) \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Построенная по параметрическим уравнениям (2.14) кривая будет лишь фрагментом многопериодной центральной кривой, полученной при вращении ведущего вала на угол $2 \cdot \pi$. Для вывода уравнений замкнутой кривой необходимо в уравнениях (2.14) заменить угол φ на выражение $\varphi \cdot i_{12}^{(3)}$ для того, чтобы ведомое звено сделало полный оборот относительно оси передачи при числе оборотов ведущего звена, равном передаточному отношению $i_{12}^{(3)}$. После этой подстановки, замены передаточного отношения на число периодов (с учетом зависимости $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3$) и преобразований, окончательно имеем [118, 119]

$$x(\varphi) = R \cdot \left(\cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) + \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta) \right); \quad (2.15)$$

$$y(\varphi) = R \cdot \left(\cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) - \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta) \right); \quad (2.16)$$

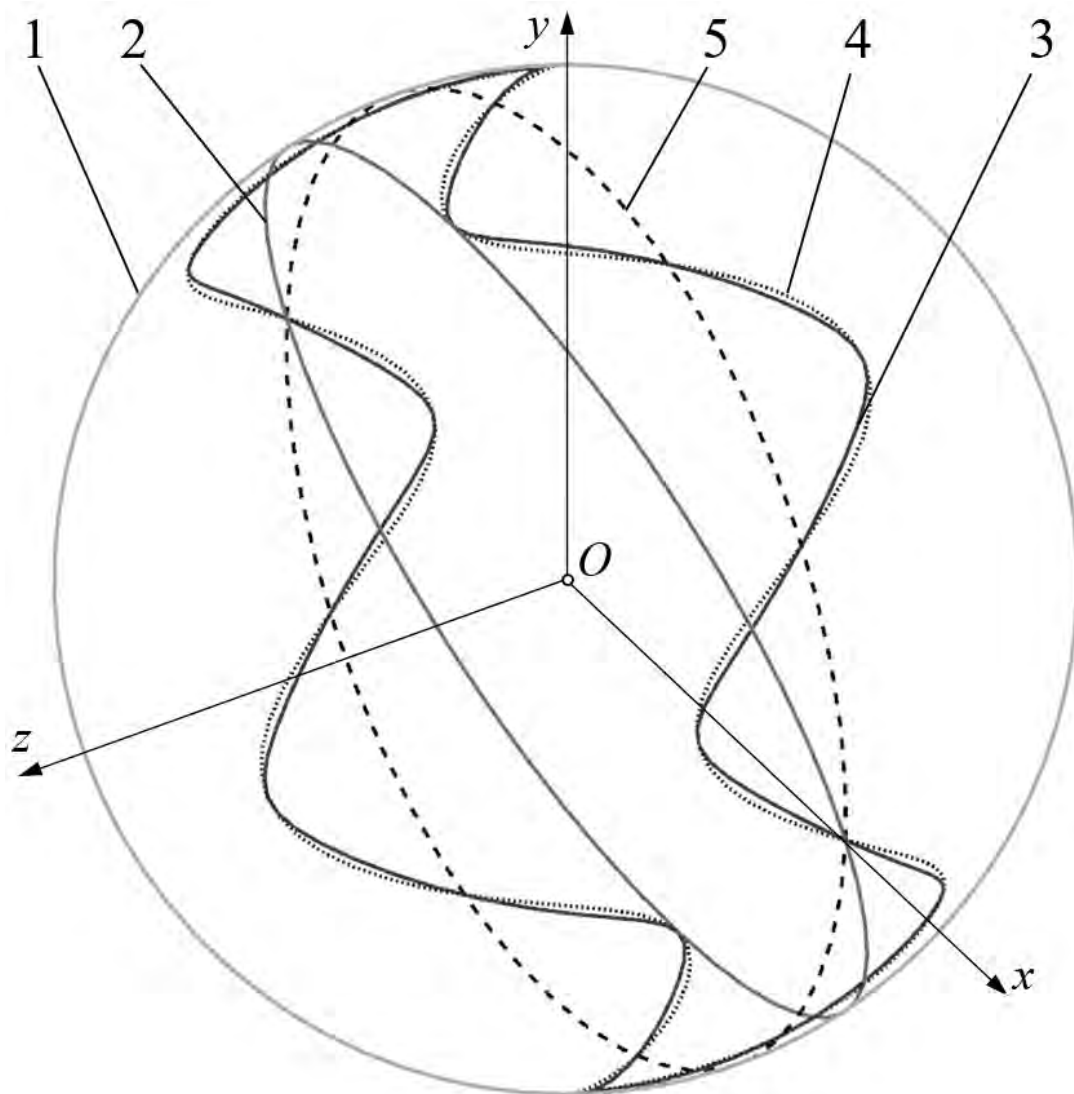
$$z(\varphi) = -R \cdot \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin(\Theta). \quad (2.17)$$

На рисунке 2.5 для сравнения показаны сферические кривые двух видов со следующими параметрами: $R = 40$ мм, $A = 12$ мм, $Z_3 = 5$.

Для преобразования уравнений центральных кривых (2.15)–(2.17) в функции угла поворота ведущего вала φ_1 в абсолютной (неподвижной) системе координат необходимо параметр φ заменить на Ω , при этом

$$\Omega = \frac{\varphi_1}{1 + Z_3} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k, \quad (2.18)$$

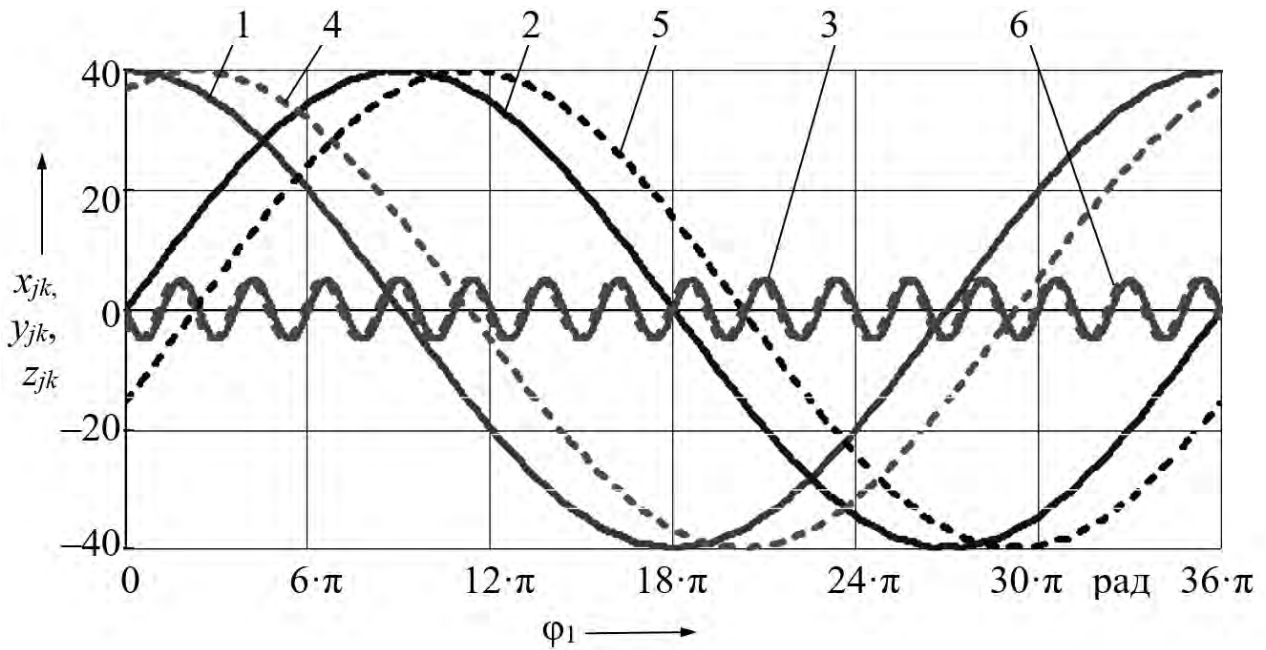
где k – номер ролика, $k = 0, 1, \dots, n_s - 1$.



1 – основная сфера; 2 – однопериодная центровая кривая (окружность); 3 – многопериодная центровая кривая, построенная по уравнениям (2.15)–(2.17); 4 – многопериодная центровая кривая, построенная по уравнениям (2.5)–(2.7); 5 – средняя кривая

Рисунок 2.5 – Сферические кривые различных типов

Уравнения (2.15)–(2.17) позволяют определить координаты центров масс всех роликов, контактирующих с неподвижной беговой дорожкой, в зависимости от угла поворота ведущего вала. Для численного примера рассмотрим первую ступень передачи со следующими параметрами: $A_1 = 5$ мм, $R = 40$ мм, $Z_3 = 15$. При этом $i_{12}^{(3)} = n_s = 16$. Результаты расчетов траекторий для роликов с номерами $k = 0$ и $k = 1$ показаны на рисунке 2.6. Угол ведущего вала φ_1 изменяется от 0 до $32 \cdot \pi$, т. е. ведущий вал делает 16 оборотов. При этом каждое тело качения совершает один полный оборот относительно оси передачи. В начальный момент времени центр ролика с индексом $k = 0$ имеет следующие координаты: $x_{30}(\varphi_1) = 0$, $y_{30}(\varphi_1) = R$, $z_{30}(\varphi_1) = 0$, т. е. он совпадает с началом координат разверток центровых кривых на плоскость в системе sOz .



1 – $x_{30}(\varphi_1)$; 2 – $y_{30}(\varphi_1)$; 3 – $z_{30}(\varphi_1)$; 4 – $x_{31}(\varphi_1)$; 5 – $y_{31}(\varphi_1)$; 6 – $z_{31}(\varphi_1)$

Рисунок 2.6 – Траектории центров масс роликов

Установлено [108], что расстояние между двумя точками пересечения центровых кривых (окружности и кривой, построенной по уравнениям (2.15)–(2.17)) остается постоянным при любом числе тел качения (четном и нечетном). Это расстояние d определялось по формуле

$$d_k(\varphi) = \sqrt{(x_{k0} - x_{k1})^2 + (y_{k0} - y_{k1})^2 + (z_{k0} - z_{k1})^2}, \quad (2.19)$$

где k – вид кривой: 1 – кривые по уравнениям (2.5)–(2.7); 2 – кривые по уравнениям (2.15)–(2.17).

Для кривых по уравнениям (2.5)–(2.7) расстояние d непостоянно, изменяется по гармоническому закону. Для кривой, показанной на рисунке 2.5, амплитуда колебаний составила около 1,4 мм.

Для однопериодной кривой ($Z_1 = 1$) уравнения траекторий центров тел качения (центров масс для шариков или геометрических центров сечений, перпендикулярных оси ролика) в абсолютной системе координат как функции угла поворота ведущего вала

$$x_{1k}(\varphi_1) = R \cdot (\cos(\Omega) \cdot \cos(2 \cdot \Omega) + \sin(\Omega) \cdot \sin(2 \cdot \Omega) \cdot \cos(\Theta)); \quad (2.20)$$

$$y_{1k}(\varphi_1) = R \cdot (\cos(\Omega) \cdot \sin(2 \cdot \Omega) - \sin(\Omega) \cdot \cos(2 \cdot \Omega) \cdot \cos(\Theta)); \quad (2.21)$$

$$z_{1k}(\varphi_1) = R \cdot \sin(\Omega - \varphi_1) \cdot \sin(\Theta). \quad (2.22)$$

Знак «минус» в третьем уравнении отсутствует, т. к. используется группа точек пересечения разноименных ветвей кривых. Изменение знака симметрично отображает кривую относительно оси Oz .

Результаты расчетов показывают равенство значений соответствующих зависимостей: $x_{1k}(\varphi_1) = x_{3k}(\varphi_1)$, $y_{1k}(\varphi_1) = y_{3k}(\varphi_1)$, $z_{1k}(\varphi_1) = z_{3k}(\varphi_1)$, т. к. в абсолютной системе координат центры масс k -го тела качения, движущиеся по однопериодной и многопериодной кривым, совпадают вследствие принадлежности одному телу.

2.4 Определение углов подъема центровых кривых

Углы подъема центровых профилей α_{1k} и α_{3k} (см. рисунок 2.3, б), определяемые в точках их пересечения, являются важными геометрическими параметрами СРП, характеризующими нагруженность элементов передачи. Ранее была решена задача их нахождения на плоской развертке [20, 35]. Определим углы подъема в точках *многопериодного* центрового профиля неподвижных кулачков, совпадающего с траекторией центров масс тел качения, в зависимости от угла поворота ведущего вала φ_1 .

На рисунке 2.4 показано расположение некоторых центров масс тел качения ($P_1, P_2, \dots, P_k, k = 0, 1, \dots, n_s - 1$), являющихся точками пересечения однопериодной и многопериодной центровых кривых.

Радиус-вектор, соединяющий ось Oz и центр масс k -го тела качения,

$$R_{O3k}(\varphi_1) = \sqrt{(x_{3k}(\varphi_1))^2 + (y_{3k}(\varphi_1))^2}. \quad (2.23)$$

Координаты точек окружностей, на которых лежат центры масс тел качения, образованных сечениями основной сферы плоскостями, перпендикулярной оси Oz ,

$$x_{O3k}(\varphi_1) = R_{O3k}(\varphi_1) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{n_s}\right); \quad (2.24)$$

$$y_{O3k}(\varphi_1) = R_{O3k}(\varphi_1) \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{n_s}\right); \quad (2.25)$$

$$z_{O3k}(\varphi_1) = 0. \quad (2.26)$$

Вектор касательной $\tau_3 - \tau_3$ (см. рисунок 2.3, б) к многопериодному центровому профилю определится как

$$\alpha_{\tau 3k}(\varphi_1) = \begin{pmatrix} \frac{d}{d\varphi_1} x_{3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} y_{3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} z_{3k}(\varphi_1) \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Вектор касательной к окружности с радиусом R_{O3k}

$$\tau_{\tau 3k}(\varphi_1) = \begin{pmatrix} \frac{d}{d\varphi_1} x_{O3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} y_{O3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} z_{O3k}(\varphi_1) \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Модуль угла подъема многопериодного центрального профиля как функция угла поворота ведущего вала

$$|\alpha_{3k}(\varphi_1)| = \arccos \left(\frac{\alpha_{\tau 3k}(\varphi_1) \cdot \tau_{\tau 3k}(\varphi_1)}{|\alpha_{\tau 3k}(\varphi_1)| \cdot |\tau_{\tau 3k}(\varphi_1)|} \right). \quad (2.29)$$

Для определения углов подъема *однопериодного* профиля для последующего дифференцирования систему уравнений (2.15)–(2.17) использовать нельзя, т. к. необходимо учесть положение точек пересечения центральных профилей в относительной системе координат. Для многопериодного профиля эти системы (относительная и абсолютная) совпадают, для однопериодного профиля (окружности) уравнения координат будут преобразованы следующим образом:

$$x_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \begin{pmatrix} \cos \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k \right) \cdot \cos \left(i_{12}^{(3)} \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k \right) \right) + \\ + \sin \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k \right) \cdot \sin \left(i_{12}^{(3)} \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k \right) \right) \cdot \cos(\Theta) \end{pmatrix}; \quad (2.30)$$

$$y_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right) \cdot \sin\left(i_{12}^{(3)} \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right)\right) - \\ -\sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right) \cdot \cos\left(i_{12}^{(3)} \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right)\right) \cdot \cos(\Theta) \end{pmatrix}; \quad (2.31)$$

$$z_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \sin\left(\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right) - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right) \cdot \sin(\Theta). \quad (2.32)$$

Радиус-вектор и координаты окружности, по аналогии с преобразованиями по формулам (2.23)–(2.26), в данном случае можно найти как

$$R_{O1k}(\varphi_1) = \sqrt{(x_{1rk}(\varphi_1))^2 + (y_{1rk}(\varphi_1))^2}; \quad (2.33)$$

$$x_{O1k}(\varphi_1) = R_{O1k}(\varphi_1) \cdot \cos\left(\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right) - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right); \quad (2.34)$$

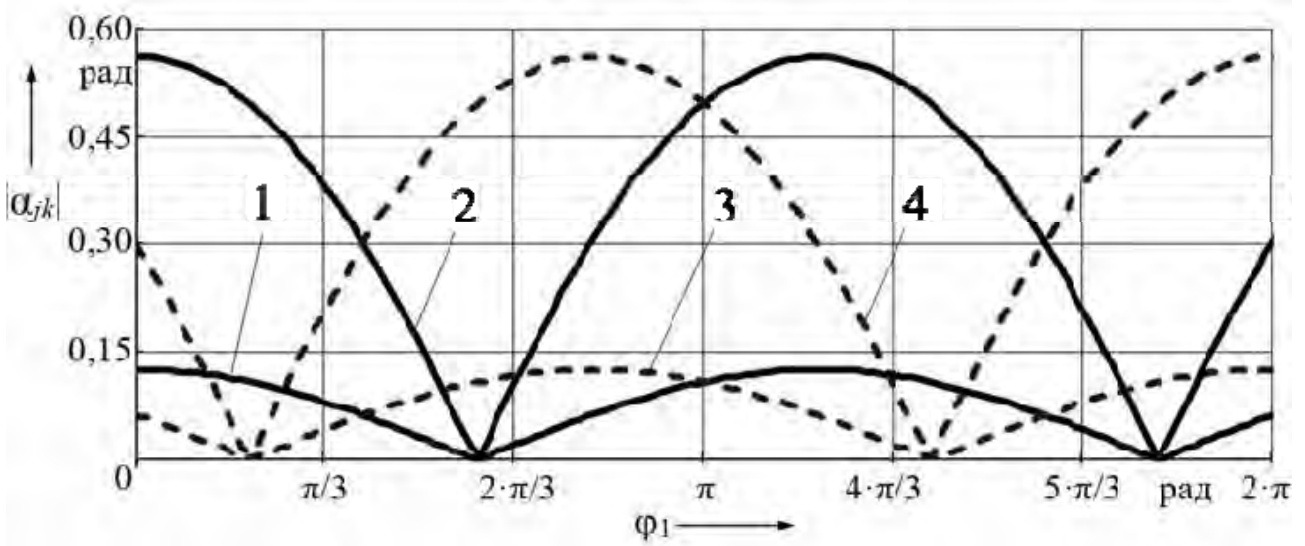
$$y_{O1k}(\varphi_1) = R_{O1k}(\varphi_1) \cdot \sin\left(\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right) - \frac{2 \cdot \pi}{n_s} \cdot k\right); \quad (2.35)$$

$$z_{O1k}(\varphi_1) = 0. \quad (2.36)$$

Дальнейший алгоритм расчета предполагает определение векторов касательных и углов подъема однопериодной кривой. Он проводится по формулам (2.27)–(2.29) с заменой индекса «3» на «1» у вычисляемых параметров.

Результаты расчетов модулей углов подъема центровых профилей (однопериодного и многопериодного) при движении по ним тел качения с индексами $k=0$ и $k=1$ в зависимости от угла поворота ведущего вала для передачи с параметрами, приведенными ранее, отображены на рисунке 2.7 [111].

Выражения для мгновенных значений углов подъема пространственных центровых кривых не всегда удобны для использования в инженерных методиках расчета и проектирования СРП. Для получения средних значений исследуем развертки кривых на плоскость.



1 – $|\alpha_{10}(\varphi_1)|$; 2 – $|\alpha_{30}(\varphi_1)|$; 3 – $|\alpha_{11}(\varphi_1)|$; 4 – $|\alpha_{31}(\varphi_1)|$

Рисунок 2.7 – Изменение углов подъема центральных кривых

Для построения развертки на плоскость пространственной кривой $z_p(s)$, расположенной на сферической поверхности, необходимо провести следующие преобразования уравнения (2.17) с учетом замены в нем $\varphi = s/R$, где s – дуговая координата, отсчитываемая вдоль окружности в плоскости xOy .

$$z_{pj}(s) = R \cdot \arcsin\left(\frac{z_j(s)}{R}\right) = R \cdot \arcsin\left(\sin\left(Z_j \cdot \frac{s}{R}\right) \cdot \sin(\Theta)\right). \quad (2.37)$$

С учетом обратной замены ($s/R = \varphi$) тангенс угла подъема кривых определится как

$$\operatorname{tg}(\alpha_j) = \frac{d}{d\varphi} z_{pj}(\varphi) = \frac{R \cdot Z_j \cdot \cos(Z_j \cdot \varphi) \cdot \sin(\Theta)}{\sqrt{1 - \sin^2(Z_j \cdot \varphi) \cdot \sin^2(\Theta)}}. \quad (2.38)$$

Аналогом основной теоремы зацепления зубчатых передач для ПШТК является зависимость [120]

$$\frac{\operatorname{tg}(|\alpha_{3k}|)}{\operatorname{tg}(|\alpha_{1k}|)} = \frac{Z_3}{Z_1} = \operatorname{const}. \quad (2.39)$$

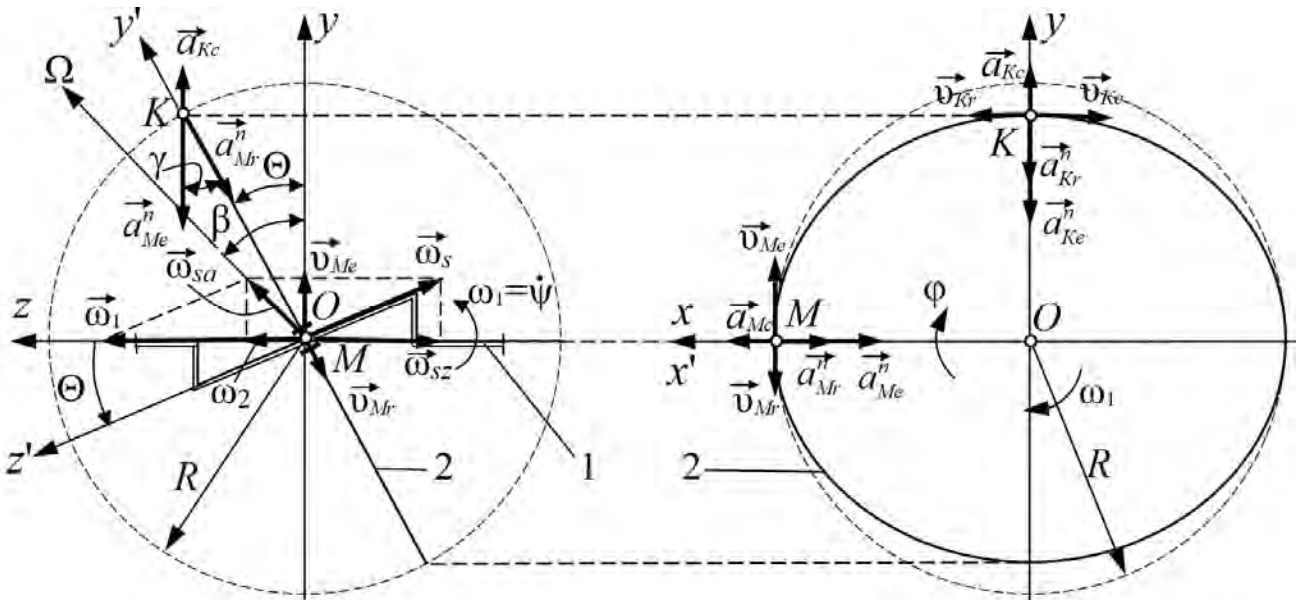
При выполнении условия (2.39) при любом значении k ($k = 1, 2, \dots, n_s$) в передаче обеспечивается постоянство мгновенного передаточного отношения. Компьютерный анализ в системе Mathcad подтвердил постоянство отношений тангенсов углов для исследуемых трехконтактных передач, центральные кривые которых описываются уравнениями (2.15)–(2.17). При этом исследовались

отношения тангенсов углов подъема в зависимости от угла поворота ведущего вала. В уравнение (2.38) в качестве аргумента (вместо угла φ) подставлялись значения: для ведущего звена с однопериодной беговой дорожкой – $\varphi_1 \cdot (1 - 1/i_{12}^{(3)})$; для остановленного звена – $\varphi_1/i_{12}^{(3)}$.

2.5 Исследование кинематики сферической роликовой передачи

Определим угловые скорости элементов СРП, а также линейные скорость и ускорение точек сателлита, совпадающих с центрами масс тел качения. Это позволит в дальнейшем определить потери мощности в передаче и рассчитать инерционные силы и динамические нагрузки, действующие на опоры.

Рассмотрим схему передачи, показанную на рисунке 2.8. Ведущий вал вращается с постоянной скоростью вращения ω_1 . Тогда скорость ведомого вала будет также постоянна и равна ω_2 . При равномерном вращении ведущего вала $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$, где t – время. Векторы указанных скоростей направлены вдоль оси Oz в одну сторону.



1 – ведущий вал; 2 – сателлит

Рисунок 2.8 – К кинематическому анализу СРП

Вектор относительной угловой скорости сателлита $\vec{\omega}_s$ направлен вдоль оси наклоненного участка кривошипа ведущего вала в сторону, обратную направлению вектора $\vec{\omega}_1$. Модуль проекции вектора $\vec{\omega}_s$ на ось Oz

$$\omega_{sz} = \omega_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right). \quad (2.40)$$

Соответственно, модуль вектора относительной угловой скорости спутника

$$\omega_s = \frac{\omega_{sz}}{\cos(\Theta)}. \quad (2.41)$$

В правильности вышеприведенных зависимостей можно убедиться, выполнив расчет по формуле $\omega'_2 = \omega_1 - \omega_s \cdot \cos(\Theta)$. Результат будет равен угловой скорости ведомого вала ω_2 .

Спутник совершает сложное движение, которое складывается из переносного вращения вместе с ведущим валом и относительного вращения вокруг оси наклоненного участка кривошипа ведущего вала. Данное сложное вращение можно рассматривать как мгновенное вращение относительно некоторой оси в пространстве. Вдоль этой оси будет направлен вектор значения абсолютной угловой скорости мгновенного вращения спутника ω_{sa} . Его модуль можно определить из геометрических построений (см. рисунок 2.8).

$$\omega_{sa} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_s^2 - 2\omega_1 \cdot \omega_s \cdot \cos(\Theta)}. \quad (2.42)$$

Угол наклона вектора абсолютной угловой скорости спутника к оси Oz

$$\beta = \arctg\left(\left(i_{12}^{(3)} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}(\Theta)\right). \quad (2.43)$$

В качестве проверки при необходимости можно уточнить соблюдение тождества $\omega_{sa} \cdot \cos(\beta) = \omega_2$.

Вектор абсолютной угловой скорости спутника в проекциях на оси абсолютной системы координат как функция времени при равномерном вращении ведущего вала [121]

$$\omega_{sa}(t) = \begin{pmatrix} \omega_{sax} \\ \omega_{say} \\ \omega_{saz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{sa} \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(-\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{sa} \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{sa} \cdot \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Знак «минус» аргумента синуса первой составляющей угловой скорости позволяет привести выражения (2.44) в соответствие со схемой на рисунке 2.8.

Определим угловые скорости альтернативным способом, с помощью углов Эйлера [122]. Неподвижной является система отсчета xuz . Подвижную систему $x'y'z'$ свяжем с спутником, ее оси будут главными центральными осями инерции (см. рисунок 2.8). Углом нутации является угол Θ ; угол прецессии ψ соответствует углу поворота ведущего вала φ_1 ; угол собственного вращения при этом обозначим как φ . В описываемой схеме имеем случай регулярной

прецессии, т. к. $\Theta = \text{const}$. Угловые скорости прецессии, нутации и собственного вращения соответственно

$$\omega_\psi = \dot{\phi}_1; \omega_\Theta = 0; \omega_\phi = \dot{\phi}_1 \cdot \left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right). \quad (2.45)$$

Рассмотрим движение спутника как вращение относительно мгновенной оси $O\Omega$ при постоянной угловой скорости ведущего вала ($\phi_1 = \omega_1 \cdot t$). Вектор абсолютной угловой скорости спутника относительно неподвижных осей, с учетом формул Эйлера,

$$\omega_{sa}(t) = \begin{pmatrix} \omega_{sax} \\ \omega_{say} \\ \omega_{saz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_s \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(-\omega_1 \cdot t) \\ \omega_s \cdot \sin(\Theta) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \\ \omega_1 - \omega_s \cdot \cos(\Theta) \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

Уравнения (2.44) и (2.46) равнозначны.

Определим *скорости* точек спутника, которые совпадают с центрами сферических участков тел качения. На рисунке 2.8 рассмотрены две точки: K и M , лежащие на сферической поверхности с радиусом R . Положение конца вектора, соединяющего начало координат и точку M в абсолютном движении, определяется, согласно уравнениям (2.14), как

$$R_M(t) = \begin{pmatrix} r_{Mx} \\ r_{My} \\ r_{Mz} \end{pmatrix} = \quad (2.47)$$

$$= \begin{pmatrix} R \cdot \left(\cos\left(\left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \sin\left(\left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \right) \\ R \cdot \left(\cos\left(\left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) - \sin\left(\left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \right) \\ -R \cdot \sin\left(\left(1 - \left(i_{12}^{(3)}\right)^{-1}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\Theta) \end{pmatrix}.$$

Вектор линейной скорости точки M $\vec{v}_M = \vec{\omega}_{sa} \times \vec{R}_M$. Его составляющие

$$v_M(t) = \begin{pmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \\ v_{Mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{say}(t) \cdot r_{Mz}(t) - \omega_{saz}(t) \cdot r_{My}(t) \\ \omega_{saz}(t) \cdot r_{Mx}(t) - \omega_{sax}(t) \cdot r_{Mz}(t) \\ \omega_{sax}(t) \cdot r_{My}(t) - \omega_{say}(t) \cdot r_{Mx}(t) \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Абсолютное значение скорости точки $|v_M|$ находится как квадратный корень из суммы квадратов составляющих.

Определим *ускорение* точки M . Вследствие равномерного вращения угловые ускорения звеньев равны нулю (соответственно, равны нулю касательные составляющие ускорений). Расстояние от центра сферического движения O до точки M всегда равно R . Расстояние от точки M до оси передачи Oz найдем по формуле $R_{Mz}(t) = \sqrt{r_{Mx}^2(t) + r_{My}^2(t)}$.

Абсолютное значение угла γ между векторами составляющих ускорений, лежащих в плоскости сателлита, и плоскостью xOy определится как $\gamma(t) = \arccos(R_{Mz}(t)/R)$.

Модули переносного и относительного ускорений (нормальные составляющие, т. к. касательные равны нулю) и ускорения Кориолиса центра масс тела качения (точки M) описываются зависимостями

$$a_{Me}^n(t) = R_{Mz}(t) \cdot \omega_1^2; \quad a_{Mr}^n(t) = R \cdot \omega_s^2; \quad a_{Mc}(t) = 2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_s \cdot R \cdot \sin(\pi/2 - \gamma(t)). \quad (2.49)$$

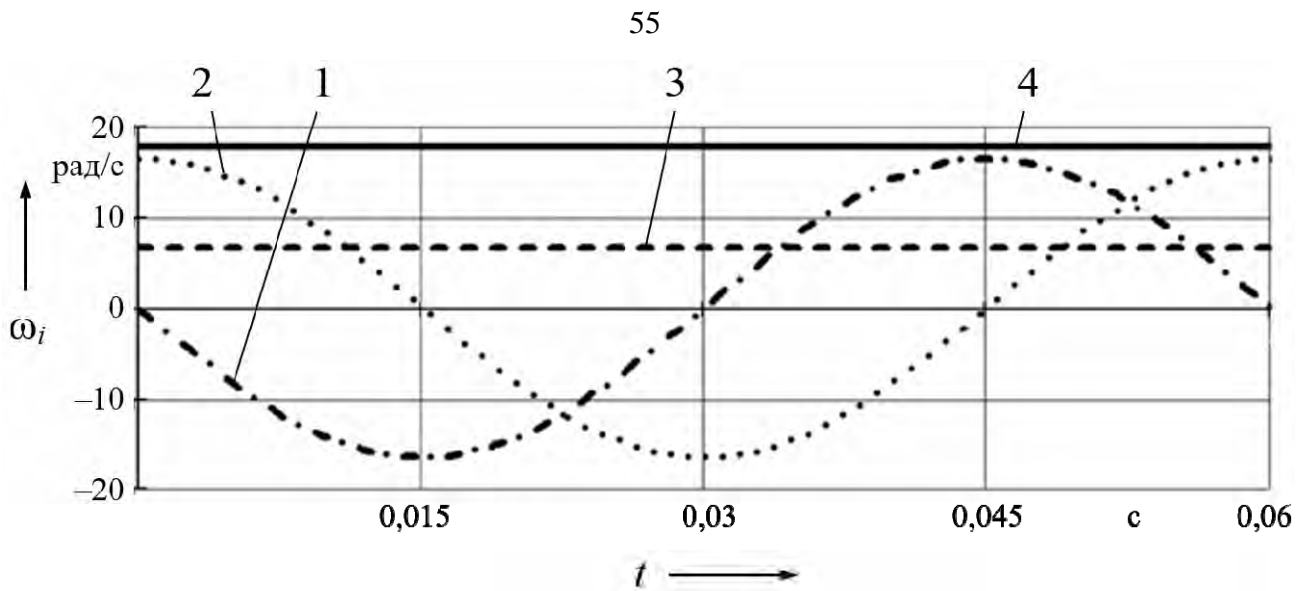
Составляющие ускорения точки M по осям и модуль его абсолютного значения

$$a_{Mx}(t) = \left(-a_{Me}^n(t) - a_{Mr}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_{Mc}(t) \right) \cdot \cos\left(\omega_1 \cdot \left(i_{12}^{(3)} \right)^{-1} \cdot t \right); \quad (2.50)$$

$$a_{My}(t) = \left(-a_{Me}^n(t) - a_{Mr}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_{Mc}(t) \right) \cdot \sin\left(\omega_1 \cdot \left(i_{12}^{(3)} \right)^{-1} \cdot t \right); \quad (2.51)$$

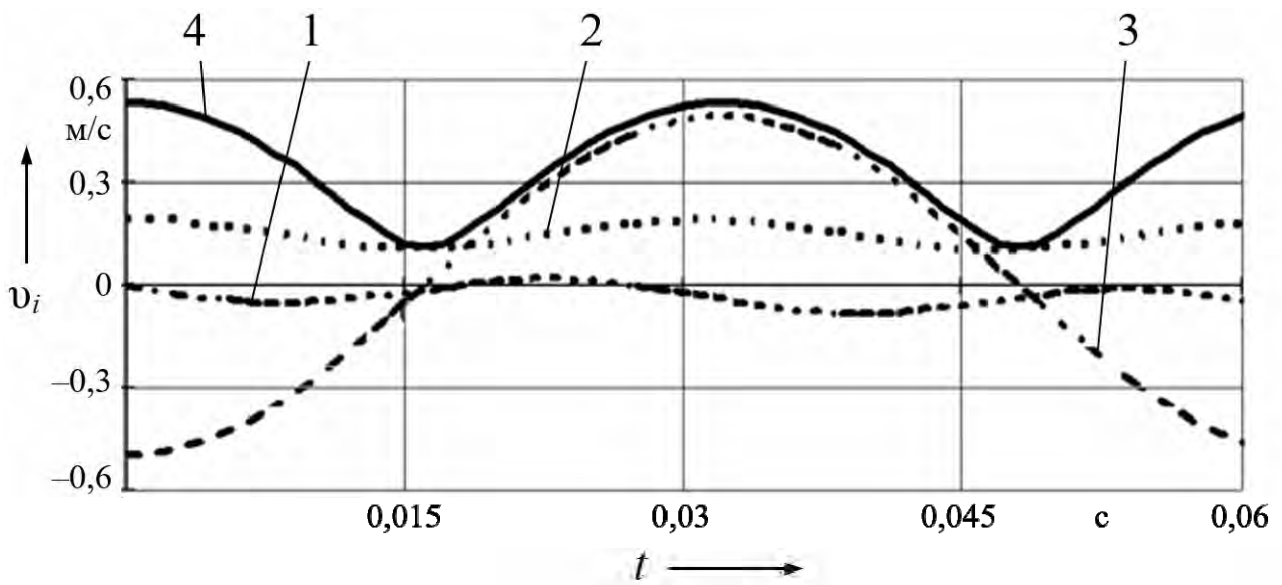
$$a_{Mz}(t) = -a_{Mr}^n(t) \cdot \sin\left(\gamma(t) \cdot \text{sign}(r_{Mz}(t)) \right). \quad (2.52)$$

Результаты вычислений составляющих угловых скоростей сателлита, скоростей и ускорений точки M для передачи с параметрами $\Theta = 5/30$ рад, $R = 30$ мм, $i_{12}^{(3)} = 16$ приведены на рисунках 2.9–2.11. Частота вращения ведущего вала принималась $n_1 = 1000$ мин⁻¹. Время одного оборота ведущего вала $t_0 = 60/n_1 = 0,06$ с; ведомый же вал совершит оборот за время $t_0 \cdot i_{12}^{(3)}$, т. е. за 0,96 с.



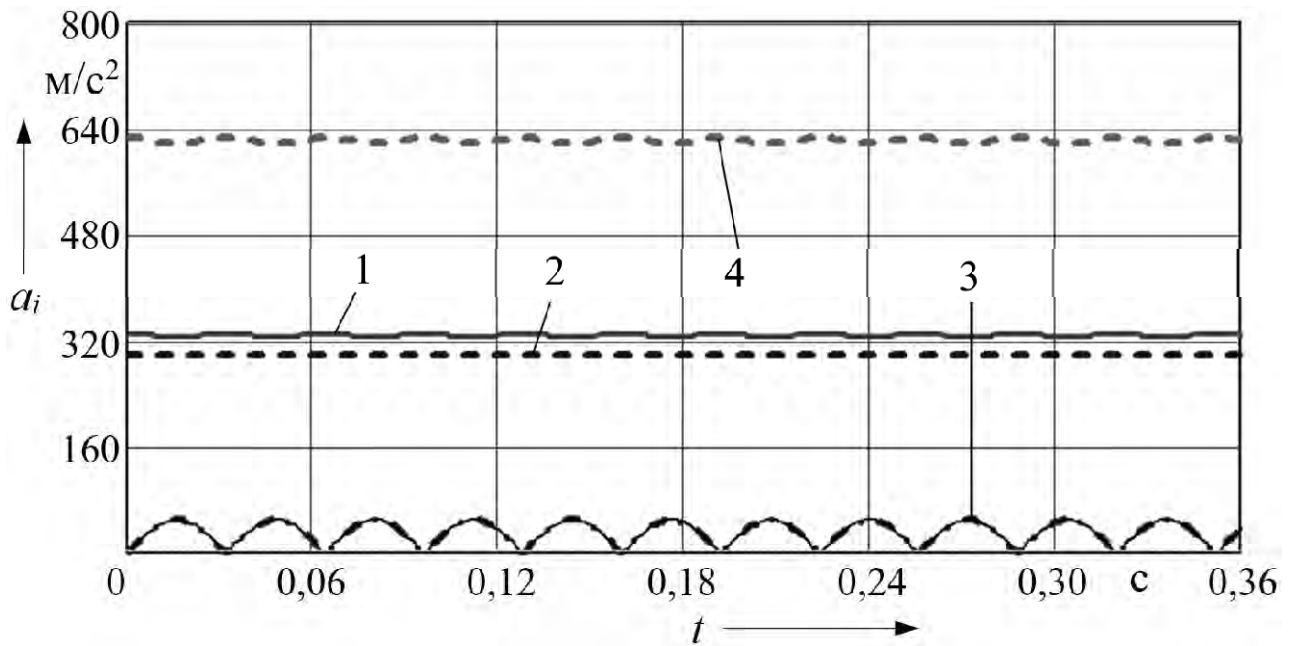
1 – ω_{sax} ; 2 – ω_{say} ; 3 – ω_{saz} ; 4 – ω_{sa}

Рисунок 2.9 – Зависимости составляющих угловых скоростей спутника и его абсолютной угловой скорости от времени



1 – v_{Mx} ; 2 – v_{My} ; 3 – v_{Mz} ; 4 – $|v_M|$

Рисунок 2.10 – Зависимость составляющих скорости точки M от времени работы передачи



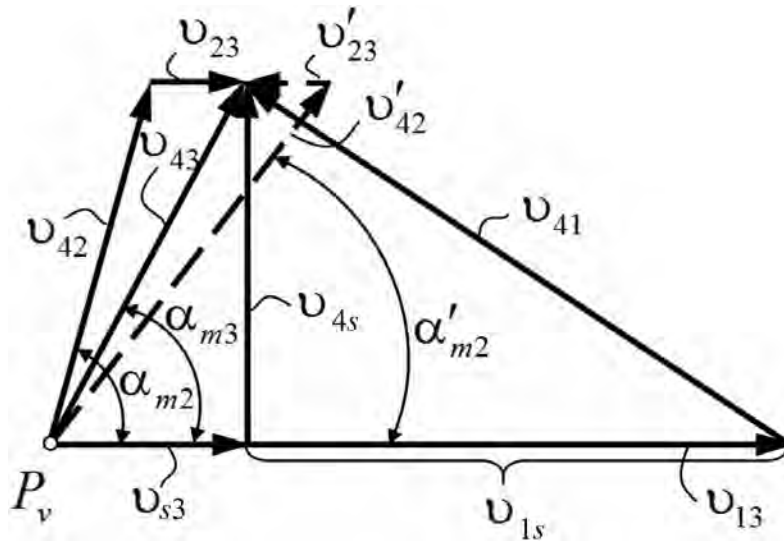
1 — a_{Me}^n ; 2 — a_{Mr}^n ; 3 — a_{Mc} ; 4 — $|a_M|$

Рисунок 2.11 — Зависимость составляющих ускорений точки M и модуля полного значения от времени работы передачи

По уравнениям (2.48) можно определить скорости центров масс роликов. При изменении радиуса основной сферы R от 30 до 90 мм (с учетом максимального диаметра корпуса редуктора 200 мм), частотах вращения ведущего вала $n_1 = 1000 \dots 3000 \text{ мин}^{-1}$ и передаточных отношениях $i_{12}^{(3)} = 16 \dots 200$ абсолютные скорости центров масс роликов находятся в диапазоне $v_M = 0,53 \dots 2,38 \text{ м/с}$. Если рассматривать худший случай — ролики не могут вращаться относительно собственных осей, тогда скорость v_M будет являться скоростью скольжения. Ее величина будет оказывать влияние на КПД. Для червячных передач скорость скольжения можно оценить по формуле $v_{ск} \approx 4,5 \cdot 10^{-4} \cdot n_1 \cdot \sqrt[3]{T_2}$. Момент T_2 не влияет на скорость скольжения и вводится при проектном расчете для ограничения габаритов передачи. Задав небольшое значение момента $T_2 = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ при тех же частотах вращения, получим диапазон скоростей скольжения 1,22...3,66 м/с. Размеры червяков червячных передач варьируются $d_1 = 8 \dots 64 \text{ мм}$ при принятом среднем угле подъема винтовой линии $\gamma = 12^\circ$, что сопоставимо с размерами сравниваемых СРП. Таким образом, применение СРП в указанных условиях позволяет снизить скорости скольжения, по сравнению с червячными передачами, на 35 %...55 % и повысить КПД при частотах вращения ведущего вала 1000...3000 мин^{-1} .

Рассмотрим план скоростей двухконтактной передачи с двухрядным сателлитом (рисунок 2.12). В обозначении скоростей первый индекс указывает на движущееся звено, второй — на звено, относительно которого осуществляется движение [123]. Принимаем допущение о постоянстве углов подъема центровых кривых, описываемых на развертке уравнением (2.37). Для

этого заменим их на кусочно-винтовые кривые. Углы подъема кривых α_j будут заменены их постоянными (усредненными) значениями α_{mj} .



1 – ведущий вал; 2 – ведомый кулачок; 3 – остановленный кулачок; 4 – ролики;
s – сателлит

Рисунок 2.12 – План скоростей основных звеньев СРП

Движение в первой ступени подробно рассмотрено для цилиндрических ППТК в [35]. В данном случае роль сепаратора с осевыми пазами выполняет сателлит. По приведенной схеме можно оценить передаточное отношение при передаче движения от ведущего вала к сателлиту:

$$\frac{v_{13}}{v_{s3}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})} + 1. \quad (2.53)$$

Рассматривая движение во второй ступени передачи (со звеном 2), из плана скоростей также видно, что

$$v_{42} \cdot \sin(\alpha_{m2}) = v_{1s} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m1}), \quad (2.54)$$

следовательно,

$$v_{42} = \frac{v_{1s} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\sin(\alpha_{m2})}. \quad (2.55)$$

Искомая скорость v_{23} определится из зависимости проекций составляющих скоростей на горизонтальную ось:

$$v_{23} = v_{13} - v_{1s} - v_{42} \cdot \cos(\alpha_{m2}). \quad (2.56)$$

Подставив выражение (2.55) в формулу (2.56), после преобразований получим

$$v_{23} = v_{13} - v_{1s} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m2})} + 1 \right). \quad (2.57)$$

С учетом геометрических зависимостей для первой ступени передачи и формулы (2.53) имеем

$$v_{1s} = v_{13} - v_{s3} = v_{13} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} \right). \quad (2.58)$$

Подставим выражение (2.58) в формулу (2.57) и разделим полученное выражение на v_{13} . После преобразований формула передаточного отношения СРП, выраженная через углы подъема беговых дорожек, будет иметь вид

$$i_{12}^{(3)} = \frac{v_{13}}{v_{23}} = \left(1 - \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} \right) \cdot \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m2})} + 1 \right) \right)^{-1}. \quad (2.59)$$

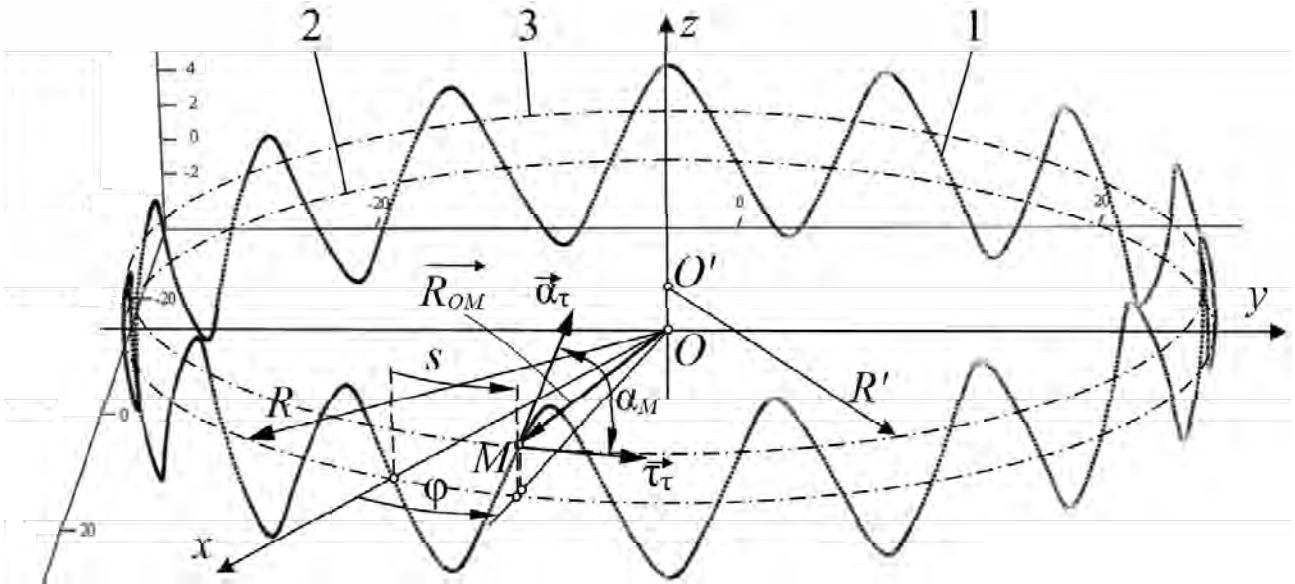
Результаты вычислений, полученные по формуле (2.59), полностью совпадают с результатами вычислений, полученными по формуле (1.4).

На рисунке 2.12 показаны два различных варианта существования передачи. При условии $\operatorname{tg}(\alpha_{m2}) > \operatorname{tg}(\alpha_{m3})$, т. е. при $Z_2 > Z_3$, направления абсолютных скоростей ведущего и ведомого элементов передачи совпадают и передаточное отношение будет положительным. При $\operatorname{tg}(\alpha_{m3}) > \operatorname{tg}(\alpha_{m2})$, т. е. при $Z_3 > Z_2$ (составляющие скоростей звена 2 на рисунке 2.12 показаны пунктирными линиями), вращения ведущего и ведомого звеньев будут разнонаправлены, а передаточное отношение – отрицательным.

2.6 Определение средних значений углов подъема беговых дорожек сферических роликовых передач

Алгоритм определения угла подъема по формулам (2.23)–(2.29) предполагает применение программного обеспечения для вычислений и не всегда удобен для автоматизации расчетов согласно комплексным методикам. Для инженерных расчетов необходимо оценить среднее значение углов подъема.

Для СРП с двухрядным сателлитом с коаксиальным расположением рядов роликов центровая кривая с параметрами $R = 30$ мм, $A = 5$ мм, $Z = 15$ показана на рисунке 2.13. Рассмотрим некоторую точку M , расположенную на центральной кривой, и предположим, что эта точка перемещается по ней.



1 – центровая кривая; 2 – средняя окружность; 3 – след сечения сферы плоскостью, перпендикулярной оси z в точке M

Рисунок 2.13 – К определению углов подъема беговых дорожек (центровых кривых) СРП

После замены в выражении (2.38) центрального угла φ на дуговую координату, отнесенную к радиусу основной сферы s/R , и проведения необходимых преобразований получим

$$\alpha_M = \operatorname{arctg} \left(- \frac{Z \cdot \cos \left(\frac{Z \cdot s}{R} \right) \cdot \sin(\Theta)}{\sqrt{1 - \sin^2 \left(\frac{Z \cdot s}{R} \right) \cdot \sin^2(\Theta)}} \right). \quad (2.60)$$

Аналогом СРП являются ППТК цилиндрического типа, у которых центровые кривые в модели передачи расположены на цилиндре с радиусом R . Угол подъема цилиндрической синусоиды с уравнением координаты траектории $z = -A \cdot \sin(Z \cdot s/R)$ будет определяться по формуле

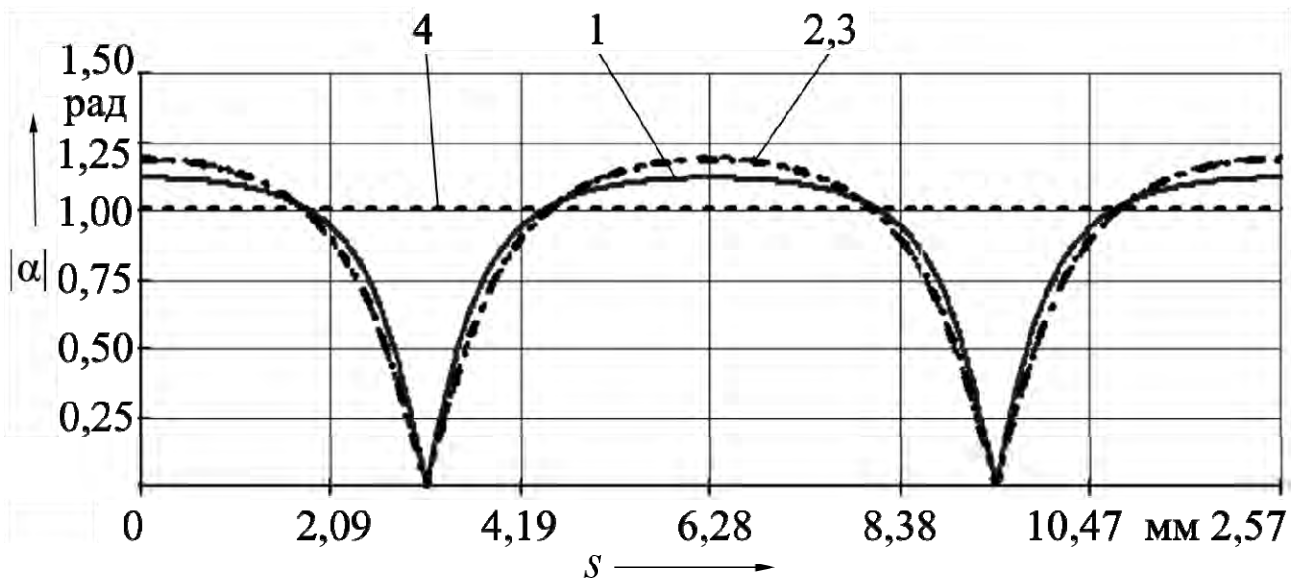
$$\alpha_M = \operatorname{arctg} \left(- \frac{A \cdot Z}{R} \cdot \cos \left(\frac{Z \cdot s}{R} \right) \right). \quad (2.61)$$

Угол α_M периодически изменяется при его измерении вдоль средней линии как для цилиндрических (по уравнению (2.61)), так и для сферических (по уравнению (2.60)) передач. В модели СРП центры масс соседних роликов с равным угловым шагом отстоят друг от друга на центральной кривой и согласованно перемещаются по ней, поэтому угол подъема для каждого из центров масс, как и для точки M , периодически изменяется, соответственно,

изменяется и направление нормальной реакции в контакте ролика и беговой дорожки. Как было отмечено ранее, для проведения силового анализа цилиндрической передачи и определения рациональных параметров ее элементов также необходимо было установить среднее значение угла подъема. Для этого на плоской развертке синусоидальная кривая заменялась совокупностью отрезков прямых, соединенных у вершин, т. е. кусочно-винтовой кривой с постоянным по модулю углом подъема. Средний угол подъема для цилиндрической синусоиды в этом случае определялся как

$$\alpha_m = \arctg\left(\frac{2 \cdot Z \cdot A}{\pi \cdot R}\right). \quad (2.62)$$

Сделаем сравнительный анализ изменения абсолютных значений углов подъема, измеряемых вдоль средней линии, полученных различными способами для сферической и цилиндрической кривых со следующими параметрами: $R = 30$ мм, $Z = 15$, $A = 5$ мм, $\Theta = A/R = 0,167$ рад. Для получения графической зависимости 1 на рисунке 2.14 в формулах (2.23)–(2.29) также использовалась замена центрального угла φ на дуговую координату, отнесенную к радиусу основной сферы: s/R .

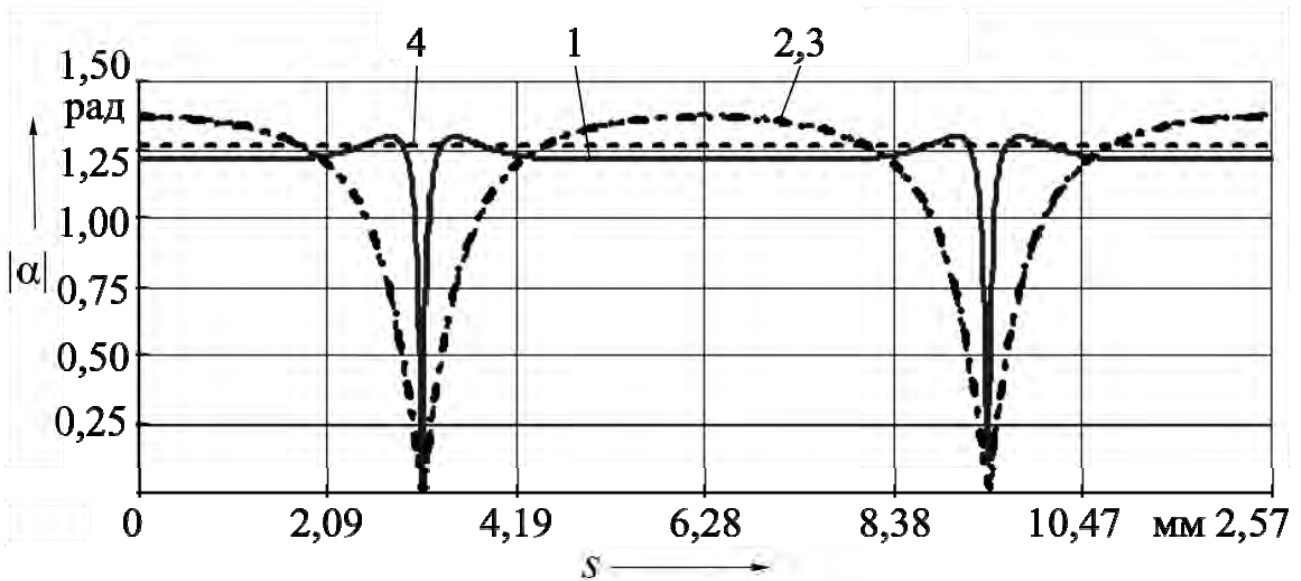


1 – мгновенные значения для сферической кривой по формуле (2.29); 2 – мгновенные значения для сферической кривой по формуле (2.60); 3 – мгновенные значения для цилиндрической кривой по формуле (2.61); 4 – средние значения для цилиндрической кривой по формуле (2.62)

Рисунок 2.14 – Изменение мгновенных значений углов подъема центровых кривых от дуговой координаты, измеряемой вдоль средней линии при $A = 5$ мм

Практическое совпадение графиков 2 и 3 свидетельствует о том, что выражение (2.60) для углов подъема на плоской развертке описывает

зависимость, близкую к зависимости (2.61) для угла подъема на развертке цилиндрической синусоиды. Однако для цилиндрической синусоиды результаты, полученные по формулам (2.23)–(2.29) и формуле (2.60), идентичны. Для сферических передач зависимости угла подъема, определенного для пространственной кривой по формулам (2.23)–(2.29) и на развертке по формуле (2.61), различаются (графические зависимости 1 и 2). Еще больше эти различия проявляются при изменении параметров кривой до недопустимых значений. Если увеличить амплитуду в 2 раза ($A = 10$ мм) при сохранении других параметров, получим кривую с заострениями вершин (рисунок 2.15).



1 – мгновенные значения для сферической кривой по формуле (2.29); 2 – мгновенные значения для сферической кривой по формуле (2.60); 3 – мгновенные значения для цилиндрической кривой по формуле (2.61); 4 – средние значения для цилиндрической кривой по формуле (2.62)

Рисунок 2.15 – Изменение мгновенных значений углов подъема центровых кривых от дуговой координаты, измеряемой вдоль средней линии при $A = 10$ мм

Если продолжать увеличивать амплитуду, возникнет явление самопересечения профиля. На рисунке 2.16 показана трансформация одной из вершин кривой при увеличении амплитуды до 15 мм.

Как видно из рисунка 2.15, только зависимость 1 показывает действительные значения угла подъема. Выражение (2.61) для плоской развертки может применяться для цилиндрических передач, но для сферических (формула (2.60)) сложные зависимости для координат x и y данное выражение не учитывает.

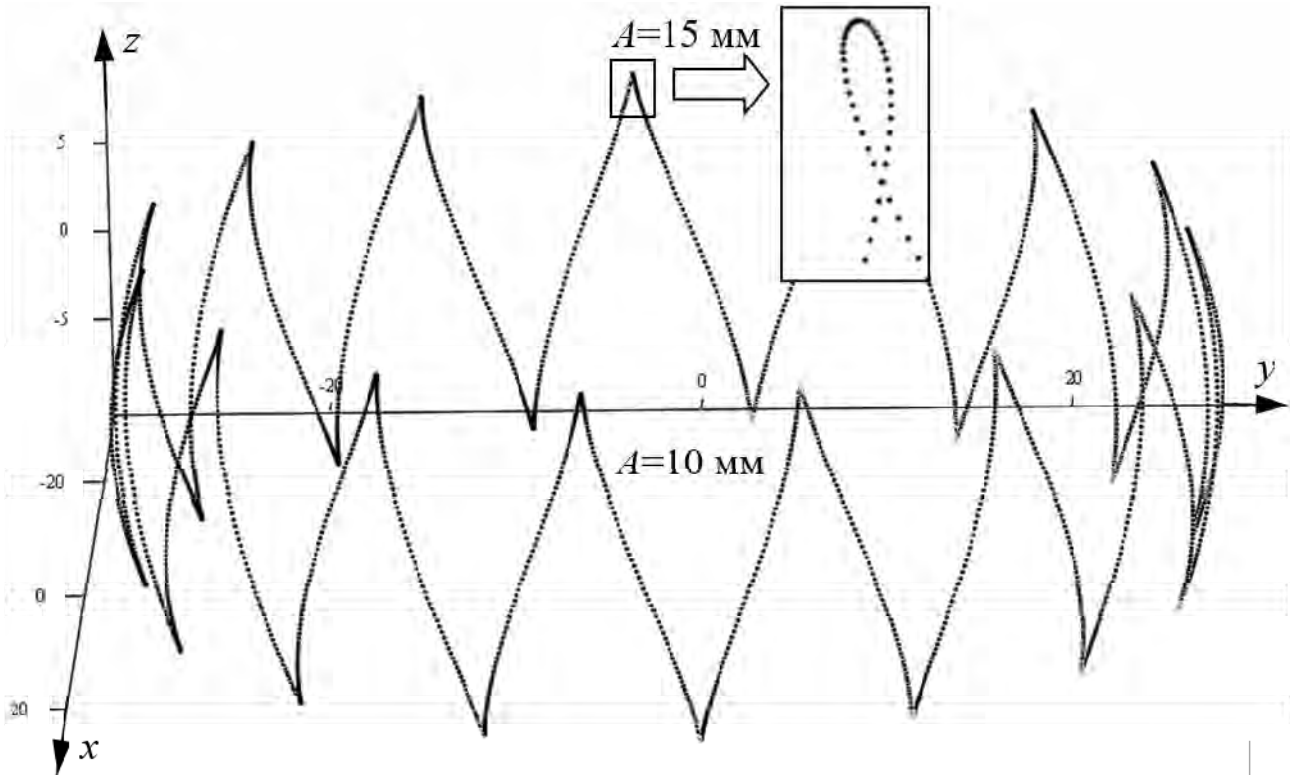


Рисунок 2.16 – Сферическая центровая кривая с параметрами $R = 30$ мм, $Z = 15$, $A = 10$ мм. Построение в программе Mathcad по 1800 точкам

Оценим применимость выражения (2.62) для определения среднего угла подъема как цилиндрических, так и сферических передач.

Среднее значение функции $f(s)$ на отрезке $[0; 2 \cdot \pi \cdot R]$ определяется согласно выражению

$$\alpha_{m0} = \frac{\int_0^{2 \cdot \pi \cdot R} f(s) ds}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (2.63)$$

Рассмотрим варианты беговых дорожек передач с уже принятыми параметрами и новыми. Результаты анализа приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Сравнение вариантов вычислений угла подъема

Тип передачи	Параметр			α_{m0} , рад	α_m , рад	Погрешность, %
	R , мм	Z	A , мм			
Цилиндрическая	30	15	5	0,916	1,010	10,262
Цилиндрическая	20	11	5	0,790	0,862	9,114
Цилиндрическая	30	15	10	1,152	1,266	9,896
Сферическая	30	15	5	0,916	1,010	10,262
Сферическая	20	11	5	0,786	0,862	9,669
Сферическая	30	15	10	1,214	1,266	4,283

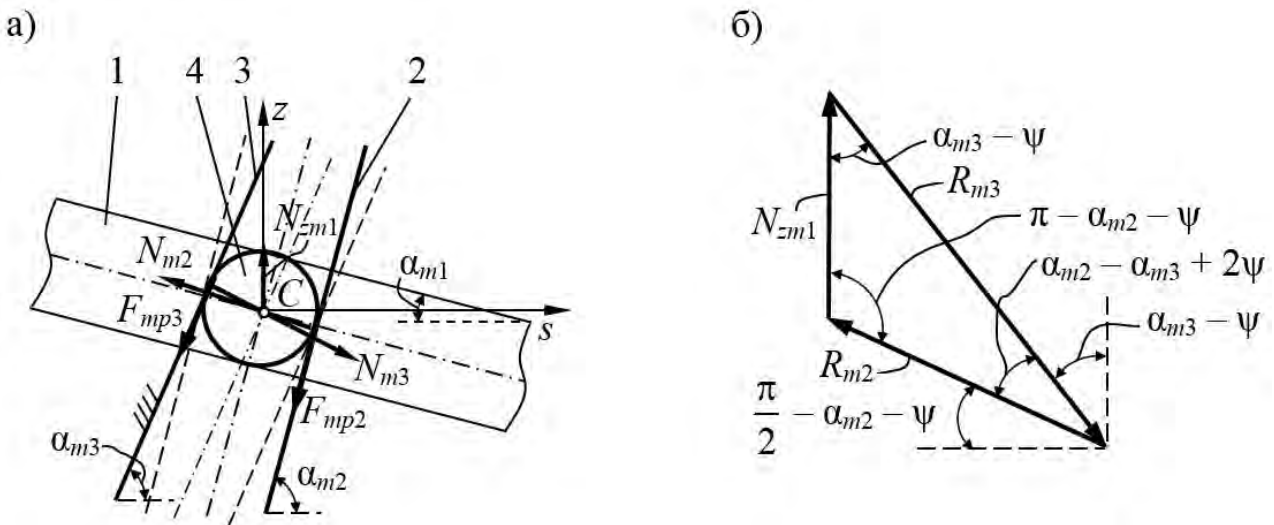
Для указанных геометрических параметров погрешность составляет 4,3 %...10,3 %. Видно, что для сферических передач увеличение амплитуды приводит к снижению погрешности. При этом средние значения углов подъема возрастают. К увеличению углов подъема также приводит уменьшение радиуса R и чисел периодов Z при прочих равных параметрах.

Проведена оценка возможности использования различных алгоритмов при вычислении средних значений углов подъема беговых дорожек сферических роликовых передач, расположенных симметрично экваториальной плоскости сателлита. При диаметрах основной сферы 20...30 мм и таких же значениях радиуса основания цилиндрических поверхностей использование формулы для определения среднего угла подъема беговых дорожек, как кусочно-винтовых кривых для сферических и цилиндрических передач с промежуточными телами качения, приводит к завышению реальных значений углов примерно на 10 %. При этом для сферических передач эта погрешность с увеличением углов подъема снижается. В целом, исследования подтвердили возможность использования формулы для определения углов подъема сферических кривых, как для цилиндрических кусочно-винтовых на плоской развертке, однако для компенсации погрешности в методиках расчета и проектирования сферических роликовых передач с двухрядным сателлитом с коаксиальным расположением рядов роликов необходимо умножать полученные значения на поправочный коэффициент.

3 Определение сил в зацеплении и КПД сферической роликовой передачи, расчет на прочность ее основных элементов

3.1 Определение действующих сил в сферической роликовой передаче и теоретическая оценка ее КПД

Определим средние значения сил, действующих на звенья СРП, необходимые для разработки методик прочностных расчетов, и установим зависимость для среднего КПД передачи, что позволит найти рациональные значения основных параметров СРП. Используя метод кинестатики и рассматривая равномерное вращение валов, проанализируем равновесное состояние системы. Исследуем коаксиальное расположение рядов роликов, где наружный ряд контактирует с неподвижной беговой дорожкой, образованной наружными кулачками, а внутренний ряд – с ведомым кулачком. На каждый ролик в такой двухконтактной передаче действуют две силы: реакция от кулачка и сателлита. В предлагаемой схеме предположим совпадение осей двух роликов внутреннего и наружного рядов и приведем силы, действующие на них, в одну плоскость с учетом пропорций соответствующих радиусов. Таким образом, рассмотрим условие равновесия ролика наружного ряда под действием трех сил [123]. Силы, действующие на эту систему тел, показаны на рисунке 3.1, а; замкнутый треугольник сил – на рисунке 3.1, б.



а – схема силового взаимодействия; б – треугольник равновесной системы сил; 1 – сателлит; 2 – ведомый кулачок; 3 – остановленный кулачок; 4 – ролик

Рисунок 3.1 – К оценке сил, действующих в СРП, и ее КПД (первая силовая схема)

На рисунке 3.1 векторы сил имеют следующую природу:

– N_{zm1} – среднее значение силы, действующей на ролик, со стороны сателлита. Эта сила, условно приложенная к одному ролику, равна осевой составляющей силы, действующей на сателлит со стороны ведущего вала и

установленного на нем эксцентрика;

– R_{m2} , R_{m3} – средние значения полных реакций, возникающих в контакте одного тела качения с беговыми дорожками, образованными ведомым и неподвижными кулачками соответственно. Указанные реакции имеют по две составляющие: нормальную реакцию (N_{m2} и N_{m3} соответственно) и приведенную силу трения (F_{f2} и F_{f3} соответственно).

Приведенные коэффициенты трения, учитывающие сопротивление качению и скольжению, во всех контактирующих парах приняты одинаковыми и равными f . Соответственно, одинаковыми будут и углы трения: $\psi = \arctg(f)$. Направление движения центра тела качения на рисунке 3.1, а принято вверх.

Примем допущение о равномерности распределения нагрузки между роликами. Для расчета среднего значения окружной составляющей N_{mt2} нормальной силы N_{m2} используем выражение [124]

$$N_{mt2} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf}}{R_2 \cdot n_{s2}}, \quad (3.1)$$

где T_2 – постоянный номинальный вращающий момент на ведомом валу передачи;

R_2 – радиус основной сферы ведомого кулачка;

n_{s2} – число роликов во внутреннем ряду сателлита;

K_{Nsf} – коэффициент, учитывающий изменение расстояния от центра сферического участка ролика до оси передачи при его движении по беговой дорожке от минимального радиуса (на вершинах центровых кривых) до максимального в экваториальной плоскости (равного R_2).

Методика приведения сил к одному центру для построения силового треугольника предполагает условную замену сферической поверхности цилиндрической и ее развертку на плоскость [125]. Коэффициент K_{Nsf} , с помощью которого осуществляется преобразование, вычисляется по формуле

$$K_{Nsf} = \frac{2}{1 + \cos(\Theta)}, \quad (3.2)$$

где Θ – угол наклона кривошипа ведущего вала.

В качестве центровых профилей в СРП используются кривые по уравнениям (2.15)–(2.17). Углы подъема определяют по уравнению (2.29) либо из выражения (2.38). Для упрощения расчетов предложено заменить исследуемые кривые на кусочно-винтовые кривые. Они на плоской развертке представляют собой совокупность восходящих и нисходящих отрезков кривых, имеют постоянный по модулю угол подъема, что позволяет усреднить значения параметров, получить простые выражения, удобные для последующих аналитических преобразований. Используем известное [20] выражение для определения средних значений углов подъема центровых кривых

$$\alpha_{mj} = \arctg\left(\frac{2 \cdot \Theta \cdot Z_j}{\pi}\right) \approx \arctg(0,637 \cdot \Theta \cdot Z_j), \quad (3.3)$$

где j – индекс, обозначающий принадлежность параметра неподвижной беговой дорожке ($j = 3$) или беговой дорожке ведомого кулачка ($j = 2$);

Z_j – число периодов центральной кривой.

В СРП возможны два варианта силового взаимодействия (две силовые схемы). В первом случае $Z_2 > Z_3$ и, соответственно, $\alpha_{m2} > \alpha_{m3}$, во втором – наоборот. Рассмотрим первую силовую схему, что соответствует расположению звеньев и сил на рисунке 3.1. В этом случае силовые и геометрические параметры в формулах обозначаются дополнительным индексом «1» (на рисунке 3.1 данный индекс не указан). Полная реакция со стороны ведомого кулачка

$$R_{m21} = \frac{N_{m2}}{\sin(\alpha_{m2} + \psi)}. \quad (3.4)$$

Нормальная реакция ведомого кулачка в контакте с одним роликом внутреннего ряда

$$N_{m21} = R_{m21} \cdot \cos(\psi). \quad (3.5)$$

Сила R_{m21} и ее составляющая N_{m2} действуют в плоскости, касательной к основной сфере с радиусом R_2 . Для ее приведения к центру сферической поверхности ролика наружного ряда используем уравнение баланса вращающих моментов на сателлите

$$\frac{R_{m21} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot R_2 \cdot n_{s2}}{K_{Nsf}} = \frac{R_{m21p} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot R_3 \cdot n_{s3}}{K_{Nsf}}, \quad (3.6)$$

где R_{m21p} – сила R_{m21} , приведенная к центру ролика наружного ряда;

n_{s3} – число роликов наружного ряда, контактирующих с неподвижными кулачками.

Из формулы (3.6) следует, что

$$R_{m21p} = \frac{R_{m21} \cdot R_2 \cdot n_{s2}}{R_3 \cdot n_{s3}}. \quad (3.7)$$

Из схемы силового треугольника в соответствии с теоремой синусов полная реакция со стороны остановленных кулачков

$$R_{m31} = \frac{R_{m21p} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (3.8)$$

Нормальная составляющая реакции на остановленном звене

$$N_{m31} = R_{m31} \cdot \cos(\psi). \quad (3.9)$$

Осевая реакция на ведущем звене также находится из схемы силового треугольника (см. рисунок 3.1, б) в соответствии с теоремой синусов:

$$N_{zm11} = \frac{R_{m21p} \cdot \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (3.10)$$

Средний КПД передачи можно определить как

$$\eta_m = \eta_{mt} \cdot \eta_{mb}, \quad (3.11)$$

где η_{mt} – средний КПД роликового зацепления;

η_{mb} – средний КПД узла, обеспечивающего базирование сателлита на ведущем валу.

Указанный узел включает эксцентрик, косые шайбы и подшипники качения. При вращении ведущего вала и его наклоненного участка (кривошипа) он обеспечивает сферическое движение сателлита. Потери в окружном направлении в подшипниках качения можно определить как отношение работы активных сил при элементарном перемещении сателлита в соответствии с известной из теории винтовой пары формулой [126]

$$\eta_{mb} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1} + \psi_b)}, \quad (3.12)$$

где ψ_b – угол трения в подшипнике (подшипниках), на котором (на которых) установлен сателлит. В свою очередь, $\psi_b = \operatorname{arctg}(f_b)$. У радиальных подшипников и радиально-упорных подшипников приведенный коэффициент трения $f_b = 0,002 \dots 0,003$ [127]. У сферических же принимают $f_b = 0,0015$. КПД узла, обеспечивающего установку сателлита на ведущем валу СРП, в этом случае составляет $0,96 \dots 0,98$.

КПД роликового зацепления оценим как отношение мощностей на ведущем P_1 и ведомом P_2 валах в режиме установившегося движения [128]:

$$\eta_{mt} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \cdot \omega_2}{P_1}. \quad (3.13)$$

Потери мощности при вращении сателлита относительно оси кривошипа учтены коэффициентом η_{mb} . Принимая во внимание только мощность, сообщаемую роликам при их осевом перемещении, получим

$$P_1 = N_{zm11} \cdot v_{s4} \cdot n_{s3}, \quad (3.14)$$

где v_{s4} – скорость перемещения ролика вдоль оси передачи.

Из плана скоростей (см. рисунок 2.12) после соответствующих преобразований находим

$$v_{s4} = v_1 \cdot \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} = \omega_1 \cdot \frac{R_3}{K_{Nsf}} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (3.15)$$

Подставим выражение (3.15) в формулу (3.14). Далее полученное выражение подставим в формулу (3.13), учитывая при этом, что $\omega_1/\omega_2 = i_{12}^{(3)}$. В итоге выражение для среднего КПД зацепления имеет вид

$$\eta_{mt1} = \frac{T_2}{N_{zm11} \cdot |i_{12}^{(3)}| \cdot \frac{R_3}{K_{Nsf}} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} \cdot n_{s3}}. \quad (3.16)$$

Используя уравнения (3.1), (3.4) и (3.7), выразим момент T_2 через реакцию ведомого кулачка, перенесенного в плоскость развертки первого ряда роликов:

$$T_2 = R_{m21p} \cdot R_3 \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot K_{Nsf}^{-1}. \quad (3.17)$$

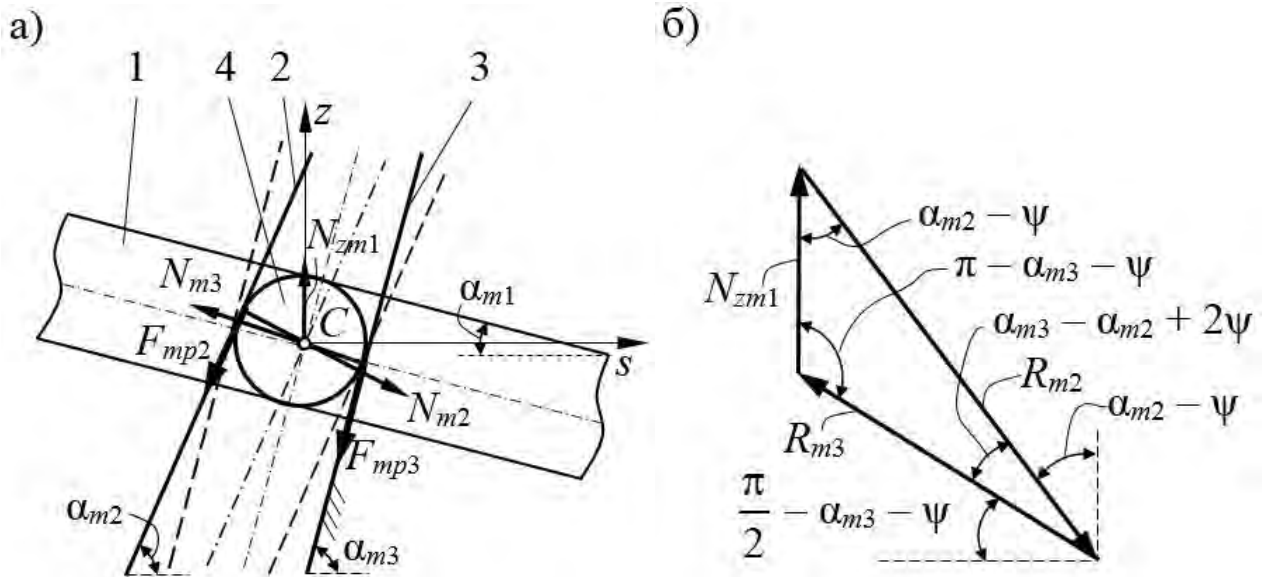
Подставив формулу (3.17) в выражение (3.16), преобразовав ее с учетом геометрической зависимости реакций R_{m21p}/N_{zm11} по теореме синусов (см. рисунок 3.1, б), получим формулу для определения КПД как функции только геометрических параметров и коэффициентов трения

$$\eta_{mt1} = \frac{\sin(\alpha_{m3} - \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3}))}{|i_{12}^{(3)}| \cdot \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (3.18)$$

Для второй силовой схемы $Z_3 > Z_2$ и, соответственно, $\alpha_{m3} > \alpha_{m2}$ (рисунок 3.2). Дополнительный индекс «2» у всех сил на рисунке 3.2 опущен.

Рассуждая аналогичным образом, получим следующие силовые зависимости. Нормальная реакция на ведомом звене

$$N_{m22} = \frac{N_{mt2} \cdot \cos(\psi)}{\sin(\alpha_{m2} - \psi)}. \quad (3.19)$$



а – схема силового взаимодействия; б – треугольник равновесной системы сил; 1 – сателлит; 2 – ведомый кулачок; 3 – остановленный кулачок; 4 – ролик

Рисунок 3.2 – К оценке сил, действующих в СРП, и ее КПД (вторая силовая схема)

Нормальное усилие на остановленном элементе передачи

$$N_{m32} = \frac{N_{mt2} \cdot R_2 \cdot n_{s2} \cdot \cos(\psi)}{R_3 \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} + \psi)}. \quad (3.20)$$

Осевая реакция на ведущем звене

$$N_{zm1} = \frac{N_{mt2} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \alpha_{m2} + 2 \cdot \psi)}{\sin(\alpha_{m2} - \psi) \cdot \sin(\alpha_{m3} + \psi)} \cdot \frac{R_2 \cdot n_{s2}}{R_3 \cdot n_{s3}}. \quad (3.21)$$

Окружное усилие на ведомом кулачке, так же как и для первой схемы, определяется по формуле (3.1).

Средний КПД зацепления

$$\eta_{mt2} = \frac{\sin(\alpha_{m3} + \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} - \psi) \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3}))}{|i_{12}^{(3)}| \cdot \sin(\alpha_{m3} - \alpha_{m2} + 2 \cdot \psi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (3.22)$$

При выборе конструктивной схемы передачи возникает вопрос о том, какую силовую схему выбрать для реализации заданного передаточного отношения и какое соотношение радиусов R_3 и R_2 следует установить. Рассмотрим этот вопрос с точки зрения обеспечения *максимальной нагрузочной способности передачи*.

Для сравнительного анализа рассмотрим четыре вида передач с

параметрами, представленными в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Параметры исследуемых СРП для оценки нагрузочной способности

Вариант	Силовая схема	Z_3	Z_2	$i_{12}^{(3)}$
1	Первая	8	9	81
2	Вторая	9	8	-80
3	Первая	13	15	105
4	Вторая	15	13	-104

Остальные геометрические параметры и приведенные коэффициенты трения принимались для всех вариантов передач одинаковыми: $\Theta = 6/45 = 0,133$ рад, $f = 0,02$. Момент на ведомом валу $T_2 = 100$ Н·м. При компьютерном моделировании варьировались радиусы основных сфер, при этом их сумма оставалась постоянной и равной 90 мм. Изначально принималось $R_2 = R_3 = 45$ мм. Далее расчеты производились при увеличении одного из радиусов и уменьшении второго и наоборот. При этом определялись нормальные реакции ведомого $N_{m21(2)}$ и остановленных $N_{m31(2)}$ кулачков, а также осевое усилие $N_{zm11(2)}$ со стороны узла установки сателлита на ведущий вал.

Максимальные значения реакций определяют максимальный передаваемый момент исходя из условия обеспечения прочности деталей зацепления. Результаты расчетов представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Расчетные значения сил в СРП при варьировании радиусов R_2 и R_3

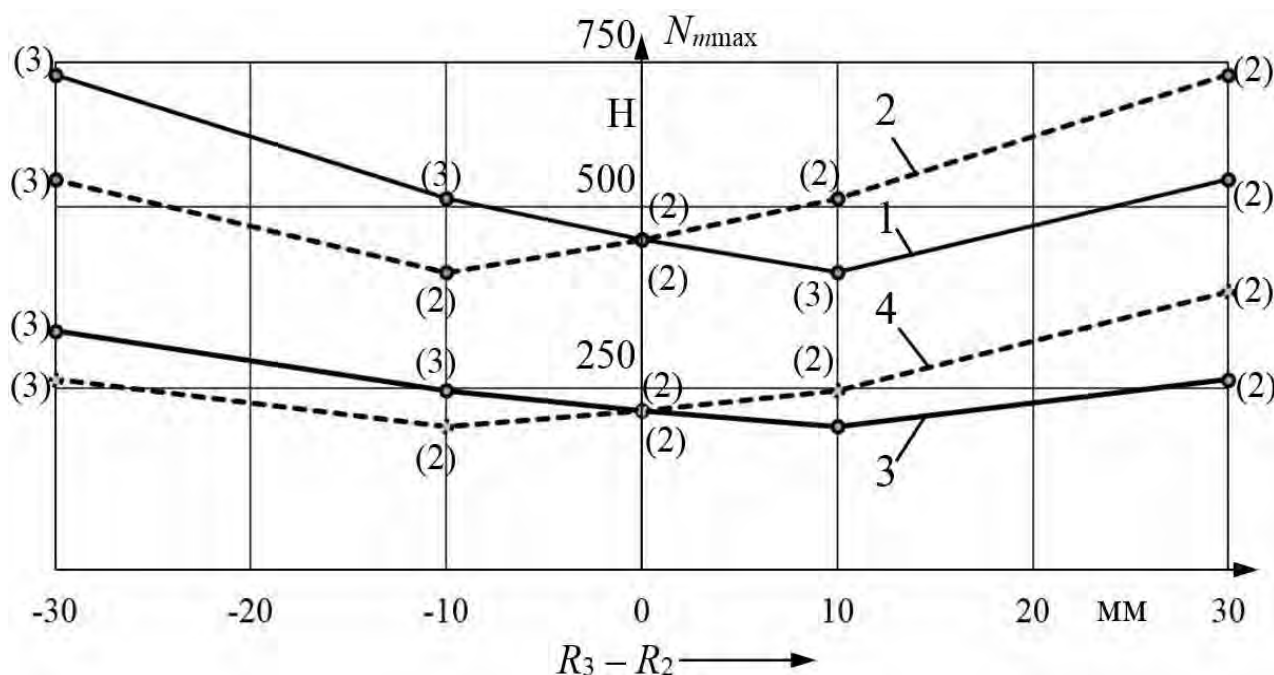
R_3 , мм	R_2 , мм	N_{m21} , Н	N_{m31} , Н	N_{zm11} , Н	N_{m22} , Н	N_{m32} , Н	N_{zm12} , Н
		Вариант 1			Вариант 2		
45	45	358,310	454,878	69,892	454,878	358,310	62,902
50	40	403,098	409,390	62,902	511,737	322,479	56,612
60	30	537,454	341,158	52,419	682,316	268,732	47,177
40	50	322,479	511,737	78,628	409,390	403,098	70,765
30	60	268,732	682,316	104,837	341,148	537,464	94,354

Продолжение таблицы 3.2

R_3 , мм	R_2 , мм	N_{m21} , Н	N_{m31} , Н	N_{zm11} , Н	N_{m22} , Н	N_{m32} , Н	N_{zm12} , Н
		Вариант 3			Вариант 4		
45	45	130,986	219,139	30,256	219,139	174,649	26,474
50	40	174,649	197,225	27,230	246,531	157,184	23,826
60	30	261,973	164,354	22,692	328,708	130,986	19,855
40	50	157,184	246,531	34,038	197,225	196,480	29,783
30	60	130,986	284,411	32,083	164,354	261,973	39,711

На рисунке 3.3 показана зависимость максимального значения двух реакций $N_{m\max} = \max(N_{m21(2)}, N_{m31(2)})$ от соотношения радиусов основных сфер,

т. к. это значение будет определяющим при расчете прочности СРП по контактным напряжениям.



1, 2, 3 и 4 – для передач с параметрами по вариантам 1, 2, 3 и 4 (см. таблицу 3.2);
(2), (3) – номер наиболее нагруженного звена

Рисунок 3.3 – Максимальные значения реакций основных звеньев СРП

Из рисунка 3.3 видно, что для первой силовой схемы ($Z_2 > Z_3$) обратная зависимость радиусов основных сфер ($R_3 > R_2$) в ограниченном диапазоне значений позволяет повысить нагрузочную способность. Для второй схемы к снижению значений максимальных реакций приводит исполнение передачи с $R_2 > R_3$. Возрастание разницы радиусов основных сфер ступеней СРП влечет за собой увеличение нагрузок и снижение нагрузочной способности для обоих вариантов.

В силу симметрии графиков на рисунке 3.3 можно сделать вывод о том, что по критерию максимальной нагрузочной способности (передаваемого вращающего момента) при заданных радиальных габаритах обе силовые схемы равнозначны.

Сравнительный анализ зависимостей (3.18) и (3.22) показал, что по критерию максимального КПД две рассмотренные силовые схемы также равнозначны. Для получения передаточного отношения $i_{12}^{(3)}$ необходимо использовать беговые дорожки остановленных и ведомого кулачков с числами периодов $Z_3 = G$, $Z_2 = M$ соответственно, где G и M – целые числа. При замене $Z_3 = M$, $Z_2 = G$ реализуется передаточное отношение $-(i_{12}^{(3)} - 1)$, т. е. модули отличаются на единицу, а направления вращения ведущего и ведомого валов противоположны. При этом $\eta_{m1} = \eta_{m2}$. Например, при $Z_3 = 12$, $Z_2 = 13$ реализуется первый вариант силового взаимодействия с передаточным

отношением $i_{12}^{(3)} = 169$. При $Z_3 = 13$, $Z_2 = 12$ реализуется вторая силовая схема с передаточным отношением $i_{12}^{(3)} = -168$. При прочих одинаковых параметрах ($R_3 = 50$ мм, $R_2 = 40$ мм, $\Theta = 0,133$ рад, $f = 0,02$) КПД в обоих случаях будет одинаковым: 0,498. Таким образом, если не является принципиальной разница в направлении вращения ведомого вала (что может быть обеспечено системой управления электродвигателем), то для получения заданного передаточного отношения применение двух силовых схем практически равнозначно [123]. Поэтому далее будем рассматривать первую схему.

У ППТК цилиндрического типа КПД имеет максимальное значение при определенном сочетании значений основных геометрических параметров, рациональных по критерию обеспечения минимальных потерь на трение. Для СРП этими параметрами являются радиусы основных сфер R_2 и R_3 , угол Θ и числа периодов Z_2 и Z_3 . Данные параметры определяют средние углы подъема α_{m2} и α_{m3} .

Исследуем влияние на КПД угла наклона кривошипа Θ для различных случаев сочетания Z_2 и Z_3 , определяемых заданным передаточным отношением.

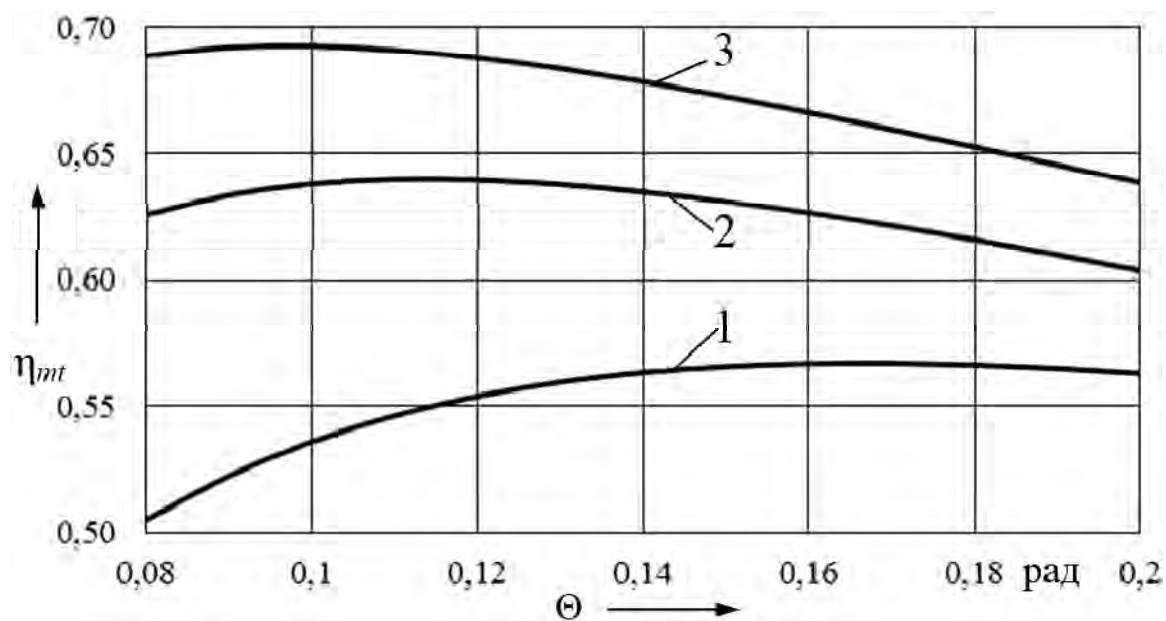
Рассмотрим три варианта передач, описываемых параметрами, приведенными в таблице 3.3, с сопоставимыми по значению передаточными отношениями и следующими одинаковыми параметрами: $R_2 = 40$ мм, $R_3 = 50$ мм, $f = 0,02$.

Таблица 3.3 – Параметры исследуемых СРП для оценки их КПД

Вариант	Z_3	Z_2	$i_{12}^{(3)}$
1	9	10	100
2	13	15	105
3	15	18	96

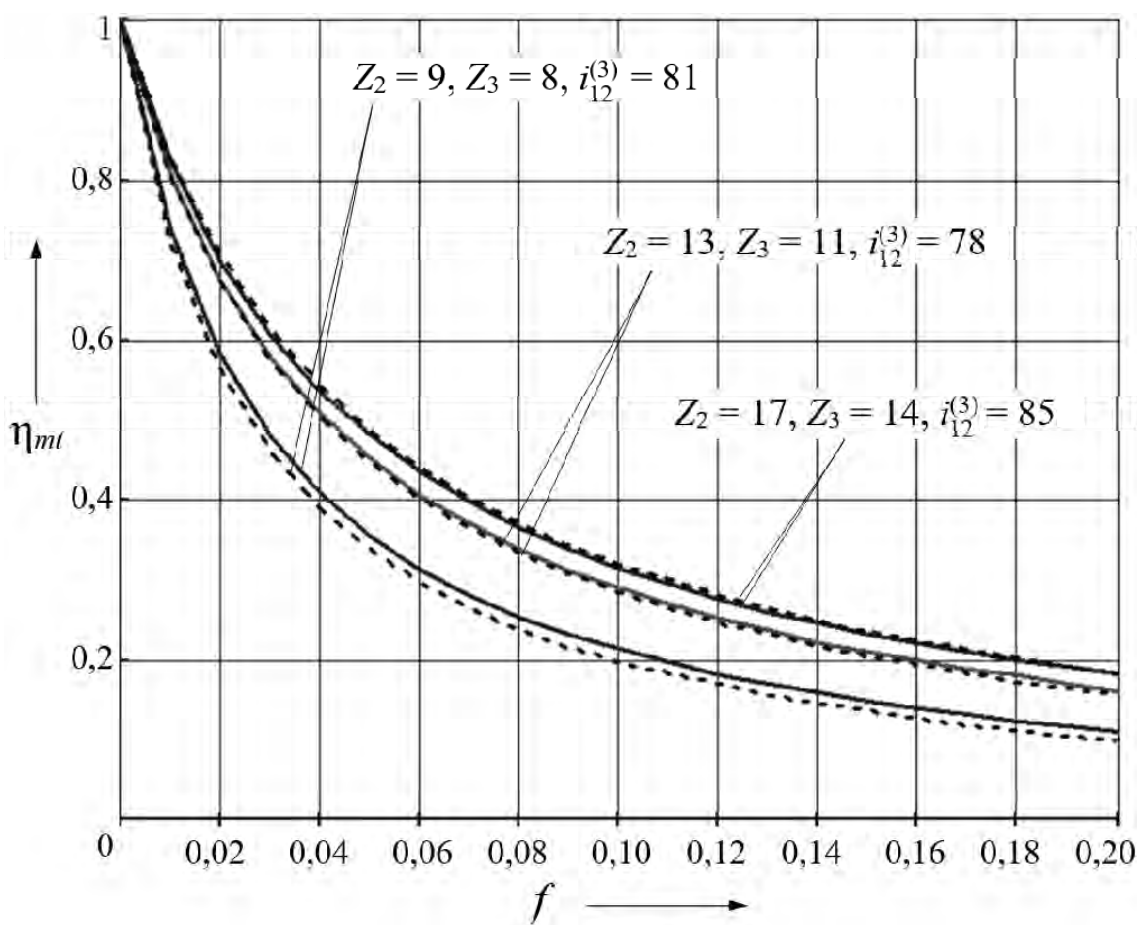
Результаты расчета КПД представлены на рисунке 3.4. Графики 1–3 имеют максимумы значений среднего КПД, что свидетельствует о существовании оптимального значения Θ при заданном передаточном отношении. Результаты анализа показывают, что реализовать данное передаточное отношение можно различными сочетаниями периодов ведомого и остановленных кулачков. При этом большая разница $|Z_2 - Z_3|$ приводит к снижению потерь мощности.

Зависимость КПД роликового зацепления СРП от приведенного коэффициента трения показана на рисунке 3.5. Подтверждается, что при большей разнице $|Z_2 - Z_3|$ и сопоставимых значениях передаточных отношений КПД выше и снижается менее интенсивно при увеличении f [123]. При этом влияние угла Θ также снижается при увеличении чисел периодов беговых дорожек Z_2 и Z_3 и абсолютного значения их разницы.



1, 2 и 3 – для передач с параметрами по вариантам 1, 2 и 3 (см. таблицу 3.3) соответственно

Рисунок 3.4 – Зависимость среднего КПД роликового зацепления СРП от угла Θ



— — для передач с углом $\Theta = 0,133$ рад; - - - для передач с углом $\Theta = 0,111$ рад

Рисунок 3.5 – Зависимость среднего КПД роликового зацепления от приведенного коэффициента трения

Уточненная геометрическая модель силового взаимодействия для прочностных расчетов. Рассмотренная ранее модель позволила оценить преимущества различных силовых схем и влияние чисел периодов беговых дорожек на КПД передачи. Однако она не учитывала геометрические параметры тел качения. Для разработки методики прочностных расчетов уточним модель. Выразим значения нормальных сил (формулы (3.5), (3.9) с учетом подстановок, (3.19) и (3.20)), действующих на кулачки со стороны тел качения, через момент на ведомом валу T_2 , используя формулу (3.1).

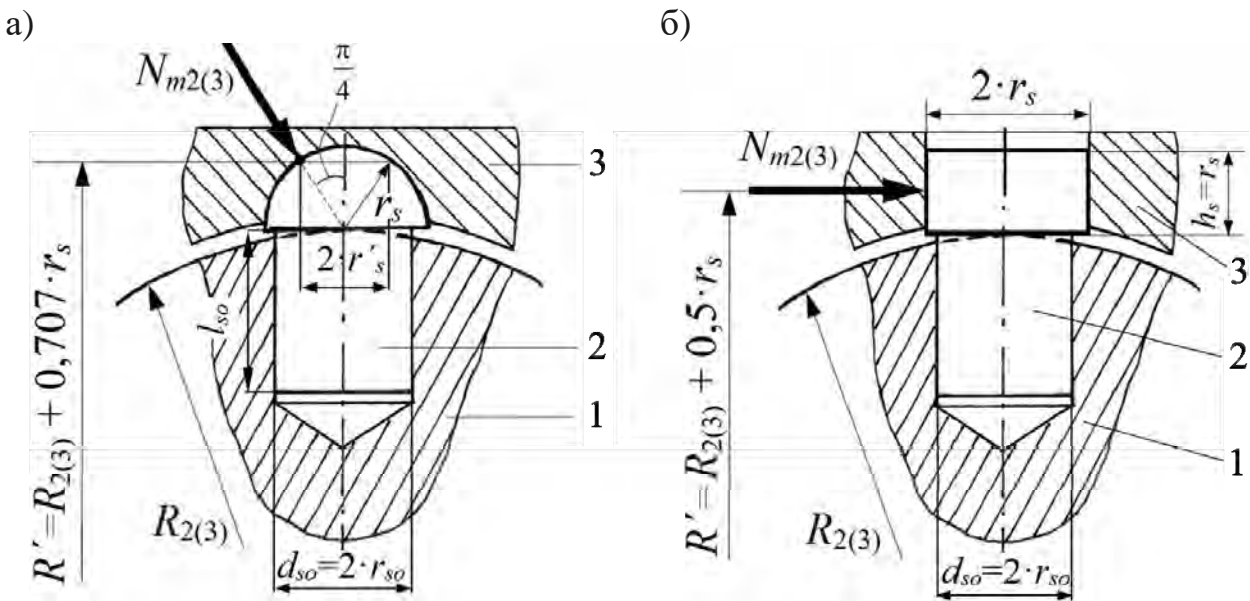
Для первой схемы силового взаимодействия ($Z_2 > Z_3$) получим

$$N_{m21} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{R_2 \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)}; N_{m31} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{R_3 \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (3.23)$$

Для второй схемы ($Z_3 > Z_2$), соответственно,

$$N_{m22} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{R_2 \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} - \psi)}; N_{m32} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{R_3 \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} + \psi)}. \quad (3.24)$$

В рассмотренной ранее модели тела качения представлены материальными точками. Предположим, что и в наружном, и во внутреннем рядах сателлита радиус сферической поверхности роликов одинаков и равен r_s (рисунок 3.6, а) в уточненной модели.



1 – сателлит; 2 – ролик; 3 – кулачки (кулачок), образующие беговую дорожку

Рисунок 3.6 – Геометрическая модель взаимодействия ролика с беговой дорожкой

Будем учитывать, что нормальная реакция со стороны беговых дорожек, образованных кулачками, является равнодействующей распределенной

нагрузки, действующей по линии контакта. Она отклоняется от касательной поверхности к основной сфере на угол $\pi/4$. Очевидно, что для дальнейших расчетов должны быть учтены значения радиуса основной сферы R' и радиуса ролика r'_s .

Введем в геометрическую модель дополнительные коэффициенты. Коэффициент K_{pj} равен отношению среднего количества роликов, одновременно находящихся в зацеплении и передающих нагрузку, к общему числу роликов в ряду. Он определяется также как отношение суммы длин участков центральной кривой, по которым ролики контактируют с беговой дорожкой, к длине этой кривой [64, 129]. Сама пространственная кривая при этом может быть заменена кусочно-винтовой кривой с постоянными углами подъема:

$$K_{pj} = \left(1 - 0,707 \cdot r_s \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{mj}) \cdot \sin(\alpha_{mj}) \cdot (R_j \cdot \Theta)^{-1}\right) \cdot Z_{sj}, \quad (3.25)$$

где $0,707 = \cos(\pi/4)$ – коэффициент, учитывающий уменьшение r_s до r'_s ;

j – индекс, указывающий на принадлежность параметра ведомому ($j = 2$) или остановленным ($j = 3$) кулачкам;

Z_{sj} – коэффициент, учитывающий вид геометрического замыкания высших кинематических пар: $Z_{sj} = 1$, если замыкание двухстороннее и беговую дорожку образуют два кулачка; $Z_{sj} = 0,5$, если замыкание одностороннее и ролики взаимодействуют с профилем одного кулачка.

Неравномерность распределения нагрузки по потокам зависит от степени точности n_{st} изготовления деталей передачи [64] и учитывается эмпирическим коэффициентом $K_n = 0,6 \dots 1,0$.

В результате, после преобразования формул (3.23) и (3.24) и с учетом замены $1/\cos(\pi/4) = 1,414$, получим выражения для первой силовой схемы ($Z_2 > Z_3$)

$$N_{m21} = \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p2} \cdot (R_2 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)}; \quad (3.26)$$

$$N_{m31} = \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p3} \cdot (R_3 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (3.27)$$

Для второй силовой схемы ($Z_3 > Z_2$)

$$N_{m22} = \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p2} \cdot (R_2 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} - \psi)}; \quad (3.28)$$

$$N_{m32} = \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p3} \cdot (R_3 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} + \psi)}. \quad (3.29)$$

Обоснуем выбор сферической формы торца (рабочей поверхности) ролика, взаимодействующего с беговой дорожкой.

Рассмотрим ролик с цилиндрической рабочей поверхностью (рисунок 3.6, б) в составе передачи, выполненной по первой силовой схеме. Для численного примера зададим следующие исходные данные: передаточное отношение СРП $i = 105$, $R_2 = 38$ мм, $R_3 = 57$ мм, $r_s = 5$ мм, $\alpha_{m2} = 0,788$ рад, $\alpha_{m3} = 0,717$ рад, $n_{s2} = 16$, $n_{s3} = 14$. Приведенный коэффициент трения во всех контактирующих парах примем одинаковым: $f = 0,02$. Коэффициенты в формулах (3.26) и (3.27) рассчитаны по соответствующим зависимостям: $K_{Nsf} = 1,003$, $K_n = 0,9$, $K_{p2} = 0,185$, $K_{p3} = 0,663$. На ведомый вал передачи действует постоянный вращающий момент $T_2 = 50$ Н·м.

По результатам вычислений установлено, что при указанных параметрах значения нормальных сил составят $N_{m2} = 886$ Н, $N_{m3} = 219$ Н.

Для роликов с цилиндрическими рабочими поверхностями разница в силовом анализе будет состоять в следующем. В формулах (3.26) и (3.27) вместо выражения $R_{2(3)} + 0,707 \cdot r_s$ в знаменателях будет подставляться $R_{2(3)} + 0,5 \cdot r_s$. В формуле (3.25) вместо коэффициента 0,707 нужно подставлять единицу.

При вышеуказанных геометрических, кинематических и силовых параметрах СРП значения коэффициентов составили $K_{p2} = 0,055$, $K_{p3} = 0,523$. Значения нормальных сил $N_{m2} = 2177$ Н, $N_{m3} = 199$ Н. Таким образом, замена рабочей поверхности роликов со сферических на цилиндрические теоретически приведет к возрастанию нормальных сил, действующих на беговую дорожку ведомого кулачка, на 151 % и незначительному (на 9 %) снижению нагрузки на неподвижные кулачки и контактирующие с ними ролики соответственно. Так как контактная прочность определяется по наиболее слабому элементу, указанная замена формы рабочих поверхностей не является целесообразной.

На резкий рост нормальных реакций существенное влияние оказывают коэффициенты K_{pj} . При увеличении числа периодов кривых, радиуса r_s и малом радиусе R_j (что характерно для ведомого кулачка) коэффициент перекрытия снижается из-за уменьшения длин рабочих участков беговых дорожек по причине самопересечения профилей.

Рассмотрим передачу с относительно небольшим передаточным отношением ($i = 16$) и следующими параметрами: $R_2 = 19$ мм, $R_3 = 35$ мм, $r_s = 3$ мм (при больших значениях у СРП с цилиндрической формой роликов не обеспечивается плавность зацепления), $\Theta = 9/35$ рад, $\alpha_{m2} = 0,919$ рад, $\alpha_{m3} = 0,686$ рад, $n_{s2} = 9$ ($Z_2 = 8$), $n_{s3} = 6$ ($Z_3 = 5$), $f = 0,02$. Коэффициенты $K_{Nsf} = 1,017$, $K_n = 0,9$. Момент $T_2 = 14$ Н·м. В этом случае для передачи со сферическими торцами роликов значения сил составят $N_{m2} = 532$ Н, $N_{m3} = 185$ Н ($K_{p2} = 0,274$, $K_{p3} = 0,878$) и для передачи с цилиндрическими рабочими поверхностями $N_{m2} = 833$ Н (рост на 57 %), $N_{m3} = 200$ Н ($K_{p2} = 0,18$, $K_{p3} = 0,827$).

Расчеты вновь подтверждают целесообразность сферических торцов роликов и существенное влияние коэффициентов перекрытия, т. к., например, для передачи с роликами с цилиндрическими рабочими поверхностями при прочих равных условиях увеличение радиуса r_s с трех до четырех миллиметров приводит к снижению коэффициента K_{p2} и двукратному увеличению нормальной реакции.

Следует также отметить, что сферическая форма торцов роликов позволяет изготавливать кулачки на распространенных вертикально-фрезерных станках с ЧПУ с помощью сферических фрез, радиус рабочей части которых равен r_s . Для изготовления же дорожек под цилиндрические рабочие поверхности роликов необходимо управление дополнительной координатой Y станка, что требует применения специального дорогостоящего оборудования.

Расчет по формулам (3.26) и (3.27) также показывает, что сила N_{m2k} , действующая на ведомый кулачок со стороны роликов, имеет большее значение, чем сила N_{m3k} , в широком диапазоне варьирования значений радиусов R_2 и R_3 для обеих силовых схем. Поэтому в дальнейшем будем проводить расчет прочности по реакции N_{m2k} .

3.2 Критерии и оценка прочности основных деталей сферической роликовой передачи

Основными критериями прочности СРП являются контактная прочность поверхностей роликов и взаимодействующих с ними беговых дорожек, прочность роликов на сдвиг (срез) и смятие.

Контактная прочность поверхностей является основным критерием надежности СППТК [109]. Она оценивается с помощью модифицированной формулы Герца для определения максимальных контактных напряжений σ_H , МПа, при взаимодействии тела со сферической поверхностью радиусом r_s и кольцевым пазом с радиусом профиля r_p [130, с. 532]:

$$\sigma_H = \frac{\xi_q}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot N_{\max} \cdot \sum \rho^2}{2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)^2}}, \quad (3.30)$$

где ξ_q – коэффициент, зависящий от отношения Ω , учитывающего разность кривизн контактирующих поверхностей;

N_{\max} – максимальное значение силы давления сферы на поверхность паза, Н;

$\sum \rho$ – сумма главных кривизн соприкасающихся тел, мм⁻¹;

θ_1, θ_2 – коэффициенты, зависящие от свойств материалов контактирующих тел.

$$\theta_{1(2)} = \left(1 - \mu_{1(2)}^2\right) \cdot E_{1(2)}^{-1}, \quad (3.31)$$

где $\mu_{1(2)}$ – коэффициент Пуассона материала тела качения 1 или кулачка с беговой дорожкой 2 соответственно;

$E_{1(2)}$ – модуль упругости (для стали $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$).

Сумма главных кривизн поверхностей взаимодействующих тел

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}, \quad (3.32)$$

где $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ – радиусы кривизн поверхностей (рисунок 3.7).

Для СРП $r_{11} = r_{12} = r_s$, $r_{21} = r_p = r + \Delta r_s$, $r_{22} = R + r_s$, где R – радиус основной сферы; r_p – радиус профиля беговой дорожки, определяемый в сечении, перпендикулярном центральной кривой (равен радиусу инструмента – сферической фрезы); Δr_s – величина, на которую радиус профиля беговой дорожки превышает радиус тела качения (сферического выступа ролика).

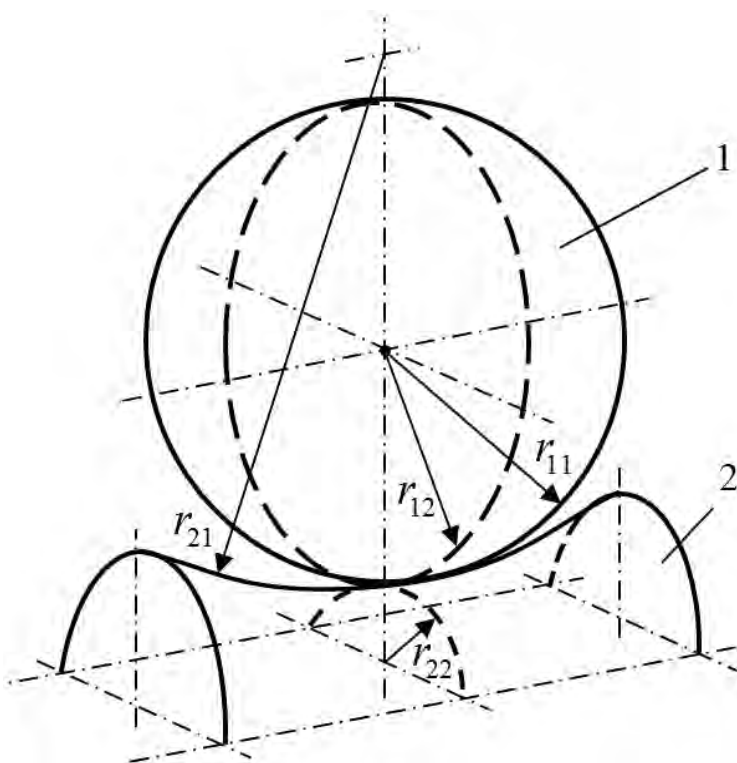


Рисунок 3.7 – Схема контакта тела качения 1 и беговой дорожки 2

С учетом того, что слагаемые с радиусами охватывающих поверхностей суммируются со знаком «минус», получим

$$\sum \rho = \frac{2}{r_s} - \frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}. \quad (3.33)$$

Отношение, учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей,

$$\Omega = \frac{(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{21} - \rho_{22})}{\sum \rho} = \frac{(r_s + \Delta r_s)^{-1} - (R_j + r_s)^{-1}}{\sum \rho}, \quad (3.34)$$

где $\rho_{i1(2)}$ – кривизна i -й кривой, $\rho_i = 1/r_i$.

После преобразований выражения (3.30) получим условие контактной прочности

$$\sigma_H = K_{Gs} \cdot \xi_q \cdot \sqrt[3]{N_{m\max} \cdot \sum \rho^2} \leq [\sigma_H], \quad (3.35)$$

где $[\sigma_H]$ – допускаемые контактные напряжения, МПа;

$N_{m\max}$ – максимальная величина нормальной реакции в контакте ролика и беговой дорожки, Н;

K_{Gs} – коэффициент, зависящий от свойств материалов контактирующих деталей. Он определится из выражения (3.22) как

$$K_{Gs} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{1,5}{(\theta_1 + \theta_2)^2}}. \quad (3.36)$$

Для стальных деталей $K_{Gs} = 863,6 \text{ МПа}^{2/3}$.

Коэффициент ξ_q , используемый в [130, 131], определялся из таблиц, приведенных в [132], с учетом интерполирования данных. Данные таблиц были обработаны в системе Mathcad, построена графическая зависимость, для которой была получена полиномиальная зависимость [133]

$$\begin{aligned} \xi_q = & 1,017 - 0,826 \cdot \Omega + 11,254 \cdot \Omega^2 - 67,467 \cdot \Omega^3 + 197,583 \cdot \Omega^4 - \\ & - 304,129 \cdot \Omega^5 + 235,207 \cdot \Omega^6 - 72,224 \cdot \Omega^7. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Условие прочности по напряжениям среза (сдвига) имеет вид

$$\tau_s = \frac{4 \cdot N_{m\max} \cdot \cos(\pi/4)}{\pi \cdot d_{so}^2} = \frac{0,9 \cdot N_{m\max}}{d_{so}^2} \leq [\tau_s], \quad (3.38)$$

где τ_s , $[\tau_s]$ – действующие и допускаемые напряжения среза соответственно;

d_{so} – диаметр стержня ролика (см. рисунок 3.6, а).

Условие прочности по напряжениям смятия

$$\sigma_{см} = \frac{0,707 \cdot N_{m\max}}{d_{so} \cdot l_{so}} \leq [\sigma_{см}], \quad (3.39)$$

где $\sigma_{см}$, $[\sigma_{см}]$ – действующие и допускаемые напряжения смятия соответственно;

l_{so} – длина стержня ролика (см. рисунок 3.6, а).

Рассмотрим, как изменятся напряжения в контактирующих деталях СРП (первая силовая схема) с параметрами $R_2 = 38$ мм, $R_3 = 57$ мм, $A_6 = 6$ мм, $A_2 = 4$ мм, $r_s = 5$ мм, $Z_3 = 13$, $Z_2 = 15$, $i_{12}^{(3)} = 105$, $\Delta r_s = 0,01$ мм, $d_{so} = 8$ мм, $l_{so} = 5$ мм с увеличением вращающего момента на ведомом валу и сравним их с допускаемыми значениями. Примем приведенный коэффициент трения $f = 0,05$. Для стальных деталей коэффициент $K_{Gs} = 863,6$ МПа^{2/3}; коэффициент, вычисленный по формуле (3.2), $K_{Nsf} = 1,003$; коэффициенты $K_{p2} = 0,185$ и $K_{p3} = 0,663$ (см. формулу (3.25)); коэффициент $K_n = 0,9$ при седьмой степени точности изготовления деталей СРП.

Применим ролики из стали 18ХГТ с термообработкой до твердости 65 HRC. Для кулачков, образующих беговую дорожку, изготовленных из стали 12ХНЗА с цементацией до 58...62 HRC, предел текучести $\sigma_T = 700$ МПа [134, таблица 2.3]. Допускаемые контактные напряжения рассчитаем так же, как для зубчатых передач при длительном режиме работы (коэффициент долговечности $Z_N = 1$). Определим их по материалу беговых дорожек кулачков как более слабых элементов передачи с учетом коэффициента безопасности $S_H = 1,2$ для поверхностно-упрочненных зубьев. Предел контактной выносливости вычислим по формуле $\sigma_{Hlim} = 23 \cdot \text{HRC}$ [134, таблица 2.4]. Допускаемые контактные напряжения

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} \cdot Z_N = \frac{23 \cdot 60}{1,2} \cdot 1 = 1,15 \cdot 10^3 \text{ МПа.} \quad (3.40)$$

Допускаемые напряжения среза для стержней роликов принимаем так же, как и для стальных болтов, установленных без зазора, при переменной нагрузке [126]:

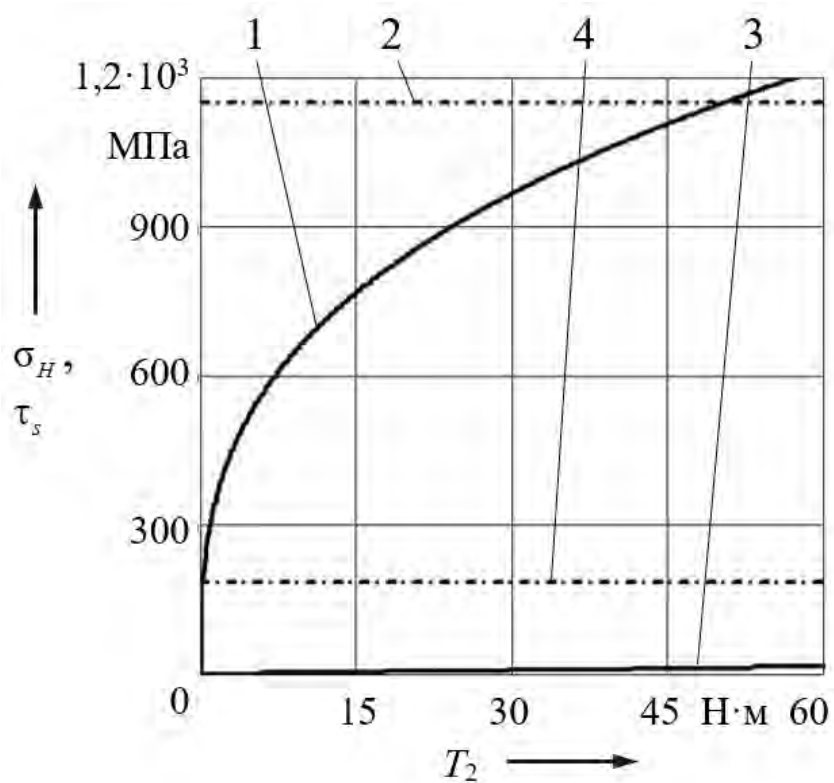
$$[\tau_s] = 0,2 \cdot \sigma_T = 0,2 \cdot 700 = 140 \text{ МПа.} \quad (3.41)$$

Допускаемые напряжения смятия в контакте сателлита и роликов выберем те же, что и для подвижных шпоночных соединений, собранных по переходной посадке: $[\sigma_{см}] = 80$ МПа [126].

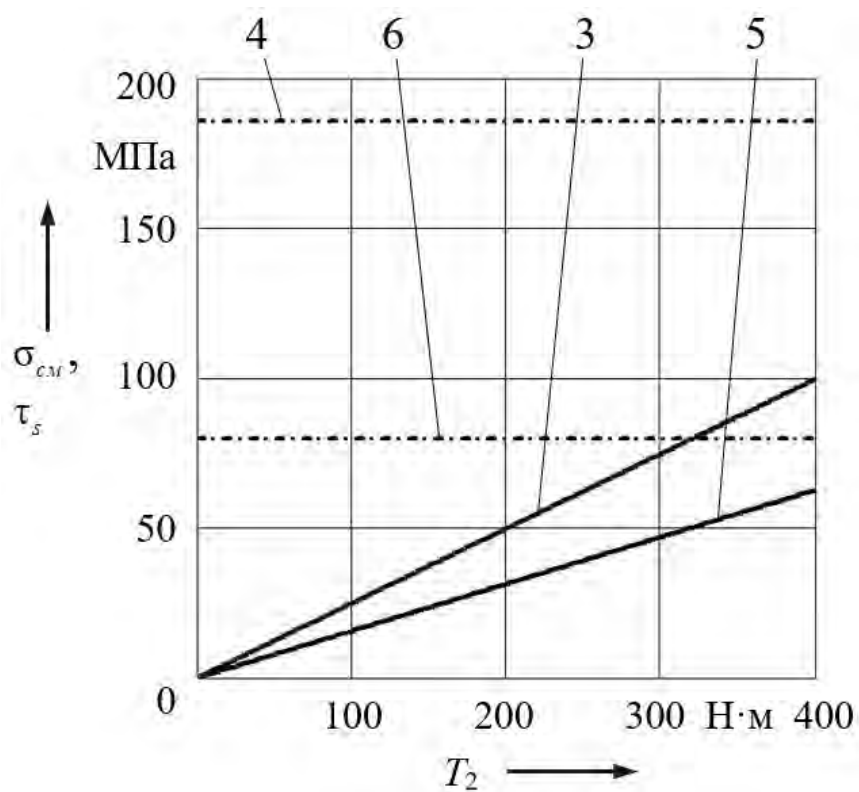
Зависимости напряжений от вращающего момента на ведомом валу СРП представлены на рисунке 3.8. Очевидно, что для СРП при расчете на прочность определяющими будут максимальные контактные напряжения, т. к. превышение их допускаемого значения произошло при $T_2 = 50$ Н·м, в то время как предел напряжения среза, равный 140 МПа, достигается только при $T_2 = 320$ Н·м, а предел напряжения смятия даже при $T_2 = 400$ Н·м не был превышен.

Для длительно работающих механизмов в условиях граничного трения одним из дополнительных критериев прочности может быть износостойкость контактирующих поверхностей. В данной работе этот критерий не рассматривается как неосновной.

а)



б)



а – контактные напряжения и напряжения среза; б – напряжения среза и смятия;
 1 – σ_H ; 2 – $[\sigma_H]$; 3 – τ_s ; 4 – $[\tau_s]$; 5 – σ_{cm} ; 6 – $[\sigma_{cm}]$

Рисунок 3.8 – Зависимости напряжений от вращающего момента на ведомом валу СРП

3.3 Расчет основных геометрических параметров сферической роликовой передачи для малогабаритных приводов

Определим минимальный радиус сферической поверхности ролика, обеспечивающий контактную выносливость. Выразим его из формулы (3.35), заменив при этом действующие контактные напряжения σ_H их допускаемыми значениями $[\sigma_H]$. После преобразований получим квадратное уравнение

$$r_s^2 + R \cdot r_s - R \cdot \sqrt{\frac{\xi_q^3 \cdot K_{Gs}^3 \cdot N_{m\max}}{[\sigma_H]^3}} = 0. \quad (3.42)$$

Для упрощения расчетов было принято $\Delta r_s = 0$. При этом коэффициент $\xi_q = 0,43$. Минимальное значение радиуса сферической поверхности стального ролика, контактирующего со стальными наружными кулачками, исходя из условия обеспечения контактной прочности,

$$r_{s\min} = 0,5 \cdot \left(\sqrt{R^2 + 28620 \cdot R \cdot N_{m\max}^{\frac{1}{2}} \cdot [\sigma_H]^{-\frac{3}{2}}} - R \right), \quad (3.43)$$

где R и $r_{s\min}$ выражены в миллиметрах, $N_{m\max}$ – в ньютонах, $[\sigma_H]$ – в мегапаскалях.

Данная нелинейная зависимость описывает одно из решений (корень) квадратного уравнения (3.42). Для передачи с параметрами, приведенными ранее, она представлена на рисунке 3.9.

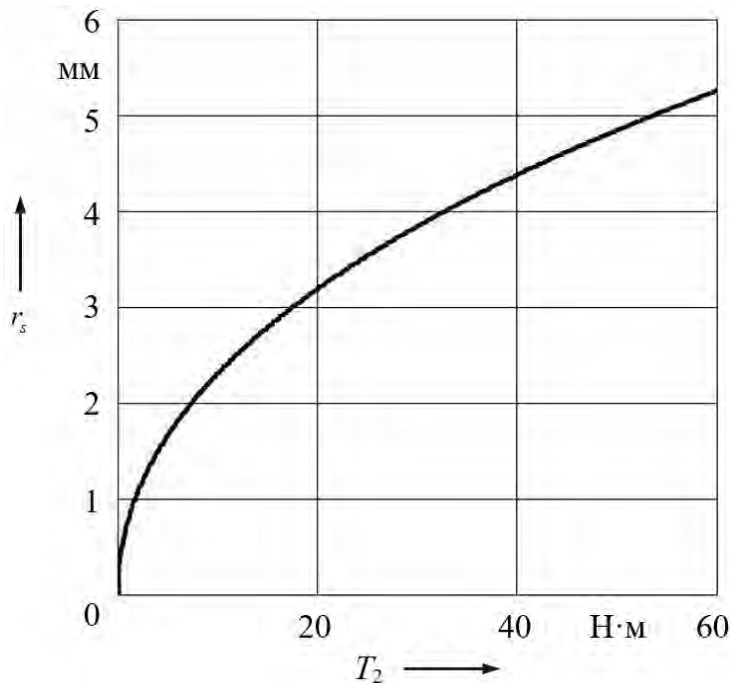


Рисунок 3.9 – К определению минимального радиуса сферической поверхности выступа ролика

В качестве условия для нахождения рациональных геометрических параметров СРП примем обеспечение максимальных КПД и нагрузочной способности (максимального передаваемого момента при заданных габаритах).

КПД СРП зависит от приведенного коэффициента трения f , угла Θ , чисел периодов Z_2 и Z_3 , которые могут быть выражены через передаточное отношение $i_{12}^{(3)}$ и абсолютную разницу чисел периодов $\Delta Z_s = |Z_2 - Z_3|$. Определим значения Θ по условию обеспечения максимального КПД (см. рисунок 3.4) при заданных Z_j и f . Это равнозначно поиску оптимальных значений средних углов подъема α_{m2} и α_{m3} .

Преобразуем выражение (3.18) к виду

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} = \frac{1 + Z_3}{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (3.44)$$

В выражении (3.44) учтено, что $\operatorname{tg}(\alpha_{m3})/\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) = Z_3/Z_1$, при этом $Z_1 = 1$. Подставим в формулу (3.18) зависимости (3.44) и (1.4). Примем во внимание, что $\operatorname{tg}(\alpha_{m2})/\operatorname{tg}(\alpha_{m3}) = Z_2/Z_3$, и обозначим $\Delta Z_s = |Z_2 - Z_3|$. После преобразований имеем

$$\eta_{m1} = \frac{\sin(\arctg((1 - \Delta Z_s/Z_2) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m2})) - \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot \Delta Z_s}{(Z_2 - \Delta Z_s) \cdot \sin(\alpha_{m2} - \arctg((1 - \Delta Z_s/Z_2) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m2})) + 2 \cdot \psi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m2})}. \quad (3.45)$$

Таким образом, получено выражение для КПД в форме функции четырех переменных (α_{m2} , Z_2 , ΔZ_s и ψ). Последние три параметра задаются в качестве исходных при проектировании. После замены α_{m2} на x , η_{m1} на $y(x)$ и введения коэффициентов

$$b_1 = 1 - \Delta Z_s/Z_2; \quad b_2 = \Delta Z_s; \quad b_3 = Z_2 - \Delta Z_s; \quad b_4 = \psi \quad (3.46)$$

уравнение (3.45) преобразуется к виду

$$y(x) = \frac{\sin(\arctg(b_1 \cdot \operatorname{tg}(x)) - b_4) \cdot \sin(x + b_4) \cdot b_2}{b_3 \cdot \sin(x - \arctg(b_1 \cdot \operatorname{tg}(x)) + 2 \cdot b_4) \cdot \operatorname{tg}(x)}. \quad (3.47)$$

Решение уравнения $\frac{d}{dx}y(x) = 0$ будет являться искомым рациональным значением α_{m2} , через которое могут быть найдены остальные параметры. Получить символьное решение не удалось вследствие сложности уравнения (3.47). Поэтому в системе Mathcad были получены численные решения этого уравнения. С учетом преобразований по формуле (3.3)

$$\Theta_{opt} = (\pi/2) \cdot Z_2^{-1} \cdot \text{tg}(\max(y(x))), \quad (3.48)$$

где Θ_{opt} – значение угла Θ , обеспечивающее максимальный КПД;

\max – обозначение функции поиска x , при котором обеспечивается максимальное значение функции $y(x)$.

Уравнение (3.48) было получено после преобразования выражений (3.3). Результаты вычислений в каждой точке, соответствующей дискретному значению Z_2 , показаны в виде графиков на рисунке 3.10. Из графиков видно, что изменение f не оказывает существенного влияния на оптимальные значения угла Θ . На рисунке 3.10 также указаны рекомендованные диапазоны чисел периодов Z_2 для реализации требуемых передаточных отношений (16...200), а в скобках – данные для второй силовой схемы.

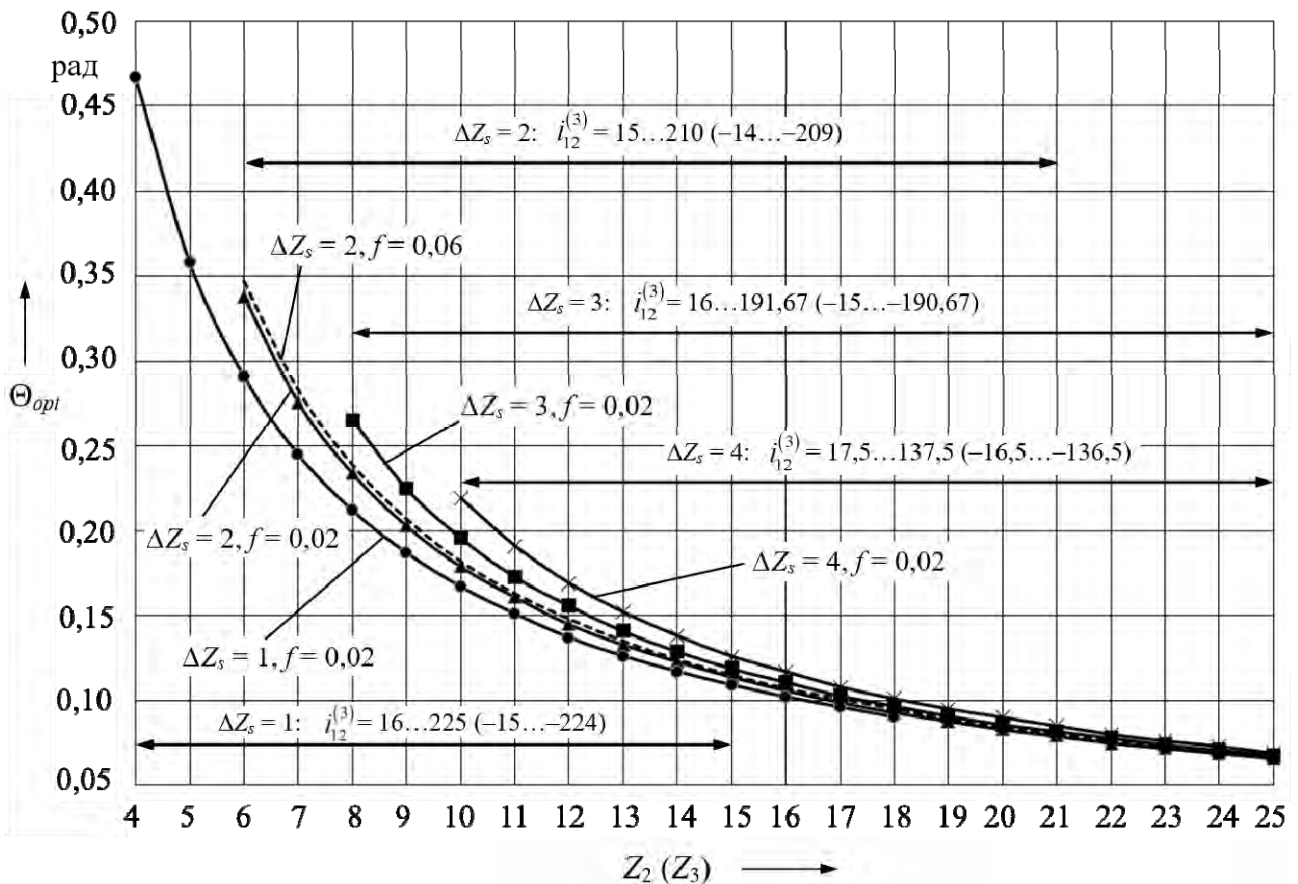


Рисунок 3.10 – Зависимости значений угла Θ , обеспечивающих максимальный КПД, от чисел периодов беговых дорожек

Из рисунка 3.10 видно, что увеличение разницы чисел периодов беговых дорожек от единицы до двух-трех позволяет повысить КПД передачи на 8 %...10 % при одинаковых передаточных отношениях. Значения угла $\Theta = 0,07...0,34$ рад обеспечивают минимальные потери мощности при передаточных отношениях 16...200.

3.4 Исследование влияния параметров сферической роликовой передачи на ее нагрузочную способность

Рассмотрим первую силовую схему в предположении о том, что максимальные значения реакций возникают в контакте роликов внутреннего ряда и ведомого кулачка. Подставив формулу (3.26) в выражение (3.35), заменив при этом расчетные контактные напряжения σ_H на их допускаемые значения $[\sigma_H]$, получим выражение для момента T_2 , который будет являться предельным передаваемым моментом $T_{2\max}$ по критерию контактной прочности,

$$T_{2\max}(r_s) = S \cdot \frac{[\sigma_H]^3 \cdot K_n \cdot K_{p2} \cdot (R_2 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)}{\xi_q^3 \cdot \sum \rho^2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}, \quad (3.49)$$

где S – коэффициент, согласующий размерности параметров, подставляемых в формулу (3.49), $S = 1,098 \cdot 10^{12}$.

Основным геометрическим параметром СРП, влияющим на значение передаваемого момента и КПД, является угол подъема беговых дорожек α_{m2} . Он зависит от трех независимых параметров: радиуса R_2 , угла Θ (или амплитуды дорожки $A_2 = R_2 \cdot \Theta$) и числа периодов Z_2 (передаточного отношения $i_{12}^{(3)}$).

Рассмотрим передачу, кулачки и ролики которой изготовлены из стали 18 ХГТ, закаленной после цементации до твердости поверхности 60...62 HRC. В этом случае предел текучести $\sigma_T = 930$ МПа, допускаемые контактные напряжения при длительном режиме нагружения $[\sigma_H] = 1150$ МПа. Как было отмечено, при одинаковых материалах роликов и беговых дорожек $K_{Gs} = 863,6$ МПа^{2/3}. Числа периодов $Z_2 = 15$, $Z_3 = 13$, передаточное отношение $i_{12}^{(3)} = 105$. Радиус сферического торца ролика считаем равным радиусу профиля беговой дорожки в нормальном сечении, т. е. $\Delta r_s = 0$ мм.

На рисунке 3.11 показаны результаты расчетов при фиксированном $R_2 = 38$ мм. Значения опытного коэффициента $K_n = 0,9$, приведенного коэффициента трения $f = 0,02$, учитывающего качение и скольжение роликов, принимались постоянными. Из рисунка 3.11 видно, что минимально допустимые значения радиуса r_s , обеспечивающие максимальную нагрузочную способность и контактную выносливость, $r_s = 5,2...6,3$ мм при $\Theta = 0,125...0,185$ рад. Влияние угла Θ (соответственно, и α_{m2}) на вращающий момент $T_{2\max}$ при ступенчатом изменении r_s можно наблюдать на рисунке 3.12.

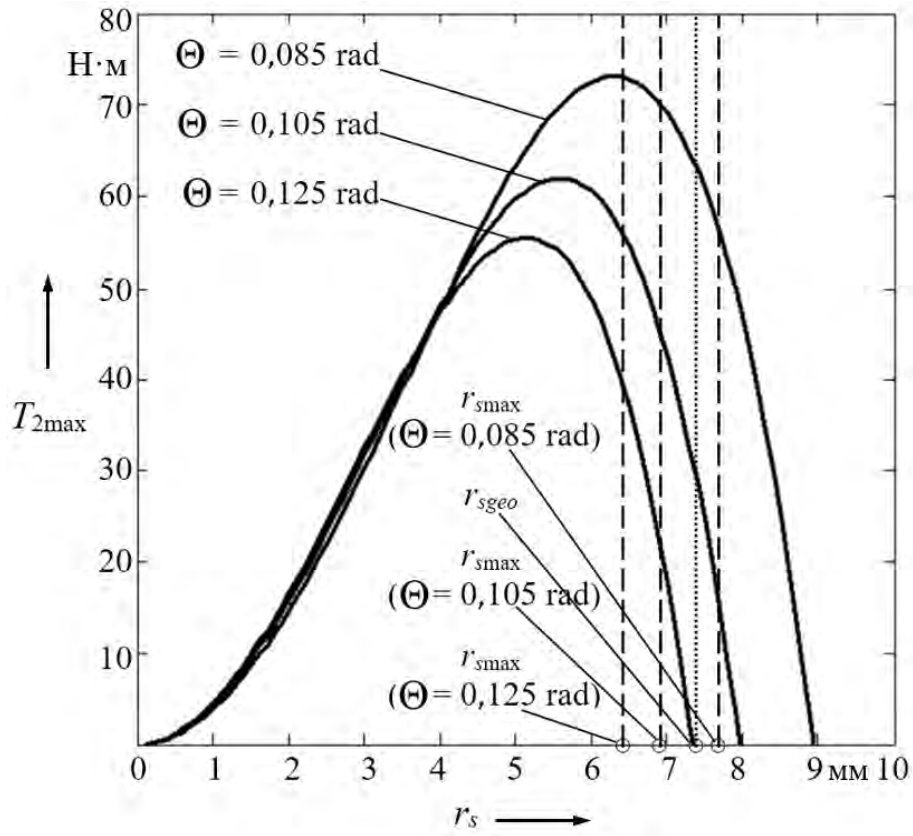


Рисунок 3.11 – Зависимость нагрузочной способности СРП от радиуса сферического торца ролика r_s

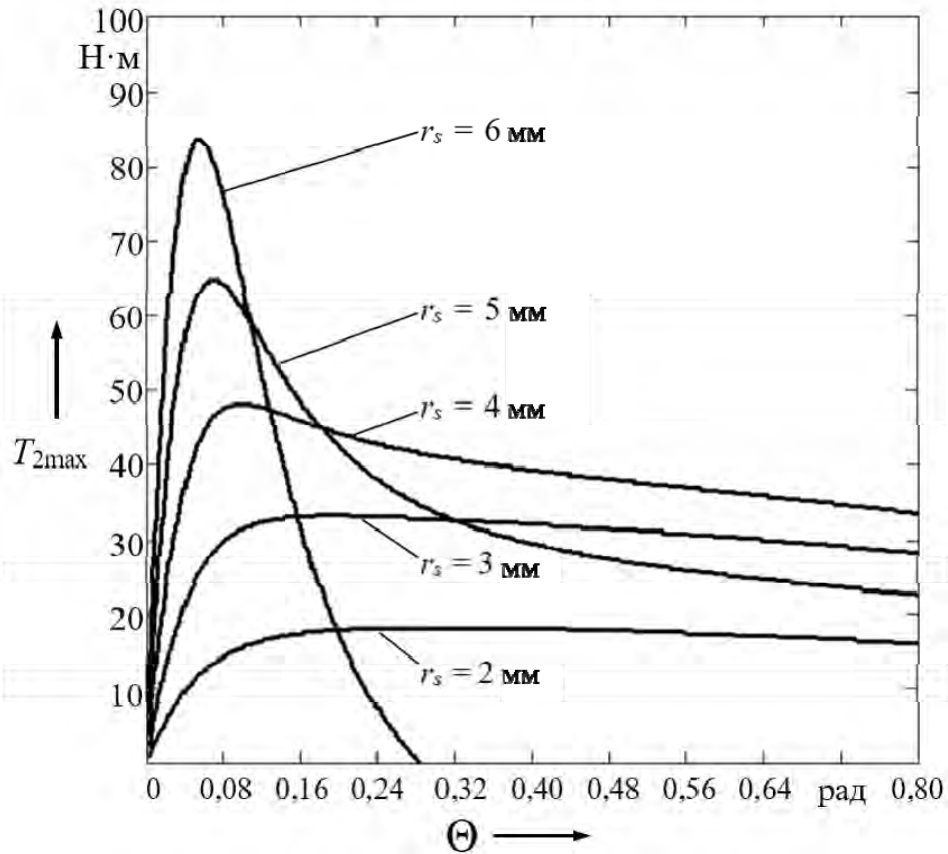


Рисунок 3.12 – Зависимость нагрузочной способности СРП от угла наклона кривошипа Θ

Теоретически увеличение r_s должно приводить к повышению передаваемого момента, т. к. при этом увеличиваются радиусы кривизны контактирующих поверхностей и линии контакта, снижаются контактные напряжения. Однако следует учесть, что в рассматриваемой модели исследовалось влияние геометрических параметров СРП на ее нагрузочную способность *при заданных радиальных габаритах передачи и ее передаточном отношении*. Существует значение радиуса r_s , обеспечивающее максимальную нагрузочную способность СРП в этих условиях. Наиболее значительное влияние на нее оказывают несколько факторов. При уменьшении угла подъема α_{m2} , что равнозначно снижению Θ и Z_2 , а также повышению R_2 , радиусы r_s , влияющие на $T_{2\max}$, увеличиваются, при этом повышается значение этого момента.

Малые углы подъема приводят к повышению расклинивающих усилий, что при определенных их значениях может вызвать самоторможение и заклинивание СРП. Из рисунка 3.12 можно установить, что для обеспечения максимальной нагрузочной способности при уменьшении радиуса r_s с 6 до 2 мм при заданных радиальных габаритах передачи угол Θ необходимо увеличивать с 0,08 до 0,28 рад соответственно.

Другим важным фактором, влияющим на нагрузочную способность СРП, является коэффициент K_{p2} , учитывающий долю роликов, одновременно передающих нагрузку. При увеличении радиуса r_s уменьшаются рабочие участки беговых дорожек, на которых осуществляется контакт с роликами.

Также существует ограничение на максимальное значение радиуса по критерию плавности работы. Предельное его значение определяется по формуле

$$r_{s\max} = \left(1 - \frac{1}{Z_{s2} \cdot n_{s2}}\right) \cdot \frac{R_2 \cdot \Theta}{0,707 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m2}) \cdot \sin(\alpha_{m2})}. \quad (3.50)$$

При превышении этого значения среднее число роликов, одновременно передающих нагрузку, меньше единицы ($K_{p2} \cdot n_{s2} < 1$), что приводит к снижению плавности работы зацепления.

Дополнительное ограничение связано с условием размещения роликов в сателлите СРП по аналогии с условием размещения сателлитов в планетарной зубчатой передаче. Это геометрическое условие, эквивалентное отсутствию интерференции поверхностей роликов, можно выразить максимальным значением радиуса r_{sgeo} , соответствующим заданным R_2 и n_{s2} :
 $r_{sgeo} = R_2 \cdot \sin(\pi/n_{s2})$.

В таблице 3.4 приведены максимальные значения момента $T_{2\max}$ для каждого Θ и соответствующие ему r_s , а также предельные значения $r_{s\max}$ и r_{sgeo} величины радиуса r_s [135].

Таблица 3.4 – Влияние параметров СРП на ее нагрузочную способность

Θ	$T_{2\max}$	r_s	$r_{s\max}$	r_{sgeo}
0,075	81,993	6,8	8,457	7,413
0,085	73,120	6,3	7,814	7,413
0,095	66,743	5,9	7,329	7,413
0,105	61,994	5,6	6,995	7,413
0,115	58,358	5,3	6,661	7,413
0,125	55,506	5,1	6,424	7,413
0,135	52,231	5,0	6,232	7,413

3.5 Уравнение движения и динамические давления на опоры в сферической роликовой передаче

Определим кинетическую энергию E системы с одной степенью свободы, выразив ее через обобщенную координату – угол поворота ведущего вала ϕ_1 :

$$E = E_1 + E_2 + E_s = \frac{1}{2} \cdot \dot{\phi}_1^2 \cdot \left(J_1 + \frac{J_2}{i_{12}^{(3)}} \right) + E_s, \quad (3.51)$$

где E_1, E_2, E_s – кинетические энергии ведущего вала, ведомого вала и сателлита соответственно;

J_1, J_2 – осевые моменты инерции ведущего и ведомого валов.

Отметим, что ведущий и ведомый валы совершают вращательное движение, их осевые моменты инерции постоянны.

Рассмотрим сферическое движение сателлита с неподвижным центром O , расположенным на оси передачи, представив его в виде однородного цилиндра с радиусом образующей окружности R_3 и высотой L_s (рисунок 3.13).

В данном случае (по аналогии со схемой на рисунке 2.8) неподвижной системой отсчета будет являться система $x_0y_0z_0$. Подвижную систему $xуz$ свяжем с сателлитом, ее оси будут главными центральными осями инерции. Углом нутации является угол Θ ; угол прецессии ψ соответствует углу поворота ведущего вала ϕ_1 ; угол собственного вращения обозначим как φ .

Кинетическая энергия сферически движущегося тела, у которого оси x, y и z являются главными осями инерции цилиндра (при этом центробежные моменты инерции равны нулю),

$$E_s = \frac{1}{2} \cdot \left(J_{sx} \cdot \omega_{sax}^2 + J_{sy} \cdot \omega_{say}^2 + J_{sz} \cdot \omega_{saz}^2 \right), \quad (3.52)$$

где J_{sx}, J_{sy}, J_{sz} – осевые моменты инерции сателлита относительно главных осей инерции;

$\omega_{sax}, \omega_{say}, \omega_{saz}$ – составляющие абсолютной угловой скорости сателлита.

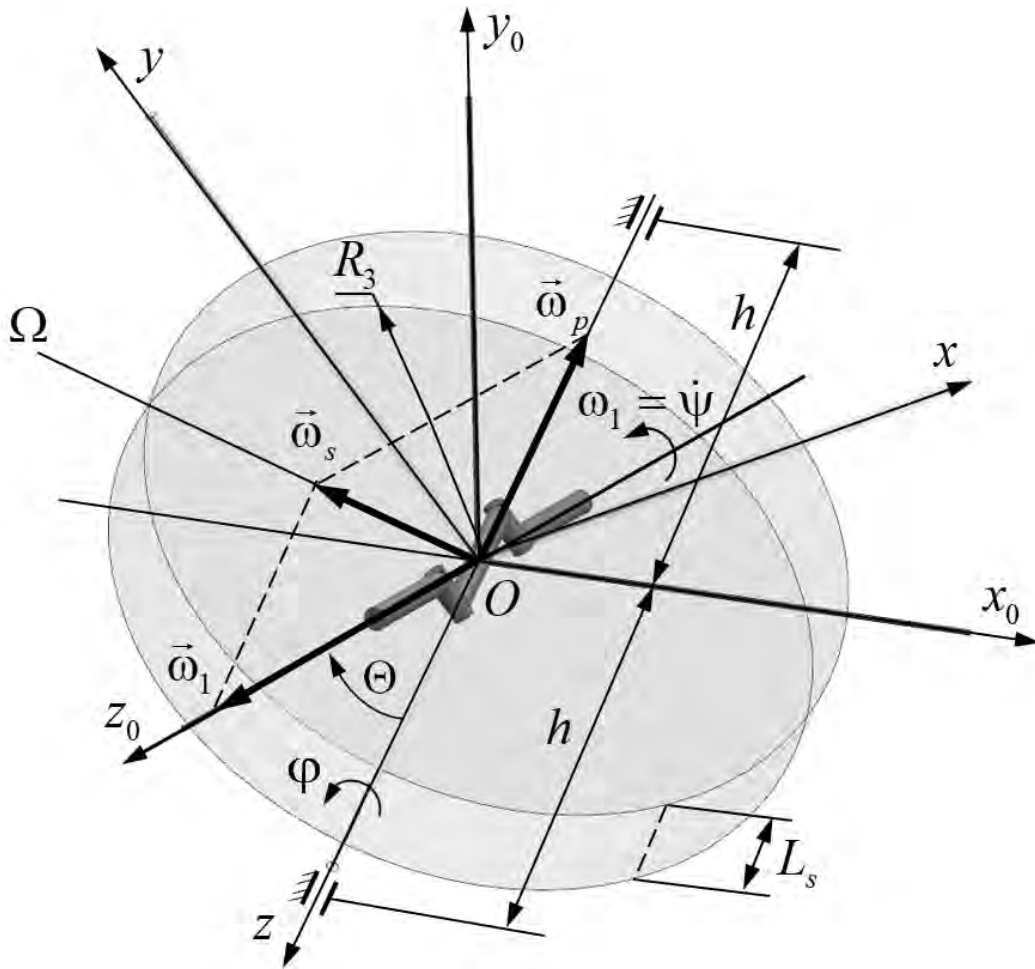


Рисунок 3.13 – Схема составляющих угловых скоростей спутника

Угловые скорости звеньев СРП и их составляющие были определены ранее, при выполнении кинематического анализа СРП в подп. 2.5 разд. 2.

Подставив формулы (2.46) в выражение (3.52), при этом учитывая зависимости (2.40) и (2.41) и равенство величин $J_{sx} = J_{sy}$ в соответствии со схемой на рисунке 3.13, после преобразований получим

$$E_s = \frac{1}{2} \cdot \dot{\phi}_1^2 \cdot \left(J_{sx} \cdot \left(\frac{i_{12}^{(3)} - 1}{i_{12}^{(3)}} \right)^2 \cdot \text{tg}^2(\Theta) + J_{sz} \cdot \left(i_{12}^{(3)} \right)^{-2} \right). \quad (3.53)$$

Осевые моменты инерции определяются по известным формулам механики

$$J_{sx} = J_{sy} = m_s \cdot \left(\frac{R_3^3}{4} + \frac{L_s^2}{3} \right); \quad J_{sz} = \frac{m_s \cdot R_3^2}{2}, \quad (3.54)$$

где m_s – масса спутника.

С учетом постоянства данных моментов инерции выражение (3.51) можно интерпретировать как

$$E = \frac{1}{2} \cdot \dot{\phi}_1^2 \cdot J_{p1}, \quad (3.55)$$

где J_{p1} – приведенный момент инерции основных элементов передачи (к ведущему валу передачи),

$$J_{p1} = J_1 + \frac{J_2}{i_{12}^{(3)}} + J_{sx} \cdot \left(\frac{i_{12}^{(3)} - 1}{i_{12}^{(3)}} \right)^2 \cdot \text{tg}^2(\Theta) + J_{sz} \cdot \frac{1}{\left(i_{12}^{(3)} \right)^2}. \quad (3.56)$$

С учетом того, что J_{p1} не зависит от обобщенной координаты и ее первой производной по времени, после преобразований, согласно уравнению Лагранжа 2-го рода, получим уравнение движения СРП в виде уравнения вращательного движения одной массы, приведенной к ведущему валу передачи,

$$J_{p1} \cdot \ddot{\phi}_1 = T_1 - \frac{T_2}{i_{12}^{(3)}}, \quad (3.57)$$

где T_1, T_2 – вращающие моменты на ведущем и ведомом валах соответственно.

Задача по определению динамических реакций опор для вращающегося цилиндра, наклоненного под углом к оси вращения, решена в [136]. Применительно к СРП при симметричном расположении опор относительно сателлита динамические реакции определяются по формуле

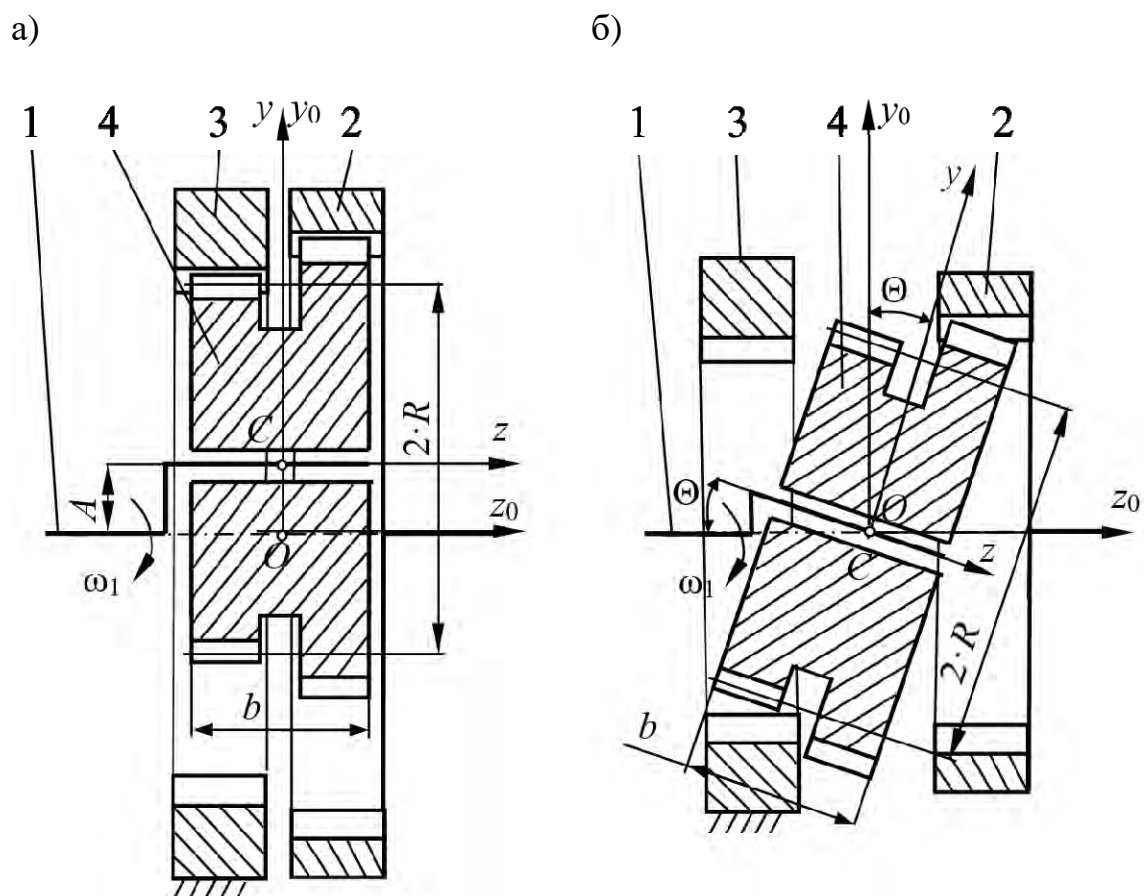
$$N_d = \omega_1^2 \cdot \frac{m_s}{h} \cdot \left(\frac{R_3^2}{4} - \frac{L_s^2}{3} \right) \cdot \sin(2 \cdot \Theta). \quad (3.58)$$

Численные расчеты проводились для передачи с параметрами $R_3 = 30$ мм, $A_3 = 5$ мм, $h = 20$ мм. Значение L_s определялось по формуле $L_s = d_s + \Delta_{rs}$, где d_s – диаметр сферического выступа ролика; Δ_{rs} – конструктивный размер, увеличивающий ширину сателлита, $\Delta_{rs} = 2 \dots 6$ мм. При $d_s = 10$ мм и $\Delta_{rs} = 4$ мм $L_s = 14$ мм. Масса сателлита определялась как масса однородного стального цилиндра (плотность стали $\gamma_{cm} = 7,9 \cdot 10^3$ кг/м³). Она составила $m_s = 0,309$ кг.

При частоте вращения ведущего вала $n_1 = 1000$ мин⁻¹ динамические реакции составили 8,84 Н. Это свидетельствует об отсутствии необходимости их учета при силовом анализе, т. к. реакции в зацеплении для передачи со схожими параметрами при передаче моментов $T_2 = 30 \dots 150$ Н·м на несколько порядков превышают рассчитанные значения N_d [137]. Для передач больших размеров расчеты приведены в следующем разделе.

3.6 Анализ энергетических затрат в плоских и сферических передачах

Рассмотрим схемы двух типов планетарных передач. Неподвижная система координат $x_0y_0z_0$ связана с корпусом, подвижная система координат xuz – с центром масс сателлита. В передаче эксцентрикового типа (рисунок 3.14, а) центр масс сателлита смещен относительно оси вращения на эксцентриситет A . Сохранив размеры сателлита, повернем его в плоскости z_0Oy_0 на угол Θ . Изменив, соответственно, форму кривошипа на ведущем валу, получим передачу сферического типа (рисунок 3.14, б), у которой сателлит совершает сферическое движение относительно точки O , совпадающей с центром масс C .



1 – ведущий вал; 2 – ведомое центральное колесо; 3 – неподвижное центральное колесо; 4 – сателлит

Рисунок 3.14 – Схемы планетарных передач эксцентрикового (а) и прецессионного (б) типов

Передача сферического (прецессионного, нутационного) типа имеет меньшие радиальные, но большие осевые размеры. В качестве критерия сравнения динамических характеристик обеих схем была выбрана кинетическая энергия сателлита, определяющая величину пусковых моментов и энергозатраты системы. Вращающиеся элементы, такие как ведущий вал, ведомый вал и ведомое центральное колесо, для обеих схем имеют

сопоставимые размеры и при равных скоростях вращения будут вносить одинаковый вклад в кинетическую энергию системы. Необходимо исследовать сателлиты передач, имеющие отличие в установке. В рассматриваемой модели представим сателлиты как сплошные однородные цилиндры с радиусом образующей окружности R и высотой b . Цилиндры имеют одинаковую массу и размеры для двух схем, причем обеспечено условие $m_s = \pi \cdot R^2 \cdot b \cdot \rho$, где m_s – масса сателлита; ρ – плотность материала сателлита и цилиндра. Для корректности сопоставления двух схем примем, что угол поворота у сферической передачи $\Theta = A/R$. Так как двухвенцовый сателлит в модели заменен на цилиндр, схема на рисунке 3.14, б подходит для анализа различных вариантов СРП вне зависимости от того, где расположены зубчатые профили – на торцах или на цилиндрических поверхностях колес.

Моменты инерции цилиндра относительно осей, проходящих через его центр масс и являющихся главными центральными осями инерции,

$$I_z = \frac{m_s \cdot R^2}{2}; J_x = J_y = m_s \cdot \left(\frac{R^2}{4} + \frac{b^2}{12} \right). \quad (3.59)$$

Выберем в качестве обобщенной координаты угол поворота ведущего вала ϕ_1 . Кинетическая энергия сателлита планетарной зубчатой передачи, совершающего плоское движение, определится как

$$T_{sp} = \frac{1}{2} \cdot (\dot{\phi}_1 \cdot A)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_z \cdot \dot{\phi}_1^2 = \dot{\phi}_1^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot m_s \cdot A^2. \quad (3.60)$$

Рассмотрим схему угловых скоростей сателлита СРП по аналогии с рисунком 2.8, перенаправив оси в соответствии со схемой на рисунке 3.14. Сферическое движение цилиндра относительно центра O можно представить как мгновенное вращательное относительно оси Ω с угловой скоростью ω_s (рисунок 3.15).

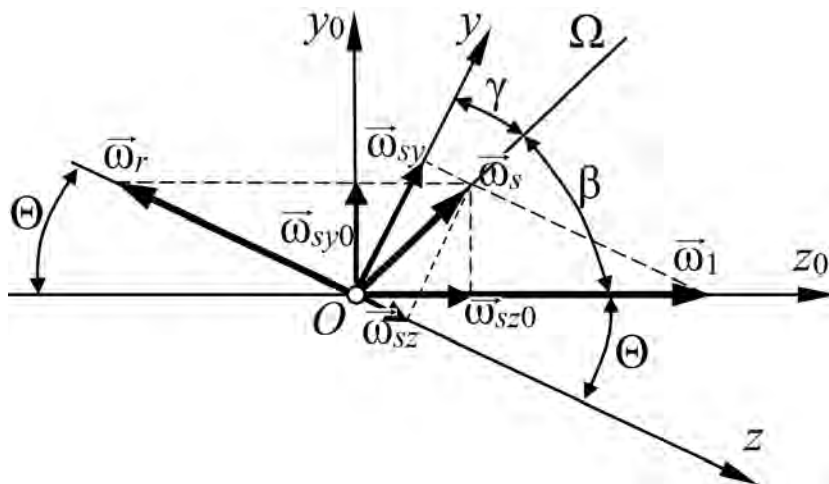


Рисунок 3.15 – План угловых скоростей сателлита

Абсолютная угловая скорость спутника ω_s равна векторной сумме переносной ω_1 и относительной ω_r скоростей.

Кинетическая энергия спутника в случае сферического движения

$$T_{ss} = \frac{1}{2} \cdot (I_x \cdot \omega_{sx}^2 + I_y \cdot \omega_{sy}^2 + I_z \cdot \omega_{sz}^2), \quad (3.61)$$

где I_x, I_y, I_z – осевые моменты инерции спутника;

$\omega_{sx}, \omega_{sy}, \omega_{sz}$ – проекции абсолютной угловой скорости спутника на подвижные оси x, y, z .

В формуле (3.61) учтено, что *центробежные* моменты однородного цилиндра относительно главных центральных осей инерции равны нулю.

Проекция вектора абсолютной угловой скорости спутника ω_s на неподвижную ось z_0 равна ω_{sz0} . Эта составляющая передается на ведомое центральное колесо и равна угловой скорости ведомого вала: $\omega_{sz0} = \omega_2$.

Дальнейший кинематический анализ аналогичен алгоритму расчета по формулам (2.40)–(2.45) с незначительной разницей в обозначениях параметров и получением дополнительных зависимостей.

Абсолютная угловая скорость спутника

$$\omega_s = \frac{\omega_2}{\cos(\beta)} = \frac{\omega_1}{i_{12}^{(3)} \cdot \cos(\beta)}. \quad (3.62)$$

Передающее отношение $i_{12}^{(3)}$, значение которого определяется по формуле (1.4), в данном случае заменило отношение ω_1/ω_2 .

Проекции вектора абсолютной угловой скорости спутника на подвижные оси

$$\omega_{sy} = \omega_s \cdot \cos(\gamma); \quad \omega_{sz} = \omega_s \cdot \sin(\gamma). \quad (3.63)$$

Выражение (3.61), с учетом соответствующих подстановок и условия $\omega_{sx} = 0$, запишется следующим образом:

$$T_{ss} = \frac{\dot{\phi}_1^2}{2 \cdot (i_{12}^{(3)})^2 \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos^2(\beta)} \cdot (I_y \cdot \cos^2(\gamma) + I_z \cdot \sin^2(\gamma)). \quad (3.64)$$

Углы β и γ найдем из зависимостей для абсолютной угловой скорости спутника на ось y_0 (см. рисунок 3.15)

$$\omega_{sy0} = \omega_2 \cdot \operatorname{tg}(\beta); \quad \omega_{sy0} = (\omega_1 - \omega_2) \cdot \operatorname{tg}(\Theta). \quad (3.65)$$

Приравняв эти выражения и преобразовав, получим выражения для определения углов

$$\beta = \arctg\left(\left(i_{12}^{(3)} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}(\Theta)\right); \quad \gamma = \frac{\pi}{2} - \beta - \Theta. \quad (3.66)$$

Для численного анализа рассмотрим передачу с параметрами $R = 50$ мм, $A = 6$ мм ($\Theta = 0,12$ рад), $b = 38$ мм и передаточным отношением $i_{12}^{(3)} = 55$ ($z_2 = 11$, $z_3 = 9$). Цилиндр в модели стальной однородный, плотность материала 7800 кг/м³. Соответственно, его масса составила $m_s = 2,328$ кг. В среде математического анализа Mathcad была разработана программа для автоматизации расчета. При частоте вращения ведущего вала $n_1 = 30$ мин⁻¹ кинетическая энергия составила $T_{ss} = 1,229 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Проанализируем, как кинетическая энергия спутника СРП зависит от передаточного отношения (рисунок 3.16) в его практически значимом диапазоне 15...160.

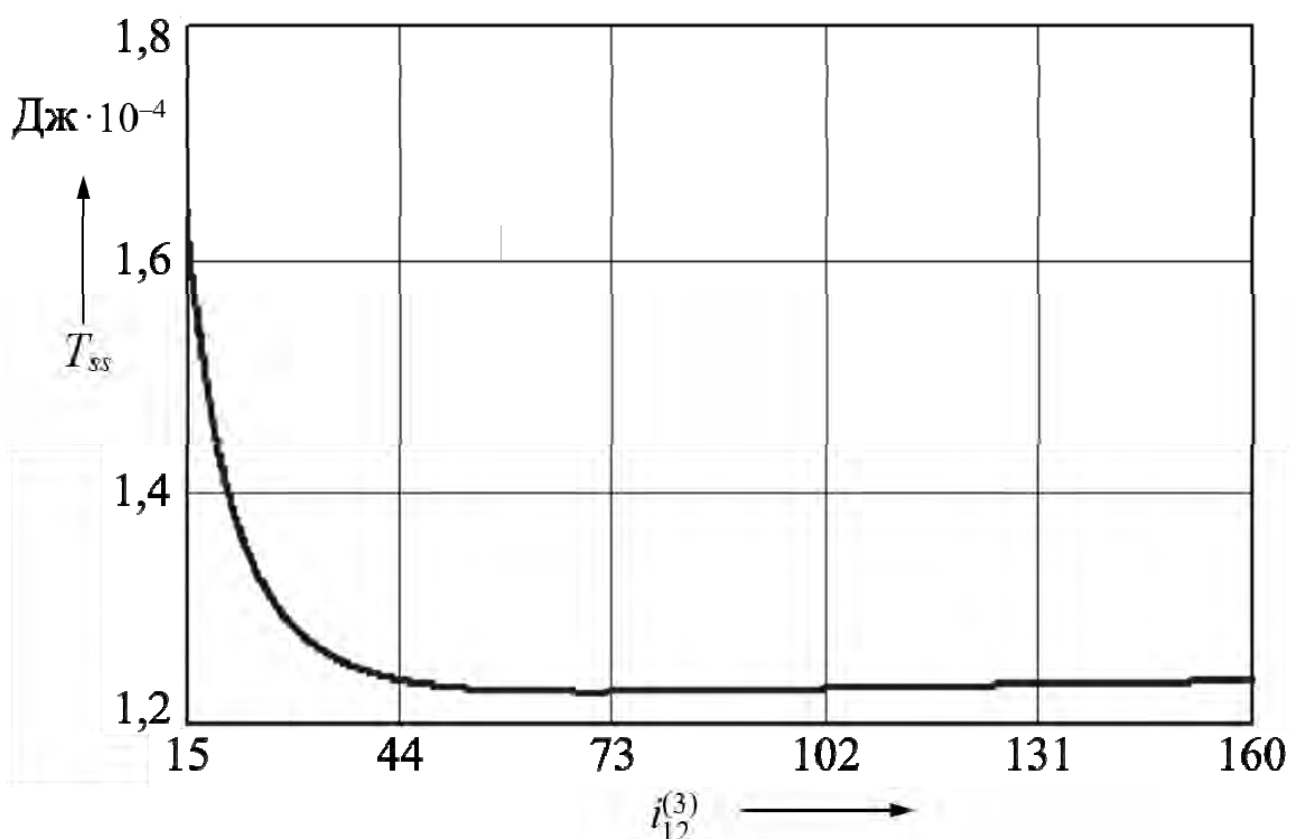


Рисунок 3.16 – Зависимость кинетической энергии спутника от передаточного отношения

Максимальные значения кинетической энергии вызывают малые относительные скорости вращения спутника ω_r при низких передаточных

отношениях, что приводит к росту абсолютной скорости ω_s . Минимум кинетической энергии (экстремум графика на рисунке 3.16) объясняется совместным противоположным влиянием передаточного отношения на угловую скорость спутника ω_s и на углы β и γ . В целом, этот минимум не оказывает влияния на среднее значение кинетической энергии. Для сравнения на рисунке 3.17 показано изменение кинетической энергии при различных величинах угловой скорости.

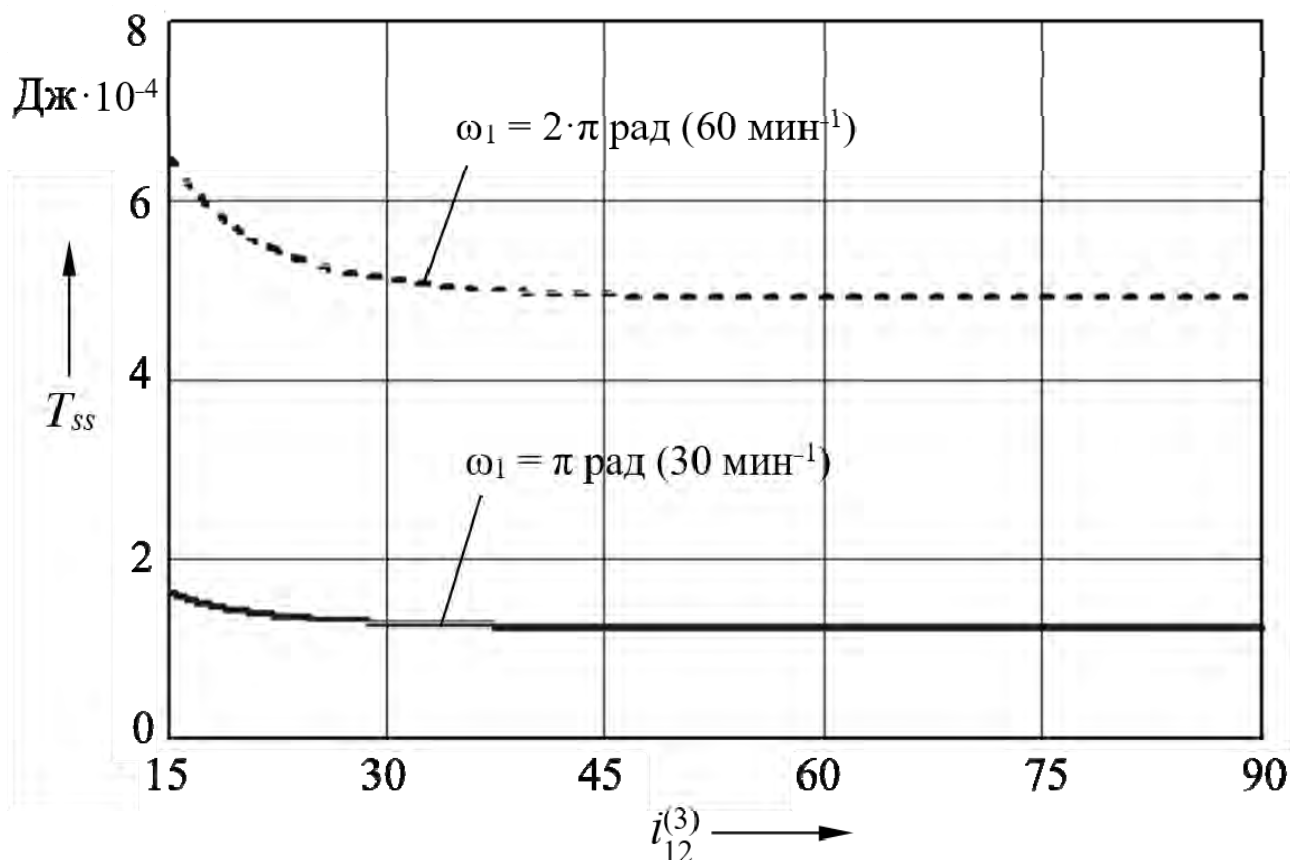


Рисунок 3.17 – Зависимость кинетической энергии спутника СРП от передаточного отношения при различных угловых скоростях ведущего вала

Для плоско движущегося спутника при тех же условиях $T_{sp} = 6,203 \cdot 10^{-4}$ Дж, т. е. кинетическая энергия эксцентриковой передачи больше в 5,05 раза. При увеличении частоты вращения ведущего вала до $n_1 = 1000$ мин⁻¹ ($\omega_1 = 104,72$ рад/с) кинетические энергии спутника также увеличиваются: $T_{ss} = 0,137$ Дж и $T_{sp} = 0,689$ Дж (рисунок 3.18). Но пропорция между ними остается практически неизменной: T_{sp} больше T_{ss} в 5,029 раза.

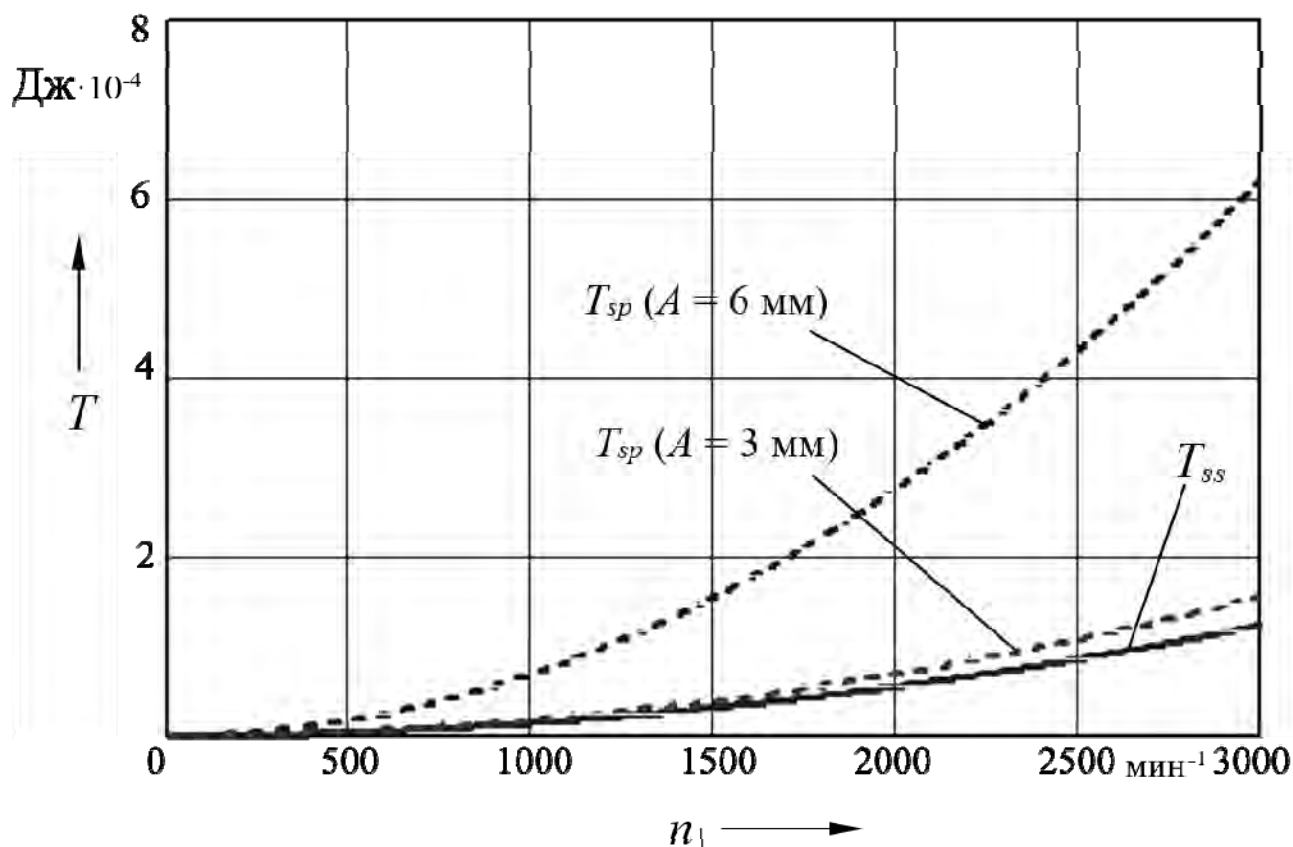


Рисунок 3.18 – Зависимость кинетической энергии сателлита от частоты вращения ведущего вала

Из рисунка 3.18 видно, что кинетическая энергия сателлита эксцентриковой передачи существенно зависит от эксцентриситета A и при его уменьшении зависимости для двух сравниваемых передач практически совпадают. Однако уменьшение A с 6 до 3 мм также снижает кинетическую энергию и для СРП. При вышеуказанных параметрах и $A = 3$ мм у СРП она составляет $0,34 \cdot 10^{-4}$ Дж, что в 3,6 раза меньше (у эксцентриковой передачи снижение в 4 раза). В СРП изменение A оказывает влияние на КПД и силовые характеристики зацепления, но не влияет на передаточное отношение.

Анализ кинетической энергии у сателлита для передач $k-h-v$. Сопоставляя выражения (3.60) и (3.64), можно отметить, что кинетическая энергия сферически движущегося тела зависит от передаточного отношения, а совершающего плоскопараллельное движение – нет. На самом деле, такая зависимость есть и для эксцентриковых передач, т. к. эксцентриситет A у наиболее распространенных эвольвентных зубчатых передач определяется как модулем зацепления, так и соотношением чисел зубьев центральных колес и контактирующих с ними венцов сателлита (их разницей), что также определяет передаточное отношение.

Чтобы сравнение было корректным, рассмотрим схему $k-h-v$, при которой одновенцовый сателлит 4 контактирует с остановленным колесом 3, а вращение на ведомый вал передается с помощью механизма параллельных кривошипов. Передаточное отношение в этом случае

$$i_{14}^{(3)} = -\frac{z_4}{z_3 - z_4}, \quad (3.67)$$

где z_4 – число зубьев сателлита.

С учетом одинакового модуля для зацепляющихся колес, числа зубьев в формуле (3.67) можно заменить диаметрами или радиусами начальных окружностей колес R_i . При этом $R_4 = R$, $R_3 = R - A$. Тогда

$$i_{14}^{(3)} = 1 - \frac{R}{A}. \quad (3.68)$$

В рассматриваемом случае $i_{14}^{(3)} = 1 - 50/6 = -7,333$. Для СРП число роликов в ряду сателлита на единицу больше числа зубьев центрального колеса. Для исследуемой СРП числа зубьев центральных колес $z_2 = 11$, $z_3 = 9$, соответственно, числа роликов в рядах $n_{s2} = 12$ и $n_{s3} = 10$. Рассматривая только первую ступень, в которой ряд роликов контактирует с остановленным колесом, передаточное отношение, рассчитанное по формуле (10), будет равно $-10/(9 - 10) = 10$. При обратном перерасчете, приняв $i_{14}^{(3)} = -10$, т. к. радиус начальной окружности сателлита плоской передачи не может быть больше радиуса центрального колеса, по формуле (3.68) получим $A = 50/11 = 4,545$ мм.

Сохранив остальные массово-габаритные параметры для двух моделей неизменными, получим $T_{ss} = 1,925 \cdot 10^{-4}$ Дж и $T_{sp} = 6,203 \cdot 10^{-4}$ Дж для сферически и плоско движущегося сателлита соответственно. Следовательно, кинетическая энергия сателлита у эксцентриковой передачи больше, чем у сферической, в 3,22 раза.

Сравнительный анализ динамических давлений на опоры сателлита. Применительно к СРП при симметричном расположении опор относительно сателлита динамические реакции определяются по формуле (3.58), где $b = L_s$; $R = R_3$ (см. рисунок 3.13).

При частоте вращения ведущего вала $n_1 = 1000$ мин⁻¹ и расстояниях $h = 20$ мм динамические реакции в СРП составляют $N_{ds} = 43,6$ Н. Реакции в зацеплении для передач со схожими параметрами превышают рассчитанные значения N_{ds} при передаче моментов $T_2 = 30 \dots 150$ Н·м на порядок и более.

Для эксцентриковой передачи динамические реакции определяются величиной центробежной силы инерции, образующейся из-за эксцентриситета, и для каждой из опор $N_{dp} = 0,5 \cdot m_s \cdot A \cdot \omega_1^2$. Для эксцентриковой передачи с неуравновешенным сателлитом при вышеуказанных параметрах динамические давления $N_{dp} = 76,6$ Н. При изменении частоты вращения ведущего вала до 3000 мин⁻¹ значения давлений увеличиваются до 392,2 и 689,3 Н для СРП и эксцентриковой передачи соответственно.

Разработанная математическая модель позволила сравнить сферические роликовые циклоидально-цевочные передачи с двухрядным сателлитом, а также одновенцовые СРП и эвольвентные планетарные передачи,

спроектированные по схеме $k-h-v$. Установлено, что, кроме частот вращения валов, передаточное отношение увеличивает кинетическую энергию у СРП при его малых значениях (до 30...35) и не влияет на величину энергии при его возрастании. На значения кинетической энергии эксцентриковой передачи и СРП значительное влияние оказывает эксцентриситет установки сателлита на ведущем валу. Для эвольвентных передач увеличение эксцентриситета приводит к снижению передаточного отношения, а уменьшение эксцентриситета не всегда возможно из-за нарушения картины зацепления при малой разнице числа зубьев. У СРП величина эксцентриситета (угла наклона кривошипа) не влияет, напрямую, на передаточное отношение.

В целом, применение сферической передачи вместо эксцентриковой (плоской) позволяет снизить радиальные размеры привода, уменьшить энергозатраты в 3–5 раз и динамические давления на опоры в 1,8 раза при радиальных габаритах передач около 100 мм и частотах вращения ведущего вала до 3000 мин⁻¹.

3.7 Анализ применимости СРП для создания мультипликаторных механизмов

Теоретическое определение КПД сферической СРП с двухрядным сателлитом и влияющих на него факторов для оценки возможности использования СШП в мультипликаторных приводах ветрогенераторов.

Коэффициент мультипликации будет обозначаться как $k_{21}^{(3)}$ и численно равен $i_{12}^{(3)}$.

Для оценки КПД передачи используем зависимости, полученные для зубчатых планетарных передач с двухвенцовым сателлитом В. Н. Кудрявцевым [7], преобразовав их для СРП. КПД зубчатой передачи в редукторном η_p и мультипликаторном η_m режимах соответственно

$$\eta_p = \frac{1}{1 + |1 - i_{hb}^{(e)}| \cdot \psi_h}; \quad \eta_m = 1 - |1 - i_{hb}^{(e)}| \cdot \psi_h, \quad (3.69)$$

где $i_{hb}^{(e)}$ – передаточное отношение при передаче движения от водила h к центральному колесу b (колесо e – неподвижно);

ψ_h – коэффициент потерь в зацеплении.

Для СШП эти формулы также справедливы, только в качестве передаточного отношения $i_{hb}^{(e)}$ будет использовано $i_{12}^{(3)}$. Без учета потерь в подшипниках качения коэффициент ψ_h включает две составляющие:

$$\psi_h = \psi_{h2} + \psi_{h3}, \quad (3.70)$$

где ψ_{h2} , ψ_{h3} – коэффициенты потерь в контактах шариков левого и правого рядов тел качения сателлита с беговыми дорожками ведущего вала мультипликатора и корпусной втулки соответственно.

Для нахождения составляющих коэффициента потерь используем зависимость для определения КПД, полученную для передачи с промежуточными телами качения цилиндрического типа, состоящей из наружной и внутренней цилиндрических втулок с беговыми дорожками и промежуточной втулкой – сепаратором с осевыми пазами [20]. Промежуточные тела качения не закреплены ни на одном из звеньев, в процессе работы они перемещаются по беговым дорожкам и вдоль пазов сепаратора. При использовании схемы с передачей движения от сепаратора к одной из втулок силовое взаимодействие основных элементов будет аналогично исследуемой СШП. В соответствии с этим для СШП можно также применить зависимость

$$\psi_{hj} = 1 - \frac{\sin(\alpha_{mj} - \psi) \cdot \cos(\alpha_{m1} + 2 \cdot \psi)}{u_j \cdot \cos(\psi) \cdot \left(\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{mj}) \right)}, \quad (3.71)$$

где α_{mj} – средние значения углов подъема беговых дорожек;

j – индекс принадлежности параметров ведущему валу мультипликатора и корпусной втулке соответственно, $j = 2, 3$;

α_{m1} – средний угол подъема окружности, соединяющей центры масс тел качения и наклоненной по отношению к плоскости, перпендикулярной оси передачи;

ψ – угол трения;

u_j – передаточные отношения в зацеплениях рядов роликов с элементами передачи, несущими соответствующие беговые дорожки: $u_j = Z_j/n_{sj}$, где n_{sj} – число шариков в левом (n_{s2}) и правом (n_{s3}) рядах сателлита СРП. Число шариков в каждом ряду на единицу больше числа периодов соответствующей беговой дорожки: $n_{sj} = Z_j + 1$.

Углы подъема в точках пространственных кривых (моделях беговых дорожек) определяются между вектором касательной к этой кривой и вектором касательной к окружности, проходящей через рассматриваемую точку и являющейся следом сечения основной сферы плоскостью, перпендикулярной оси передачи. Средние значения углов подъема беговых дорожек можно определить из следующих выражений: $\text{tg}(\alpha_{mj}) = 2 \cdot \Theta \cdot Z_j/\pi$; $\text{tg}(\alpha_{m1}) = 2 \cdot \Theta/\pi$. Для упрощения рассматриваемой модели силового взаимодействия вращение шариков относительно собственного центра масс не учитывалось, возможность их вращения и качения по беговым дорожкам учитывалась снижением действительных значений коэффициентов трения f (и углов трения $\psi = \text{arctg}(f)$). Дополнительные степени подвижности шариков позволяют частично заменить скольжение качением и коэффициент трения становится приведенным, учитывающим потери при сложном движении шариков с качением и скольжением.

Исследование влияния параметров СРП на ее КПД. На основе разработанного алгоритма было исследовано влияние на КПД передачи угла наклона кривошипа ведомого вала Θ и разницы ΔZ_s периодов беговых дорожек ведущего вала и корпусной втулки, что также соответствует разнице чисел роликов в рядах сателлита: $\Delta Z_s = |Z_2 - Z_3| = n_{s2} - n_{s3}$.

Параметры сравниваемых передач и результатов расчетов представлены в таблице 3.5. Для всех вариантов передач принимались радиус основной сферы $R = 50$ мм и приведенный коэффициент трения $f = 0,01$. Передаточное отношение (коэффициент мультипликации) первоначально задавалось одинаковым: $i_{12}^{(3)} = 30$ ($i_{21}^{(3)} = 30$). Однако оно впоследствии уточнялось, т. к. зависело от сочетания конкретных чисел периодов беговых дорожек (см. формулу (1.4)) и отличалось от первоначально заданного, хотя значения для различных вариантов можно признать сопоставимыми.

Таблица 3.5 – Параметры сравниваемых СШП

Вариант	Z_2	Z_3	n_{s2}	n_{s3}	$i_{12}^{(3)}$ ($i_{21}^{(3)}$)	Редуктор		Мультипликатор	
						Θ_{opt}	η_{max}	Θ_{opt}	η_{max}
1 ($\Delta Z_s = 1$)	5	4	6	5	25	0,53	0,606	0,53	0,349
2 ($\Delta Z_s = 2$)	8	6	9	7	28	0,42	0,628	0,42	0,408
3 ($\Delta Z_s = 3$)	11	8	12	9	33	0,36	0,623	0,36	0,394
4 ($\Delta Z_s = 4$)	13	9	14	10	32,5	0,34	0,642	0,34	0,474
5 ($\Delta Z_s = 5$)	9	14	10	15	28	0,33	0,650	0,33	0,529

По результатам расчетов по формулам (3.69) определялся КПД в зависимости от угла наклона кривошипа ведомого вала мультипликатора (ведущего вала редуктора). Индексация кривых на рисунках 3.19 и 3.20 соответствует номерам вариантов в таблице 3.5. Установлено снижение КПД передачи в мультипликаторном режиме на 20 %...40 % по сравнению с работой в редукторном режиме. Отсутствие графиков КПД для некоторых интервалов значений Θ на рисунке 3.20 свидетельствует об отрицательных величинах теоретического КПД, что означает самоторможение и невозможность передачи вращения. Приведенные графические зависимости свидетельствуют о наличии угла наклона кривошипа Θ_{opt} , обеспечивающего максимальный КПД передачи η_{max} , поэтому эти значения также были определены (см. таблицу 3.5). Их изменение при различных ΔZ_s отмечено на рисунках 3.19 и 3.20 кривой с индексом «б».

Дополнительно был исследован случай, при котором $Z_3 > Z_2$. Для этого в вариантах передач из таблицы 3.5 параметры Z_2 и Z_3 менялись местами. Передаточные отношения по модулю становились на единицу меньше и имели отрицательные значения, что означает разнонаправленность вращений ведущего и ведомого валов. Было установлено, что на зависимости, показанные на рисунках 3.19 и 3.20, влияния эта замена не оказывает: варианты $Z_2 > Z_3$ и $Z_3 > Z_2$ являются равнозначными с точки зрения КПД.

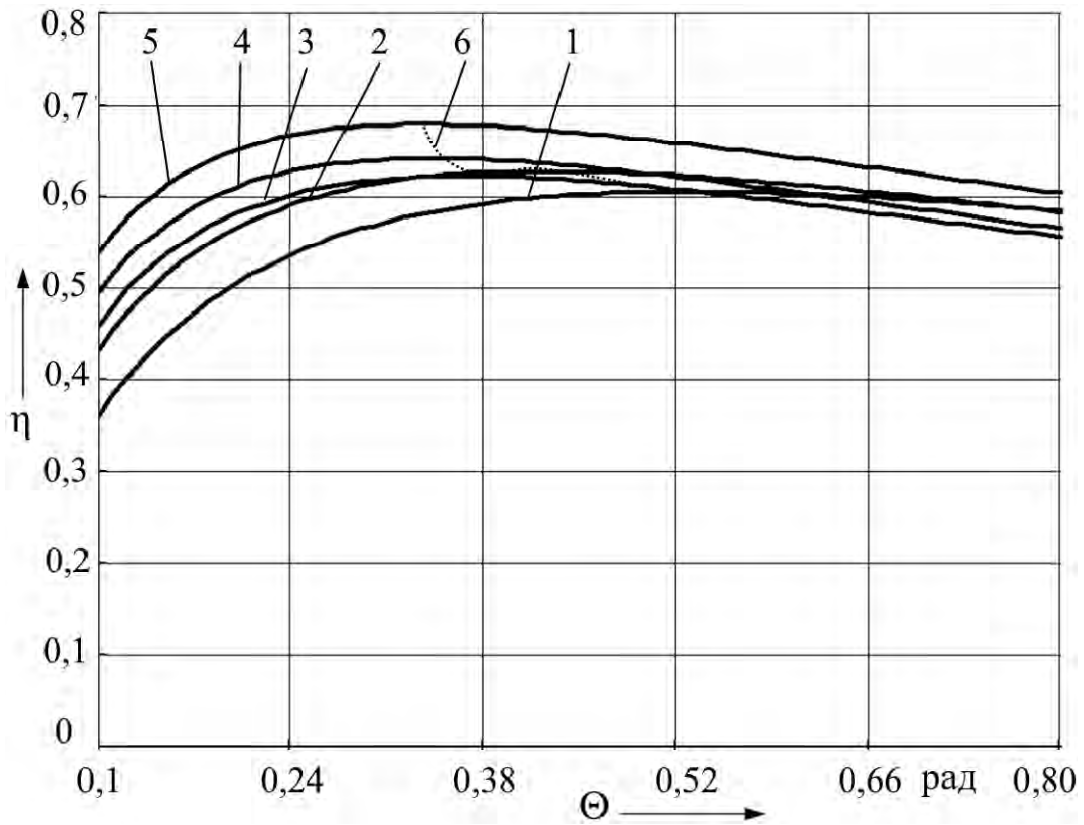


Рисунок 3.19 – Зависимость КПД СРП от угла наклона кривошипа Θ , работающей в редукторном режиме

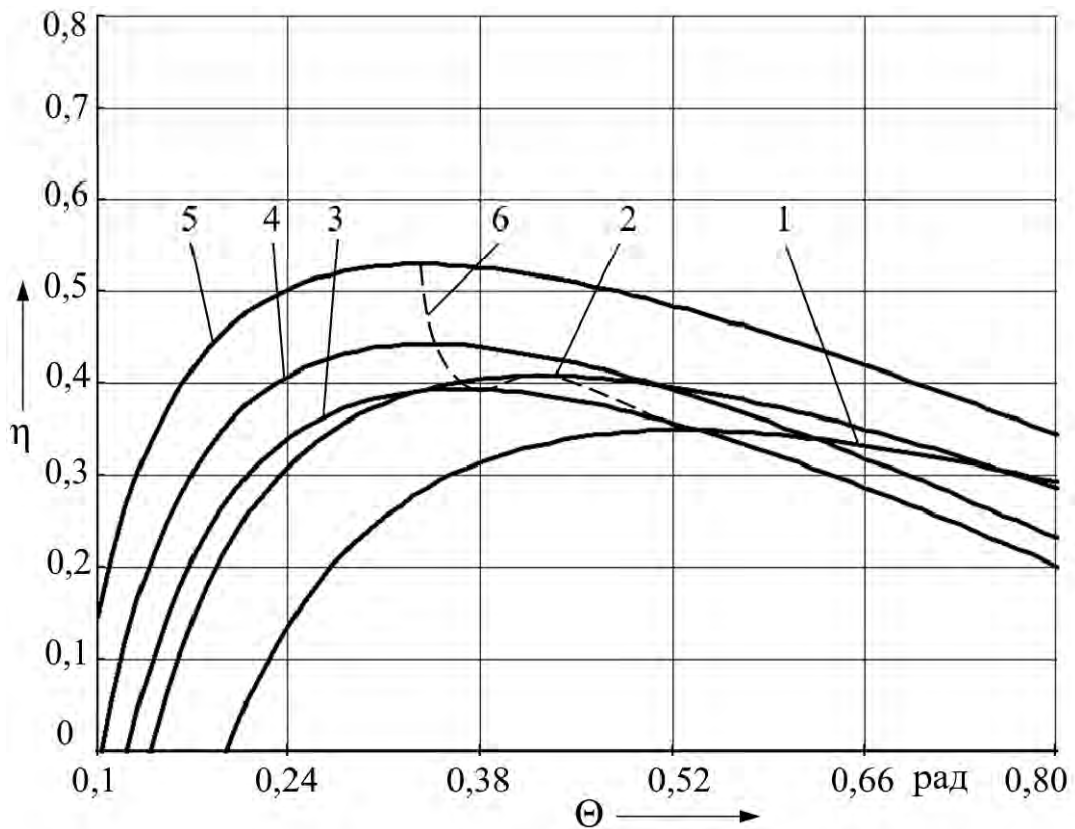


Рисунок 3.20 – Зависимость КПД СРП от угла наклона кривошипа Θ , работающей в мультипликаторном режиме

Характер графиков на рисунках 3.19 и 3.20 свидетельствует о наличии дополнительного фактора, влияющего на экстремум значений угла Θ , помимо ΔZ_s . Было исследовано влияние угла Θ на КПД СРП при различных передаточных отношениях с фиксированными значениями $\Delta Z_s = 2$, $f = 0,01$ и другими параметрами, приведенными в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Параметры сравниваемых СРП

Вариант	Z_2	Z_3	n_{s2}	n_{s3}	u
1	5	3	6	4	10
2	6	4	7	5	15
3	7	5	8	6	21
4	8	6	9	7	28
5	9	7	10	8	36

Результаты анализа показали (рисунок 3.21), что передаточное отношение оказывает более выраженное влияние на снижение КПД, чем разница периодов беговых дорожек.

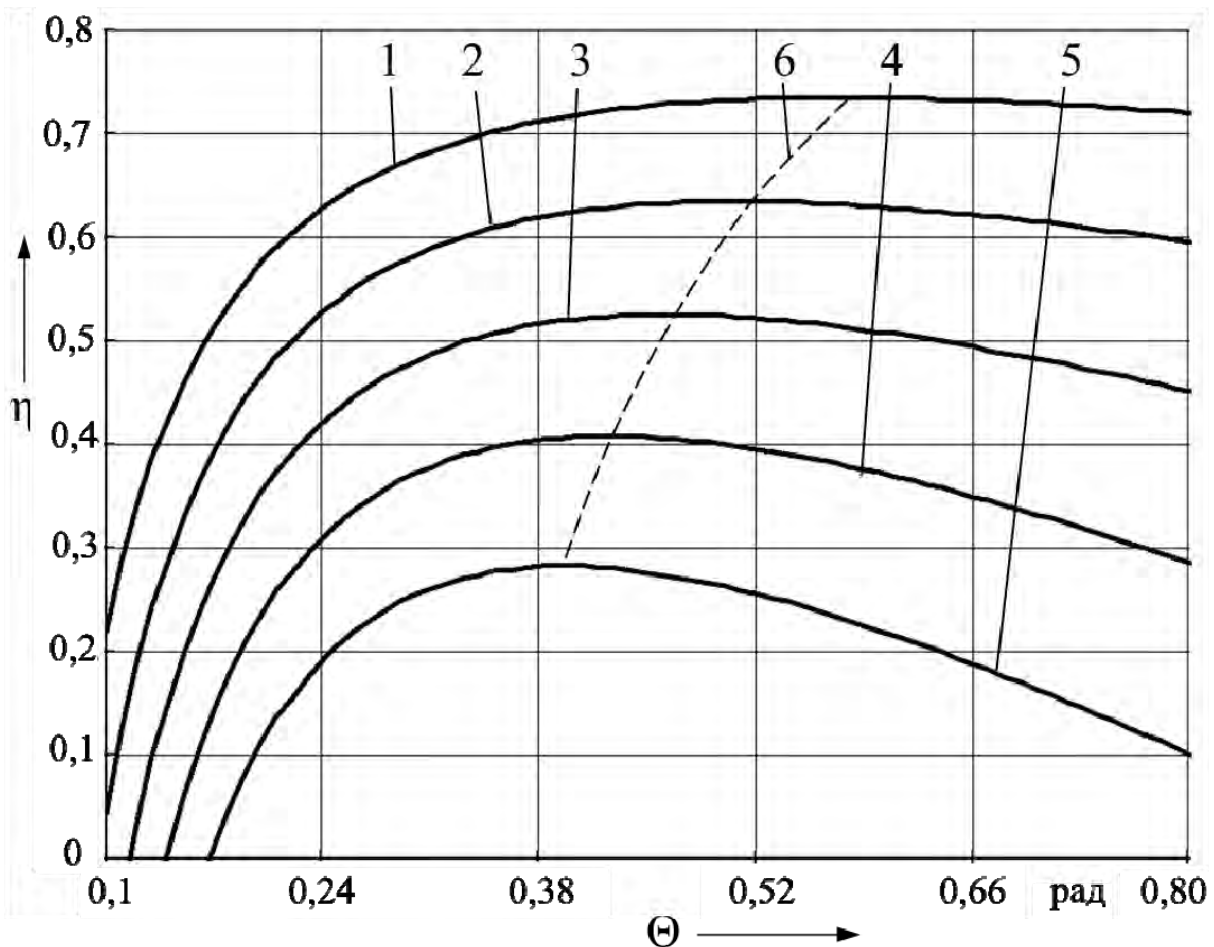


Рисунок 3.21 – Зависимость КПД мультипликатора с СРП от угла наклона кривошипа Θ при различных передаточных отношениях ($6 - \eta_{\max}(\Theta_{opt})$)

Аналогично оценено влияние приведенного коэффициента трения f на КПД редуктора на примере передачи с $i_{12}^{(3)} = 28$, $Z_2 = 8$, $Z_3 = 6$ (см. таблицу 3.5, вариант 2). Очевидно его существенное влияние на величину потерь мощности в передаче (рисунок 3.22). При этом уменьшение КПД со снижением коэффициента f проходит нелинейно. Увеличение коэффициента трения практически не оказывает влияния на значение угла наклона кривошипа Θ_{opt} , при котором обеспечивается максимальный КПД.

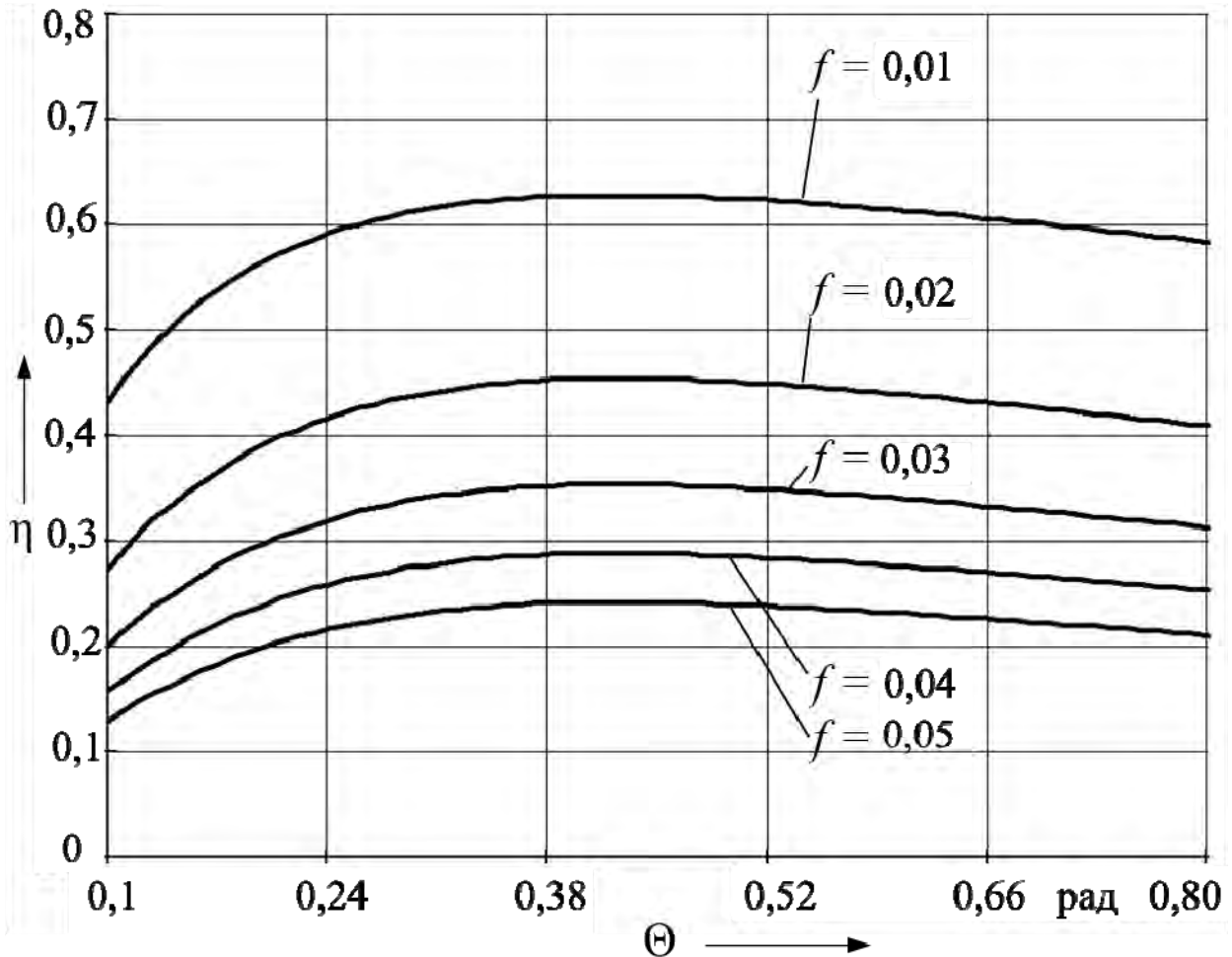
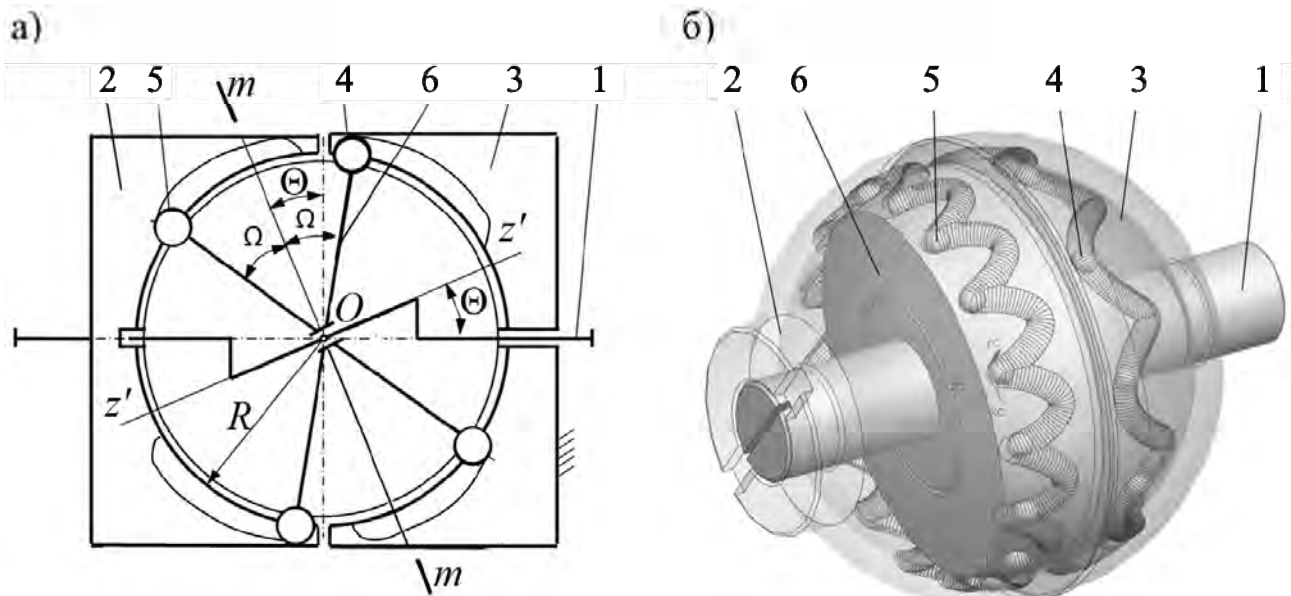


Рисунок 3.22 – Зависимость КПД мультипликатора с СРП от угла наклона кривошипа Θ при различных передаточных отношениях

При этом результаты аналогичного анализа для СРП в мультипликаторном режиме с $i_{21}^{(3)} = 28$ свидетельствуют о работоспособности механизма только при $f = 0,01$ при максимально достижимом КПД 0,42. При увеличении коэффициента f до величины 0,02 и выше передача вращения на ведомый вал становится невозможной.

Результаты компьютерного моделирования. Для дополнительной оценки адекватности разработанного алгоритма в системе NX были проведены виртуальные испытания мультипликаторной передачи с $k_{21}^{(3)} = 25$, модель которой показана на рисунке 3.23.



а – кинематическая схема; б – 3D-модель; 1 – ведомый вал мультипликатора; 2 – ведущий вал мультипликатора; 3 – корпусная втулка; 4 – шарики правого ряда; 5 – шарики левого ряда; 6 – сателлит

Рисунок 3.23 – Сферическая шариковая передача

Конструкция исследуемой СРП отличается от рассмотренной ранее тем, что ряды роликов расположены не коаксиально на сателлите, а смещены в осевом направлении. Такая конструкция разработана для снижения инерционности системы и пусковых моментов при работе мультипликатора. Основные кинематические и силовые зависимости остаются прежними.

С учетом проведенных теоретических исследований для повышения КПД было установлено $\Delta Z_s = 6$ ($Z_2 = 15$, $Z_3 = 9$), что даже превышает значения, приведенные в таблице 3.5. Радиус основной сферы $R = 30$ мм, угол Θ принимался равным $0,133$ рад, что не являлось его оптимальным значением, полученным теоретически, но соответствовало углу Θ опытного образца СРП, изготовленного для последующих натурных испытаний.

В модуле динамического анализа Motion Simulation системы NX в модели СРП были установлены три вращательных шарнира (Revolute joints), обеспечивающих возможность вращения ведомого и ведущего валов относительно стойки и сателлита относительно кривошипа ведомого вала. В шарнире ведущего вала установлен драйвер, обеспечивающий его вращение с постоянной угловой скоростью $2 \cdot \pi / k_{12}^{(3)}$ рад/с. Таким образом, средняя угловая скорость ведомого вала составляла $2 \cdot \pi$ рад/с. Корпусная втулка была остановлена с помощью фиксирующего шарнира (Fixed joint) по отношению к неподвижной системе координат. Между сателлитом и элементами с беговыми дорожками задавались 3D-контакты со следующими параметрами: экспоненциальный коэффициент усилия – 2, коэффициент демпфирования материала – 10 Н·с/мм, величина допустимого взаимопроникновения поверхностей – $0,01$ мм. К ведомому валу прикладывался момент $T_1 = 1$ Н·м,

вектор которого был направлен вдоль оси вращения в направлении, обратном вектору угловой скорости этого вала (момент полезного сопротивления).

Задачей исследований являлось определение момента на ведущем валу T_2 , необходимого для обеспечения требуемого момента T_1 с учетом потерь. Средний КПД мультипликатора далее вычислялся по формуле $\eta = T_1 \cdot k_{12}^{(3)} / T_2$, учитывающей постоянство скоростей вращения валов. Так как ролики моделировались неподвижными, как сферические выступы, жестко соединенные с сателлитом, возможность их вращения и качения по беговым дорожкам, как и в теоретической модели, учитывалась сниженными коэффициентами трения. В качестве параметров 3D-контактов были заданы динамический коэффициент трения $f = 0,01$ и коэффициент сцепления $f_c = 0,02$, постоянные скорости скольжения $0,1$ мм/с и относительного перемещения при сцеплении $0,01$ мм/с. За контрольный интервал $1,6$ с было получено 1800 значений T_2 , определенных через равные промежутки времени (рисунок 3.24).

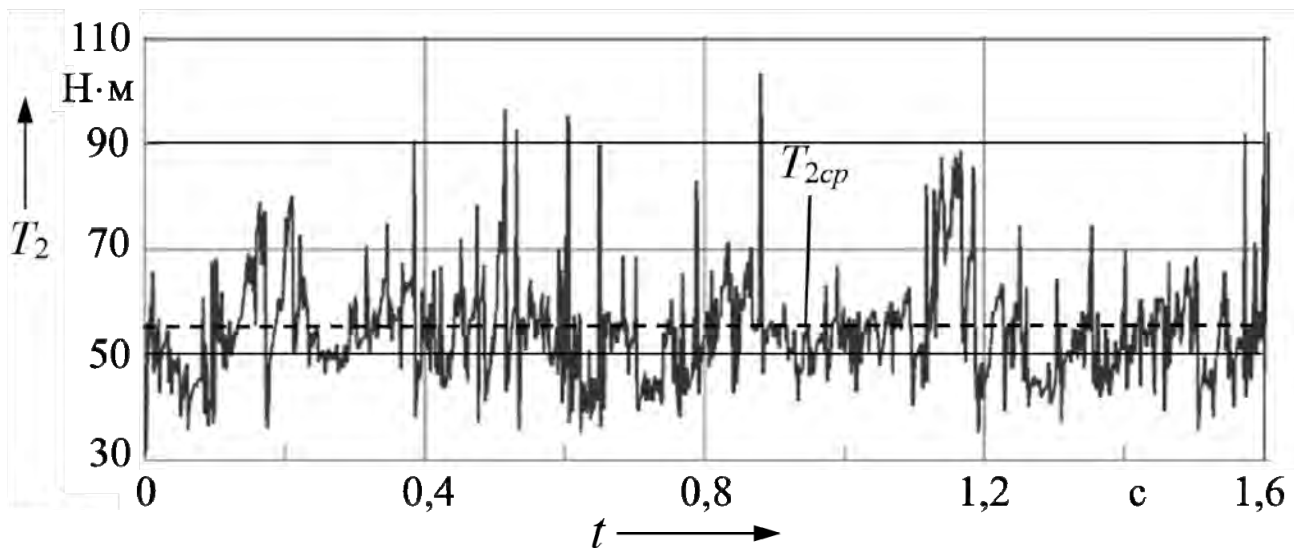


Рисунок 3.24 – Изменение момента на ведущем валу мультипликатора (шариковая передача с коэффициентом мультипликации 20) при $f = 0,01$

Среднее значение момента T_2 определялось в программе для обработки статистических данных и составило $T_2 = 56$ Н·м. Это соответствует среднему КПД $0,45$. При вычислении среднего теоретического КПД по вышепредставленному алгоритму с указанными параметрами передачи и ее приведенным коэффициентом трения КПД составил $0,41$. Максимальный теоретический КПД, равный $0,58$, достигим при указанных условиях при угле $\Theta = 0,33$ рад.

КПД СРП, работающих в мультипликаторном режиме, при одинаковых геометрических параметрах и прочих равных условиях ниже, чем КПД СРП, работающих в редукторном режиме, как и у планетарных зубатых передач, но для СШП это снижение более существенно. С уменьшением разности чисел периодов беговых дорожек ведущего вала и корпусной втулки (чисел роликов в

двух рядах) ΔZ_s и увеличением передаточного отношения (коэффициента мультипликации) КПД передачи и в редукторном, и в мультипликаторном режимах снижается, что объясняется увеличением относительной скорости сателлита и повышением скольжения в зацеплении. На основе разработанного алгоритма определения КПД получены графические зависимости, позволяющие установить углы наклона кривошипа ведомого вала, обеспечивающие минимальные потери мощности. Установлено, что наиболее существенное значение на КПД мультипликатора и редуктора, созданных на основе СРП, оказывает приведенный коэффициент трения. Полученные теоретически и с помощью компьютерного моделирования значения КПД 0,41...0,45 для передачи с коэффициентами мультипликации 25...28 свидетельствуют о необходимости снижения приведенных коэффициентов трения менее 0,01 и проектирования элементов с оптимальными геометрическими параметрами по критерию максимального КПД для возможности применения СРП в качестве мультипликатора скорости ветрогенераторов.

4 Разработка методики расчета и проектирования сферической роликовой передачи и практическая апробация результатов работы

4.1 Компьютерное моделирование сферических передач в системе NX

4.1.1 Анализ кинематических характеристик механизмов с различными типами беговых дорожек.

Моделирование передач проводилось в системе NX [138], которая является одной из ведущих мировых САПР. Задача исследований на первом этапе заключалась в сравнении кинематических характеристик сферических передач с центровыми кривыми различных типов. Рассмотрим передачи с центровыми кривыми, описанными уравнениями «сферических синусоид» [139]

$$x_j(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)); \quad (4.1)$$

$$y_j(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)); \quad (4.2)$$

$$z_j(\varphi) = R \cdot \sin(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)), \quad (4.3)$$

где j – индекс принадлежности параметра беговой дорожке, образованной внутренними ($j = 1$) либо наружными ($j = 3$) кулачками;

φ – центральный угол, отсчитываемый в экваториальной плоскости основной сферической поверхности, $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$.

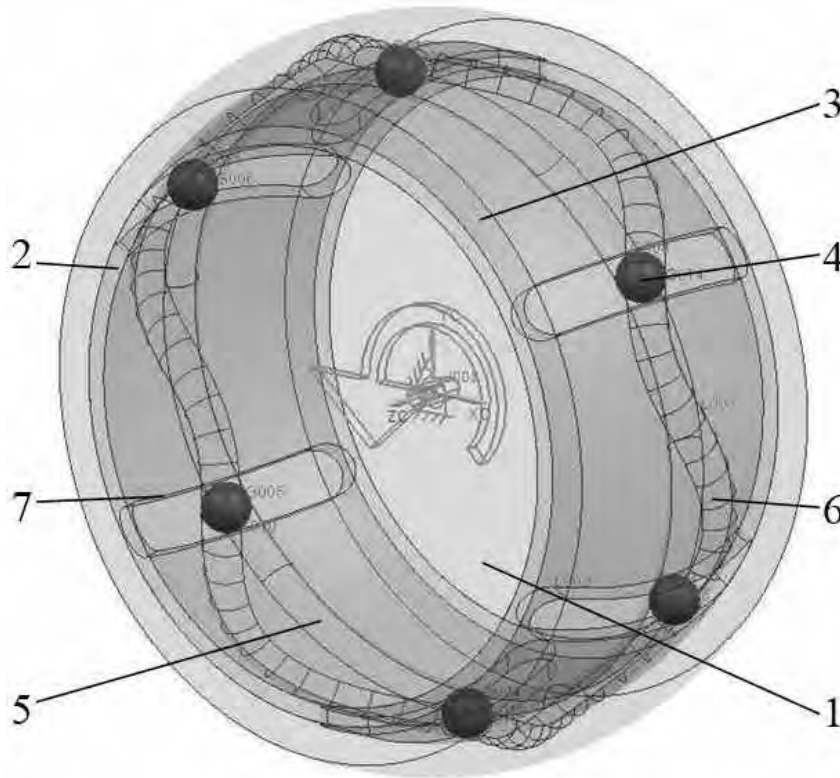
Второй тип кривых описывается уравнениями (2.5)–(2.7). Центровая кривая кулачковых профилей беговой дорожки ведущего звена для этого типа – окружность [20, 139].

Третья исследуемая передача также имеет однопериодную центровую кривую в виде окружности, а многопериодная центровая кривая описывается уравнениями (2.15)–(2.17). Три типа таких кривых показаны на рисунке 2.5. Однопериодная и многопериодная кривые по уравнениям (4.1)–(4.3) при указанных параметрах имеют сходный характер с кривыми 2 и 4 соответственно, которые описываются уравнениями (2.5)–(2.7).

Сравниваемые передачи моделировались как трехконтактные с незакрепленными телами качения – шариками. Для таких передач отсутствие закрепления центров масс ухудшает кинематическую точность и динамику системы и усиливает влияние на них зазоров в зацеплении. Для принятого типа передач эти изменения более ярко выражены, а результаты исследований применимы для СРП с закрепленными осями роликов.

Три указанные передачи имели следующие одинаковые параметры: $R = 40$ мм, $\Theta = 0,13$ рад, $Z_1 = 1$, $Z_3 = 5$, $i_{12}^{(3)} = 6$, $r_s = 2,99$ мм. Зазор $\Delta r_s = 0,01$ мм между беговой дорожкой с радиусом профиля в нормальном сечении $r_p = 3$ мм

и телом качения с радиусом $r_s = 2,99$ мм был создан для устранения интерференции контактирующих тел, возникающей из-за геометрических погрешностей моделирования, а также для оценки влияния погрешностей изготовления деталей на кинематическую точность передачи. Наружный диаметр внутреннего кулачка $D_{12} = 78$ мм, внутренний диаметр наружного кулачка $D_{31} = 82$ мм, толщина сепаратора составляла 2 мм. Модель такой передачи показана на рисунке 4.1. Другие две модели конструктивно аналогичны.

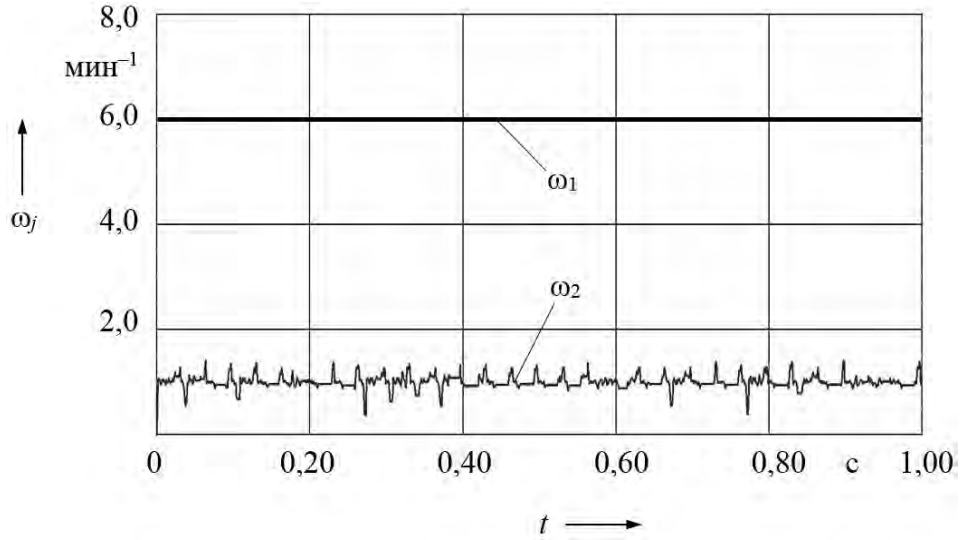


1 – внутренний кулачок (изображен прозрачным); 2 – сепаратор; 3 – наружный кулачок; 4 – тела качения (шарики); 5 – однопериодная беговая дорожка; 6 – многопериодная беговая дорожка; 7 – меридиональные пазы сепаратора

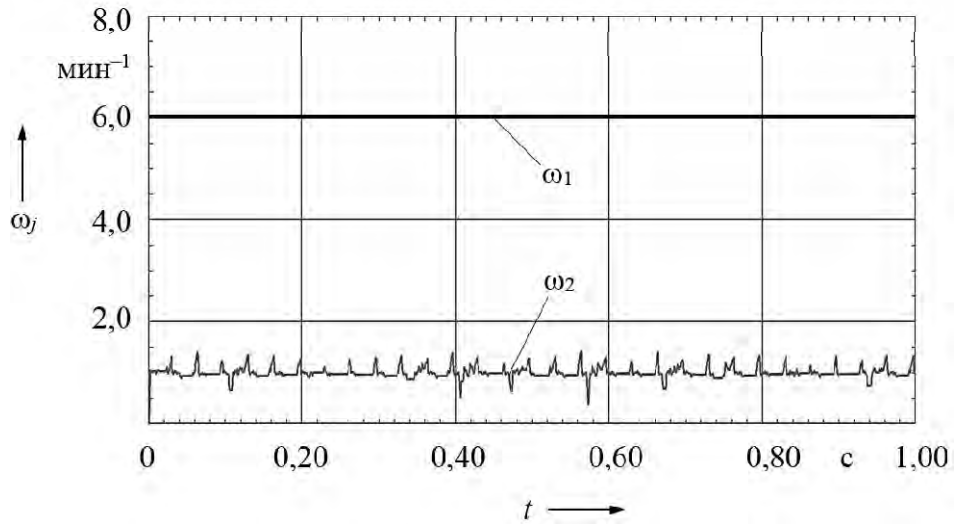
Рисунок 4.1 – Общий вид моделей сферических шариковых передач

В приложении Motion системы NX ведущему внутреннему кулачку с однопериодной беговой дорожкой сообщалось вращение с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$. Контакт тел качения и поверхностей основных элементов передачи моделировался с помощью инструмента 3D-Contact со следующими одинаковыми параметрами для всех деталей обеих передач: коэффициент жесткости $c = 100\,000 \text{ Н/мм}$, экспоненциальный показатель жесткости $n_e = 2$, коэффициент демпфирования $\mu = 10 \text{ Н}\cdot\text{с/мм}$. Трение в контактирующих парах не учитывалось. Все модели имели 37 степеней подвижности с учетом дублирующих связей (Gruebler count = 37). Для расчета использовался решатель ResurDyn, время расчета – 1 с, число шагов – 1200. Исследуемым параметром являлась угловая скорость ведомого вала (сепаратора). Результаты для передач трех типов в виде графиков в одинаковом масштабе изображены на рисунке 4.2.

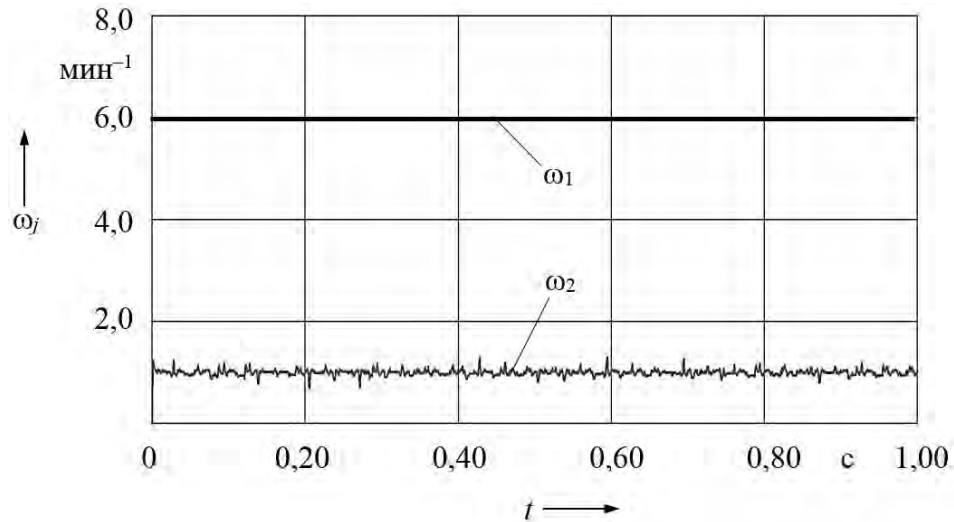
а)



б)



в)



а – с центровыми кривыми в форме «сферических синусоид» по уравнениям (4.1)–(4.3);
 б – то же по уравнениям (2.5)–(2.7); в – то же по уравнениям (2.15)–(2.17)

Рисунок 4.2 – Изменения угловой скорости ведомого вала ω_2 для трех моделей передач

Колебания мгновенных значений угловых скоростей ω_2 обусловлены наличием зазоров, присутствующих в модели, учетом физических свойств материалов тел (упругость, жесткость), погрешностями алгоритмов вычислений, предполагающих многократные итерации на каждом из шагов вычислений.

Из рисунка 4.2 видно, что наименьшая амплитуда колебаний угловой скорости ведомого вала наблюдается в третьей модели, в которой беговые дорожки построены по уравнениям (2.15)–(2.17). Амплитуда колебаний мгновенного передаточного отношения СРП снижается на 38 %...43 %, тем самым повышается кинематическая точность передачи [140].

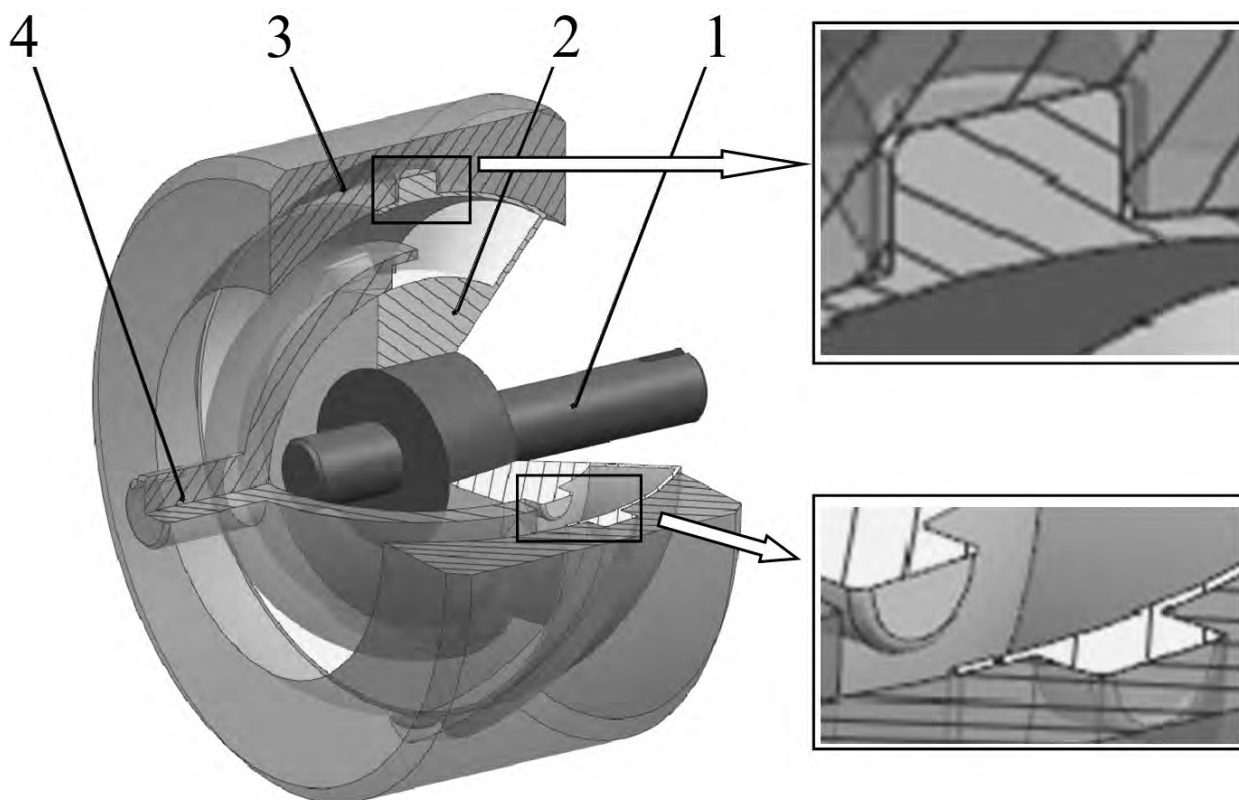
В [141] по результатам проведенных исследований дополнительно отмечается, что первая модель с центровыми кривыми в виде «сферических синусоид» более уравновешена, чем вторая, т. к. центр масс передачи расположен на ее оси. В третьей модели с центровыми кривыми, выполненными по уравнениям (2.15)–(2.17), центр масс системы также располагается на оси передачи в силу осевой симметрии кулачков и равномерного расположения центров масс роликов на окружности в плоскости, проходящей через центр сферического движения. Это доказано при разработке динамической модели СРП в разд. 3.

4.1.2 Определение наиболее рациональной формы роликов.

Исследовались два типа роликов – с цилиндрическими и сферическими рабочими поверхностями. В разд. 3.1 были рассмотрены преимущества сферической формы ролика с точки зрения повышения нагрузочной способности СРП и технологичности изготовления беговых дорожек. Компьютерное моделирование передачи проводилось в текущем разделе для оценки влияния формы роликов на КПД. Была разработана модель, общий вид которой с четвертным вырезом, выполненным для наглядности, приведен на рисунке 4.3. В данной модели ролики имеют цилиндрические рабочие поверхности, в сравниваемой же модели они заменялись на сферические.

Для создания беговых дорожек с цилиндрическими роликами предложены новые алгоритмы моделирования в системе NX [142, 143]. Для минимизации времени компьютерных вычислений и обработки результатов модель передачи была упрощена, ролики смоделированы одним целым с сателлитом, как два ряда выступов, без возможности их вращения. Постоянными параметрами передач в эксперименте являлись следующие: $R_1 = 38$ мм, $R_2 = 57$ мм, $d_s = 10$ мм, $Z_1 = 3$, $Z_2 = 5$.

На валы были установлены вращательные шарниры: на ведущий – с драйвером, определяющим начальную скорость и равномерное вращение. Корпус был зафиксирован, а сателлиту дана возможность вращения относительно ведущего вала. Использовались два 3D-контакта: в парах «сателлит – корпус» и «ведомый вал – сателлит».



1 – ведущий вал; 2 – спутник с телами качения; 3 – корпус с неподвижной беговой дорожкой; 4 – ведомый вал с кулачком

Рисунок 4.3 – Компьютерная модель сферической роликовой передачи с двухрядным спутником

Были приняты следующие параметры контакта: коэффициент жесткости $c = 10^6$ Н/мм, экспоненциальный показатель жесткости $n_v = 1,5$, демпфирование материала $\mu = 300$ Н·с/мм, статический коэффициент трения (коэффициент сцепления) $f_{cц} = 0,08$, скорость статического трения $V_{ст.мр} = 0,1$ мм/с, динамический коэффициент (коэффициент трения скольжения) $f = 0,05$, скорость сдвига $V_{сдв} = 10$ мм/с. Момент на ведомом валу задавался равным 50 Н·м. Момент на входном валу и частота вращения на выходном валу определялись программой автоматически, в зависимости от заданных параметров передачи. КПД вычислялся как отношение мощностей на выходном и входном валах.

Исследовалась зависимость КПД передачи от амплитуды центральной кривой беговой неподвижной дорожки A_3 , изготовленной в корпусе. При ее варьировании изменялась, соответственно, и амплитуда беговой дорожки ведомого вала, т. к. изменялся и угол наклона кривошипа ведущего вала $\Theta = A_j/R_j$. Амплитуда центральной кривой наружного кулачка при проведении исследований варьировалась от 2,5 до 25 мм с шагом 2,5 мм.

Так как модель СРП была упрощена для уменьшения времени расчетов, абсолютное значение КПД механизма оказалось значительно меньше значений, полученных при испытаниях натуральных образцов. Установлено, что КПД передачи с роликами с цилиндрической формой рабочей поверхности выше,

чем КПД передач со сферическими торцами роликов, при этом разница составляет 1,30 %...3,13 %, а средним является значение в 1,88 % [144]. Данные различия следует признать несущественными, поэтому с точки зрения обеспечения максимального КПД цилиндрическую и сферическую формы рабочих поверхностей роликов можно признать практически равнозначными.

4.1.3 Исследование напряженно-деформированного состояния основных элементов СРП с двухрядным сателлитом методом конечных элементов.

Целью моделирования являлась оценка действующих контактных напряжений при взаимодействии роликов и беговых дорожек, а также напряжений смятия и среза, действующих на ролик.

Для анализа рассматривалась модель передачи для усилителя момента с передаточным отношением 16, спроектированная по первой силовой схеме. Число роликов в рядах сателлита, контактирующих с неподвижным и ведомым кулачками, $n_{s3} = 6$, $n_{s2} = 9$, соответственно, число периодов беговых дорожек неподвижных и ведомого кулачков $Z_3 = 5$, $Z_2 = 8$. Учитывался наиболее нагруженный контакт роликов из внутреннего ряда (их число равно n_{s2}) с ведомым кулачком. Параметры передачи были следующими: радиус расположения центров сферических участков роликов $R_2 = 19$ мм, $\Theta = 0,257$ рад, $r_s = 5$ мм, $r_{so} = 4$ мм. Ведомый вал передачи нагружался моментом $T_2 = 14$ Н·м. В теоретической модели предполагался худший случай – нагрузку воспринимает один ролик, находящийся в крайнем положении относительно оси передачи. Тогда коэффициент, определяющий долю общего числа роликов, одновременно передающих нагрузку, $K_{p2} = 1/n_{s2}$. В качестве материала кулачков, роликов и сателлита из библиотеки материалов системы NX принималась сталь AISI 4340 (международное обозначение), аналогом которой является сталь 40ХН2МА. Для расчетов использовались характеристики материала $E = 1,93 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,284$.

Результаты, полученные на основе разработанных ранее (подразд. 3.2) математических моделей, следующие: максимальные контактные напряжения $\sigma_{Hmax} = 1196$ МПа, напряжения смятия $\sigma_{см} = 21,7$ МПа, напряжения среза $\tau_{ср} = 17,7$ МПа.

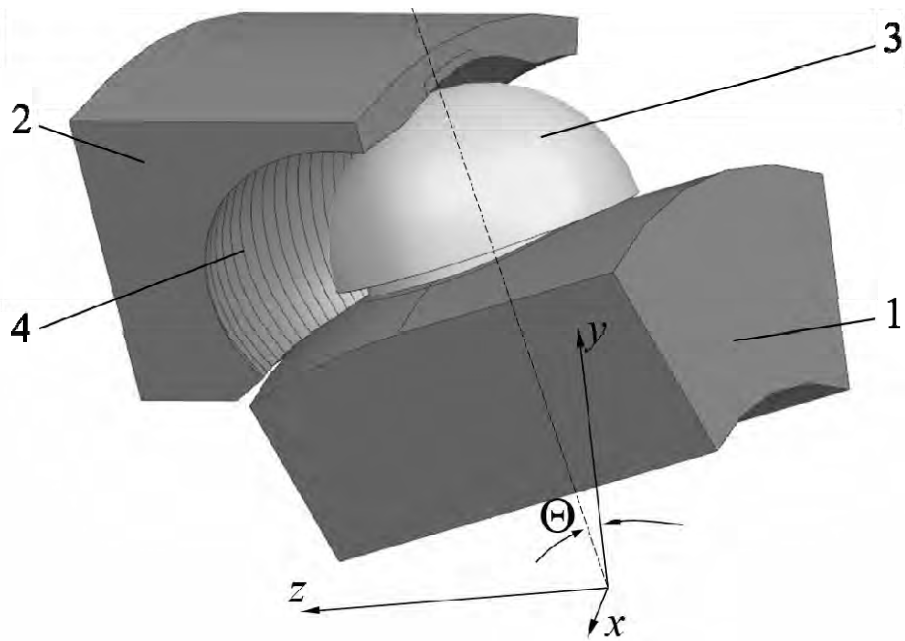
Компьютерная модель взаимодействия звеньев была упрощена и состояла из трех элементов – фрагментов кулачка, сателлита и ролика (рисунок 4.4). Беговая дорожка на торце ведомого кулачка образовывалась с помощью булевой операции вычитания из модели ведомого кулачка объединенного массива сфер с радиусами r_s . Так как массив является объединением сфер, беговая дорожка имела в модели гребенчатую поверхность, имитирующую при кинематических исследованиях реальную поверхность с волнистостью, определяемой подачей сферической фрезы при формировании дорожки.

Модель СРП далее исследовалась в модуле Pre\Post системы NX, предназначенной для конечно-элементного анализа. Применялось нелинейное статическое решение SOL601,106 (лицензия MSC.NASTRAN Advanced Nonlinear).

Параметры конечно-элементных сеток, контактов, ограничения модели. На элементы модели (рисунок 4.5) были наложены следующие ограничения. Модель ведомого кулачка 1 с помощью жестких недеформируемых стержней 5 (тип RBE2 Collector) была соединена с центром O_1 таким образом, что у кулачка оставалась одна степень подвижности – вращение относительно оси z . Относительно этой оси к ведомому кулачку прикладывался вращающий момент T_2 . Модель сателлита 2 с помощью жестких недеформируемых стержней 4 неподвижно соединялась с центром O_1 , обеспечивая сателлиту нулевую степень подвижности. Таким образом, рассматривалась обращенная схема с неподвижным сателлитом и вращающимся ведомым валом (кулачком). Для ролика 3 устанавливался контакт жестких стержней 6 с внутренней поверхностью отверстия и неподвижной точкой O_3 , лежащей в плоскости, соединяющей сферическую и цилиндрическую поверхности ролика. На эту связь налагались ограничения осевых перемещений и вращения относительно оси ролика u_3 (фиксировались две степени свободы из шести), а радиальные перемещения узлов элементов и их повороты относительно осей x_3 и z_3 допускались.

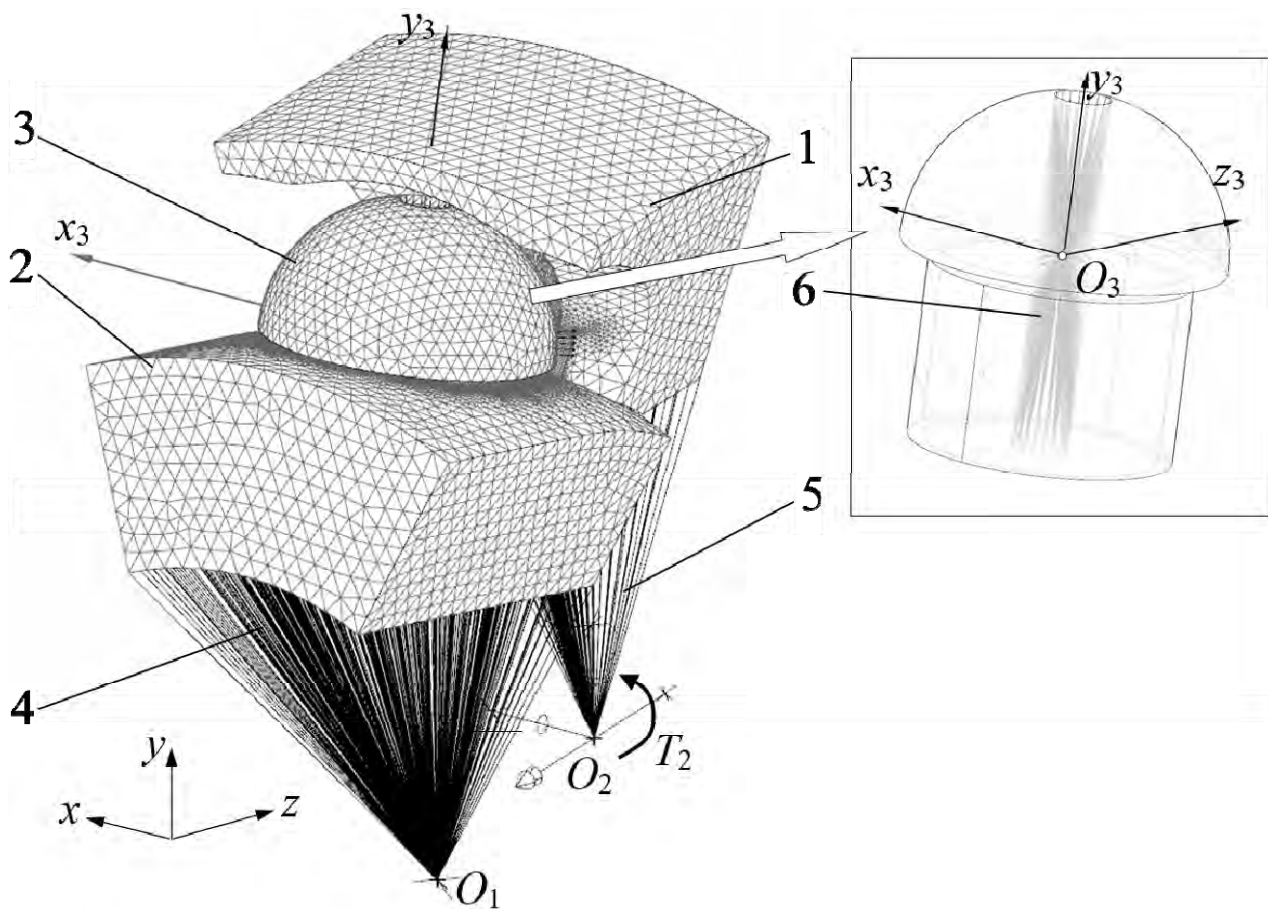
Разбиение моделей деталей передачи на элементы с наложением сетки изображено на рисунках 4.6–4.8. На рисунке 4.6 показано разбиение на элементы ведомого кулачка. Гребенчатые выступы беговой дорожки были сглажены. Тип элемента – четырехузловой тетраэдр STETRA(4), размер элемента – 0,7 мм. В зоне предполагаемого контакта с роликом выделен участок, где разбиение производилось на более точные элементы: восьмиузловые гексаэдры SHEXA(8) с размером элемента 0,084 мм.

На рисунке 4.7 показана модель фрагмента сателлита с разбиением на указанные элементы. Сателлит состоит из основания и цилиндрического фрагмента с внутренней поверхностью, непосредственно контактирующей с роликом. Тип и размеры элементов сателлита совпадают с аналогичными элементами ведомого кулачка. Модель ролика содержит три элемента (см. рисунок 4.8). Два из них – целевая геометрия (Target Geometry), непосредственно контактирующая с другими телами, с размерами элементов 0,2 мм. Остальная поверхность ролика разбита на более крупные элементы – четырехузловые тетраэдры STETRA(4), однако их размер был выбран меньше, чем у сателлита и ведомого кулачка, и составил 0,5 мм. Учитывались два контакта поверхностей (Face Contact): выделенных участков поверхностей ролика и беговой дорожки ведомого кулачка; наружной поверхности стержня ролика и внутренней отверстия сателлита. В обоих случаях контактными (исходными) (Contact Surface) являются поверхности кулачка и сателлита, а целевыми поверхностями (Target Surface) – принадлежащие ролику.



1 – сателлит; 2 – ведомый кулачок; 3 – ролик; 4 – беговая дорожка

Рисунок 4.4 – Модель зацепления СРП, разработанная в приложении Modelling системы NX



1 – ведомый кулачок; 2 – сателлит; 3 – ролик; 4–6 – жесткие стержни

Рисунок 4.5 – Модель взаимодействия ролика с элементами СРП

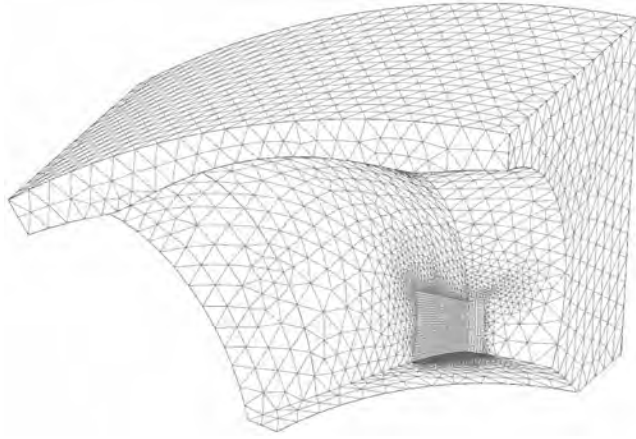


Рисунок 4.6 – Конечно-элементная модель наружного кулачка

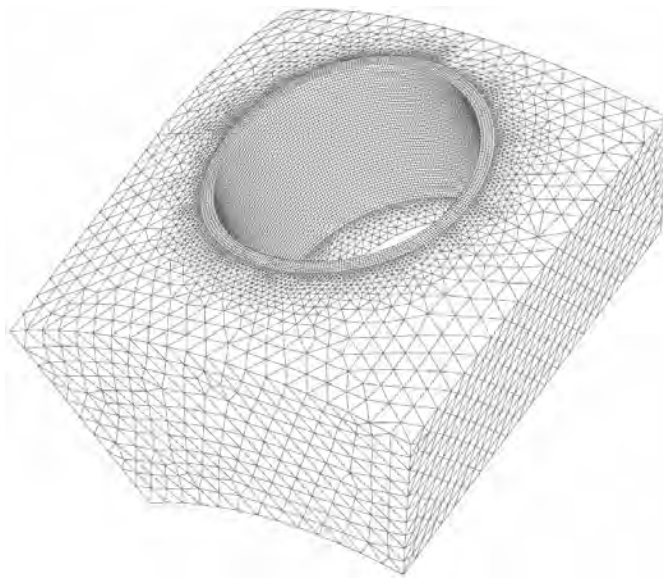


Рисунок 4.7 – Конечно-элементная модель сателлита



Рисунок 4.8 – Конечно-элементная модель ролика

Результаты конечно-элементного анализа. Контактные задачи являются одними из наиболее сложных в конечно-элементном анализе, т. к. результат зависит от множества независимых параметров, включая способы и параметры построения сеток. В известных источниках с результатами конечно-элементного анализа прецессионных передач [86, 87] определяются эквивалентные напряжения (по критерию Мизеса), которые не являются контактными, либо определяются деформации циклоидального профиля зубьев, но не напряжения [132], либо исследуются «динамические контактные напряжения» без пояснения их природы [134].

Результаты исследований контактных напряжений (давлений) для исследуемой передачи показаны на рисунке 4.9. Максимальные контактные давления превышают значения $16 \cdot 10^3$ МПа, что в 13,76 раза больше расчетных значений. Это связано с наличием практически кромочного контакта, вызывающего пластические деформации [145]. Дальнейшая работа с моделью показала, что установление закругления на кромку радиусом всего 0,1 мм приводит к снижению контактных напряжений почти в 2 раза. В точке теоретического контакта поверхности ролика и беговой дорожки напряжения составляют 1339 МПа, что близко по значению с теоретически рассчитанными максимальными контактными напряжениями.

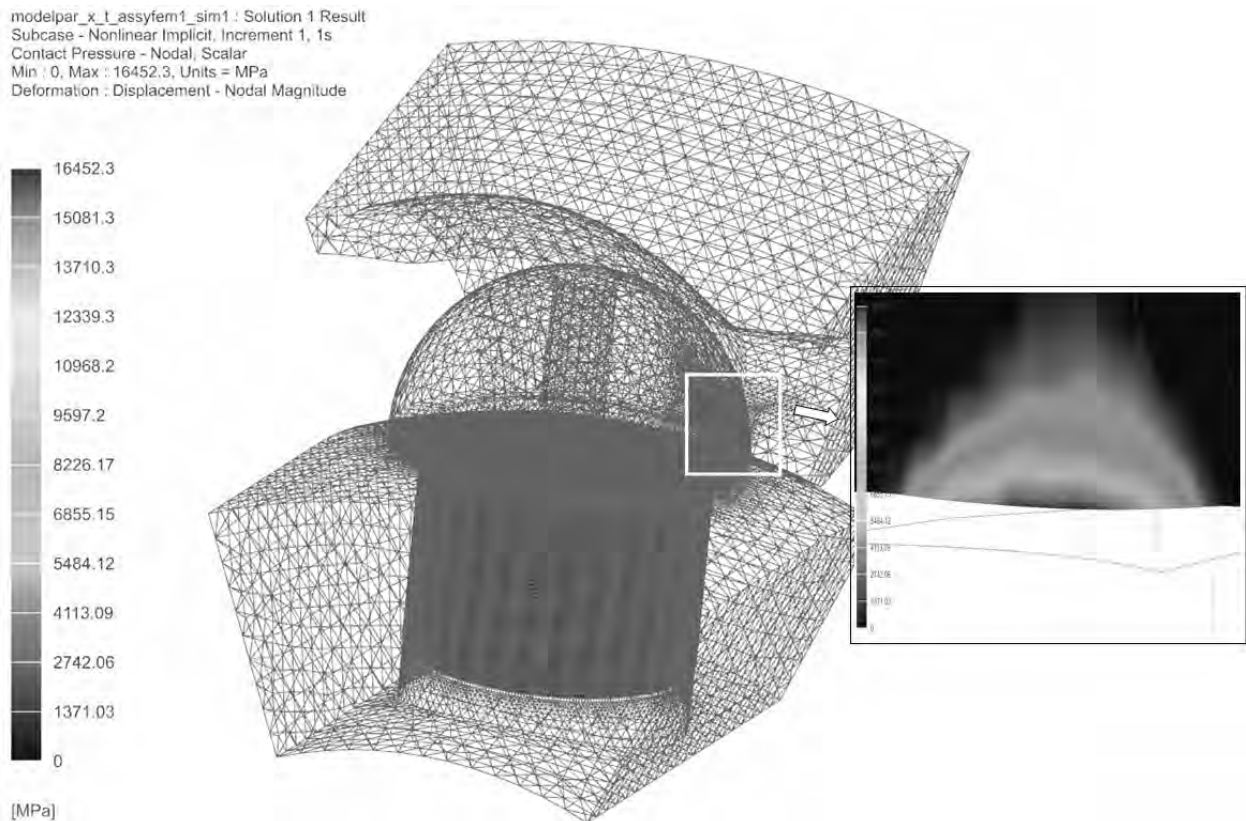


Рисунок 4.9 – Распределение контактных давлений на поверхности ролика

Напряжения смятия, распределенные на поверхности ролика, показаны на рисунке 4.10. Их максимальные значения составляют 1187 МПа; действуют они на стороне ролика, противоположной расположению зоны его контакта с

ведомым кулачком. Также наблюдается превышение полученных значений над расчетными в 54,7 раза. Однако данные напряжения – пиковые, возникают на поверхности, граничащей с опасным сечением – местом сопряжения цилиндрической и сферической поверхностей. На большей же части основной цилиндрической поверхности стержня ролика видно, что напряжения не превышают расчетные. На противоположной (относительно показанной на рисунке 4.10) стороне цилиндрической поверхности стержня ролика, у его торца, также наблюдаются увеличенные контактные давления (282 МПа – максимальные значения), что свидетельствует о перекосе оси ролика под действием на сферический участок нормальных усилий.

Распределение напряжений среза (Nonlinear Stress – Max Shear) по поверхности ролика показано на рисунке 4.11. Результаты его анализа свидетельствуют о максимальных напряжениях среза, равных 441 МПа, возникающих на стороне внутренней поверхности отверстия сателлита, противоположной той, где происходит контакт сферической поверхности ролика с беговой дорожкой. Расположение участка с максимальными значениями напряжений ниже уровня наружной поверхности сателлита подтверждает достоверность используемой методики, т. к. со стороны контакта ролика с беговой дорожкой грань отверстия сателлита как раз располагается ниже. Сопоставив максимальные напряжения среза с максимальными контактными давлениями, полученными на основе конечно-элементного анализа, можно отметить, что первые практически в 80 раз ниже. Теоретически рассчитанные напряжения среза в 25 раз меньше, чем вычисленные с помощью метода конечных элементов. Установлено также, что распределение расчетных напряжений предполагалось равномерным по поверхности опасного сечения, а согласно компьютерным вычислениям, наблюдаются два локализованных пятна их активного действия.

Результаты компьютерного моделирования подтверждают, что основным критерием прочностной надежности СРП с двухрядным сателлитом является контактная выносливость материала ведомого кулачка, т. к. он изготавливается с меньшей твердостью, чем ролики [145, 146]. Целесообразно увеличить высоту сферического участка ролика таким образом, чтобы экваториальная его часть не являлась ограничивающей, а опасное сечение с радиусом, меньшим, чем r_s , располагалось ниже. Рекомендуются повышать жесткость контакта стержней роликов с сателлитом во избежание перекоса их осей под нагрузкой. Конечно-элементный анализ также подтверждает следующую приоритетность критериев прочности передачи: прочность по напряжениям смятия стержня ролика (сателлита); прочность по напряжениям среза стержня ролика.

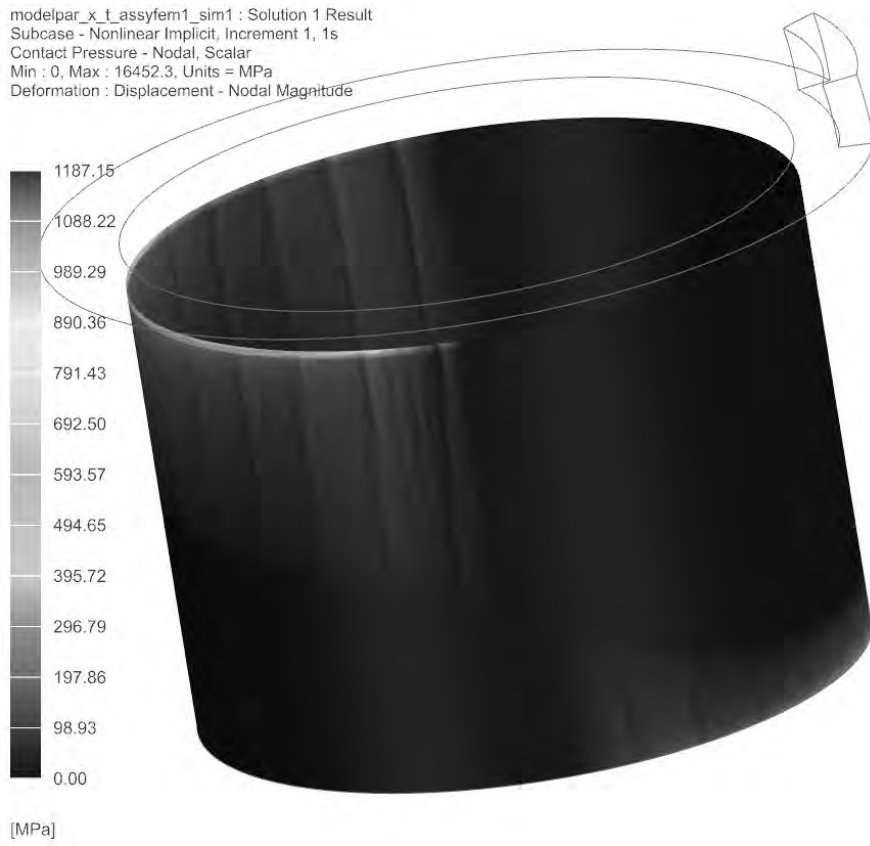


Рисунок 4.10 – Распределение напряжений смятия в стержне ролика

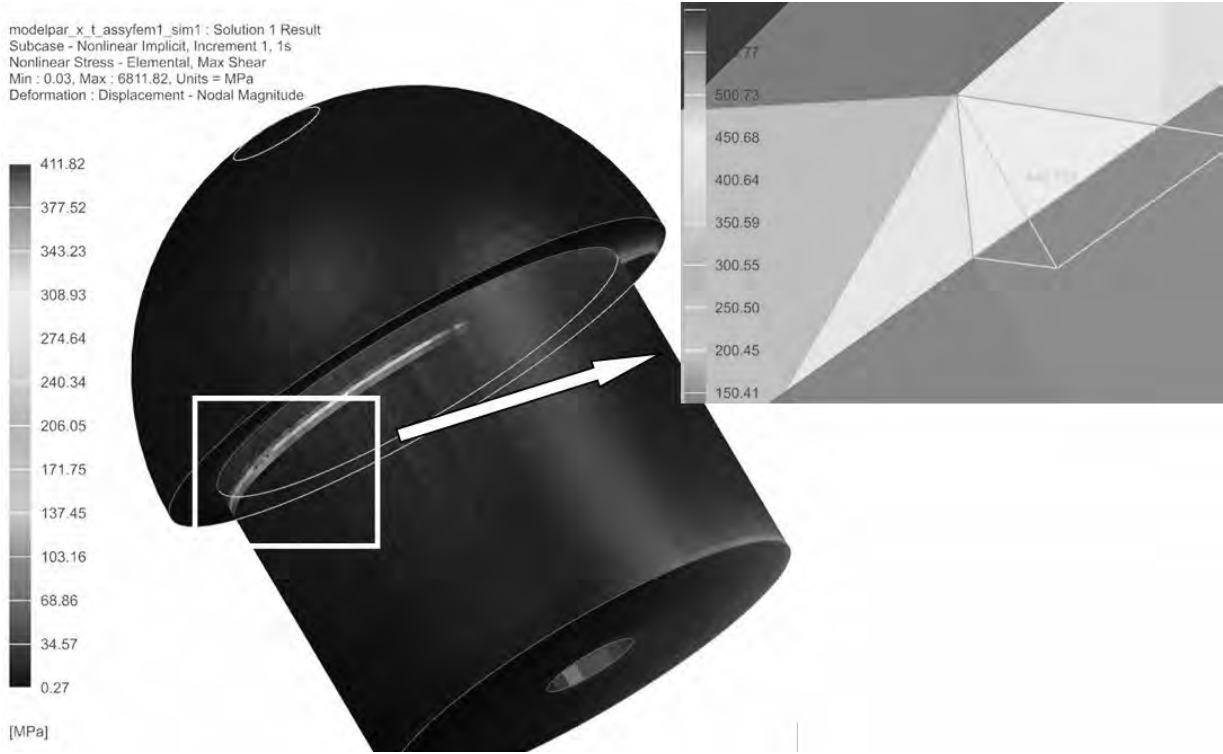


Рисунок 4.11 – Распределение напряжений среза в стержне ролика

4.2 Объект, цели и средства испытаний сферической роликовой передачи

Объектом испытаний явился экспериментальный образец редуктора со сферической роликовой передачей с двухрядным сателлитом (рисунки 4.12 и 4.13). В качестве смазочного материала применялась графитовая смазка для ШРУСов (Mannol), закладываемая при сборке. Редуктор имел передаточное отношение $i_{12}^{(3)} = -44$ ($Z_2 = 11$, $Z_3 = 15$), максимальный диаметр корпуса составлял 82 мм.

Целями испытаний являлись:

- определение КПД СРП в зависимости от частоты вращения валов и передаваемого момента;
- сопоставление полученных результатов с результатами расчетов по разработанной математической модели с целью оценки ее достоверности;
- исследование стабильности мгновенного значения передаточного отношения (кинематической точности);
- оценка шумовых характеристик СРП в зависимости от кинематических и силовых факторов;
- исследование нагрева редуктора под влиянием кинематических и силовых факторов;
- оценка уравновешенности редуктора с СРП.

Средства испытаний. Схема испытательного стенда [124, 147] для определения кинематических характеристик и КПД редукторов, установленного в Лаборатории испытаний механических приводных систем Белорусско-Российского университета, показана на рисунке 4.14.

Стенд работает по схеме с разомкнутым силовым потоком. Редуктор встраивается в кинематическую цепь стенда между двумя датчиками момента и частоты вращения М20С-20 (номинальный крутящий момент до 20 Н·м) и М20С-50 (номинальный крутящий момент до 50 Н·м), изготовленными ООО «ТИЛКОМ», класс точности – 0,2. Данные датчики соединялись с входным и выходным валами редуктора соответственно. Каждый датчик состоит из вращающегося ротора, неподвижных статора и декодера. Ротор, установленный в статоре на шарикоподшипниках, включает в себя тензоэлемент торсионного типа с наклеенными на нем тензорезисторами, передатчик, катушку воздушного трансформатора питания, фотоэлектрический приемник датчика частоты вращения. Ротор посредством фланцев встраивается в кинематическую цепь стенда. Статор имеет корпус, внутри которого смонтированы катушки трансформатора питания и приема данных, электронные блоки приемника сигнала, сателлит питания и инфракрасный излучатель.

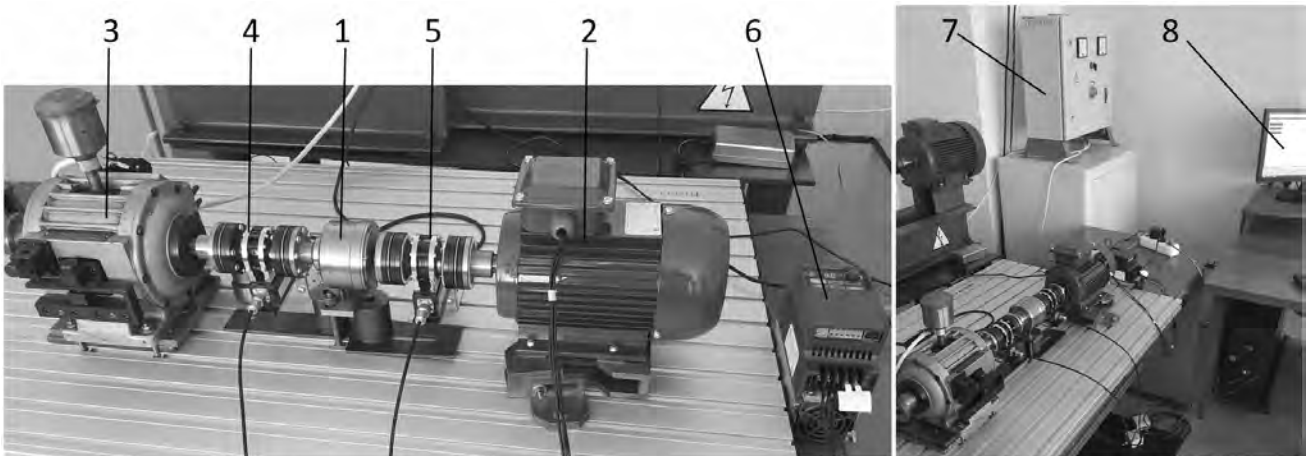


1 – ведущий вал с установленным сателлитом с двумя рядами роликов; 2 – ведомый вал с кулачком; 3 – наружные кулачки, образующие неподвижную беговую дорожку; 4 – корпус

Рисунок 4.12 – Основные узлы испытываемого редуктора



Рисунок 4.13 – Экспериментальный образец редуктора в сборе



1 – испытываемый редуктор; 2 – асинхронный электродвигатель; 3 – электромагнитный порошковый тормоз; 4, 5 – датчики крутящего момента и частоты вращения; 6 – частотный преобразователь; 7 – блок управления порошковым тормозом; 8 – ПЭВМ

Рисунок 4.14 – Схема испытательного стенда

В процессе работы ротор датчика подвергается нагружению крутящим моментом, в результате чего происходит деформирование тензоэлемента и возникает разбалансировка тензометрической мостовой схемы (тензомоста). Тензомост своим выходом соединен с передатчиком, который усиливает сигнал и преобразует его в цифровой код. Цифровой кодированный сигнал содержит информацию о частоте вращения ротора, температуру ротора и идентификационный номер датчика. Этот сигнал поступает на приемник статора через воздушный трансформатор, где он усиливается и поступает на вход декодера. Далее происходит его декодирование и преобразование в цифровые сигналы. При вращении ротора его инфракрасный приемник периодически попадает в зону излучения источника, установленного на статоре, в результате чего на выходе инфракрасного приемника генерируется один импульс за один оборот ротора. Измерение частоты вращения производится методом определения длительности периода вращения, а также путем заполнения периода вращения высокочастотными импульсами (не менее 4000 импульсов в секунду) с последующим их подсчетом. Благодаря высокой частоте заполнения погрешность измерения частоты вращения не превышает 0,1 %.

Точность измерения крутящего момента и надежность датчика обеспечивают отсутствие скользящих электрических и механических контактов, высокую линейность, временную и температурную стабильность схем цифрового преобразования и декодирования сигналов, компенсацию температурного ухода нуля и рабочего коэффициента передачи тензометрической мостовой схемы, гальваническую развязку корпуса статора и корпуса декодера. Допуски на размеры посадочных поверхностей присоединительных фланцев роторов установлены в соответствии с шестым качеством (торцовые и радиальные биения присоединительных поверхностей установлены со степенью точности не выше шестой).

Соединение датчиков с валами испытываемого редуктора, двигателя и нагрузателя осуществляется посредством специальных дисковых муфт, соединяемых с фланцами роторов и предназначенных также для компенсации осевых, радиальных, угловых смещений и температурных деформаций.

Установленное на ПЭВМ программное обеспечение позволяет определять мгновенные значения частот вращения ведущего и ведомого валов, крутящих моментов и расчетные значения мощностей на этих валах в режиме реального времени, а также записывать и сохранять данные в табличной форме.

Методики испытаний были основаны на методах планирования экспериментов [148].

4.3 Результаты экспериментальных исследований сферической роликовой передачи

Исследование КПД и кинематической точности. Обработка результатов экспериментов проводилась по следующим зависимостям.

Мгновенный КПД вычислялся как отношение мощностей на входном и выходном валах:

$$\eta = \frac{T_2 \cdot n_2}{T_1 \cdot n_1}, \quad (4.4)$$

где T_1, T_2 – момент на ведущем и ведомом валах соответственно;

n_1, n_2 – частота вращения ведущего и ведомого валов соответственно.

Погрешность (отклонение) фактического мгновенного передаточного отношения от его номинального значения характеризует кинематическую точность СРП. Она определялась как разница номинального $i_{12}^{(3)}$ и действительного значений:

$$\Delta i = \left| i_{12}^{(3)} - \frac{n_1}{n_2} \right|. \quad (4.5)$$

Для проведения спектрального анализа на основе дискретного преобразования Фурье производилось центрирование данных. Для мгновенного КПД центрированные значения определялись по формуле

$$F\eta_j = \eta_j - \eta_m = \eta_j - \frac{1}{N_r} \cdot \sum_{j=1}^{N_r} \eta_j, \quad (4.6)$$

где η_j – измеренное значение КПД;

N_r – число измерений, проведенных за время одного оборота ведомого вала;

η_m – среднее значение КПД за указанный интервал времени.

Коэффициенты Фурье вычислялись по формулам [149]

$$C_{1k} = \frac{2}{N_r} \cdot \sum_{j=1}^{N_r} F\eta_j \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot j}{N_r}\right); \quad C_{2k} = \frac{2}{N_r} \cdot \sum_{j=1}^{N_r} F\eta_j \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot j}{N_r}\right), \quad (4.7)$$

где $j = 1 \dots N_r$, $k = 1 \dots N_r/2$, т. к. максимальное количество спектральных составляющих не может быть больше половины числа измерений.

Для каждой k -й гармонической составляющей определялась амплитуда:

$$A_k = \sqrt{C_{1k}^2 + C_{2k}^2}. \quad (4.8)$$

Аналогичные вычисления выполнялись для отклонения передаточного отношения Δi .

По вышеприведенному алгоритму была проведена обработка экспериментальных данных, установлены средние значения КПД η_m для 21 временного интервала измерений.

Значения среднего КПД при различных вращающих моментах на ведомом валу и частотах его вращения приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Результаты экспериментов по исследованию КПД СРП

$T_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	η_m	$T_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	η_m	$T_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	η_m	$T_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	η_m	$T_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	η_m
$n_1 = 500 \text{ мин}^{-1}$		$n_1 = 750 \text{ мин}^{-1}$		$n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$		$n_1 = 1250 \text{ мин}^{-1}$		$n_1 = 1500 \text{ мин}^{-1}$	
3	0,689	3	0,678	3	0,745	3	0,687	2	0,669
5	0,708	5	0,713	5	0,79	6	0,726	5	0,732
8	0,725	8	0,735	8	0,8	8	0,741	10	0,749
12	0,724	12	0,735	10	0,81	10	0,744	12	0,676
				12	0,775				
<i>Примечание</i> – В таблице 4.1 приведены средние значения частот вращения n_1 и моментов T_2									

На рисунке 4.15 показаны результаты исследований с добавлением полиномиальных линий тренда второй и четвертой степеней.

Экспериментальные данные свидетельствуют, что с увеличением нагрузки КПД передачи увеличивается, достигая некоторого максимума, затем происходит его снижение, что указывает на существование значений передаваемого момента, при которых КПД достигает максимального значения. Характерно также наличие определенной частоты вращения, снижение или увеличение значений которой приводит к повышению потерь мощности.

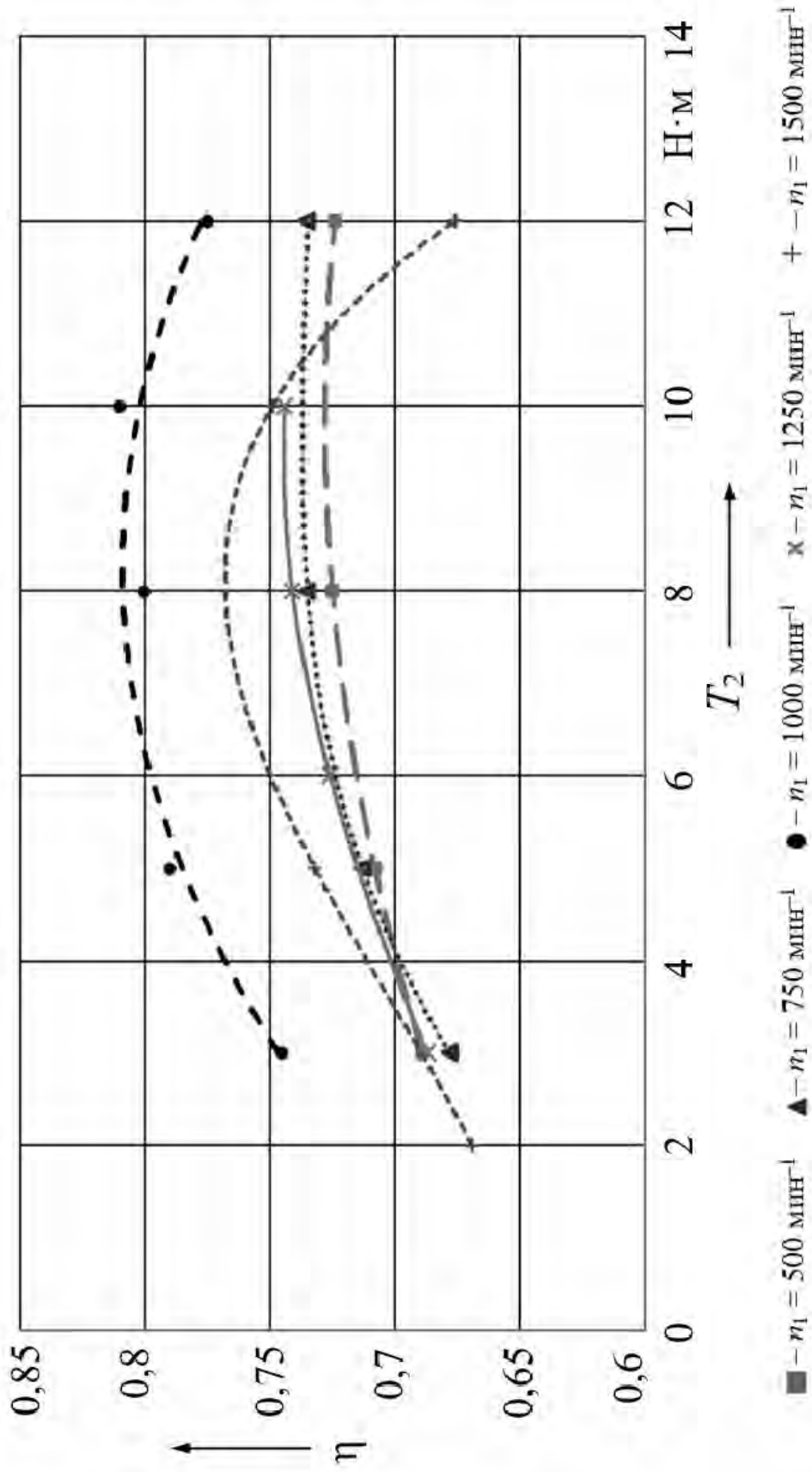


Рисунок 4.15 – Графики изменения КПД СРП

На рисунке 4.16 показан график изменения мгновенного КПД за время одного оборота ведомого вала для варианта при $T_2 = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и $n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$, т. к. при этих параметрах КПД редуктора оказывается максимальным.

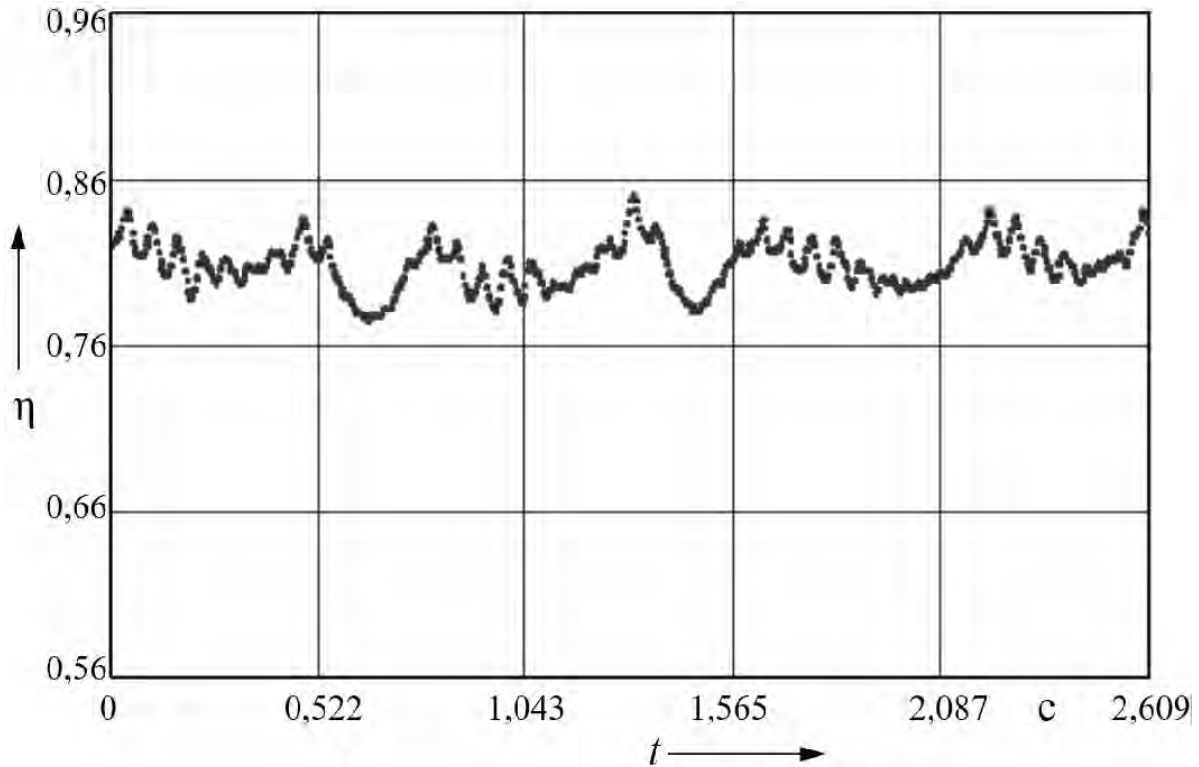


Рисунок 4.16 – Данные измерений, характеризующие изменение мгновенного КПД СРП

При подстановке значений геометрических параметров испытываемой СРП и принятых приведенного коэффициента трения между роликами и беговыми дорожками $f = 0,02$ и коэффициента трения в подшипниках сателлита $f_b = 0,003$ в теоретически полученную модель СРП, разработанную для определения среднего КПД [123], рассчитанный КПД составил $\eta = 0,762$, что близко к среднему значению (0,765), полученному при проведении экспериментов. При этом в теоретической модели КПД не зависит от нагрузки и частот вращения валов. Коэффициент f является приведенным и учитывает скольжение и качение.

Из графика спектра на рисунке 4.17 видно, что наибольшую амплитуду имеет шестая гармоническая составляющая, что соответствует половине числа роликов внутреннего ряда ($n_{s2} = 12$). Таким образом, на постоянство КПД исследуемой передачи влияет неравномерность шага установки роликов внутреннего ряда. Сорок первая гармоническая составляющая указывает на влияние неточностей изготовления и установки ведущего вала с сателлитом на эксцентрик [150].

На кинематическую погрешность (постоянство передаточного отношения) наибольшее влияние оказывают низкочастотные составляющие спектра, что указывает на погрешности изготовления и установки ведомого вала и ведомого кулачка (рисунок 4.18).

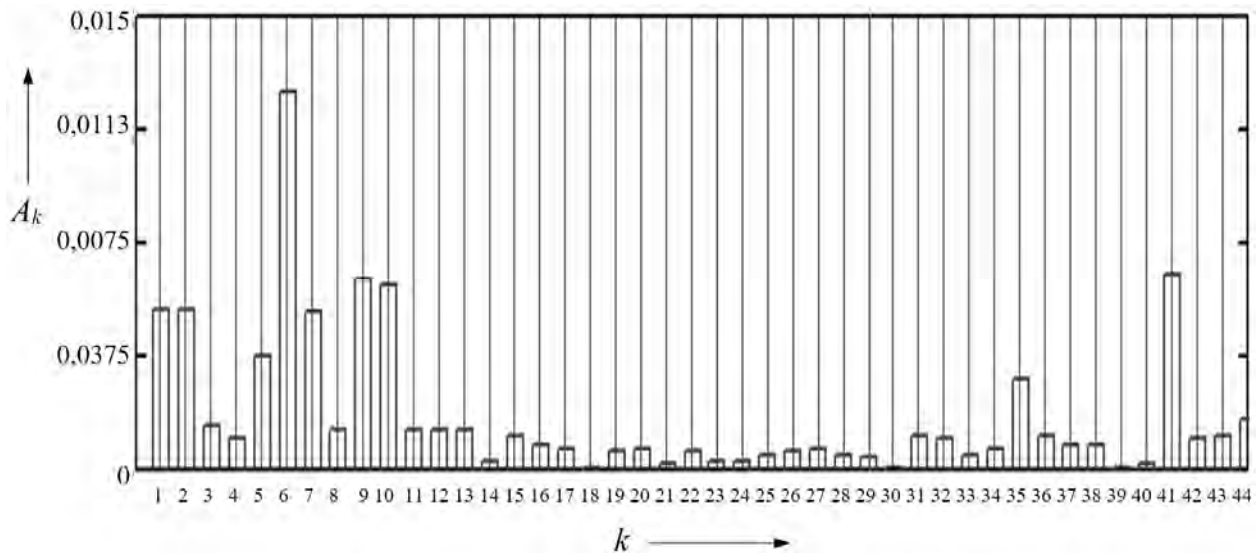


Рисунок 4.17 – Амплитудно-частотный спектр измерений мгновенного КПД экспериментального образца СРП

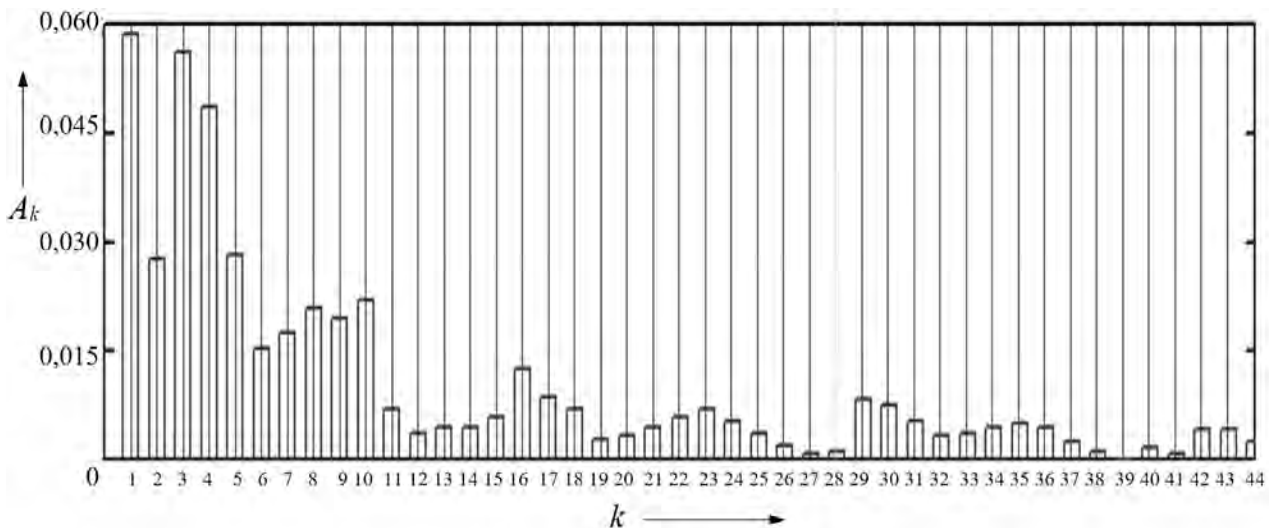


Рисунок 4.18 – Амплитудно-частотный спектр кинематической погрешности экспериментального образца СРП

Максимальные значения отклонения передаточного отношения не превышают 0,14 % от номинального, в то время как отклонения мгновенного КПД от средних значений находятся в пределах 1,6 %...1,8 % [150].

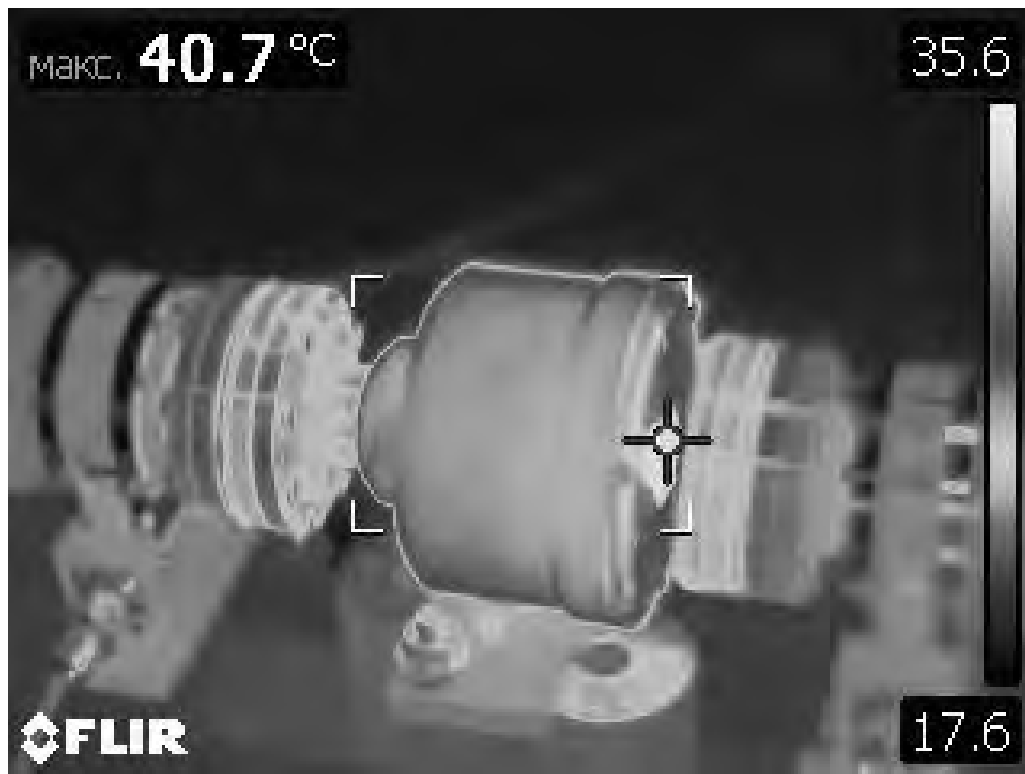
Исследование тепловых характеристик СРП. Измерение температуры корпуса редуктора осуществлялось посредством тепловизора (модель FLIR T440), оснащенного контактным зондом. Для предотвращения бликования при испытаниях корпус редуктора был покрашен в черный цвет.

Были заданы следующие параметры СРП: частота вращения на ведущем валу $n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$, момент на ведомом валу $T_2 = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}$ (режим, близкий к номинальному). На рисунке 4.19 показаны начальная и конечная термограммы.

а)



б)



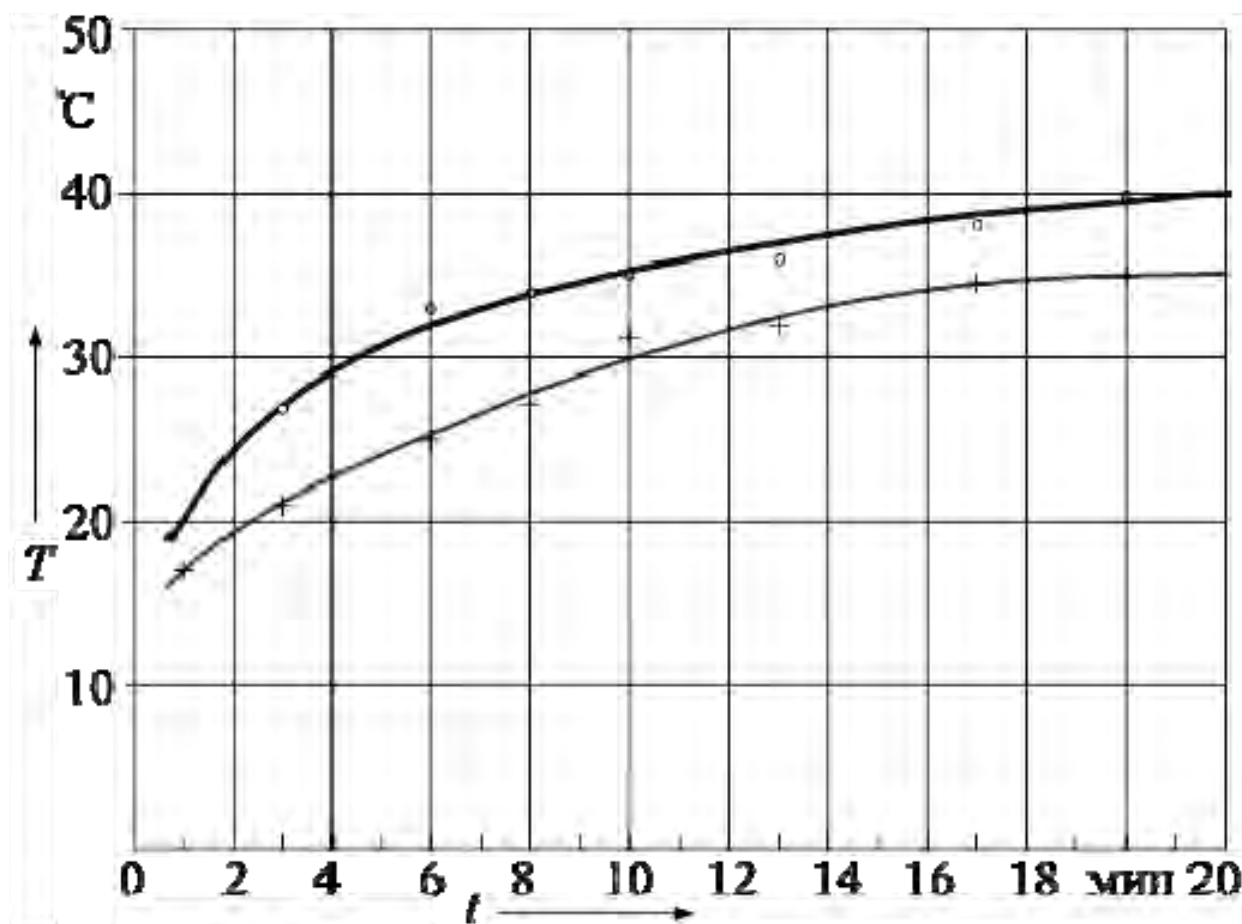
а – при пуске редуктора (время работы – 1 мин); б – после 20 мин работы

Рисунок 4.19 – Термограмма редуктора

В начальный момент времени максимальная температура на ведущем валу составляла 19 °С, температура корпуса – 17 °С. В конечный момент времени максимальная температура на ведущем валу составляла 40 °С, температура корпуса – 35 °С. Время эксперимента ограничивалось 20 мин, т. к. редуктор был спроектирован для кратковременных интервалов нагружений в режиме частых пусков-остановок (в составе элетромеханического привода домкрата). Для работы СРП в постоянном режиме в течение нескольких часов (смены) понадобятся циркуляционная система смазки и масляная ванна.

Для передач с незакрепленными телами качения эксперименты показали достижение теплового баланса при температуре 70 °С...90 °С [151]. Термограммы определялись через установленные временные промежутки работы редуктора, что позволило построить графики, приведенные на рисунке 4.20.

Из графиков на рисунке 4.20 можно определить, что наибольшей тепловой нагрузке подвержен ведущий узел СРП – вал, на котором установлен сателлит. С течением времени наблюдается стабилизация температурных характеристик в связи с достижением теплового баланса [152].



○ – температура ведущего вала; + – температура корпуса редуктора

Рисунок 4.20 – Зависимость температуры элементов редуктора от времени работы

Исследование шумовых характеристик СРП. Уровень шума в процессе работы редуктора измерялся с помощью цифрового шумомера Testo 816-1, класс точности – 2. В соответствии с ГОСТ 31275–2002 (ИСО 3744:1994) испытания проводились в небольшом производственном помещении (лаборатории) с одной звукоотражающей поверхностью (полом). В качестве измерительной поверхности принималась полусфера с радиусом 1 м.

Уровень звука по шкале А определялся для диапазона 30...100 дБА, режим Slow. Регистрация данных осуществлялась с периодичностью 1 с. Каждое значение определялось как среднее арифметическое из пяти значений в интервале 5 с по алгоритму производителей шумомера. Проводились десять замеров в определенных точках измерительной поверхности для установленного сочетания двух факторов – вращающего момента на ведомом валу T_2 и частоты вращения ведущего вала n_1 . Факторы варьировались с помощью системы управления стендом для определения КПД (см. рисунок 4.14).

В таблице 4.2 приведены значения скорректированной звуковой мощности L_w для тридцати сочетаний факторов T_2 и n_1 ($i = 1...30$). Для перевода значений уровня звука (шума) L_{pi} в звуковую мощность L_{wi} использовалась формула из [153]

$$L_{wi} = \overline{L_{pi}} + 10 \cdot \lg(2 \cdot \pi \cdot L_u^2), \quad (4.9)$$

где L_u – расстояние от редуктора до микрофона шумомера, $L_u = 1$ м;

$\overline{L_{pi}}$ – средний уровень звукового давления, определяемый как среднее арифметическое десяти измеренных шумомером значений, т. к. показания в каждой i -й точке не отличались более чем на 5 дБА.

Коэффициентами фонового шума и акустических условий (ГОСТ 31275–2002) при расчете L_{pi} пренебрегали исходя из условий испытаний.

Таблица 4.2 – Результаты экспериментов по исследованию уровня шума

T_2 , Н·м	Уровень скорректированной звуковой мощности L_w , дБА					
	$n_1 =$ $= 500 \text{ мин}^{-1}$	$n_1 =$ $= 750 \text{ мин}^{-1}$	$n_1 =$ $= 1000 \text{ мин}^{-1}$	$n_1 =$ $= 1250 \text{ мин}^{-1}$	$n_1 =$ $= 1500 \text{ мин}^{-1}$	$n_1 =$ $= 1750 \text{ мин}^{-1}$
0,4	61,4	68,0	71,7	75,3	77,7	79,5
3	66,6	73,3	77,9	82,5	84,1	86,0
5	67,0	74,0	78,2	83,4	85,0	86,8
8	67,5	74,3	78,4	82,5	85,9	87,0
11	67,6	73,4	77,8	82,9	86,0	87,7

На рисунке 4.21 показано распределение данных L_w в плоскости $n_1 T_2$, позволяющее оценить степень влияния указанных параметров.

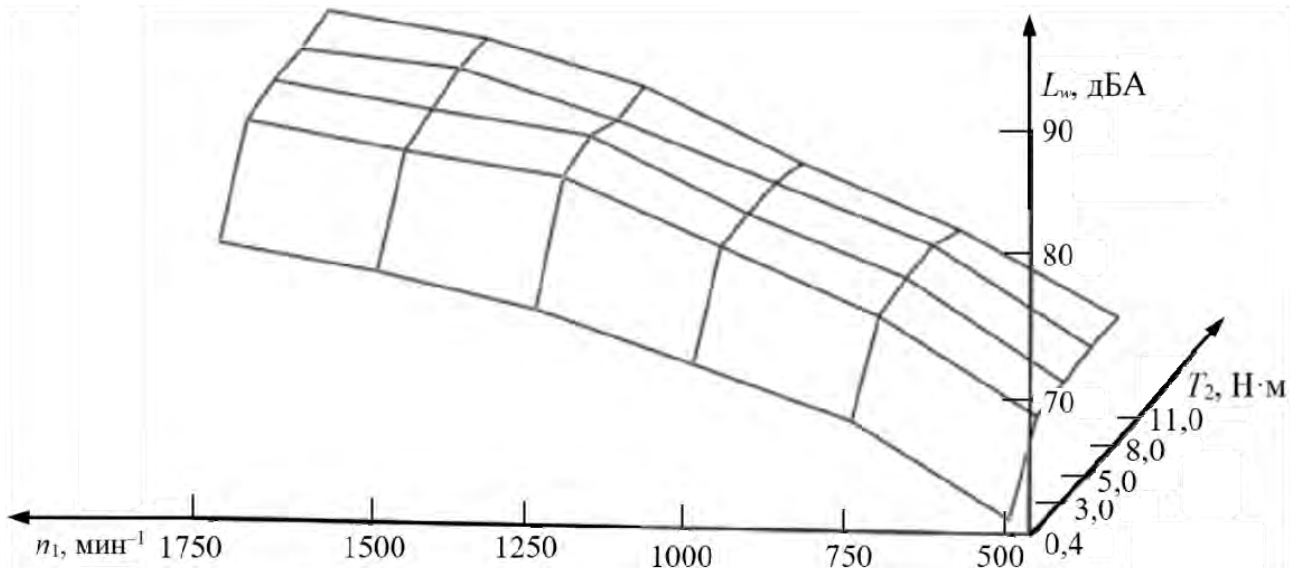


Рисунок 4.21 – Результаты испытаний мотор-редуктора с СРП по определению его шумовых характеристик

Анализ результатов вычислений по формуле (4.9) позволяет установить аналогичный характер изменения L_p и L_w , т. к. их значения отличаются на постоянный коэффициент, равный второму слагаемому правой части этой формулы. Таким образом, приведенные в таблице 4.2 и на рисунке 4.21 данные свидетельствуют о повышении уровня шума при возрастании передаваемой мощности (частоты вращения валов и вращающих моментов). При частотах вращения ведущего вала $n_1 = 750 \text{ мин}^{-1}$ и $n_1 = 1000 \text{ мин}^{-1}$ и увеличении вращающего момента на ведомом валу T_2 от 8 до 11 Н·м (до номинального значения) наблюдалось некоторое снижение уровня шума, что объясняется выходом на рабочий режим, выборкой зазоров под нагрузкой. При частоте $n_1 = 1250 \text{ мин}^{-1}$ также наблюдался максимум уровня шума при увеличении момента и затем его последующее снижение.

В [123] указано, что у мотор-редукторов с передаваемой мощностью до 1,5 кВт и частотой вращения ведущего вала $n_1 = 1500 \text{ мин}^{-1}$ скорректированный уровень звуковой мощности не должен превышать 86 дБА.

При проведении испытаний передаваемая редуктором мощность изменялась от 0,5 до 46 Вт. Таким образом, эксперименты показали, что испытываемый образец редуктора в составе электромеханического привода с асинхронным электродвигателем соответствует требованиям по уровню шума, предъявляемым к промышленным образцам мотор-редукторов [152].

4.4 Методика расчета и проектирования сферической роликовой передачи для малогабаритных приводов

В качестве исходных данных для расчета принимаются: постоянный (номинальный) вращающий момент на ведомом валу T_2 , частота вращения ведущего вала n_1 , максимальный диаметр корпуса редуктора D_k , обусловленный компоновочными требованиями привода, передаточное отношение $i_{12}^{(3)}$ (или частота вращения ведомого вала), материалы для изготовления деталей редуктора, виды их термообработки и степень точности изготовления, применяемый смазочный материал, условия эксплуатации.

1 По [5, 126, 134] определяем допускаемые контактные напряжения $[\sigma_H]_2$ и $[\sigma_H]_3$ для материалов ведомых и остановленных кулачков соответственно, роликов $[\sigma_H]_4$, допускаемые напряжения среза $[\tau_s]_4$ для материала роликов, напряжения смятия для материалов сателлита $[\sigma_{см}]_s$ и роликов $[\sigma_{см}]_4$ соответственно, напряжения кручения для валов передачи $[\tau]$.

В качестве допускаемых контактных напряжений $[\sigma_H]$ и напряжений смятия $[\sigma_{см}]$ для передачи принимаем минимальные значения, т. е. расчет ведется для наиболее слабого элемента:

$$[\sigma_H] = \min([\sigma_H]_2, [\sigma_H]_3, [\sigma_H]_4); [\sigma_{см}] = \min([\sigma_{см}]_s, [\sigma_{см}]_4). \quad (4.10)$$

Уточняем по справочной литературе модуль упругости E и коэффициент Пуассона μ для принятых материалов деталей СРП.

2 С учетом экспериментальных и справочных данных принимаем значение приведенного коэффициента трения в парах между роликами и беговыми дорожками $f = 0,01 \dots 0,05$, коэффициент трения между ведущим валом с эксцентриком и сателлитом $f_b = 0,02 \dots 0,05$, а также соответствующие углы трения, вычисляемые по формуле $\psi_i = \arctg(f_i)$.

3 Определяем конструктивную схему передачи (подразд. 3.1) для условий $R_3 > R_2$ или $R_2 > R_3$, где сфера радиусом R_2 связана с ведомым элементом, а сфера радиусом R_3 – с остановленным элементом передачи. Схему, удовлетворяющую условию $R_2 > R_3$, следует использовать, если ведомый вал передачи является охватывающей деталью (например, барабан лебедки или корпус мотор-колеса). Схема, удовлетворяющая условию $R_3 > R_2$, конструктивно подходит для большинства редукторов с неподвижным корпусом, с которым связана основная сфера радиусом R_3 , поэтому далее рассматриваем именно ее.

Принимаем силовую схему, которая будет реализована в передаче: первую (для условия $Z_2 > Z_3$) либо вторую (если $Z_2 < Z_3$). Выбор схемы зависит от нескольких факторов: конструктивной схемы, компоновки, направления вращения ведомого вала, максимального диаметра корпуса редуктора. При прочих равных условиях предпочтительнее первая силовая схема.

Предварительно прорабатывается конструкция СРП и устанавливается вид геометрического замыкания высших кинематических пар, образуемых телами

качения обоих рядов.

4 В зависимости от заданного передаточного отношения $i_{12}^{(3)}$, с учетом формулы (1.4), определяем числа периодов Z_2 и Z_3 , а также роликов n_{s2} и n_{s3} .

4.1 Принимаем абсолютную разницу чисел периодов поверхностей ведомого и остановленного кулачков $\Delta Z_s = |Z_2 - Z_3|$ по таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Рекомендуемые значения ΔZ_s

Передаточное отношение $i_{12}^{(3)}$	16...50	51...100	101...150	151...200
ΔZ_s	4...2	3; 2	2; 1	1

Большие значения ΔZ_s позволяют увеличить КПД СРП, однако приводят к увеличению чисел периодов кулачковых профилей. Это снижает нагрузочную способность и не дает возможность реализовать большие значения передаточных отношений.

4.2 В зависимости от реализуемой силовой схемы числа периодов определяем по формулам:

– для первой силовой схемы

$$Z_2 = \left[0,5 \cdot \left(\sqrt{(1 - \Delta Z_s)^2 + 4 \cdot |i_{12}^{(3)}| \cdot \Delta Z_s} + \Delta Z_s - 1 \right) \right]; Z_3 = Z_2 - \Delta Z_s; \quad (4.11)$$

– для второй силовой схемы

$$Z_2 = \left[0,5 \cdot \left(\sqrt{(1 + \Delta Z_s)^2 + 4 \cdot |i_{12}^{(3)}| \cdot \Delta Z_s} - \Delta Z_s - 1 \right) \right]; Z_3 = Z_2 + \Delta Z_s, \quad (4.12)$$

где квадратными скобками обозначены математические операции округления до ближайшего целого числа.

После вычислений чисел периодов необходимо проверить заданное значение передаточного отношения по формуле (1.4).

4.3 Числа роликов, контактирующих с неподвижными и ведомым кулачками соответственно,

$$n_{s3} = 1 + Z_3; n_{s2} = 1 + Z_2. \quad (4.13)$$

5 Предварительно определяем основные параметры передачи.

5.1 По графику на рисунке 3.10 для найденного числа периодов Z_2 , принятого параметра ΔZ_s , приведенного коэффициента трения f находим рациональное значение угла Θ_{opt} . Если принятые значения приведенного коэффициента трения f или параметра ΔZ_s отличаются от представленных на рисунке 3.10, то значение угла Θ_{opt} можно определить по формулам (3.46)–(3.48) с использованием программ математического анализа, например Mathcad.

5.2 Радиусы основных сферических поверхностей R_3 и R_2 определяем по эмпирическим зависимостям

$$R_3 = (0,35 \dots 0,42) \cdot D_k; \quad R_2 = (0,52 \dots 0,68) \cdot R_3. \quad (4.14)$$

Дополнительно определяем амплитуду центральной кривой остановленных кулачков: $A_3 = R_3 \cdot \Theta_{opt}$.

Результаты, полученные в подп. 5.2, округляем до ближайших чисел из ряда предпочтительных размеров. После такого округления необходимо окончательно уточнить угол $\Theta = A_3 / R_3$.

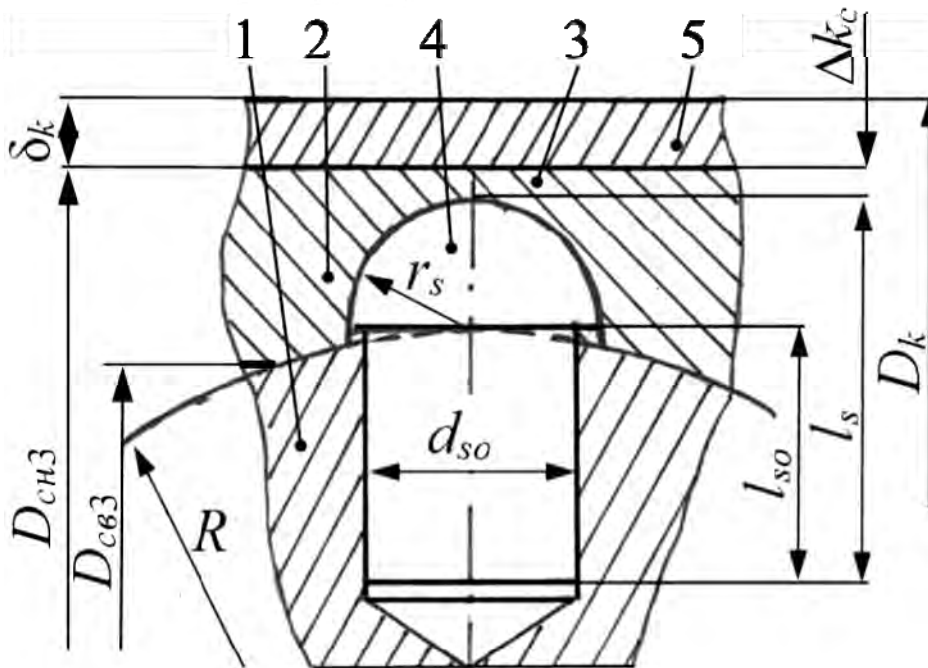
5.3 Предварительное значение радиуса сферического участка ролика r_s (рисунок 4.22) определяем согласно эмпирической зависимости

$$r_s \approx (0,09 \dots 0,19) \cdot R_3. \quad (4.15)$$

Данный радиус принимаем одинаковым для роликов обеих ступеней: $r_{s2} = r_{s3} = r_s$.

5.4 Рассчитываем диаметр d_{so} , мм, и длину l_{so} , мм, стержней роликов (рисунок 4.22) по следующим формулам: $d_{so} = 2 \cdot r_s - 2$ (максимальное рекомендуемое значение); $l_{so} = r_s$ (минимальное рекомендуемое значение).

5.5 Находим средние значения углов подъема центральных кривых α_{m2} и α_{m3} , а также средний угол подъема условных однопериодных ($Z_1 = 1$) центральных кривых – окружностей, на которых расположены центры масс роликов α_{m1} ($j = 1$), по формуле (3.3).



1 – сателлит; 2, 3 – наружные кулачки; 4 – ролик; 5 – корпус

Рисунок 4.22 – Геометрические параметры роликов и контактирующих с ними деталей

5.6 Проверяем условия соседства роликов и равнопрочности сателлита.
Условие соседства (возможности размещения роликов в рядах сателлита)

$$n_{sj} \cdot \arcsin\left(\frac{d_{so}}{2 \cdot (R_j - l_{so})}\right) < \pi. \quad (4.16)$$

Условие (4.16) должно выполняться для двух рядов тел качения ($j = 2$ и $j = 3$).

Рекомендуется также проверить выполнение условия равнопрочности сателлита. Оно аналогично выражению (4.16), однако при этом в правой части не π , а $0,5 \cdot \pi$. При его выполнении толщина перемычек между отверстиями не будет меньше диаметра отверстий под ролики. Если же данное условие не будет выполняться, необходима дополнительная проверка прочности сателлита.

6 Проводим предварительную оценку КПД. В зависимости от выбранной силовой схемы определяем средний КПД роликового зацепления η_{mt} по формуле (3.18) или (3.22), средний КПД узла, обеспечивающего установку сателлита на ведущем валу, по формуле (3.12), общий средний КПД передачи η_m по формуле (3.11).

7 Проводим силовой анализ СРП.

7.1 Определяем коэффициент, с помощью которого осуществляется преобразование геометрических параметров сферических передач в эквивалентные параметры цилиндрических передач с промежуточными телами качения, по формуле (3.2).

7.2 Находим эмпирический коэффициент $K_n \leq 1$, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по параллельным потокам мощности (телам качения), по формуле $K_n = 1,6 - 0,1 \cdot n_{st} \leq 1$, где n_{st} – степень точности изготовления деталей [64].

7.3 Рассчитываем среднее значение отношения количества роликов, передающих нагрузку, к их общему числу K_{pj} в каждом из рядов передачи по формуле (3.25).

7.4 Определяем средние значения нормальных реакций, возникающих в контакте роликов и кулачков. Для первой силовой схемы используем формулы (3.26) и (3.27). Для второй силовой схемы применяем выражения (3.28) и (3.29).

Из двух сил определяем максимальное значение нормальной силы $N_{\max} = \max(N_{m2}, N_{m3})$, применяемое для последующих прочностных расчетов.

8 Определяем геометрические параметры СРП для решения контактной задачи.

Положительную разницу между радиусами профиля беговой дорожки и тела качения Δr_s принимаем равной верхнему предельному отклонению поля допуска H в системе отверстия для размера r_s по n_{st} -му качеству.

Сумму главных кривизн взаимодействующих тел $\sum \rho$ вычисляем по

формуле (3.33).

Отношение Ω , учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей, определяем по формуле (3.34).

Коэффициент ξ_q , зависящий от отношения Ω , вычисляем по формуле (3.37).

9 Осуществляем проектный расчет по критерию контактной прочности, принятому основным критерием работоспособности СРП.

Определяем минимальный радиус сферической поверхности ролика r_{smin} , исходя из условия обеспечения контактной прочности, по формуле (3.43). Определяем максимально допустимый радиус сферической поверхности ролика r_{smax} , обеспечивающий плавность работы СРП, по формуле (3.50).

Проверяем выполнение условия $r_{smax} \geq r_s \geq r_{smin}$. Если оно не выполняется, при этом $r_s < r_{smin}$, следует принять $r_s = r_{smin}$ и снова проделать расчет, начиная с подп. 5.5 данной методики.

Определяем по формуле (3.49) максимальный передаваемый момент T_{2max} , соответствующий принятым значениям геометрических параметров, в том числе r_s . Если рассчитанный момент T_{2max} окажется меньше заданного момента T_2 , то необходимо скорректировать:

- радиус r_s в сторону уменьшения, вплоть до r_{smin} ;
- радиусы основных сфер R_j в сторону их увеличения (при возможности);
- материалы и твердость после термообработки контактирующих деталей для увеличения допускаемых контактных напряжений.

10 Определяем вращающие моменты, действующие в передаче. Моменты на ведущем валу T_1 и на корпусе T_3 можно определить, преобразовав уравнение баланса мощностей и используя уравнение равновесия моментов: $T_1 = T_2 / (i_{12}^{(3)} \cdot \eta_m)$; $T_3 = T_2 - T_1$.

11 Проводим проверочные прочностные расчеты.

Определим по формуле (3.36), с учетом формулы (3.31), коэффициент K_{Gs} , который зависит от свойств материалов контактирующих деталей. Для стальных деталей принимаем $K_{Gs} = 863,6 \text{ МПа}^{2/3}$.

11.1 Условие контактной прочности оцениваем по формуле (3.35).

11.2 Условие прочности на смятие проверяем по формуле (3.39).

11.3 Условие прочности по напряжениям среза проверяем по формуле (3.38).

12 Рассчитываем дополнительные геометрические параметры деталей передачи.

12.1 Наружный диаметр кулачков, устанавливаемых в корпусе (см. рисунок 4.22),

$$D_{ch3} = 2 \cdot (R_3 + r_s + \Delta k_c), \quad (4.17)$$

где Δk_c – конструктивный размер кулачка, $\Delta k_c = 1 \dots 4$ мм.

Необходимо также проверить выполнение условия

$$\delta_k = 0,5 \cdot (D_k - D_{\text{чнз}}) \geq 5 \text{ мм}, \quad (4.18)$$

где δ_k – толщина стенки корпуса редуктора. Она не должна быть менее 5 мм, т. к. в корпусе предполагается наличие отверстий с резьбой под установку стопорных винтов для фиксации сферических кулачков.

Если указанное условие не выполняется, следует увеличить диаметр корпуса D_k .

Внутренний диаметр кулачков, обеспечивающий полный контакт сферической поверхности роликов с беговой дорожкой при максимальном отклонении осей роликов от средней плоскости (см. рисунок 4.22),

$$D_{\text{свжmax}} = 2 \cdot R_j \cdot \cos \left(\Theta + \frac{r_s}{R_j} \right). \quad (4.19)$$

Полученные значения следует округлить до числа из ряда предпочтительных размеров.

12.2 Определяем средний диаметр валов (ведущего и ведомого) из известного условия прочности на кручение [126]:

$$d_{vs} = \sqrt[3]{\frac{T_d \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}},$$

где vs – индекс: 1 – для ведущего вала, 2 – для ведомого;

$[\tau]$ – допускаемые напряжения кручения, $[\tau] = 12 \dots 20$ МПа.

13 Производим расчет соединения ведущего вала с сателлитом (рисунок 4.23).

13.1 Определяем минимальный диаметр эксцентрика по формуле

$$d_e = d_1 + 2 \cdot (t_2 + \Delta t_2), \quad (4.20)$$

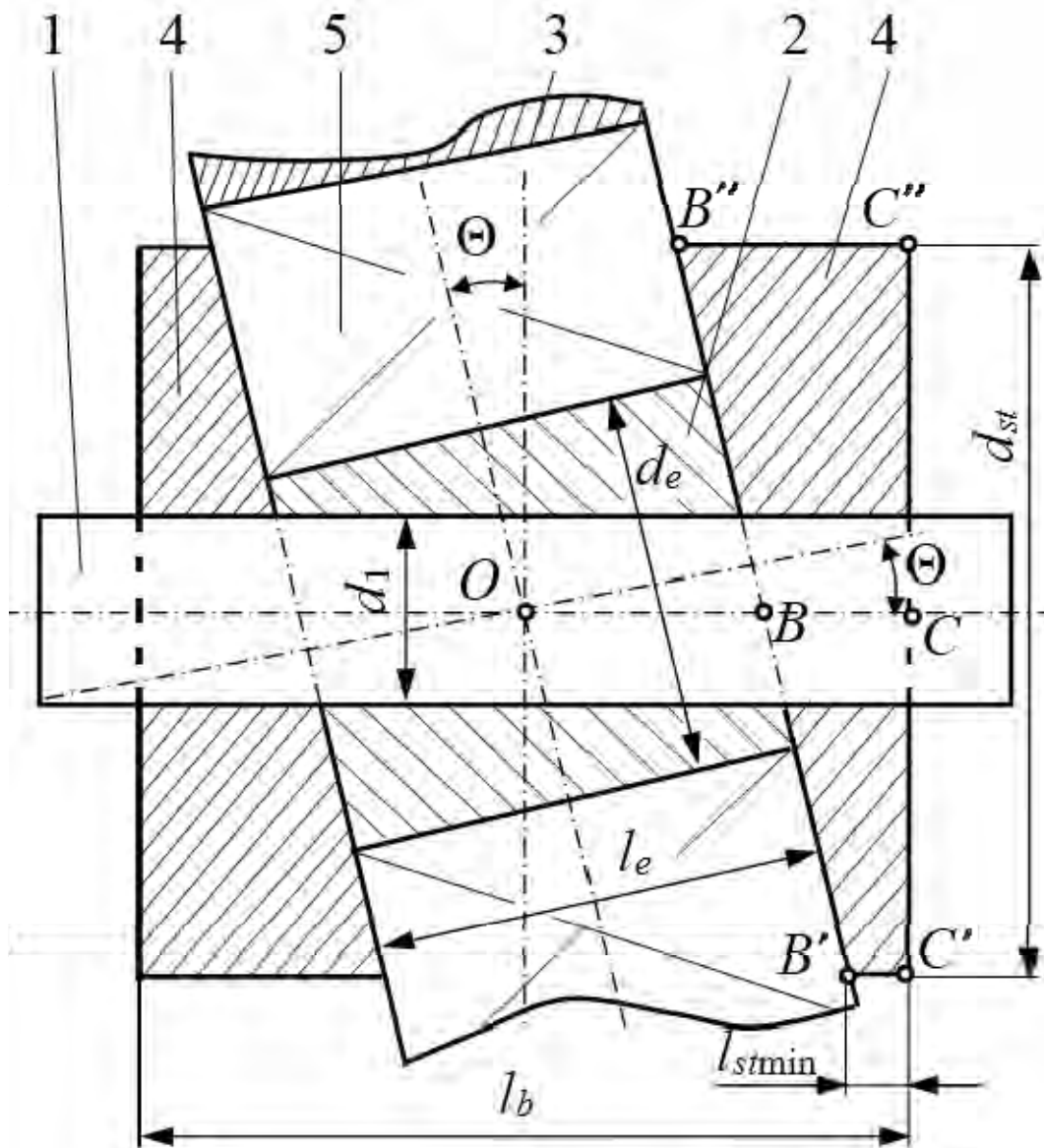
где t_2 – высота шпоночного паза в эксцентрике;

Δt_2 – минимальная высота эксцентрика.

Принимаем $\Delta t_2 = 2 \dots 5$ мм.

Округляем диаметр d_e в большую сторону до значения, кратного пяти, если $d_e \geq 20$ мм.

13.2 Подбираем подшипники качения для установки сателлита на эксцентрик. Уточняем диаметр посадочного отверстия, равный d_e , наружный диаметр d_n и ширину подшипников b_n . Проверяем выполнение условия $R_2 - l_{so} \geq 0,5 \cdot b_n$. В случае его невыполнения, необходимо выбрать подшипники с меньшим b_n или устанавливать подшипники скольжения.



1 – ведущий вал; 2 – эксцентрик; 3 – сателлит; 4 – косые шайбы; 5 – подшипник (пара подшипников)

Рисунок 4.23 – Схема узла установки сателлита и кривошипа на ведущий вал

При использовании для опор пары двух подшипников определяем длину эксцентрика как

$$l_e = 2 \cdot b_n + \Delta b_n, \quad (4.21)$$

где Δb_n – конструктивная суммарная длина участков между подшипниками для их осевого упора.

13.3 Диаметр косых шайб d_{st} должен обеспечивать прижатие этими шайбами внутренних колец подшипников, на которых установлен сателлит (см. рисунок 4.23). Должно выполняться условие $d_{st} > d_e$.

Принимаем минимальную толщину шайбы $l_{stmin} = 2 \dots 5$ мм.

13.4 Определяем длину всего соединения:

$$l_b = 2 \cdot \left(l_{st \min} + \frac{d_{st}}{2} \cdot \operatorname{tg}(\Theta) \right) + \frac{l_e}{\cos(\Theta)}. \quad (4.22)$$

Округляем полученное значение до числа из ряда предпочтительных размеров.

Диаметр стопорных шайб d_{st} , длина эксцентрика l_e и минимальный диаметр эксцентрика d_e могут приниматься конструктивно.

13.5 Уточняем минимальную толщину косой шайбы:

$$l_{st \min} = B'C' = 0,5 \cdot \left(l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} - d_{st} \cdot \operatorname{tg}(\Theta) \right). \quad (4.23)$$

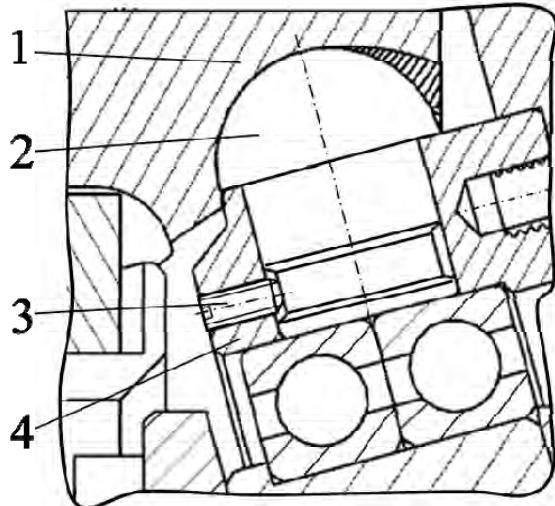
13.6 Высота косой шайбы

$$B''C'' = 0,5 \cdot \left(l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} + d_{st} \cdot \operatorname{tg}(\Theta) \right). \quad (4.24)$$

Как показали испытания экспериментальных образцов редукторов, ролики во внутреннем ряду, выходя из зацепления с беговой дорожкой, под действием сил инерции могут двигаться в радиальном направлении, т. к. геометрическое замыкание кинематических пар одностороннее. Это может привести к заклиниванию передачи. На рисунке 4.24 показана конструкция сателлита, позволяющая зафиксировать ролики внутреннего ряда в радиальном направлении. Регулировочный винт 3, устанавливаемый в сателлит 4, не касается поверхности расточенного пояса ролика 2, взаимодействующего с беговой дорожкой ведомого кулачка 1. При выходе из зацепления выступающая часть винта будет препятствовать перемещению ролика в радиальном направлении. Установлено, что при частоте вращения ведущего вала $n_1 = 1000 \dots 3000 \text{ мин}^{-1}$ для передачи с наружным диаметром 80 мм сила инерции, действующая на один ролик, составит $5 \dots 44 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. Это позволяет использовать винты любого диаметра без расчета их прочности.

Методика расчета и проектирования изложена в [155, 156]. Схема редуктора с СРП с двухрядным сателлитом, рассчитанного по данной методике, показана на рисунке 4.25. В приложении А приведен численный пример расчета этого редуктора.

а)

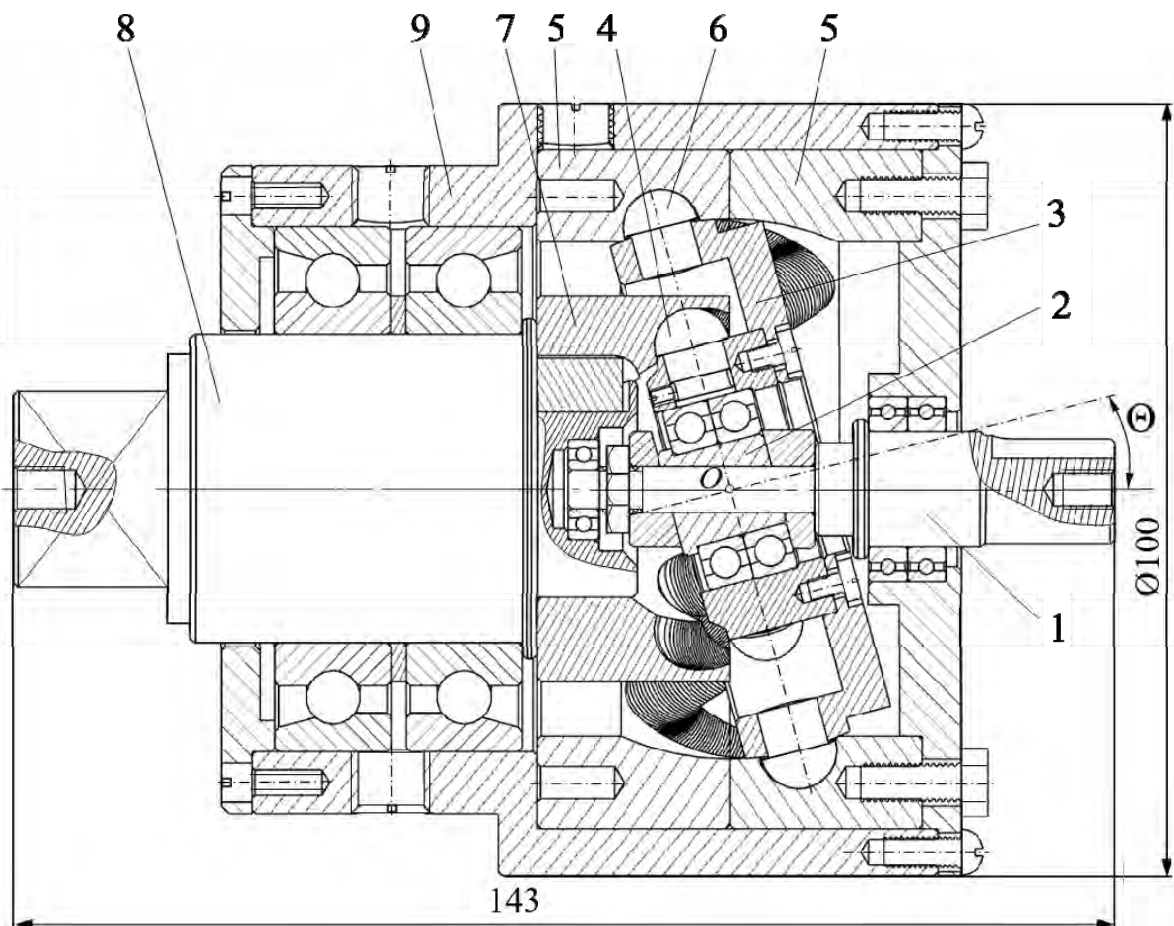


б)



а – конструктивная схема; б – изготовленный образец внутренней части сателлита

Рисунок 4.24 – Узел фиксации ролика

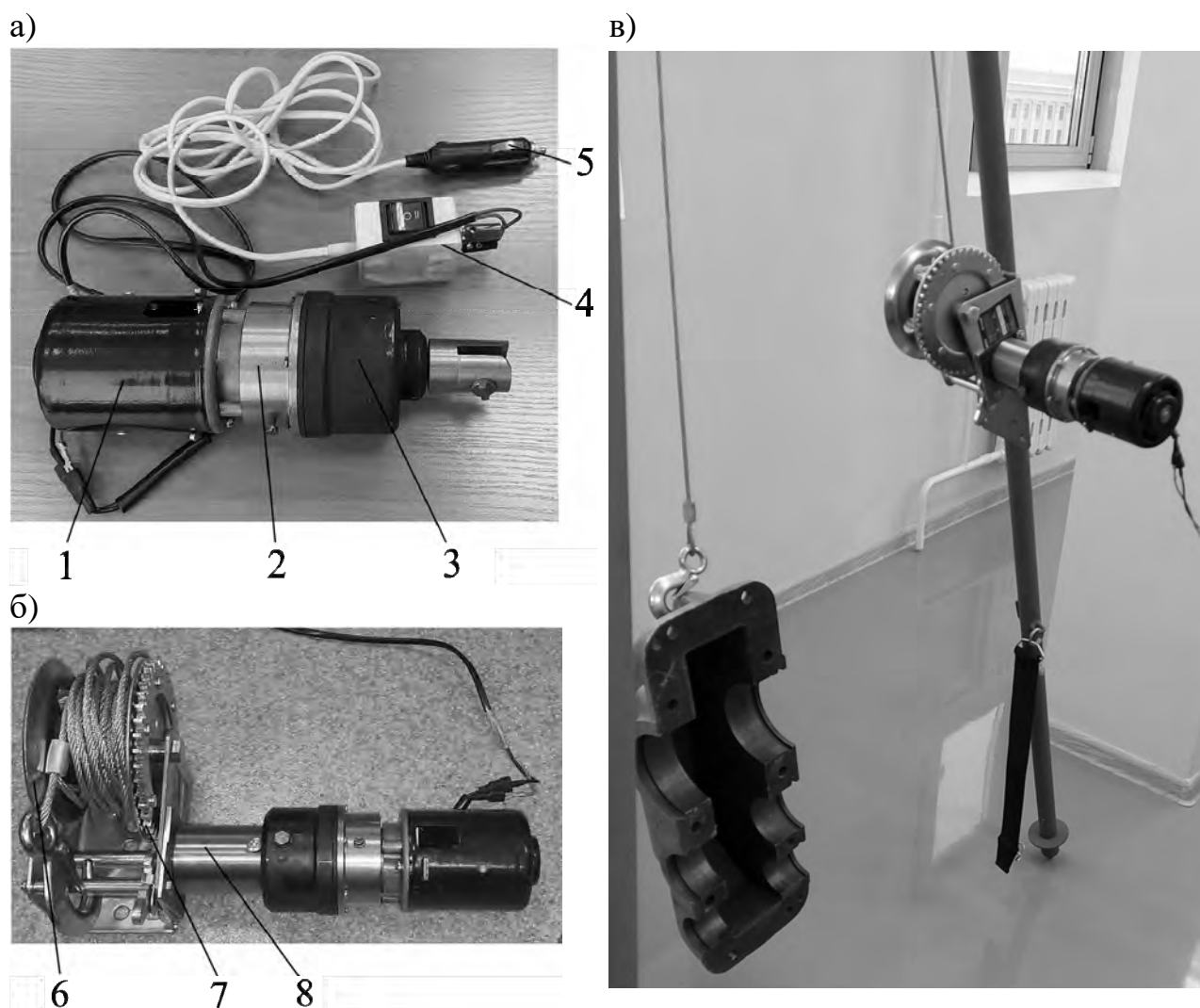


1 – ведущий вал; 2 – эксцентрик; 3 – составной сателлит; 4 – ролики внутреннего ряда; 5 – остановленные кулачки; 6 – ролики наружного ряда; 7 – ведомый кулачок; 8 – ведомый вал; 9 – корпус

Рисунок 4.25 – Конструктивная схема редуктора с СРП с двухрядным сателлитом

4.5 Разработка редукторных механизмов для малогабаритных приводов на основе сферических роликовых передач

К настоящему времени наиболее широкое применение ППТК получили в качестве средств механизации: усилителей моментов, гайковертов, домкратов, талей, лебедок. ППТК цилиндрического типа, например, использовались для создания баллонных ключей грузовых автомобилей [157]. СРП с двухрядным сателлитом применена в электромеханическом приводе барабанной тяговой лебедки (рисунок 4.26, а, б).



а – общий вид мотор-редуктора с пультом управления; б – общий вид привода; в – лабораторные испытания привода; 1 – электродвигатель постоянного тока; 2 – планетарный зубчатый редуктор, спроектированный по схеме $2k-h$; 3 – СРП с двухрядным сателлитом; 4 – пульт управления; 5 – разъем для питания привода от сети автомобиля; 6 – лебедка; 7 – зубчатая передача лебедки; 8 – переходная втулка

Рисунок 4.26 – Электромеханический привод ручной лебедки

В состав конструкции привода входят:

– двухступенчатый мотор-редуктор, включающий планетарную зубчатую

передачу, спроектированную по схеме $2k-h$, с передаточным отношением 4,8 и сферическую роликовую передачу с двухрядным сателлитом с коаксиальным расположением рядов роликов с передаточным отношением 44. Габариты сферической роликовой передачи: 92 мм × 82 мм × 82 мм, ее масса – 1,762 кг;

– двигатель постоянного тока, номинальная частота вращения составляет 2800 мин⁻¹, питание от сети автомобиля 12 V или сети с напряжением 220 V с преобразованием переменного тока через блок питания в постоянный ток 12 V и возможностью регулирования направления вращения с помощью пульта управления;

– ручная барабанная лебедка PATRIOT WH5408. Максимальное тяговое усилие – 540 кг, длина троса – 8 м, передаточное число зубчатой передачи в конструкции лебедки – 4, средний диаметр барабана с учетом намотки троса (в собранном состоянии) – 70 мм, конструкция лебедки включает храповый механизм, диаметр стального троса – 4,5 мм.

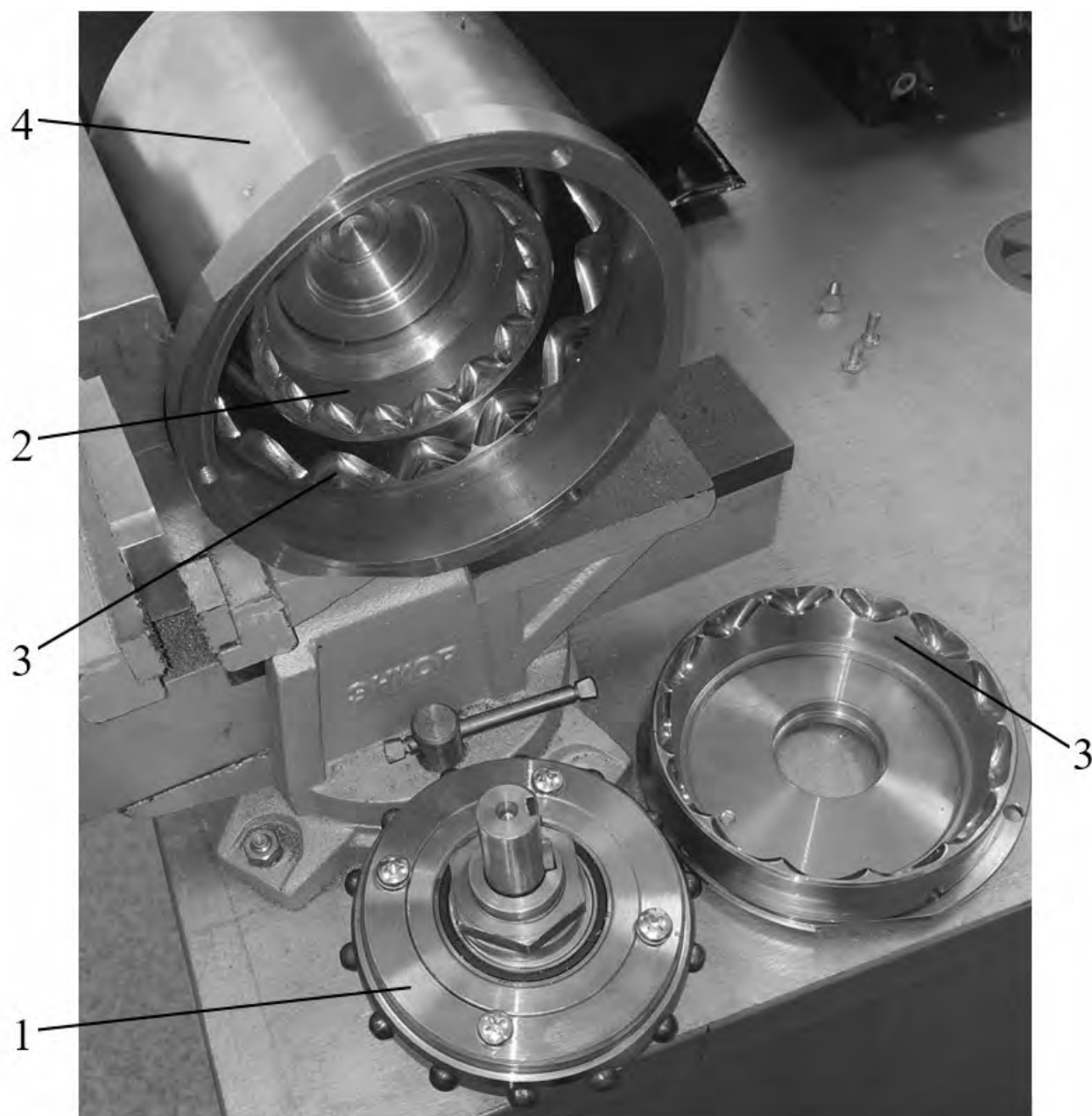
Общее передаточное отношение механической части привода – 844,8. Масса привода – 6,7 кг. Габариты привода: 360 мм × 175 мм × 145 мм. Апробация привода, подтвердившая его работоспособность, была проведена в лаборатории кафедры «Основы проектирования машин» Белорусско-Российского университета (рисунок 4.26, в).

Согласно договору о научно-техническом сотрудничестве между ООО «ФлагманБус» и Белорусско-Российским университетом от 07.10.2019 г., ООО «ФлагманБус» был проведен анализ возможности использования результатов научных исследований в производственном процессе ремонта и технической эксплуатации транспортных средств. При апробации привода в производственных условиях был поднят груз массой 86 кг. Частота вращения вала барабана составила 3,32 об/мин, скорость перемещения груза – 0,012 м/с.

ООО «ФлагманБус» был передан комплект конструкторской документации ЯЛКД 771.00.000 на опытный образец сферической роликовой передачи. По результатам эксплуатационных испытаний подтверждена возможность применения привода в производстве. Положительно отмечена также возможность использования привода от электросети автомобиля. Предложены пути дальнейшего совершенствования конструкции привода, включающие возможность отключения редукторной части привода для быстрой намотки и размотки троса и применение в приводе двигателя большей мощности для повышения грузоподъемности.

Разработанный мотор-редуктор с СРП применялся также в приводе автомобильного ромбического домкрата [158].

На основе СРП с двухрядным сателлитом был разработан мотор-редуктор (рисунки 4.27 и 4.28). В СРП реализована первая силовая схема, обеспечено передаточное отношение $i_{12}^{(3)} = 105$.



1 – ведущий вал с сателлитом, установленным на подшипниках; 2 – ведомый вал с ведомым кулачком; 3 – кулачки, закрепленные в корпусе, образующие неподвижную беговую дорожку; 4 – корпус

Рисунок 4.27 – Основные элементы редукторного узла мотор-редуктора

Диаметр корпуса редуктора – 146 мм, масса редуктора – 4,69 кг. За счет фрезерования частей поверхности корпуса обеспечена высота центров редуктора 70 мм и возможность соединения с асинхронным электродвигателем АИРЕ 74С1У3. Номинальная частота вращения вала двигателя – 1340 мин^{-1} . При мощности 0,75 кВт двигатель обеспечивает вращающий момент на валу 5,35 Н·м при номинальном режиме работы.

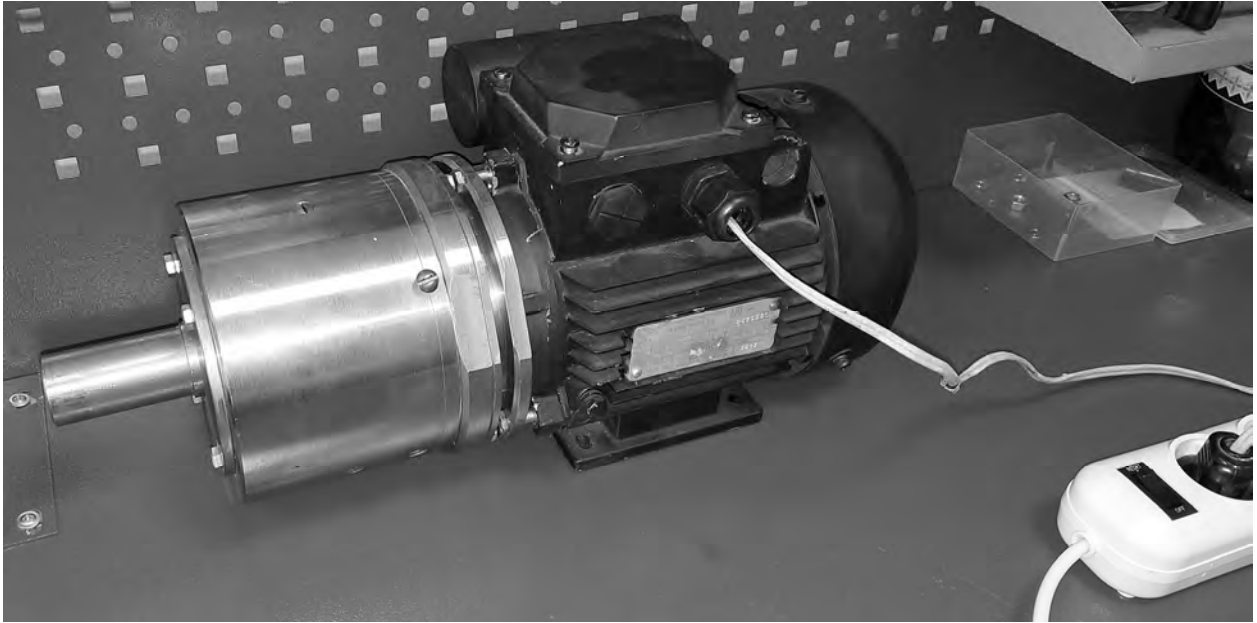
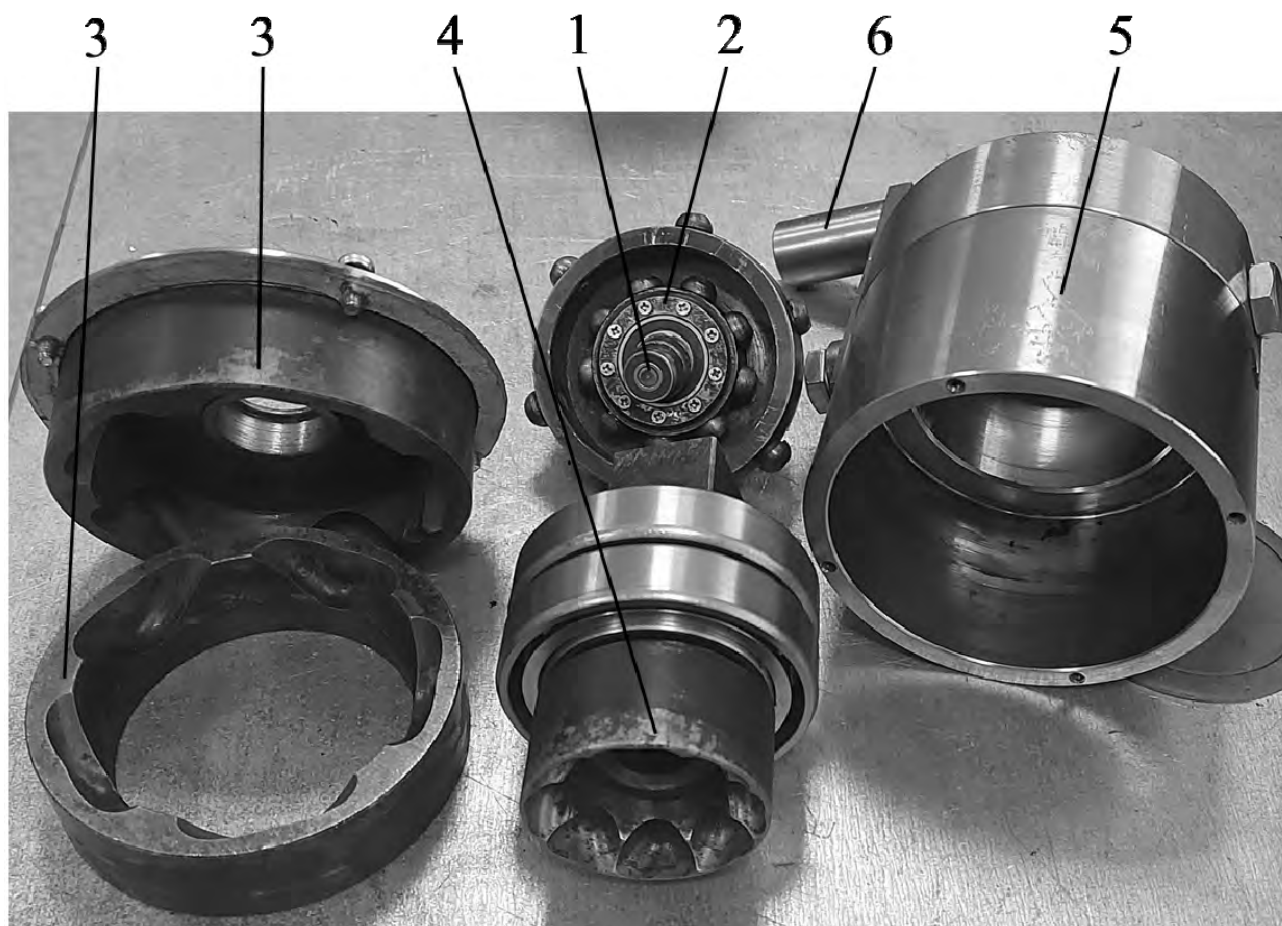


Рисунок 4.28 – Общий вид мотор-редуктора с СРП

Мотор-редуктор был испытан на стенде для определения КПД в Лаборатории испытаний механических приводных систем Белорусско-Российского университета. При частоте вращения ведомого вала $n_2 = 12,8 \text{ мин}^{-1}$ он обеспечил передачу момента $T_2 = 348 \text{ Н}\cdot\text{м}$, что соответствует среднему расчетному КПД $\eta = 0,62$. Результат является удовлетворительным для экспериментального образца с учетом передаточного отношения и изготовления деталей с 8–10 степенями точности. Полученный КПД СРП близок к КПД планетарных зубчатых передач с двухвенцовым сателлитом (0,65) при сопоставимом передаточном отношении, равном 100 [5]. Установлен максимальный номинальный передаваемый момент $T_{2\text{max}} = 50,394 \text{ Н}\cdot\text{м}$. При массе $m = 4,69 \text{ кг}$ показатель $\gamma = 0,093 \text{ кг}/(\text{Н}\cdot\text{м})$, что соответствует высокому техническому уровню редуктора.

Мотор-редуктор используется в Белорусско-Российском университете в качестве выставочного экспоната, наглядного пособия в учебном процессе по дисциплине «Детали машин» для студентов машиностроительного факультета. Предполагается его последующее применение для нужд хозяйственного отдела Белорусско-Российского университета в приводах технологического оборудования.

Еще одним примером практической реализации результатов исследований является разработка механического баллонного ключа с редуктором, созданным на основе СРП с двухрядным сателлитом. Конструктивная схема ключа показана на рисунке 4.25, основные узлы – на рисунке 4.29. Ключ имеет следующие параметры: масса – 3,62 кг, габаритные размеры (без учета размера рукоятки и стопора): 143 мм × 100 мм × 100 мм, передаточное отношение – 16. При расчете передачи предполагались электромеханический привод, вращение ведущего вала с частотой 1600 мин^{-1} и номинальный передаваемый момент на ведомом валу 14 Н·м.

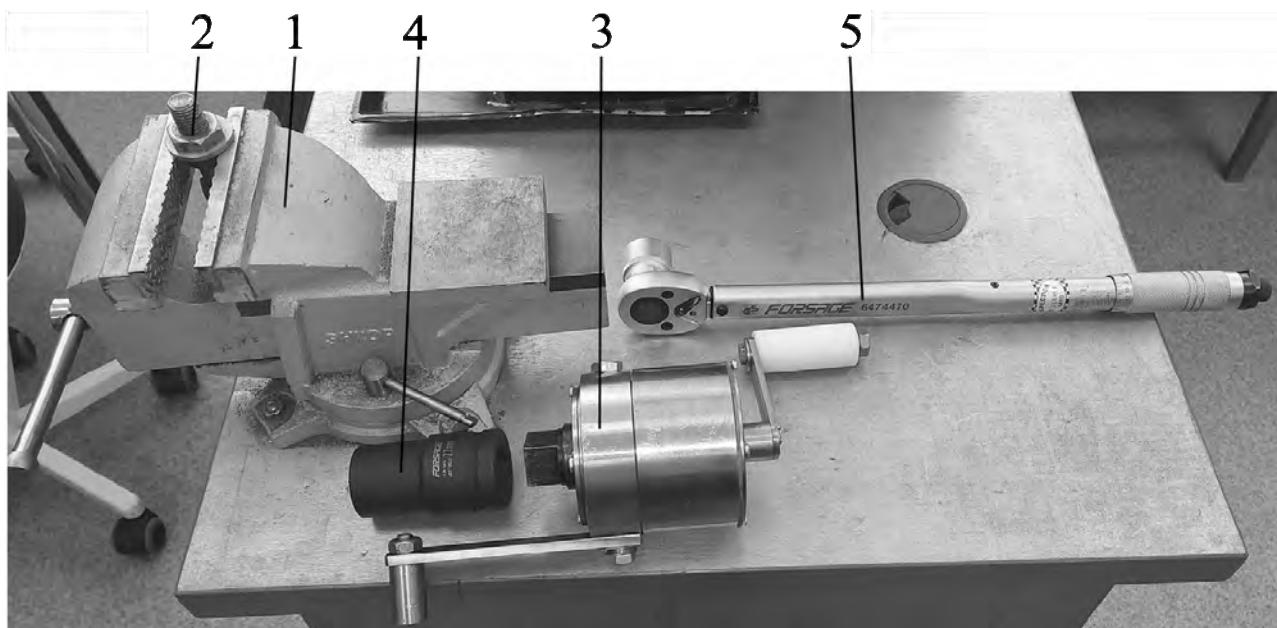


1 – ведущий вал с установленным на нем эксцентриком; 2 – двухрядный сателлит;
3 – наружные кулачки; 4 – ведомый вал с ведомым кулачком; 5 – корпус; 6 – упор

Рисунок 4.29 – Основные узлы баллонного ключа – усилителя момента

Апробация ключа проходила в Лаборатории испытаний механических приводных систем Белорусско-Российского университета по усилию затяжки болтового соединения (рисунок 4.30). Использовался динамометрический ключ FORSAGE (модель 6474470) с диапазоном регулирования момента затяжки 42,9...215,7 Н·м, погрешность измерения составила $\pm 4\%$. С помощью ключа был реализован момент затяжки 82 Н·м. Ключ также был испытан в лаборатории кафедры «Техническая эксплуатация автомобилей» Белорусско-Российского университета. Были произведены демонтаж и сборка резьбовых соединений, крепящих колеса автомобиля ГАЗ-3302 (рисунок 4.31).

Баллонный ключ с СРП был передан для практического применения на предприятие СООО «Дозатор-плюс» (г. Могилев, Беларусь) согласно договору о научно-техническом сотрудничестве от 01.11.2021 г., акту приема-передачи ключа от 04.01.2022 г. Получен акт о практическом использовании результатов исследований от 06.01.2022 г.



1 – тиски; 2 – имитация болтового соединения; 3 – испытываемый ключ; 4 – торцовый ключ-переходник; 5 – динамический ключ

Рисунок 4.30 – Оснастка для испытания баллонного ключа



Рисунок 4.31 – Установка баллонного ключа на колесе автомобиля ГАЗ-3302

Таким образом, по разработанной методике были рассчитаны и спроектированы три передачи с номинальными моментами 14, 20 и 50 Н·м с максимальными диаметрами корпуса 100, 82 и 140 мм соответственно с учетом различных материалов основных деталей и предполагаемым сроком службы от двух до пяти лет. При практической апробации были получены максимальные значения моментов 82, 29 и 348 Н·м соответственно.

Следовательно, с учетом эффекта масштабирования можно определить диапазон номинальных передаваемых моментов для СРП: от 10 до 100 Н·м при диаметре корпуса 60...200 мм. При периодическом использовании СРП максимальные моменты могут достигать 500 Н·м при диаметре корпуса до 200 мм.

4.6 Обоснование экономической эффективности сферической роликовой передачи

Проанализируем возможность внедрения СРП на конкретном примере механического редукторного узла с передаточным отношением 44 в составе мотор-редуктора с двигателем постоянного тока. Для реализации данного передаточного отношения при ограниченных габаритах привода широко распространены и наиболее часто применяются в промышленности (в том числе мотор-редукторах) червячные передачи [159]. Целью исследований являлось проведение сравнительного анализа двух видов механических передач (традиционной и новой) по ряду критериев с обоснованием целесообразности внедрения новой передачи и оценкой эффективности этого внедрения. В качестве критериев рассмотрим два, один из которых характеризует технический уровень, второй – себестоимость изготовления.

Параметры сравниваемых редукторов. Оба редукторных узла имеют одинаковые технические характеристики: спроектированы для передачи номинального момента 20 Н·м, частота вращения ведущего вала – 1350 мин⁻¹, передаточное отношение равно 44. Степень точности изготовления деталей – седьмая. Смазочный материал – гипоидное масло ТАД-17и. Режим работы мотор-редуктора постоянный, средний равновероятный. Предполагаемый срок службы составляет 3 года при эксплуатации 8 ч в день, 255 дней в году.

При расчете червячной передачи первоначально принимался КПД, равный 0,75. После проведения расчетов и определения скорости скольжения он был скорректирован до значения 0,73. При расчете СРП было получено значение КПД, равное 0,76, определенное с учетом приведенного коэффициента трения $f = 0,02$.

Рассмотрим результаты расчетов геометрических параметров червячной передачи типа ЗА по стандартной методике [134], соответствующей ГОСТ 2144–93, а СРП – по методике [155]. Критерием прочности является контактная выносливость зубьев колеса. При расчетах обеспечена допускаемая перегрузка по контактным напряжениям 4,96 % при допускаемых напряжениях 250 МПа. Материал зубьев колеса – бронза БрА9Ж4, материал червяка – сталь 40Х (закалка до 54 HRC, витки шлифованные и полированные), материал остальных деталей – сталь 45. Корпус предполагался сварной, а не литой для сопоставимости результатов. Межосевое расстояние червячной передачи принято $a_w = 40$ мм (при числе заходов червяка, равном единице, коэффициенте диаметра червяка $q = 8$ мм, модуле $m = 1,6$ мм из первого ряда). Максимальный диаметр вершин червячного колеса $d_{ae2} = 73,6$ мм, диаметр вершин червяка $d_{a1} = 16$ мм.

Параметры СРП, спроектированной по разработанному алгоритму: число

периодов беговой дорожки, образованной остановленными кулачками, $Z_3 = 15$, число периодов беговой дорожки ведомого кулачка $Z_2 = 11$. Число роликов наружного ряда сателлита $n_{s3} = 16$, внутреннего ряда сателлита $n_{s2} = 12$. Материал кулачков – сталь 40X (улучшение до твердости 230...260 НВ), роликов – сталь 40ХН (объемная закалка до твердости 48...52 НRC), все остальные детали изготовлены из стали 45. Расчетные контактные напряжения составили $1,551 \cdot 10^3$ МПа, допускаемые напряжения равны $1,54 \cdot 10^3$ МПа, таким образом, перегрузка не превышает 0,8 %.

В системе NX были созданы 3D-модели обоих редукторов (рисунок 4.32). В NX каждой детали червячного редуктора был задан соответствующий материал из библиотеки и были определены массогабаритные показатели редукторов (таблица 4.4). Редуктор с СРП был изготовлен и собран (рисунок 4.33). В таблице 4.4 приведена масса СРП, полученная его прямым взвешиванием.

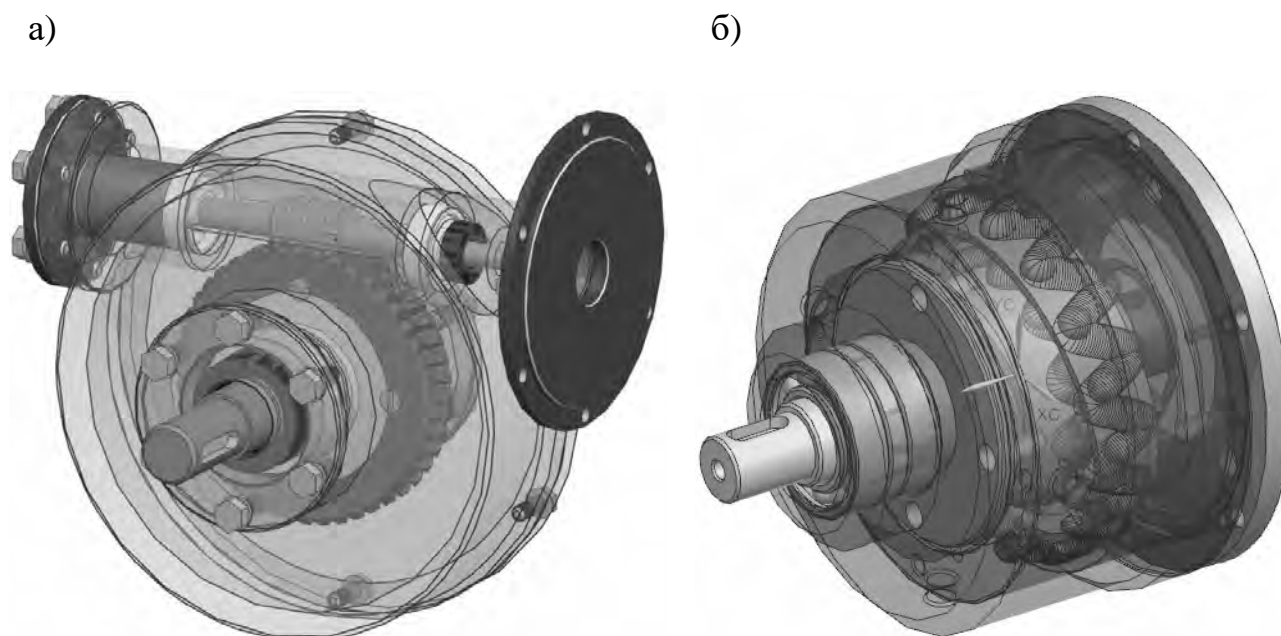


Рисунок 4.32 – Модели сравниваемых редукторных узлов с червячной передачей (а) и с СРП (б)

Таблица 4.4 – Параметры червячной передачи и СРП

Параметр	Традиционный вариант (червячный редуктор)	Предлагаемый вариант (редуктор с СРП)
Масса, кг	3,752	1,762
Габаритные размеры (длина × ширина × высота), мм	146 × 156 × 118	92 × 82 × 82
Материалы для изготовления	Зубчатый венец – бронза марки БрА9Ж4 (0,208 кг). Остальные детали – сталь	Все детали – сталь

а)



б)



а – основные узлы испытываемого редуктора; б – экспериментальный образец редуктора в сборе; 1 – ведущий вал с установленным сателлитом и двумя рядами роликов; 2 – ведомый вал с кулачком; 3 – наружные кулачки, образующие неподвижную беговую дорожку; 4 – корпус

Рисунок 4.33 – Экспериментальный образец редуктора с СРП с двухрядным сателлитом

Технический уровень редуктора оценивают по относительной массе $\gamma = m/T_2$, где m – масса редуктора, кг; T_2 – номинальный момент на ведомом валу, Н·м. Редукторы высокого уровня имеют относительную массу $\gamma = 0,06...0,1$ кг/(Н·м) [12]. Червячные редукторы Ч-80–Ч-160, серийно изготавливаемые в России, имеют показатель $\gamma = 0,071...0,106$ кг/(Н·м); изготавливаемые в Великобритании фирмой Challenge редукторы SMRV 030–150 имеют показатель $\gamma = 0,027...0,050$ кг/(Н·м) [157]. У спроектированного червячного редуктора $\gamma = 0,188$ кг/(Н·м), что соответствует среднему уровню [12]. У редуктора с СРП $\gamma = 0,088$ кг/(Н·м), что соответствует высокому уровню. В [6] приведено значение 0,117 кг/(Н·м), однако за счет усовершенствования конструкции редуктора и снижения массы его корпусных элементов удалось достичь снижения значения данного показателя.

Замена червячного редуктора на СРП позволила снизить массу редукторной части мотор-редуктора на 53 %. Сопоставляя максимальные габаритные размеры, можно также сделать вывод о том, что указанная замена позволила уменьшить габариты редуктора на 30 %...40 %.

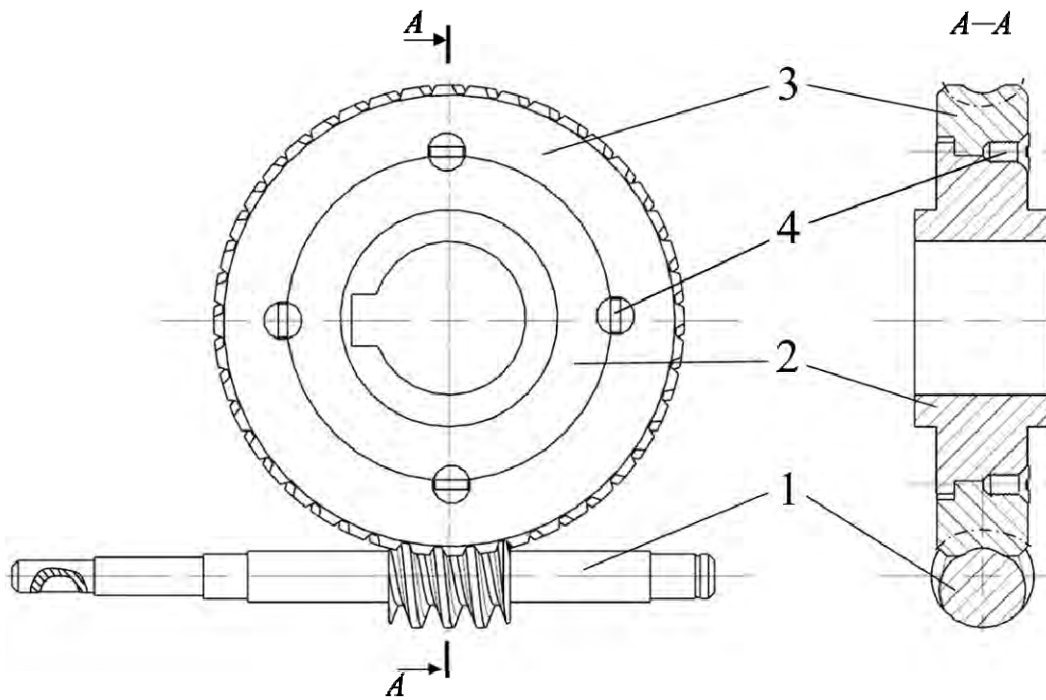
Оценка технологичности изготовления и стоимости материалов.

Проведем сравнительный анализ материалов, технологий, оборудования и инструмента, используемых при изготовлении передач обоих типов. При этом приняты следующие допущения.

1 Предполагалось мелкосерийное производство (партия редукторов – 50 шт.) силами неспециализированных предприятий с использованием станков с ЧПУ.

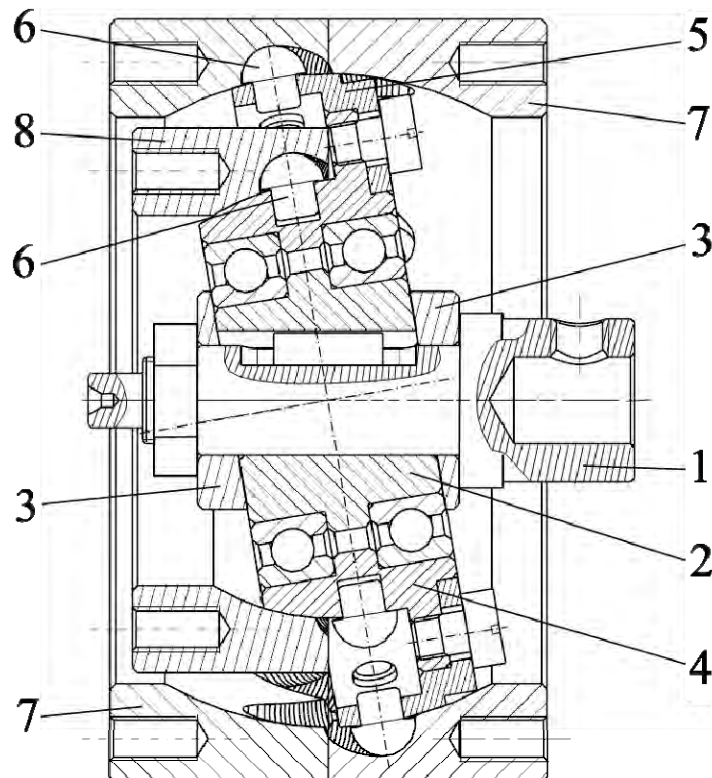
2 Рассматривалось изготовление только основных деталей передач. Корпус и крышки не учитывались, т. к. они могут быть спроектированы многовариантно. Предполагалось, что материалы и точность изготовления этих деталей для обоих вариантов, а соответственно, трудоемкость и затраты на их изготовление сопоставимы. При этом цилиндрический корпус СРП изготавливается на станках с ЧПУ токарной группы, а корпус червячной передачи предполагает изготовление отдельно двух частей и операцию сварки. Не принимались во внимание затраты на изготовление ведущего и ведомого валов двух передач, предполагалась одинаковая трудоемкость их изготовления, при этом червяк изготавливался заодно с ведущим валом и учитывался как одна деталь. Также не принимались во внимание стандартные изделия: подшипники, винты (кроме нестандартных), гайки, шайбы, манжеты. Несмотря на то, что их номенклатура может отличаться для двух вариантов редукторных узлов, стоимость стандартных изделий малого размера незначительна по сравнению с другими затратами.

Основные детали червячной передачи показаны на рисунке 4.34, детали СРП – на рисунке 4.35. Общее количество деталей для червячной передачи – 7 (по номенклатуре – 4), для СРП – 36 (по номенклатуре – 7). У червячной передачи учитывались также нестандартные установочные винты без головки с пазом под отвертку. При использовании стандартных винтов их головки пришлось бы срезать после затяжки и раскернить торцы, что добавило бы дополнительную операцию при изготовлении.



1 – червяк; 2 – ступица червячного колеса; 3 – зубчатый венец червячного колеса;
4 – установочный винт

Рисунок 4.34 – Основные детали червячной передачи



1 – ведущий вал (не учитывался при сравнительном анализе); 2 – эксцентрик;
3 – косая шайба (2 шт.); 4 – внутренняя часть сателлита; 5 – наружная часть сателлита;
6 – ролики (28 шт.); 7 – остановленный кулачок (2 шт.); 8 – ведомый кулачок

Рисунок 4.35 – Основные детали СРП

Стоимость материалов деталей для обоих редукторов определялась согласно данным, приведенным в [160]. Для всех основных деталей обоих редукторов использовалась сталь 40Х, за исключением материалов венца червячного колеса (бронза БрАЖ-9-6) и установочных винтов червячного колеса (конструкционная сталь Ст3). Стоимость изготовления комплекта основных деталей червячного редуктора составила 22,05 BYN, стоимость комплекта основных деталей СРП – 4,5 BYN. С учетом объемов деталей, найденных по твердотельным моделям в системе NX, стоимость червячного редуктора будет практически в 5 раз выше, чем редуктора на основе СРП, при диаметрах корпуса 80...200 мм.

Для возможности сравнения редукторов различных типоразмеров принимались эмпирически установленные пропорции диаметров венца и ступицы [134]. Для рассматриваемого примера, с учетом небольших размеров червячного колеса, целесообразно было бы делать его цельным из бронзы, что еще более увеличило бы расходы на материалы.

При оценке трудоемкости изготовления деталей передач разрабатывался технологический процесс для каждой детали, учитывались модели оборудования, машинное время обработки, разряд и заработная плата рабочего, расходуемая электроэнергия. Использовался следующий станочный парк: ручной ленточнопильный станок OPTIsaw S181G, токарный станок с ЧПУ СК6140А, электроэрозионный станок DK7725, полуавтомат зубофрезерный GBCH-332CNC26 (для червячной передачи), широкоуниверсальный фрезерный станок JUM-1464 DRO, фрезерный обрабатывающий центр HAAS Super Mini Mill (для изготовления беговых дорожек на кулачках и для изготовления червяка), круглошлифовальный станок 3A151 (для шлифования витков червяка).

Тарифы на электроэнергию принимались по [161]: 0,287 BYN / кВт·ч. Минимальная заработная плата для расчета часовой оплаты труда принималась равной 400 BYN.

По результатам анализа установлено, что затраты на механическую обработку червячного редуктора составят 6,65 BYN, затраты на изготовление основных деталей СРП – 28,19 BYN. Таким образом, в изготовлении СРП дороже в 4,2 раза.

Отдельно рассчитывались расходы на режущий инструмент. Стоимость одного комплекта инструмента для СРП – 1403,60 BYN, для червячной передачи – 1607,16 BYN.

Экономическая эффективность внедрения партии сферических роликовых передач с двухрядным сателлитом в количестве 50 шт. составила 29,95 BYN. Общая стоимость одного комплекта основных деталей 1 шт. СРП – 1436,29 BYN, стоимость комплекта деталей 1 шт. червячного редуктора – 1635,86 BYN. Таким образом, внедрение СРП позволяет получить экономический эффект 199,57 BYN на единицу продукции [162].

Заключение

На основе проведенного анализа конструкций передаточных механизмов сферического типа и классификации планетарных передач В. Н. Кудрявцева разработана классификационная схема сферических ППТК, отличающаяся разделением передач по количеству звеньев, контактирующих с телами качения, виду геометрического замыкания высших кинематических пар, образуемых телами качения, и фиксации тел качения относительно одного из элементов, позволившая установить перспективные группы механизмов для реализации востребованного диапазона передаточных отношений 16...200, обеспечивающие максимальные нагрузочную способность и КПД с радиальными размерами, не превышающими 200 мм. К ним относятся двухконтактные СРП, спроектированные по схеме $2k-h$, ролики которых размещены в двух рядах, расположенных коаксиально, с осями, зафиксированными относительно сателлита, с двухсторонним геометрическим замыканием высших кинематических пар, образованных роликами с замкнутыми периодическими беговыми дорожками, при этом центр масс сателлита расположен на оси передачи и совпадает с центром, относительно которого он совершает сферическое движение.

Разработана и теоретически обоснована конструктивная схема СРП, отличающаяся коаксиальным расположением двух рядов роликов на сателлите, которые торцами сферической формы контактируют с периодическими беговыми дорожками остановленных и ведомого кулачков передачи, с возможностью вращения относительно собственных осей, что позволяет увеличить долю тел качения, одновременно передающих нагрузку, до 100 % от их общего числа – в наружном ряду и до 50 % – во внутреннем, на 50 %...150 % снизить удельные нагрузки в зацеплении по сравнению с цилиндрической формой торцов роликов, повысить средний КПД с 0,28...0,32 до 0,70...0,72 (для редукторов с передаточными отношениями 78...85) с учетом снижения приведенного коэффициента трения с 0,15 до 0,02 соответственно, снизить динамические нагрузки до 0,7 %...1,3 % от сил, действующих в зацеплении.

На основе разработанной модели передачи получены параметрические уравнения беговых дорожек, расположенных на сферической поверхности, включающие ее радиус R , угол наклона кривошипа ведущего вала Θ , число периодов Z и центральный угол φ ($\varphi = 0...2\cdot\pi$). Применение беговых дорожек, выполненных по таким кривым, позволило снизить амплитуду колебаний мгновенного передаточного отношения СРП на 38 %...43 %, тем самым повысить кинематическую точность передачи, снизить скорости скольжения, по сравнению с червячными передачами, на 35 %...55 % и повысить КПД при частотах вращения ведущего вала 1000...3000 мин⁻¹, создать управляющие программы для изготовления беговых дорожек на станках с ЧПУ сферическими фрезами.

На основе анализа модели силового взаимодействия получены зависимости сил в зацеплении и среднего КПД от числа периодов беговых дорожек Z_j , радиусов основных сфер R_j , угла наклона кривошипа ведущего

вала Θ и приведенных коэффициентов трения f в контакте поверхностей для двух возможных силовых схем (при $Z_2 > Z_3$ или $Z_3 > Z_2$). Установлено, что увеличение разницы чисел периодов беговых дорожек от единицы до двух-трех позволяет повысить КПД передачи на 8 %...10 % при одинаковых передаточных отношениях. Определены значения угла $\Theta = 0,07...0,34$ рад, обеспечивающие минимальные потери мощности при передаточных отношениях 16...200. Теоретически установлен и результатами компьютерного моделирования подтвержден основной критерий надежности СРП – контактная прочность поверхности беговой дорожки ведомого кулачка. Исходя из контактной теории получены минимально допустимые значения радиуса сферической поверхности ролика $r_s = 5,2...6,3$ мм при $\Theta = 0,125...0,185$ рад, обеспечивающие максимальную нагрузочную способность и контактную выносливость. Установлено, что для обеспечения максимальной нагрузочной способности при уменьшении радиуса r_s с 6 до 2 мм при заданных радиальных габаритах передачи угол Θ необходимо увеличивать с 0,08 до 0,28 рад соответственно.

Результатами испытаний экспериментальных образцов редукторов и мотор-редукторов с СРП подтверждены теоретические зависимости для оценки среднего КПД и установлено среднее значение приведенного коэффициента трения $f = 0,02$ в зацеплении. Средний КПД составил 0,82 и 0,62 при передаточных отношениях 44 и 105, что сравнимо с КПД червячных и планетарных зубчатых передач при аналогичных передаточных отношениях. Экспериментально установлено, что на постоянство КПД опытного образца исследуемой передачи наибольшее влияние оказывает погрешность шага установки роликов внутреннего ряда, на кинематическую точность (стабильность передаточного отношения) – погрешность изготовления и установки ведомого вала, а наибольшее температурное нагружение испытывает узел ведущего вала СРП, включающий сам вал, эксцентрик и сборный двухрядный сателлит, установленный на подшипниках качения. Результатами экспериментов определены рекомендуемые частоты вращения ведущего вала, близкие к 1000 мин^{-1} , при которых обеспечивается максимальный КПД, и доказано, что разработанный редуктор по уровню шума (корректированная звуковая мощность составила 78...87 дБА при частоте вращения ведущего вала $n_1 = 1500 \text{ мин}^{-1}$) удовлетворяет требованиям, предъявляемым к серийно изготавливаемым мотор-редукторам с зубчатыми передачами, элементы зацепления которых изготовлены по 8 и 9 степеням точности.

На основе проведенных теоретических и экспериментальных исследований разработана методика расчета и проектирования сферических роликовых передач, отличающаяся учетом совместного влияния числа роликов, одновременно передающих нагрузку, и геометрических параметров зацепления на нагрузочную способность, позволяющая определить рациональные геометрические параметры основных элементов передачи, обеспечивающие максимальные передаваемый момент и КПД при заданных радиальных габаритах исходя из условия контактной прочности передачи. Разработанная методика позволяет рассчитывать и проектировать редукторы высокого

технического уровня по критерию массы, отнесенной к передаваемому моменту, 0,088...0,093 кг/(Н·м).

Разработан ряд механизмов на основе СРП с двухрядным сателлитом, включающих редуктор для привода тяговой лебедки с передаточным отношением 44 и конструкторскую документацию ЯЛКД 771.00.000 на его изготовление, редуктор баллонного ключа с передаточным отношением 16, по своим массовым и габаритным характеристикам сопоставимых с червячными редукторами, но имеющих меньшие габаритные размеры. Разработана СРП с передаточным отношением 105 для мотор-редуктора с асинхронным электродвигателем со средним КПД 0,62, сопоставимым с КПД зубчатых планетарных передач с двухрядным сателлитом.

Результаты исследований могут быть применены при проектировании малогабаритных приводных систем (с максимальным диаметром корпуса до 200 мм) с широким диапазоном значений передаточных отношений (16...200), при этом диапазон передаваемых моментов составляет до 100 Н·м при постоянном режиме работы и до 500 Н·м при периодическом использовании с частотой вращения ведущего вала до 3000 мин⁻¹. В указанных условиях сферические роликовые передачи способны заменить червячные и планетарные зубчатые передачи, а также передачи других типов. Рассчитанный экономический эффект при замене червячной передачи на СРП за счет снижения расходов на изготовление и материалы в условиях мелкосерийного производства на неспециализированном предприятии с использованием станков с ЧПУ составил 199,57 BYN на единицу продукции и 29,95 BYN при изготовлении партии редукторов 50 шт. (по состоянию цен на август 2021 г.). Разработанные конструкции передач имеют техническую новизну, защищены патентами на изобретения и могут использоваться разработчиками редукторной техники на машиностроительных предприятиях.

Результаты исследований прошли промышленную апробацию и внедрены в производство на предприятиях ООО «ФлагманБус» (привод тяговой лебедки) и ООО «Дозатор-плюс» (баллонный ключ). Методика расчета и проектирования СРП и экспериментальные образцы редукторов внедрены и используются в учебном процессе Белорусско-Российского университета. Теоретические основы методики СРП во многом базируются на результатах, полученных учеными Могилевской научной школы исследователей передач с промежуточными телами качения (приложение Б).

Список литературы

1 **Коробко, Г. И.** Автоматизированные электроприводы объектов водного транспорта : методическое пособие / Г. И. Коробко, В. В. Лебедев. – Нижний Новгород : ФГБОУ ВО «ВГУВТ», 2016. – 32 с.

2 Перспективы развития технологии и рынка приводных решений: куда движется привод [Электронный ресурс] / С. А. Алексанин [и др.] // Современные технологии управления. – 2013. – № 11 (35). – Режим доступа: <http://sovman.ru/article/3501/>. – Дата доступа: 09.06.2020.

3 Global Industrial Robot Speed Reducer (RV & Harmonic) Market Outlook to 2025: Focus on the Chinese Industry [Electronic resource] // Research And Markets. The World's Largest Market Research Store. – Mode of access: <https://www.researchandmarkets.com/reports/4791057/global-and-china-industrial-robot-speed-reducer>. – Date of access: 09.06.2020.

4 Гибкие производственные системы, промышленные роботы, робототехнические комплексы: практическое пособие : в 14 кн. / О. П. Михайлов [и др.]; под ред. Б. И. Черпакова. – Москва : Высшая школа, 1989. – Кн. 14 : Современный электропривод станков и промышленных роботов. – 111 с.

5 **Решетов, Д. Н.** Детали машин: учебник / Д. Н. Решетов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Машиностроение, 1989. – 496 с.

6 **Лустенков, М. Е.** Совершенствование конструкций сферических передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. – Минск: ГНУ ОИМ НАН Беларуси, 2018. – Вып. 7. – С. 195–198.

7 **Кудрявцев, В. Н.** Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – Москва : Машиностроение, 1966. – 308 с.

8 **Заблонский, К. И.** Встроенные редукторы / К. И. Заблонский, А. Е. Шустер. – Киев: Техника, 1969. – 176 с.

9 **Бостан, И. А.** Планетарные прецессионные передачи с многопарным зацеплением / И. А. Бостан. – Кишинев: Штиинца, 1991. – 356 с.

10 Серия SHG от Harmonic Drive – редукторы для роботов! [Электронный ресурс] // Ави Солюшенс. – Режим доступа: <https://avi-solutions.com/library/statyi/seriya-shg-reduktory-dlya-robotov/>. – Дата доступа: 09.06.2020.

11 **Yunhong, M.** Mathematical Modeling of The Transmission Performance of 2K-H Pin Cycloid Planetary Mechanism / M. Yunhong, W. Changlin, L. Liping // Mechanism and Machine Theory. – 2007. – Vol. 42, iss. 7. – P. 776–790.

12 Проектирование механических передач: учебное пособие / С. А. Чернавский [и др.]. – 7-е изд., перераб. и доп. – Москва: ИНФРА-М, 2013. – 536 с.

13 Редукторы и мотор-редукторы общепромышленные [Электронный ресурс] // ЗАО «Белробот». – Режим доступа: http://belrobot.by/section/selected_section:v:109.htm. – Дата доступа: 09.06.2020.

14 Редукторы [Электронный ресурс] // ОАО «ТАИМ». – Режим доступа: <https://taim.by/WebSite/Products/%D0%A0%D0%B5%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%8B>. – Дата доступа: 09.06.2016.

15 Продукция [Электронный ресурс] // ОАО «Молодечненский станкостроительный завод». – Режим доступа: <http://www.mcz.by/produkcija.html>. – Дата доступа: 09.06.2020.

16 **Лустенков, М. Е.** Исследование рынка редукторов в Республике Беларусь / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // История, философия, политика, право: сб. науч. тр. / Могилевский гос. ун-т продовольствия, БИП – Институт правоведения ; редкол. : В. Д. Выборный, А. А. Скикевич, В. В. Юдин. – Могилев, 2012. – Вып. 2. – С. 74–78.

17 Reduction Gears [Electronic resource] // Spinea. – Mode of access: <http://www.spinea.sk/products/twinspace>. – Date of access: 09.06.2016.

18 Редуктор серии DRIVE 6000 [Электронный ресурс] // Sumitomo (SHI) Cyclo Drive Germany. – Режим доступа: [http://www.sumitomo-drive.ru/pdf/K-CycloDrive6000\(RUS\).pdf](http://www.sumitomo-drive.ru/pdf/K-CycloDrive6000(RUS).pdf). – Дата доступа: 09.06.2020.

19 **Парубец, В. Н.** Состояние, тенденции и пути развития российского редукторного рынка в 2020-м году [Электронный ресурс] / В. Н. Парубец // НТЦ «Редуктор». Главная. Колонка гендиректора. – Режим доступа: <https://reduktorntc.ru/kolonka-gendirektora/sostoyanie-tendentsii-i-puti-razvitiya-rossijskogo-reduktornogo-rynka-v-2020-m-godu/>. – Дата доступа: 15.07.2020.

20 **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности: [монография] / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.

21 Exzentergetriebe fur Ubersetzung von Drehbewegungen: pat. DE 354350 / A. Jansen. – Publ. date 08.06.1922.

22 Gearless Planetary Transmission: pat. US 1449352 / F. W. Seeck. – Publ. date 20.03.1923.

23 Epicyclic Ball Transmission: pat. US 1735616 / G. S. Morison. – Publ. date 12.11.1929.

24 Ball Transmission: pat. US 1738662 / G. S. Morison. – Publ. date 10.12.1929.

25 Differential Gear for Self-Propelled Vehicles: pat. US 1689285 / H. Knab. – Publ. date 30.10.1928.

26 **Панкратов, Э. Н.** Волновые редукторы с промежуточными звеньями / Э. Н. Панкратов, В. В. Шумский, С. В. Лушников // Бурение и нефть. – 2003. – № 2. – С. 26–27.

27 **An I-Kan.** Determination of Basic Parameters of The Wave Gearings with Intermediaterolling Bodies / An I-Kan, D. V. Belyaev, V. V. Stuzhuk // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. – 2017. – № 87 (082002). – P. 1–9.

28 **Yil, Y.** Teeth Profile Parameter Design and Transmission Property Analysis of External Generating Wave Movable Teeth / Y. Yi1, Y. Gao, R. Wei, H. Jin // The Journal of Engineering. – 2019. – Iss. 13. – P. 299–305.

29 **Нагорный, А. И.** Коэффициент полезного действия роликовых передач // Решение некоторых физико-технических задач : сб. науч. ст. – Днепропетровск : ДГУ, 1972. – С. 28–32.

30 *Zykloiden-Stufen-Planergetriebe*: pat. DE 19722399 / R. Braren. – Publ. date 03.12.1998.

31 **Ефременков, Е. А.** Разработка и проектирование передач с промежуточными телами качения нового вида / Е. А. Ефременков // Изв. Том. политехн. ун-та. – 2005. – Т. 308, № 1. – С. 131–135.

32 **Efremenkov, E. A.** Power Parameters Automated Calculation for Transmission with Intermediate Rolling Bodies and Free Cage / E. A. Efremenkov, E. Bonnard // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 795. – 6 p.

33 **Xu, L.** Two-step Sine Movable Tooth Drive / L. Xu, W. Song, R. Li // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2017. – Vol. 9 (6). – P. 1–9.

34 *Pancake Planetary Drive* : pat. US 4282777 / H. Ruffel, T. J. Black, Jr. – Publ. date 11.08.1981.

35 **Лустенков, М. Е.** Теория, расчет и проектирование энергоэффективных механических передач с составными промежуточными телами качения : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / М. Е. Лустенков. – Минск, 2014. – 307 л.

36 **Xu, L.** Relative Velocity and Meshing Efficiency for A Novel Planar Ball Reducer / L. Xu, X. Yang // *Mechanism and Machine Theory*. – 2021. – 155 (2021) 104057. – P. 1–15.

37 *Improvements in Variable Speed Mechanism*: pat. UK 257052 / S. E. Scott. – Publ. date 26.08.1926.

38 *Планетарен сачмен редуктор*: а. с. BGR 13751 / В. К. Киров. – Оpubл. 20.12.1969.

39 *Ausgleichgetriebe fur Kraftfahrzeuge*: pat. DE 801421 / W. Altmann. – Publ. date 08.01.1951.

40 **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы / Р. М. Игнатищев. – Минск: Вышэйшая школа, 1983. – 107 с.

41 **Бубенчиков, А. М.** Математическое моделирование работы эксцентриковой передачи с промежуточными телами качения и самоторможением / А. М. Бубенчиков, Н. Р. Щербаков // Доклады ТУСУР. – 2009. – Ч. 1, № 1 (19). – С. 65–71.

42 **Nam, W. K.** Design of Thin Plate-Type Speed Reducers Using Balls for Robots / W. K. Nam, J. W. Shin, S. H. Oh // *Journal of Mechanical Science and Technology*. – 2013. – № 27. – P. 519–524.

43 **Terada, H.** Motion Analysis of a Reciprocating Motion Type Ball Reducer / H. Terada, T. Masuda, S. Yoshida // Proc. 12th IFTOMM World Congress, Besançon, 18–21 June 2007. – Besançon, 2007. – P. 414–418.

44 **Bara, M.** Designing Aspects of Cylindrical Transmission / M. Bara // ASME Conf. Proc., Chicago, 5–10 Nov. 2006. – Chicago, Illinois, 2006. – P. 75–81.

45 Дифференциальный преобразователь скорости «редуктор – подшипник»: пат. RU 2179272 / В. В. Становской, А. Ф. Шибико, Т. А. Ремнева, А. В. Становской, В. В. Кривошеев. – Оpubл. 10.02.02.

46 **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Геращенко. – Минск: БелНИИНТИ, 1992. – 248 с.: ил.

47 **Лустенков, М. Е.** Планетарные шариковые передачи цилиндрического типа: [монография] / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 123 с.

48 **Прудников, А. П.** Обоснование конструкции и параметров цилиндрической кулачковой роликовой передачи для работы в условиях ограниченных диаметральных размеров: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02. / А. П. Прудников. – Могилев, 2013. – 24 с.

49 **Становской, В. В.** Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы / В. В. Становской, Т. А. Ремнева, С. М. Казакиявичус // Прогрессивные зубчатые передачи: сб. науч. тр. / Новоурал. гос. технолог. ин-т; редкол.: А. Е. Беляев [и др.]. – Новоуральск, 2003. – С. 61–94.

50 **Liu, Q.** Oscillating Gear Transmission with Cosine Shockwave Push Rod / Q. Liu, X. Che, Y. Luo // Journal of Chemical and Pharmaceutical Research. – 2015. – Vol. 7 (3). – P. 1197–1203.

51 **Bai, S.** The Design of Spherical Multilobe-Cam Mechanisms / S. Bai, J. Angeles // Mechanical Engineering Science. – 2009. – Vol. 223. – P. 473–482.

52 **Zhang, L.** An Investigation of Cam-Roller Mechanism Applied in Sphere Cam Engine / L. Zhang, C. Pan, X. Xu, H. Xu, Z. & Zhang // Journal of Central South University. – 2016. – № 23 (4). – P. 825–833.

53 **Горбенко, М. В.** Исследование влияния погрешностей на кинематику и динамику сферической передачи с шариковыми промежуточными телами и выбор рациональных параметров: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / М. В. Горбенко; Том. политехн. ун-т. – Томск, 2000. – 23 с.

54 Articulated Differential Gear, Particularly for Motor Vehicles : pat. US 1946358 / F. Porsche, K. Rabe. – Publ. date 08.04.1932.

55 **Chaudhary, M.** Design of Spherical Cam Mechanism for an Automotive Differential / M. Chaudhary, A. Morozov, J. Angeles // CCToMM Mechanisms, Machines, and Mechatronics (M3) Symposium, 2015. – P. 1–10.

56 Шаровинтовая передача : пат. SU 494550 / В. Н. Стрельников. – Оpubл. 24.04.1951.

57 Планетарная сферическая передача : пат. SU 1025941 / А. А. Рябцев. – Оpubл. 30.06.1983.

58 Планетарная сферическая передача : пат. SU 1381287 / А. А. Рябцев. – Оpubл. 15.03.1988.

59 Регулируемая шаровая планетарная передача: а. с. SU 1348586 / М. Ф. Пашкевич, Г. Е. Каминский. – Оpubл. 30.10.1987.

60 Сферическая планетарная шариковая передача: пат. BY 13767 / М. Е. Лустенков. – Оpubл. 30.10.2010.

61 Сферический планетарный редуктор с телами качения: пат. BY 15035 / М. Е. Лустенков. – Оpubл. 30.10.2011.

62 Сферическая шариковая передача: пат. BY 19741 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.12.2015.

63 Сферическая шариковая передача: пат. ВУ 19964 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.04.2016.

64 **Лустенков, М. Е.** Расчет и проектирование сферических роликовых передач: [монография] / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2017. – 177 с. : ил.

65 Reduction Gear: pat. US 1671496 / W. E. Trumpler. – Publ. date 29.05.1928.

66 **Hong, J.** Kinematic Modeling for the Nutation Drive Based on Screw Theory / J. Hong, L. Yao, W. Ji, Z. Huang // Procedia CIRP. – 2015. – № 36. – P. 123–128.

67 **Frumusanu, G. R.** Technological Solution to Profile and Generate The Teeth of Central Gear for Precessional Gear Drives / G. R. Frumusanu, N. Oancea // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2013. – Vol. 67. – P. 687–699.

68 Ходовая часть автомобиля AUDI A8 [Электронный ресурс] // Pnevma.ru. – Режим доступа: <https://pnevma.ru/bardachok/wpcontent/uploads/2012/05/Ходовая-часть-Audi-A8.pdf>. – Дата доступа: 21.07.2020.

69 Стояночный тормоз с функцией Auto Hold – что это и как работает. Технические особенности и назначение кнопки hold на АКПП [Электронный ресурс] // Pritseper. – Режим доступа: <https://pritseper.ru/stoyanochnyi-tormoz-s-funkciei-auto-hold--chto-eto-i-kak-rabotaet-tehnicheskie.html>. – Дата доступа: 21.07.2020.

70 Прецессионный редуктор : а. с. SU 1677416 / А. И. Бостан, В. Е. Дулгеру. – Оpubл. 15.09.1991.

71 Компьютерное моделирование планетарных прецессионных передач : [монография] / П. Н. Громыко [и др.] ; под общ. ред. П. Н. Громыко. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2007. – 271 с.

72 Планетарная прецессионная передача: пат. ВУ 11078 / П. Н. Громыко, Д. М. Макаревич, С. Д. Макаревич, Л. Г. Доконов. – Оpubл. 30.12.2007.

73 Transmission Mechanism Gear : pat. FR 1440594 / U. Baldanello. – Publ. date 27.05.1966.

74 **Макаревич, Д. М.** Силовой анализ планетарной эксцентриковой передачи типа 2 К-Н / Д. М. Макаревич, П. Н. Громыко, С. Д. Макаревич // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. – 2005. – № 7 (17). – С. 173–180.

75 Сфероидный зубчато-винтовой механизм : пат. SU 109419 / Д. С. Рабинович. – Оpubл. 24.04.1951.

76 **Ta-Shi Lai.** Design and Machining of The Epicycloid Planet Gear of Cycloid Drives / Ta-Shi Lai // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2006. – Vol. 28. – P. 665–670.

77 Сферическая передача: пат. ВУ 22030 / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Оpubл. 30.06.2018.

78 Motion Transmitting Devices : pat. UK 0048593 / J. Craven. – Publ. date 31.03.1982.

79 Gear Mechanism: pat. US 1611981 / W. E. Amberg. – Publ. date 28.12.1926.

80 **Lin, Z.** Dynamic Modal Analysis of Double-Sided Meshing Nutation Drive with Double Circular Arc Spiral Bevel Gears / Z. Lin, L. Yao, Z. Xie // Mechanical Sciences. – 2020. – № 11. – P. 115–123.

81 **Mathur, T. D.** Comprehensive Analysis, Design, and Fabrication of Pericyclic Mechanical Transmission with Straight Bevel Gears / T. D. Mathur // The Pennsylvania State University, The Graduate School, College of Engineering: A Dissertation in Mechanical Engineering (PhD thesis). – 2019. – 216 p.

82 **Crivoi, O.** Mechanisms with Bevel Internal Gears Having a Small Difference in Numbers of Teeth / O. Crivoi, I. Doroftei // The 8th International Conference on Advanced Concepts in Mechanical Engineering, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 444 (052016) – P. 1–6.

83 Kinematics, Efficiency and Dynamic Balancing of a Planetary Gear Train Based on Nutating Bevel Gears / P. Fanghella [et al.] // Mechanics Based Design of Structures and Machines. – 2015. – Vol. 44 (1–2). – P. 72–85.

84 **Tsukanov, O. N.** Electromechanical Drive for Rotary Mechanisms in Spacecraft / O. N. Tsukanov, D. B. Lopatin, E. A. Poluektov // Russian Engineering Research. – 2009. – Т. 29, № 2. – P. 116–118.

85 **Лопатин, Б. А.** Цилиндро-конические зубчатые передачи: [монография] / Б. А. Лопатин, О. Н. Цуканов. – Челябинск: ЮУрГУ, 2005. – 200 с.

86 **Su, Y.** Contact Dynamics Analysis of Nutation Drive with Double Circular-Arc Spiral Bevel Gear Based on Mathematical Modeling and Numerical Simulation / Y. Su, L. Yao, J. Zhang // Mechanical Sciences. – 2021. – № 12. – P. 185–192.

87 **Cai, Y.** Feasibility Analysis of Using Two-Stage Nutation Drive as Joint Reducer for Industrial Robots / Y. Cai, L. Yao, J. Zhang, Z. Hie, J. Hong // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2019. – № 33 (4). – P. 1799–1807.

88 **Huang, D.-j.** Design and Realization of a Novel Magnetic Nutation Drive for Industry Robotic Wrist Reducer / D.-j. Huang, L. Yao, W. Li, J. Zhang // Industrial Robot: An International Journal. – 2017. – Vol. 44, iss. 1. – P. 58–63.

89 **Uzuka, K.** Development of Nutation Motors (4th Report, Development of Small-Sized and High Torque Pneumatic Nutation Motor by The OFW Type Bevel Gears and Principle of Lever) / K. Uzuka, I. Enomoto, K. Suzumori // Trans. Japan Soc. Mech. Eng. – 2007. – Vol. 73 (6). – P. 1731–1737.

90 **Molyneux, W. G.** The Internal Bevel Gear and Its Applications / W. G. Molyneux // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. – 1997. – Vol. 211 (1). – P. 39–61.

91 **Сызранцев, В. Н.** Прецессирующая передача для приводов запорной арматуры нефтегазопроводов и редукторных вставок насосов для добычи тяжелых нефтей / В. Н. Сызранцев, А. А. Пазяк // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2017. – Т. 328, № 2. – С. 15–27.

92 The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery / V. N. Syzrantsev [et al.] // ASME 2015 Power Transmission and Gearing Conference; 23rd Reliability, Stress Analysis, and Failure Prevention Conference. – 2015. – Vol. 10. – P. 1–8.

93 Influence Analysis of System Parameters on Characteristics of The Nutation Drive With Double Circular Arc Spiral Bevel Gears / Y. Cai [et al.] // Forsch Ingenieurwes. – 2017. – Vol. 81. – P. 125–133.

94 Wobble Type Axial Speed Reducer Apparatus : pat. US 4563915 / Tibbals, Jr. – Publ. date 01.07.1983.

95 **Wang, G.** Modeling of Nutation Drive with Rolling Teeth / G. Wang, T. Guan // Applied Mechanics and Materials. – 2009. – № 16–19. – P. 708–712.

96 **Wang, G.** Modeling and Simulation for Nutation Drive with Rolling Teeth / G. Wang, L. Li, H. Guan, T. Guan // Advanced Materials Research. – 2012. – Vol. 538–541 (2012). – P. 470–473.

97 **Маргулис, М. В.** Разработка новых волновых прецессионных передач с телами качения / М. В. Маргулис, Я. О. Гордиенко // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2013. – № 26. – С. 161–168.

98 **Маргулис, М. В.** Методика определения основных параметров силовой волновой передачи с промежуточными телами качения / М. В. Маргулис, А. С. Шайда // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2008. – № 18. – С. 125–128.

99 **Маргулис, М. В.** Анализ напряженно-деформированного состояния основных звеньев волновых прецессионных передач с телами качения в процессе передачи рабочих нагрузок / М. В. Маргулис, Я. О. Гордиенко // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2013. – № 27. – С. 148–158.

100 **Bostan, I.** Elaboration Of The Computational Model Of The Planetary Precessional Transmission / I. Bostan, V. Dulgheru, A. Sochirean // JIDEG – the Soring Journal. – 2010. – Vol. 5, iss. 1. – P. 9–12.

101 **Bostan, I.** Planetary Precessional Transmissions: Synthesis and Generation Technologies / I. Bostan // Power Transmissions, Mechanisms and Machine Science 13: Proc. of the 4-th Int. conf. June 20–23 2012 [editor G. Dobre]. – Sinaia, Romania, 2012. – Vol. XVI. – P. 21–44.

102 Development of an Outer Groove Rotor Type Precession Motion Ball Reducer / H. Terada [et al.] // Proceedings of the 14th IFToMM World Congress, Taiwan : Taipei, 2015. – P. 499–504.

103 Планетарная прецессионная передача : а. с. SU 1427115 / А. И. Бостан, М. Е. Козлов, А. Г. Опря. – Оpubл. 30.09.1988.

104 Motion-Transmitting Mechanism : pat. US 1748907 / B. Vallance. – Publ. date 25.02.1930.

105 Сферическая передача: пат. ВУ 22355 / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Оpubл. 29.10.2018.

106 **Лустенков, М. Е.** Оценка кинематических возможностей и КПД сферической и роликовой передач / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Вестн. машиностроения. – 2019. – № 3. – С. 25–28.

107 **Лустенкова, Е. С.** Сферические механизмы в приводных системах: анализ перспективных конструкций и классификация / Е. С. Лустенкова // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. – Минск: ГНУ ОИМ НАН Беларуси, 2020. – Вып. 9. – С. 64–67.

108 **Лустенкова, Е. С.** Классификационная схема сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Лустенкова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-

техн. конф. молодых ученых, Могилев, 29–30 окт. 2020 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2020. – С. 59.

109 **Lustenkov, M. E.** Planetary Ball Transmissions: Strength Calculations / M. E. Lustenkov // Russian Engineering Research. – 2010. – Vol. 30, № 9. – P. 862–866.

110 **Timofeev, V. Yu.** Determination of Parameters of Rollers of Wave Transmissions with Intermediate Rolling Bodies with Hollow Shaft for Ceokhod / V. Yu. Timofeev, V. V. Aksenov, J. I. Galjamova // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – Vol. 682. – P. 246–250.

111 Исследование конструкции сферической роликовой передачи с двухрядным сателлитом и определение углов подъема беговых дорожек / Е. С. Лустенкова, В. Л. Комар, А. Н. Моисеенко, М. В. Разгонов // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2018. – № 4 (61). – С. 5–14.

112 **Лустенкова, Е. С.** Разработка конструкции и модели сферической роликовой передачи с двухрядным сателлитом / Е. С. Лустенкова, М. В. Разгонов // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 25–26 окт. 2018 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2018. – С. 45–46.

113 Сферическая передача: пат. ВУ 22606 / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Оpubл. 30.06.2019.

114 **Пожбелко, В. И.** Формализация структурного анализа и синтеза механизмов с кинематическими, гибкими и динамическими связями / В. И. Пожбелко // Известия вузов. Машиностроение. – 2006. – № 11. – С. 3–15.

115 **Левитский, Н. И.** Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – Москва : Наука, 1979. – 576 с.

116 Сферическая роликовая передача с двухрядным генератором / И. С. Сазонов, Е. С. Лустенкова, Б. Б. Скарыно, Ю. В. Машин // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 26–27 апр. 2018 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2018. – С. 109.

117 **Лустенкова, Е. С.** Сравнительный анализ структуры сферических передач различных типов / Е. С. Лустенкова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 29–30 окт. 2020 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2020. – С. 60.

118 Сравнительный анализ различных типов центровых кривых кулачковых профилей сферических роликовых передач / М. Е. Лустенков, И. И. Маковецкий, Е. С. Лустенкова, Ю. В. Машин, В. Л. Комар // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 3 (56). – С. 74–82.

119 **Лустенкова, Е. С.** Некоторые аспекты изготовления кулачков сферических роликовых передач / Е. С. Лустенкова // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2019. – № 3 (64). – С. 59–66.

120 **Борисенко, Л. А.** Малогабаритные передаточные механизмы для мехатронных устройств : [монография] / Л. А. Борисенко. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2013. – 187 с.

121 **Сазонов, И. С.** Кинематический анализ сферических роликовых передач / И. С. Сазонов, Е. С. Лустенкова, Ю. В. Машин // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 4 (57). – С. 81–88.

122 **Лойцянский, Л. Г.** Курс теоретической механики: в 2 т. / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье. – Москва : Наука, 1982. – Т. 1. – 352 с.

123 **Лустенков, М. Е.** Сферическая роликовая передача с двухрядным сателлитом: силовые расчеты и определение КПД / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Вестн. Брянского гос. техн. ун-та. – 2019. – № 5. – С. 32–43.

124 **Лустенков, М. Е.** Теоретические и экспериментальные исследования сферических роликовых передач / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Вестн. Ижевского гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 23–27.

125 **Фитцова, Е. С.** Силовой анализ сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2014. – № 4 (45). – С. 92–99.

126 **Иванов, М. Н.** Детали машин: учебник для машиностроительных специальностей вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – 10-е изд., испр. – Москва : Высшая школа, 2006. – 408 с.

127 **Анурьев, В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / В. И. Анурьев; под ред. И. Н. Жестковой. – 9-е изд., перераб. и доп. – Москва : Машиностроение, 2001. – Т. 2. – 912 с.

128 **Фитцова, Е. С.** Определение КПД сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 22–23 окт. 2015 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2015. – С. 53.

129 **Фитцова, Е. С.** Определение коэффициента перекрытия передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 16–17 окт. 2014 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2014. – С. 52.

130 **Биргер, И. А.** Расчет на прочность деталей машин: справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Машиностроение, 1993. – 640 с.

131 **Черменский, О. Н.** Подшипники качения: справочник-каталог / О. Н. Черменский, Н. Н. Федотов. – Москва : Машиностроение, 2003. – 576 с.

132 **Cooper, D. H.** Hertzian Contact-Stress Deformation Coefficients / D. H. Cooper // Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME. – 1969. – № 36. – P. 296–302.

133 Сферические роликовые передачи: расчет на прочность / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова, А. П. Прудников, М. В. Разгонов // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 2 (55). – С. 98–107.

134 **Лустенков, М. Е.** Детали машин: учебное пособие / М. Е. Лустенков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2020. – 258 с. : ил.

135 **Lustenkov, M. E.** Load Capacity of Spherical Roller Transmission with Double-Row Pinion / М. Е. Lustenkov, E. S. Lustenkova // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 795 (2020) 012020. – 6 p.

136 **Бать, М. И.** Теоретическая механика в примерах и задачах : учебное пособие для вузов: в 3 т. // М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 8-е изд., перераб. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – Т. 2. – 640 с.

137 **Lustenkov, M.** Comparative Analysis of Dynamic Characteristics of Spherical and Eccentric Transmissions with a Double-Ring Satellite / М. Lustenkov, I. Khalilov, A. Moiseenko // Advances in Science and Technology. – 2024. – Vol. 148. – P. 103–110.

138 NX для проектирования упрощает и ускоряет процесс разработки изделия [Электронный ресурс] // Siemens Digital Industries Software. – Режим доступа: <https://www.plm.automation.siemens.com/global/ru/products/nx/nx-for-design.html>. – Дата доступа: 09.02.2021.

139 **Lustenkov, M. E.** Spherical Planetary Ball Transmissions: Geometrical Synthesis / М. Е. Lustenkov // OALib Journal. – 2014. – Vol. 1, № 3. – P. 1–8.

140 **Лустенкова, Е. С.** Сравнительный анализ сферических роликовых передач с различными профилями беговых дорожек / Е. С. Лустенкова, Я. Н. Метелица, А. Н. Моисеенко // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2019. – № 2 (63). – С. 23–33.

141 **Фитцова, Е. С.** Оценка уравновешенности сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 30–31 окт. 2013 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2013. – С. 49.

142 **Лустенкова, Е. С.** Компьютерное моделирование кулачковых поверхностей, контактирующих с цилиндрическими роликами / Е. С. Лустенкова, Я. Н. Метелица, В. Л. Комар // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 25–26 апр. 2019 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2019. – С. 93.

143 **Лустенкова, Е. С.** Моделирование кулачковой поверхности сферической передачи, контактирующей с цилиндрическим роликом / Е. С. Лустенкова, Я. Н. Метелица, В. Л. Комар // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 23–24 апр. 2020 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2020. – С. 88.

144 **Лустенкова, Е. С.** Определение оптимальных геометрических параметров сферических роликовых передач по критерию максимального КПД / Е. С. Лустенкова // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2019. – № 4 (65). – С. 34–42.

145 **Лустенкова, Е. С.** Конечно-элементный анализ для оценки прочности основных деталей сферической роликовой передачи / Е. С. Лустенкова // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2021. – № 1 (70). – С. 13–22.

146 **Лустенкова, Е. С.** Оценка прочности сферической роликовой передачи методом конечных элементов / Е. С. Лустенкова // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 22–23 апр. 2021 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2021. – С. 90–91.*

147 **Сазонов, И. С.** Повышение нагрузочной способности и КПД кулачково-роликовых передач: [монография] / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – 163 с. : ил.

148 **Адлер, Ю. П.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – Москва: Наука, 1976. – 279 с.

149 **Пашкевич, В. М.** Научные основы технологии машиностроения. Обработка и анализ экспериментальных данных: учебное пособие / В. М. Пашкевич. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2018. – 236 с. : ил.

150 **Lustenkova, E. S.** Experimental Estimation of Efficiency and Kinematic Accuracy of a Spherical Roller Transmission / E. S. Lustenkova // *IOP Conf. Series: International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies (MEMT 2020), Tomsk, 26–30th Oct. 2020. – 2021. – Vol. 1118 (2021) 012007. – 6 p.*

151 **Prudnikov, A. P.** Thermal Analysis of Transmission with Intermediate Rolling Bodies / A. P. Prudnikov // *AER-Advances in Engineering Research (AviaENT 2018). – 2018. – Vol. 158. – P. 338–342.*

152 **Лустенкова, Е. С.** Экспериментальная оценка тепловых и шумовых характеристик редуктора со сферической роликовой передачей / Е. С. Лустенкова // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2021. – № 1 (69). – С. 43–50.*

153 **Коварский, Е. М.** Испытания электрических машин / Е. М. Коварский, Ю. И. Янко. – Москва : Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.: ил.

154 **Анурьев, В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / В. И. Анурьев; под ред. И. Н. Жестковой. – 8-е изд., перераб. и доп. – Москва: Машиностроение, 2001. – Т. 3. – 671 с.

155 **Лустенкова, Е. С.** Методика расчета и проектирования сферических роликовых передач с двухрядным сателлитом / Е. С. Лустенкова // *Механика машин, механизмов и материалов. – 2021. – № 2. – С. 18–24.*

156 **Лустенкова, Е. С.** Особенности методики расчета сферической роликовой передачи с двухрядным сателлитом / Е. С. Лустенкова, М. В. Разгонов, Ю. В. Машин // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 25–26 апр. 2019 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2019. – С. 92.*

157 **Лустенков, М. Е.** Ключ для демонтажа ведущих колес грузовых автомобилей ЗИЛ и ГАЗ / М. Е. Лустенков // *Автомобильная промышленность. – 2003. – № 5. – С. 24–25.*

158 **Лустенкова, Е. С.** Установка для испытаний электромеханического привода автомобильного домкрата / Е. С. Лустенкова // *Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-*

техн. конф. молодых ученых, Могилев, 24–25 окт. 2019 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков [и др.]. – Могилев, 2019. – С. 55.

159 **Иванов, А. С.** Конструирование современных мотор-редукторов / А. С. Иванов, С. В. Муркин. – Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. – 147 с.

160 Торговая интернет-площадка b2b-продаж «Пульс цен» [Электронный ресурс] // ООО «ВИЛО РУС». – Режим доступа: <https://pulscen.by>. – Дата доступа: 11.08.2021.

161 Цены (тарифы) на энергоресурсы [Электронный ресурс] : официальный сайт М-ва энергетики Респ. Беларусь. – Режим доступа: <https://minenergo.gov.by/activities/tseny-tarify-na-energoresursy/>. – Дата доступа : 19.07.2021.

162 **Лустенкова, Е. С.** Оценка эффективности внедрения сферических роликовых передач с двухрядным сателлитом / Е. С. Лустенкова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2021. – № 3 (72). – С. 35–45.

163 **Лустенкова, Е. С.** Моделирование работы синусошариковой передачи в системе Siemens NX / Е. С. Лустенкова, С. А. Зыль // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2023. – № 3 (80). – С. 66–75.

164 **Лустенкова, Е. С.** Определение углов подъема беговых дорожек сферических роликовых передач / Е. С. Лустенкова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2023. – № 3 (80). – С. 57–65.

165 **Лустенкова, Е. С.** Динамический анализ сферических роликовых передач / Е. С. Лустенкова // Современные проблемы машиностроения: тр. XIII Междунар. науч.-техн. конф., Томск, 26–30 окт. 2020 г. / Томский политехн. ун-т. – Томск, 2020. – С. 48–49.

Приложение А (справочное)

Пример расчета сферической роликовой передачи

Исходные данные.

Расчитать редуктор на основе СРП для передачи момента $T_2 = 14$ Н·м. Диаметр корпуса редуктора $D_k = 100$ мм. Частота вращения ведущего вала $n_1 = 1600$ мин⁻¹. Требуемая частота вращения ведомого вала $n_2 = 100$ мин⁻¹. Материал кулачков – сталь 12ХНЗА, термообработка – цементация до твердости 58...62 HRC; материал роликов – сталь 18ХГТ, термообработка – цементация, закалка до твердости 60...62 HRC. Материал сателлита и валов – сталь 45 с улучшением до твердости поверхности 220...240 НВ. Смазка – литол 24. Степень точности изготовления основных деталей передачи – 7-я. Режим работы средний равновероятный, ресурс – не менее $80 \cdot 10^7$ циклов (оборотов ведущего вала), что соответствует сроку службы 2 года при постоянной двухсменной работе редуктора.

Расчет передачи.

1 Для сталей модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$. Предел текучести для стали 12ХНЗА и стали 18ХГТ $\sigma_T = 700$ МПа, для стали 45 $\sigma_T = 450$ МПа [134, таблица 2.3].

По [134, таблица 2.4] определяем допускаемые контактные напряжения $[\sigma_H]_2, [\sigma_H]_3, [\sigma_H]_4$ для материалов кулачков и роликов:

$$[\sigma_H] = 23 \cdot \frac{\text{HRC}}{S_H} \cdot Z_N, \quad (\text{A.1})$$

где HRC – твердость поверхности;

S_H – коэффициент безопасности, $S_H = 1,2$ (при поверхностном упрочнении роликов и беговых дорожек);

Z_N – коэффициент долговечности, $Z_N = 1$.

При определении коэффициента Z_N учитывается худший случай при возможном снижении качества материалов, когда эквивалентное число циклов N_{HE} может превысить базовое число циклов N_{GH} . При этом базовое число циклов

$$N_{HG} = 30 \cdot \text{HB}_{m2}^{2,4} = 30 \cdot 650^{2,4} \approx 1,7 \cdot 10^8, \quad (\text{A.2})$$

где HB_{m2} – средняя твердость поверхности беговых дорожек кулачков (60 HRC \approx 650 НВ).

Допускаемые контактные напряжения

$$[\sigma_H]_2 = 23 \cdot \frac{60}{1,2} \cdot 1 = 1150 \text{ МПа}; \quad (\text{A.3})$$

$$[\sigma_H]_3 = [\sigma_H]_2 = 1150 \text{ МПа}; \quad (\text{A.4})$$

$$[\sigma_H]_4 = 23 \cdot \frac{61}{1,2} \cdot 1 = 1169,17 \text{ МПа}. \quad (\text{A.5})$$

В качестве допускаемых контактных напряжений принимаем минимальные значения по формуле (4.10):

$$[\sigma_H] = \min([\sigma_H]_2, [\sigma_H]_3, [\sigma_H]_4) = 1150 \text{ МПа}. \quad (\text{A.6})$$

Допускаемые напряжения смятия в контакте сателлита и роликов определяем по [134, таблица 13.1] как для подвижных шпоночных соединений, по переходной посадке для материала сателлита, как менее прочного: $[\sigma_{см}] = 80 \text{ МПа}$.

Допускаемые напряжения среза $[\tau_s]_4$ для материала роликов принимаем как для болтов, поставленных без зазора, при переменной нагрузке:

$$[\tau_s]_4 = 0,2 \cdot \sigma_T = 0,2 \cdot 700 = 140 \text{ МПа}. \quad (\text{A.7})$$

Определяем допускаемые напряжения кручения для валов $[\tau]$ по [134, с. 112]: $[\tau] = 12 \text{ МПа}$.

2 Принимаем значения коэффициентов трения: в парах между роликами и беговыми дорожками $f = 0,02$, в подшипниках качения $f_b = 0,003$. Таким образом, согласно п. 2 методики, соответствующие углы трения

$$\psi = \text{arctg}(f) = \text{arctg}(0,02) = 0,02 \text{ рад}; \quad (\text{A.8})$$

$$\psi_b = \text{arctg}(f_b) = \text{arctg}(0,003) = 0,003 \text{ рад}. \quad (\text{A.9})$$

3 По рекомендациям методики принимаем конструктивную схему передачи, при которой $R_3 > R_2$. Принимаем первую силовую схему (для условия $Z_2 > Z_3$). Устанавливаем значение передаточного отношения при заданных частотах вращения валов:

$$i_{12}^{(3)} = \text{round}\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = \text{round}\left(\frac{1600}{100}\right) = 16. \quad (\text{A.10})$$

4 С учетом рекомендаций таблицы 4.3 принимаем абсолютную разницу между числами периодов поверхностей ведомого и остановленных

кулачков: $\Delta Z_s = 3$.

Определяем число периодов ведущего кулачка Z_2 по формулам (4.11):

$$\begin{aligned} Z_2 &= \text{round}\left(0,5 \cdot \left(\sqrt{(1 - \Delta Z_s)^2 + 4 \cdot |i_{12}^{(3)}| \cdot \Delta Z_s} + \Delta Z_s - 1\right)\right) = \\ &= \text{round}\left(0,5 \cdot \left(\sqrt{(1 - 3)^2 + 4 \cdot 16 \cdot 3} + 3 - 1\right)\right) = 8 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

и число периодов остановленных кулачков:

$$Z_3 = Z_2 - \Delta Z_s = 8 - 3 = 5. \quad (\text{A.12})$$

Выполняем проверку передаточного отношения по формуле (1.4):

$$i_{12}^{(3)} = \frac{(Z_3 + 1) \cdot Z_2}{Z_2 - Z_3} = \frac{(5 + 1) \cdot 8}{8 - 5} = 16. \quad (\text{A.13})$$

Так как $i_{12}^{(3)}$ совпало с заданным значением (вычисленным по формуле (A.10)), то число периодов дорожек определено верно.

Определяем количество роликов, контактирующих с неподвижными n_{s3} и ведомым n_{s2} кулачками соответственно, по формулам (4.13):

$$n_{s3} = 1 + Z_3 = 1 + 5 = 6; \quad n_{s2} = 1 + Z_2 = 1 + 8 = 9. \quad (\text{A.14})$$

5 Предварительно определяем основные параметры передачи.

Определяем коэффициенты b_1, b_2, b_3, b_4 по формулам (3.46):

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{Z_2 - \Delta Z_s}{Z_2} = \frac{8 - 3}{8} = 0,625; \quad b_2 = \Delta Z_s = 3; \\ b_3 &= Z_2 - \Delta Z_s = 8 - 3 = 5; \quad b_4 = \psi = 0,02. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Таким образом, формула (3.47) для определения КПД в данном случае будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} y(x) &= \frac{b_2 \cdot \sin(\arctg(b_1 \cdot \text{tg}(x)) - b_4) \cdot \sin(x + b_4)}{b_3 \cdot \sin(x - \arctg(b_1 \cdot \text{tg}(x)) + 2 \cdot b_4) \cdot \text{tg}(x)} = \\ &= \frac{3 \cdot \sin(\arctg(0,625 \cdot \text{tg}(x)) - 0,02) \cdot \sin(x + 0,02)}{5 \cdot \sin(x - \arctg(0,625 \cdot \text{tg}(x)) + 2 \cdot 0,02) \cdot \text{tg}(x)}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

В программе Mathcad была составлена программа, текст которой приведен на рисунке А.1.

$$y(x) := \frac{3 \sin(\operatorname{atan}(0.625 \cdot \tan(x)) - 0.02) \cdot \sin(x + 0.02)}{5 \cdot \sin(x - \operatorname{atan}(0.625 \cdot \tan(x)) + 2 \cdot 0.02) \cdot \tan(x)}$$

$$x := 0.1$$

$$\operatorname{Maximize}(y, x) = 0.934$$

Рисунок А.1 – Нахождение максимума функции в системе Mathcad

Примечание – Необходимо верно подобрать начальное приближение параметра x . Можно использовать метод приближений, подставляя вместо x следующие значения: 0; 0,1; 0,2; ...; $\frac{3,14}{2}$, т. к. угол α не может быть больше 90° . Принять максимальное значение $y(x)$, но не больше, чем 1,0.

Таким образом, максимальное значение, которое может принимать данная формула, $y(x) = 0,934$.

Значение угла Θ_{opt} , исходя из полученного максимального значения КПД, по формуле (3.48)

$$\Theta_{opt} = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg}(y(x))}{2 \cdot Z_2} = \frac{3,14 \cdot \operatorname{tg}(0,934)}{2 \cdot 8} = 0,266 \text{ рад.} \quad (\text{A.17})$$

Определяем радиусы основных сфер остановленных R_3 и внутреннего R_2 кулачков соответственно по эмпирическим формулам (4.14):

$$R_3 = 0,35 \cdot D_k = 0,35 \cdot 100 = 35 \text{ мм}; R_2 = 0,53 \cdot R_3 = 0,53 \cdot 35 \approx 19 \text{ мм.} \quad (\text{A.18})$$

Находим значение амплитуды по формуле из подп. 5.2 подразд. 4.4 с округлением до ближайшего числа из ряда предпочтительных размеров:

$$A_3 = \Theta_{opt} \cdot R_3 = 0,266 \cdot 35 \approx 9 \text{ мм.} \quad (\text{A.19})$$

С учетом найденного значения амплитуды уточняем значение угла наклона кривошипа ведущего вала согласно подп. 5.2 подразд. 4.4:

$$\Theta = \frac{A_3}{R_3} = \frac{9}{35} = 0,257 \text{ рад.} \quad (\text{A.20})$$

Радиус сферического участка ролика предварительно определяем по эмпирической формуле (4.15):

$$r_s = 0,14 \cdot R_3 = 0,14 \cdot 35 \approx 5 \text{ мм.} \quad (\text{A.21})$$

Диаметр стержня ролика рассчитываем согласно формуле, приведенной в подп. 5.4 подразд. 4.4:

$$d_{so} = 2 \cdot r_s - 2 = 2 \cdot 5 - 2 = 8 \text{ мм.} \quad (\text{A.22})$$

Определяем длину стержня ролика согласно формуле, приведенной в подп. 5.4 подразд. 4.4. Длина стержня должна быть не менее $l_{so} = r_{so} = 5$ мм. Принимаем минимальное значение с учетом необходимости размещения двух рядов роликов коаксиально и проектирования пояска на ролике для радиального стопорения: $l_{so} = 5$ мм.

Рассчитываем средние значения углов подъема центровых кривых α_{m2} и α_{m3} , а также средний угол подъема условных однопериодных центровых кривых – окружностей, вдоль которых расположены центры масс роликов α_{m1} , по формуле (3.3) с учетом того, что $Z_1 = 1$:

$$\alpha_{m1} = \arctg(0,637 \cdot \Theta) = \arctg(0,637 \cdot 0,257) = 0,162 \text{ рад}; \quad (\text{A.23})$$

$$\alpha_{m2} = \arctg(0,637 \cdot Z_2 \cdot \Theta) = \arctg(0,637 \cdot 8 \cdot 0,257) = 0,919 \text{ рад}; \quad (\text{A.24})$$

$$\alpha_{m3} = \arctg(0,637 \cdot Z_3 \cdot \Theta) = \arctg(0,637 \cdot 5 \cdot 0,257) = 0,686 \text{ рад.} \quad (\text{A.25})$$

Проверяем условия соседства роликов и равнопрочности сателлита для двух рядов тел качения по формуле (4.16):

$$n_{s2} \cdot \arcsin\left(\frac{d_{so}}{2 \cdot (R_2 - l_{so})}\right) = 9 \cdot \arcsin\left(\frac{8}{2 \cdot (19 - 5)}\right) = 2,608 \text{ рад} < \pi; \quad (\text{A.26})$$

$$n_{s3} \cdot \arcsin\left(\frac{d_{so}}{2 \cdot (R_3 - l_{so})}\right) = 6 \cdot \arcsin\left(\frac{8}{2 \cdot (35 - 5)}\right) = 0,802 \text{ рад} < \pi. \quad (\text{A.27})$$

Условия соседства роликов в рядах сателлита выполняются.

Проверяем условия равнопрочности сателлита в соответствии с примечанием к формуле (4.16); левые части выражений (A.26) и (A.27) должны быть меньше $\pi/2 = 1,571$ рад:

$$2,608 \text{ рад} > 1,571 \text{ рад}; \quad 0,802 \text{ рад} < 1,571 \text{ рад.}$$

Первое условие равнопрочности для сателлита с рядом роликов, контактирующих с кулачком ведомого вала, не выполняется. Однако условие равнопрочности является рекомендательным, поэтому расчет продолжаем далее. Впоследствии рекомендуется уточнить обеспечение прочности сателлита.

6 Проводим предварительную оценку КПД.

Средний КПД роликового зацепления по формуле (3.18)

$$\eta_{mt} = \frac{\sin(\alpha_{m3} - \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3}))}{\left| i_{12}^{(3)} \right| \cdot \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} =$$

$$= \frac{\sin(0,686 - 0,02) \cdot \sin(0,919 + 0,02) \cdot (\operatorname{tg}(0,162) + \operatorname{tg}(0,686))}{16 \cdot \sin(0,919 - 0,686 + 2 \cdot 0,02) \cdot \operatorname{tg}(0,162) \cdot \operatorname{tg}(0,686)} = 0,848. \quad (\text{A.28})$$

КПД узла, обеспечивающего установку сателлита на ведущем валу, по формуле (3.12)

$$\eta_{mb} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1} + \psi_b)} = \frac{\operatorname{tg}(0,162)}{\operatorname{tg}(0,162 + 0,003)} = 0,982. \quad (\text{A.29})$$

Общий средний КПД передачи по формуле (3.11)

$$\eta_m = \eta_{mt} \cdot \eta_{mb} = 0,848 \cdot 0,982 = 0,832. \quad (\text{A.30})$$

7 Проводим силовой анализ СРП.

Определяем коэффициент изменения радиуса окружности в сечениях по формуле (3.2):

$$K_{Nsf} = \frac{1}{0,5(1 + \cos(\Theta))} = \frac{1}{0,5(1 + \cos(0,257))} = 1,017. \quad (\text{A.31})$$

Находим коэффициент точности изготовления по формуле из подп. 7.2 подразд. 4.4:

$$K_n = 1,6 - 0,1 \cdot n_{st} = 1,6 - 0,1 \cdot 7 = 0,9 < 1. \quad (\text{A.32})$$

Определяем коэффициенты перекрытия в зависимости от метода замыкания по формуле (3.25):

$$K_{p2} = \left(1 - 0,707 \cdot r_s \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m2}) \cdot \sin(\alpha_{m2}) \cdot (R_2 \cdot \Theta)^{-1} \right) \cdot Z_{s2} =$$

$$= (1 - 0,707 \cdot 5 \cdot \operatorname{tg}(0,919) \cdot \sin(0,919) \cdot (19 \cdot 0,257)^{-1}) \cdot 0,5 = 0,123; \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{aligned} K_{p3} &= \left(1 - 0,707 \cdot r_s \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3}) \cdot \sin(\alpha_{m3}) \cdot (R_j \cdot \Theta)^{-1}\right) \cdot Z_{s3} = \\ &= \left(1 - 0,707 \cdot 5 \cdot \operatorname{tg}(0,686) \cdot \sin(0,686) \cdot (35 \cdot 0,257)^{-1}\right) \cdot 1 = 0,796. \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Находим нормальные силы, действующие на кулачки, по формулам (3.26) и (3.27) для первой силовой схемы:

$$\begin{aligned} N_{m2} &= \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p2} \cdot (R_2 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)} = \\ &= \frac{1,414 \cdot 14 \cdot 1,017 \cdot \cos(0,02)}{0,9 \cdot 0,123 \cdot (19 + 0,707 \cdot 5) \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot \sin(0,919 + 0,02)} = 1107,618 \text{ Н}; \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} N_{m3} &= \frac{1,414 \cdot T_2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)}{K_n \cdot K_{p3} \cdot (R_3 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s3} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \psi)} = \\ &= \frac{1,414 \cdot 14 \cdot 1,017 \cdot \cos(0,02)}{0,9 \cdot 0,796 \cdot (35 + 0,707 \cdot 5) \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot \sin(0,686 - 0,02)} = 196,593 \text{ Н}. \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Из двух сил определяем зависящее от свойств материала максимальное значение нормальной силы, применяемое для последующих прочностных расчетов: $N_{\max} = 1107,618 \text{ Н}$.

8 Определяем геометрические параметры СРП и характеристики материалов для решения контактной задачи.

Согласно рекомендациям [125], принимаем $\Delta r_s = 0,01 \text{ мм}$.

Сумма главных кривизн взаимодействующих тел $\sum \rho$ определяем по формуле (3.33):

$$\sum \rho = \frac{2}{r_s} - \frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R_2 + r_s} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5 + 0,01} - \frac{1}{19 + 5} = 0,159 \text{ мм}. \quad (\text{A.37})$$

Отношение Ω , учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей, определяем по формуле (3.34):

$$\Omega = \frac{\frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R_2 + r_s}}{\sum \rho} = \frac{\frac{1}{5 + 0,01} - \frac{1}{19 + 5}}{0,159} = 0,995. \quad (\text{A.38})$$

Коэффициент ξ_q , зависящий от отношения Ω , рассчитываем по формуле (3.37):

$$\begin{aligned} \xi_q &= 1,017 - 0,826 \cdot 0,995 + 11,254 \cdot 0,995^2 - 67,467 \cdot 0,995^3 + \\ &+ 197,583 \cdot 0,995^4 - 304,129 \cdot 0,995^5 + 235,207 \cdot 0,995^6 - 72,224 \cdot 0,995^7 = \\ &= 0,441. \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

9 Находим минимальный радиус сферической поверхности ролика по формуле (3.43):

$$\begin{aligned} r_{s \min} &= 0,5 \cdot \left(\sqrt{R_2^2 + 28620 \cdot R_2 \cdot N_{\max}^{\frac{1}{2}} \cdot [\sigma_H]^{\frac{3}{2}}} - R_2 \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left(\sqrt{19^2 + 28620 \cdot 19 \cdot 1107,618^{\frac{1}{2}} \cdot 1150^{\frac{3}{2}}} - 19 \right) = 4,862 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

По формуле (3.50) определяем максимально допустимый радиус $r_{s \max}$, обеспечивающий плавность работы СРП:

$$\begin{aligned} r_{s \max} &= \left(1 - \frac{1}{Z_{s2} \cdot n_{s2}} \right) \cdot \frac{R_2 \cdot \Theta}{0,707 \cdot \text{tg}(\alpha_{m2}) \cdot \sin(\alpha_{m2})} = \\ &= \left(1 - \frac{1}{0,5 \cdot 9} \right) \cdot \frac{19 \cdot 0,257}{0,707 \cdot \text{tg}(0,919) \cdot \sin(0,919)} = 5,156 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Окончательно принимаем $r_s = 5$ мм для всех роликов, т. к. $r_{s \min} < r_s < r_{s \max}$. Пересчет остальных геометрических параметров не ведем.

Находим по формуле (3.49) максимальный момент, передаваемый на ведомом валу, при номинальной нагрузке:

$$\begin{aligned} T_{2 \max} &= 1,098 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{[\sigma_H]^3 \cdot K_n \cdot K_{p2} \cdot (R_2 + 0,707 \cdot r_s) \cdot n_{s2} \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi)}{\xi_q^3 \cdot \sum \rho^2 \cdot K_{Nsf} \cdot \cos(\psi)} = \\ &= 1,098 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1150^3 \cdot 0,9 \cdot 0,123 \cdot (19 + 0,707 \cdot 5) \cdot 9 \cdot \sin(0,919 + 0,02)}{0,441^3 \cdot 0,159^2 \cdot 1,017 \cdot \cos(0,02)} = \\ &= 13,807 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

Момент $T_2 = 14 \text{ Н}\cdot\text{м}$ задан по условию. Рассчитанный максимальный момент $T_{2 \max}$ отличается от заданного незначительно. Отклонение 1,38 % (менее 5 %) считаем допустимым и перерасчет не ведем.

10 Определяем вращающие моменты, действующие в передаче. Моменты на ведущем валу T_1 и на корпусе T_3 определяем по формуле из подп. 10 подразд. 4.4:

$$T_1 = \frac{T_2}{i_{12}^{(3)} \cdot \eta_m} = \frac{14}{16 \cdot 0,832} = 1,052 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad (\text{A.43})$$

$$T_3 = T_2 - T_1 = 14 - 1,052 = 12,948 \text{ Н}\cdot\text{м}. \quad (\text{A.44})$$

11 Выполняем проверочные расчеты.

Для стальных деталей принимаем коэффициент, зависящий от свойств материала: $K_{Gs} = 863,6 \text{ МПа}^{2/3}$.

Проверяем выполнение условия контактной прочности по формуле (3.35):

$$\begin{aligned} \sigma_H &= K_{Gs} \cdot \xi_q \cdot \sqrt[3]{N_{m \max} \cdot \sum \rho^2} = 863,6 \cdot 0,441 \cdot \sqrt[3]{1107,618 \cdot 0,159^2} = \\ &= 1155,384 \text{ МПа} > [\sigma_H] = 1150 \text{ МПа}. \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Исходя из последнего неравенства делаем вывод, что расчетные контактные напряжения больше, чем допустимые. Определяем значение перегрузки:

$$\delta = \frac{|[\sigma_H] - \sigma_H|}{[\sigma_H]} \cdot 100 \% = \frac{|1150 - 1155,384|}{1150} \cdot 100 \% = 0,468 \%. \quad (\text{A.46})$$

Очевидно, что значение перегрузки не превышает допускаемые на 5 %. Таким образом, считаем, что условие контактной прочности выполняется.

По формуле (3.39) проверяем выполнение условия прочности на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{0,707 \cdot N_{m \max}}{d_{so} \cdot l_{so}} = \frac{0,707 \cdot 1107,618}{8 \cdot 5} = 19,58 \text{ МПа} < [\sigma_{см}] = 80 \text{ МПа}. \quad (\text{A.47})$$

Условие прочности на смятие выполняется.

Проверяем выполнение условия прочности на срез:

$$\tau_s = \frac{0,9 \cdot N_{m \max}}{d_{so}^2} = \frac{0,9 \cdot 1107,618}{8^2} = 15,581 \text{ МПа} < [\tau_s] = 140 \text{ МПа}. \quad (\text{A.48})$$

Условие прочности на срез выполняется.

12 Рассчитываем дополнительные геометрические параметры деталей

передачи (см. рисунок 4.23).

Наружный диаметр кулачков, устанавливаемых в корпусе, определяем по формуле (4.17):

$$D_{\text{кн3}} = 2 \cdot (R_3 + r_s + \Delta k_c) = 2 \cdot (35 + 5 + 2) = 88 \text{ мм}. \quad (\text{A.49})$$

По формуле (4.18) проверяем выполнение условия:

$$\delta_k = 0,5 \cdot (D_k - D_{c \text{ max}}) = 0,5 \cdot (100 - 88) = 6 \text{ мм} > 5 \text{ мм}. \quad (\text{A.50})$$

Условие выполняется.

Определяем по формуле (4.19) предельные значения внутренних диаметров кулачков:

$$D_{\text{св2 max}} = 2 \cdot R_2 \cdot \cos\left(\Theta + \frac{r_s}{R_2}\right) = 2 \cdot 19 \cdot \cos\left(0,257 + \frac{5}{19}\right) = 32,974 \text{ мм}; \quad (\text{A.51})$$

$$D_{\text{св3 max}} = 2 \cdot R_3 \cdot \cos\left(\Theta + \frac{r_s}{R_3}\right) = 2 \cdot 35 \cdot \cos\left(0,257 + \frac{5}{35}\right) = 64,478 \text{ мм}. \quad (\text{A.52})$$

Принимаем из конструктивных соображений $D_{\text{св2}} = 28 \text{ мм}$, $D_{\text{св3}} = 64 \text{ мм}$.

Рассчитываем средние диаметры валов (ведущего и ведомого) по формуле (8.1) из [134]:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,052 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 12}} = 7,6 \text{ мм}; \quad d_2 = \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{14 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 12}} = 18 \text{ мм}. \quad (\text{A.53})$$

13 Производим расчет соединения ведущего вала с сателлитом (см. рисунок 4.23).

Для соединения ведущего вала с эксцентриком принимаем диаметр ступени вала: $d_1 = 6 \text{ мм}$. Выбираем сегментную шпонку по ГОСТ 24071–79, при этом $t_2 = 1 \text{ мм}$. Принимаем высоту запаса толщины эксцентрика над шпоночным пазом: $\Delta t_2 = 2 \text{ мм}$. Определяем минимальный диаметр эксцентрика по формуле (4.20):

$$d_e = d_1 + 2 \cdot (t_2 + \Delta t_2) = 6 + 2 \cdot (1 + 2) = 12 \text{ мм}. \quad (\text{A.54})$$

Диаметр $d_e < 20 \text{ мм}$ не округляем до значения, кратного пяти.

С учетом ограниченности радиальных габаритов для размещения сателлита выбираем подшипники 1000901. Диаметр отверстия $d_e = 12 \text{ мм}$, наружный диаметр $d_n = 24 \text{ мм}$, ширина $b_n = 6 \text{ мм}$. Проверяем выполнение условия, приведенного в подп. 13.2 подразд. 4.4:

$$R_2 - l_{so} \geq 0,5 \cdot b_n; \quad 19 - 5 \geq 0,5 \cdot 24; \quad 14 > 12. \quad (\text{A.55})$$

Условие выполняется.

Отметим, что для обеспечения стопорения ролика в радиальном направлении длина его стержня была принята 6 мм, что больше, чем l_{so} для изготовления канавки. При этом условие (A.55) также будет выполнено.

Принимаем расстояние для упора подшипников: $\Delta b_n = 2$ мм. Определяем длину эксцентрика по формуле (4.21):

$$l_e = 2 \cdot b_n + \Delta b_n = 2 \cdot 6 + 2 = 14 \text{ мм}. \quad (\text{A.56})$$

Принимаем диаметр косых шайб: $d_{st} = 15$ мм $>$ $d_e = 12$ мм и минимальную толщину шайбы: $l_{st \min} = 2$ мм. Длина всего соединения по формуле (4.22)

$$\begin{aligned} l_b &= 2 \cdot \left(l_{st \min} + \frac{d_{st}}{2} \cdot \text{tg}(\Theta) \right) + \frac{l_e}{\cos(\Theta)} = \\ &= 2 \cdot \left(2 + \frac{15}{2} \cdot \text{tg}(0,257) \right) + \frac{14}{\cos(0,257)} = 22,42 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

Округляем до большего четного числа: $l_b = 24$ мм.

Уточняем минимальную толщину косой шайбы $B'C'$ (см. рисунок 4.23) по формуле (4.23):

$$\begin{aligned} l_{st \min} = B'C' &= 0,5 \cdot \left(l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} - d_{st} \cdot \text{tg}(\Theta) \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left(24 - \frac{14}{\cos(0,257)} - 15 \cdot \text{tg}(0,257) \right) = 2,791 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

Высоту косой шайбы $B''C''$ (см. рисунок 4.23) рассчитываем по формуле (4.24):

$$\begin{aligned} B''C'' &= 0,5 \cdot \left(l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} + d_{st} \cdot \text{tg}(\Theta) \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left(24 - \frac{14}{\cos(0,257)} + 15 \cdot \text{tg}(0,257) \right) = 6,733 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

Расчеты по вышеописанному алгоритму были автоматизированы с помощью системы Mathcad. На рисунке 4.25 показана конструктивная схема рассчитанного редуктора. Редуктор был применен в качестве автомобильного баллонного ключа.

Приложение Б (справочное)

Принцип работы передачи с промежуточными телами качения

Основы геометрии «синусошарикового» зацепления.

Рассмотрим некоторую синусоиду, описываемую функцией $z_1(s)$, расположенную на плоскости (рисунок Б.1). Примем систему координат zOs . Синусоида будет описываться уравнением

$$z_1(s) = A \cdot \sin(s), \quad (\text{Б.1})$$

где A – амплитуда синусоиды.

При этом график синусоиды можно рассматривать как график свободных гармонических колебаний материальной точки. Одно полное колебание точка совершит при изменении аргумента s от 0 до $2 \cdot \pi$. Параметр s рассматривается как угол. Если введем коэффициент $1/R$, где R – некий радиус, то получим выражение

$$z_1(s) = A \cdot \sin\left(\frac{s}{R}\right). \quad (\text{Б.2})$$

График синусоиды показан на рисунке Б.1. В этом случае период одного колебания увеличится до значения $2 \cdot \pi \cdot R$. Параметр s можно рассматривать как расстояние (дуговая координата), измеряемое в миллиметрах. Аргументом синуса будет безразмерная (угловая, измеряемая в радианах) величина, а параметр s на одном периоде колебаний будет изменяться от 0 до длины, равной $2 \cdot \pi \cdot R$, которую можно рассматривать как длину некой окружности с радиусом R .

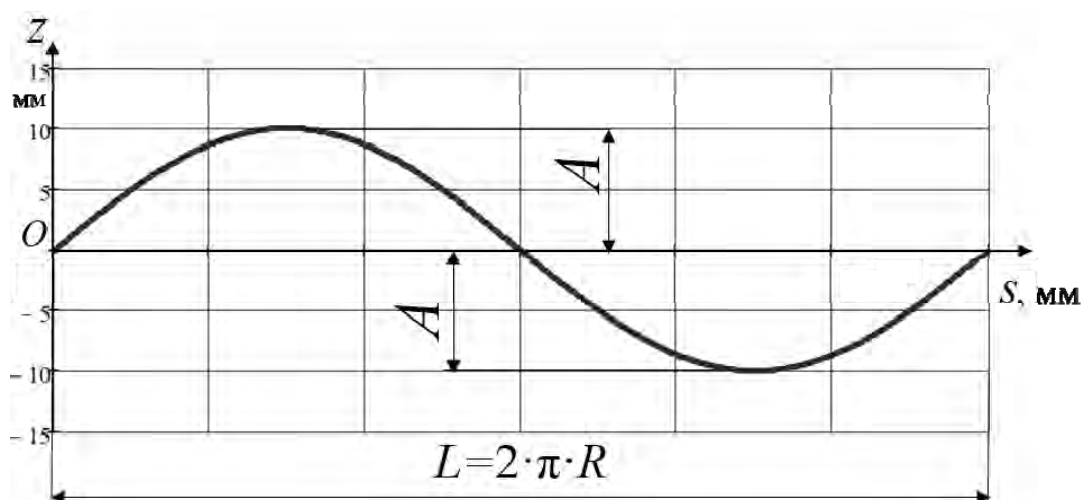


Рисунок Б.1 – Однопериодная синусоида, расположенная на плоскости

Рассмотрим другую синусоиду $z_3(s)$ в этой же системе координат, описываемую уравнением

$$z_3(s) = -A \cdot \sin\left(\frac{Z_3 \cdot s}{R}\right), \quad (\text{Б.3})$$

где Z_3 – некое целое число, изменяемое от 1 до N .

График синусоиды, описываемой уравнением (Б.3), показан на рисунке Б.2.

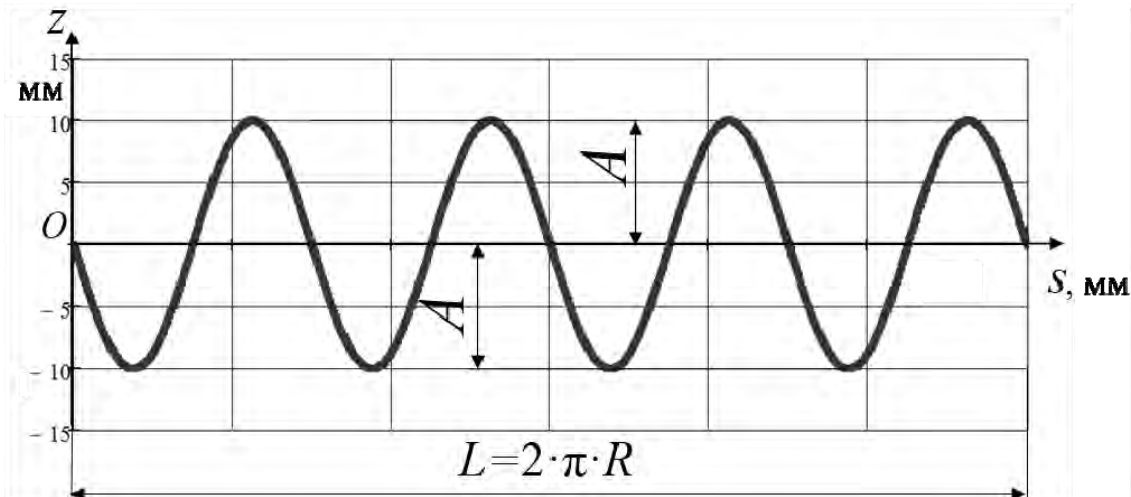


Рисунок Б.2 – Многопериодная синусоида, расположенная на плоскости

Смысл коэффициента Z_3 заключается в том, что он показывает, сколько полных периодов синусоиды разместится на участке $2 \cdot \pi \cdot R$. Таким образом, Z_3 – число периодов многопериодной синусоиды. На рисунке Б.2 показана многопериодная синусоида, у которой $Z_3 = 4$.

Знак «минус» отражает график синусоиды зеркально относительно оси абсцисс по отношению к графику, построенному по уравнению (Б.3), если бы «минус» в нем отсутствовал. Это сделано для наглядности последующих преобразований и не имеет принципиального значения для рассматриваемой модели передачи.

Уравнение синусоиды, показанной на рисунке Б.1, тогда можно также представить в виде

$$z_1(s) = A \cdot \sin\left(\frac{Z_1 \cdot s}{R}\right), \quad (\text{Б.4})$$

где Z_1 – число периодов синусоиды, описываемой функцией $z_1(s)$, $Z_1 = 1$. Назовем эту синусоиду однопериодной.

Наложим оба графика однопериодной и четырехпериодной синусоид, совместив системы отсчета (рисунок Б.3). Важным условием является равенство амплитуд двух кривых.

Последующей целью является исследование взаимного расположения точек пересечения двух кривых.

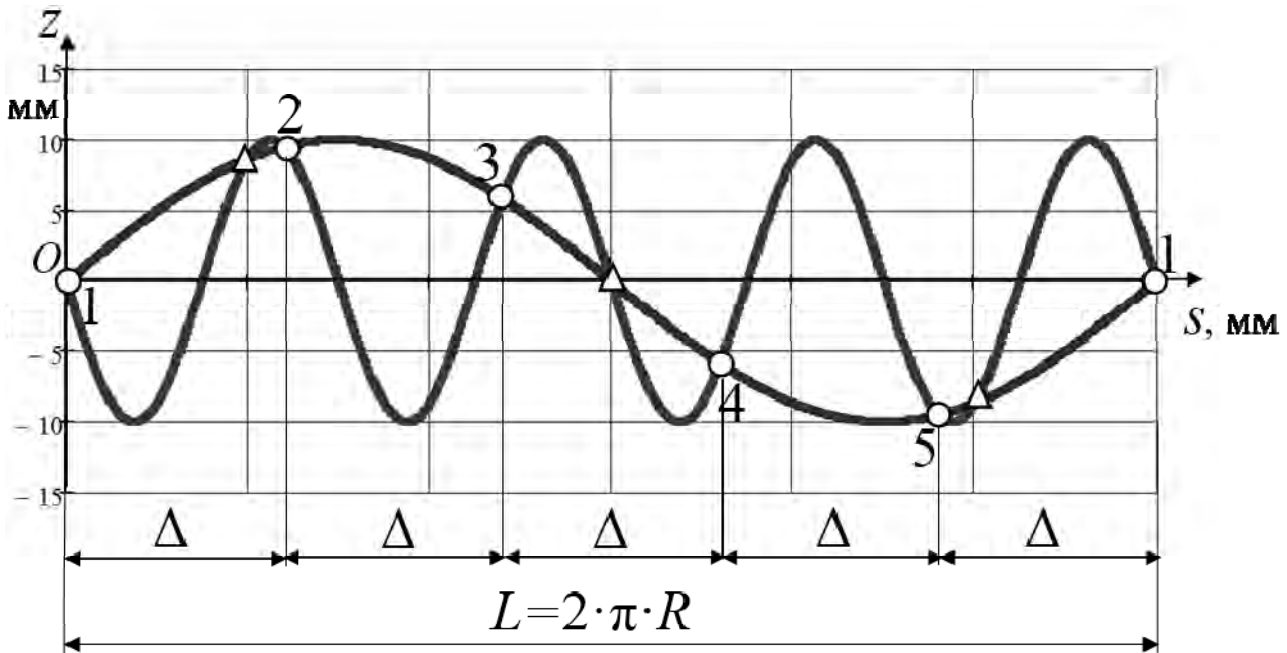


Рисунок Б.3 – Наложение двух синусоид на плоскости

Чтобы определить положение точек пересечения вдоль оси s , необходимо приравнять ординаты этих точек, т. е. правые части уравнений (Б.3) и (Б.4):

$$A \cdot \sin\left(\frac{Z_1 \cdot s}{R}\right) = -A \cdot \sin\left(\frac{Z_3 \cdot s}{R}\right). \quad (\text{Б.5})$$

Опуская математические преобразования, приведем основные два вывода, полученные в результате решения этого уравнения относительно s .

1 Решение уравнения (Б.5) имеет два корня. Значит, существует две группы точек пересечения синусоид. *Первая* группа обозначена на рисунке Б.3 маркерами в виде окружностей. Это точки пересечения разноименных ветвей синусоид, т. е. точки пересечения восходящих ветвей однопериодной синусоиды и нисходящих ветвей многопериодной синусоиды и наоборот. Число точек пересечения

$$n_1 = Z_1 + Z_3. \quad (\text{Б.6})$$

Вторая группа точек пересечения кривых обозначена треугольниками на рисунке Б.3. Это точки пересечения одноименных ветвей кривых: пар восходящих двух синусоид и нисходящих. Число точек пересечения второй группы

$$n_1 = Z_3 - Z_1. \quad (\text{Б.7})$$

От большего числа нужно отнять меньшее с учетом того, что в дальнейшем можно рассмотреть случай, когда Z_1 не равно единице, т. е. синусоида по уравнению (Б.4) не однопериодная, а также многопериодная. Все приведенные зависимости будут справедливы и в этом случае.

Группы точек также можно определять по знаку угла между касательной к кривой в точке пересечения графиков и осью s , приняв эту ось за начальное положение отчета угла. Если углы для обеих кривых имеют одинаковые знаки, то имеем дело с точкой пересечения второй группы, если разные знаки – то первой группы. Для точек на вершинах кривых эти углы будут равны нулю.

Общее число точек пересечения синусоид

$$n = n_1 + n_2 = 2 \cdot Z_3. \quad (\text{Б.8})$$

Обратимся вновь к примеру на рисунке Б.3.

Число точек пересечения первой группы (отмечены круглыми маркерами) $Z_3 + Z_1 = 4 + 1 = 5$.

Число точек пересечения второй группы (отмечены треугольными маркерами) $Z_3 - Z_1 = 4 - 1 = 3$.

Общее число точек пересечения $2 \cdot Z_3 = 2 \cdot 4 = 8$.

2 Расстояния Δ между любыми соседними двумя точками пересечения (в пределах одной группы) вдоль оси абсцисс равны.

Далее предположим движение одной синусоиды (однопериодной) относительно другой неподвижной (многопериодной) вдоль оси s вправо. Точки пересечения также начнут перемещаться. На рисунке Б.4 показан фрагмент видеоролика, созданный в системе Mathcad, демонстрирующий движение одной кривой относительно другой.

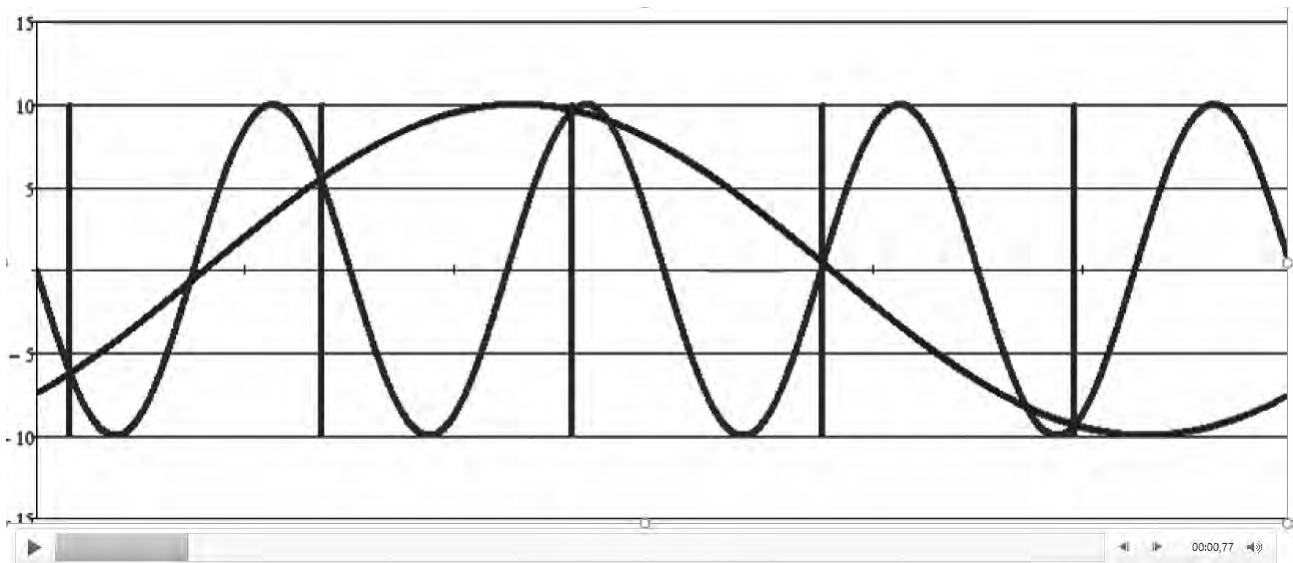


Рисунок Б.4 – Моделирование перемещения одной синусоиды относительно другой

Установлено (математически доказано), что при этом движении расстояние Δ между точками пересечения в пределах группы остается

постоянным. Для наглядности на рисунке Б.4 показаны только точки пересечения первой группы, дополненные вертикальными линиями. Причем точки пересечения кривых первой группы будут согласованно двигаться вправо, а точки пересечения второй группы – влево.

Перейдем от плоской модели передачи к пространственной. Для этого введем понятие «цилиндрическая синусоида» (рисунок Б.5). Многопериодная цилиндрическая синусоида образовывается «свертыванием» плоской ленты с графиком синусоиды в цилиндр с замыканием концов ленты. Длина ленты равна $2 \cdot \pi \cdot R$. Так как эта длина определена по формуле для длины окружности, то лента замкнется на цилиндрической поверхности с радиусом образующей окружности, равным R .

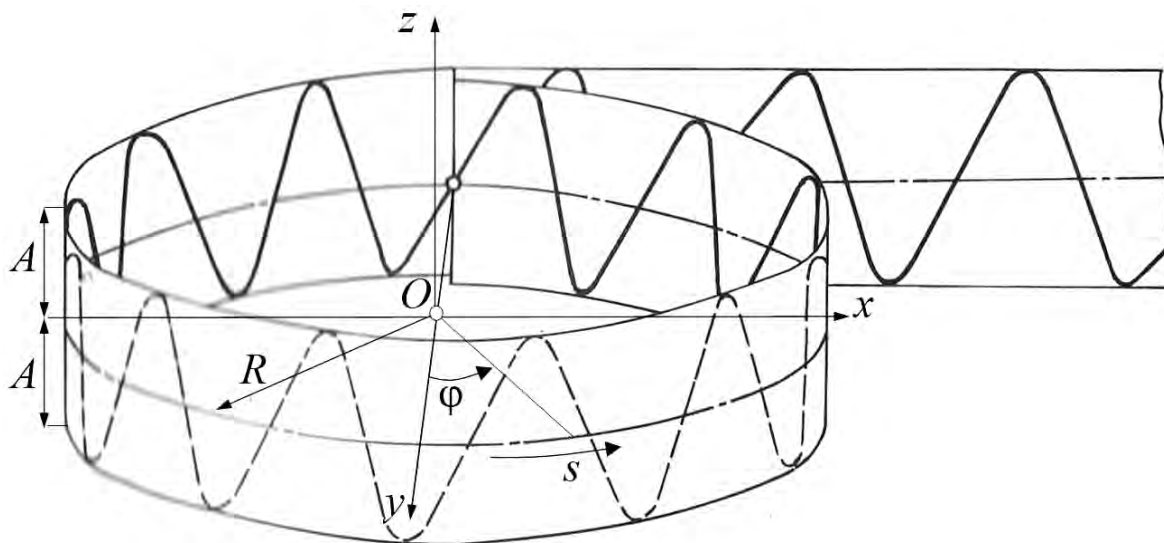


Рисунок Б.5 – К понятию «цилиндрическая синусоида»

При этом в уравнениях, описывающих пространственную синусоиду, параметр s , изменяемый вдоль оси абсцисс, заменяется на центральный угол $\varphi = s/R$. Таким образом, если параметрические уравнения для однопериодной (Б.4) и многопериодной (Б.3) плоских синусоид представляли собой одно уравнение, то для описания пространственной (цилиндрической) кривой необходимо записать систему:

$$\begin{aligned} x_j(\varphi) &= R \cdot \cos(\varphi); \\ y_j(\varphi) &= R \cdot \sin(\varphi); \\ z_j(\varphi) &= A \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi), \end{aligned} \quad (\text{Б.9})$$

где j – индекс принадлежности параметра однопериодной синусоиде ($j = 1$) либо многопериодной синусоиде ($j = 3$). Для однопериодной синусоиды понятно, что $Z_j = Z_1 = 1$.

Первые два уравнения системы (Б.9) описывают движение точки

вдоль окружности при изменении угла от 0 до 2π . Третье уравнение, собственно, и есть уравнение синусоиды, описывающее колебания точки относительно оси Oz .

Далее представим наложение друг на друга двух, замкнутых кольцеобразно, тонких лент (цилиндрических поверхностей). Считаем толщину этих лент пренебрежимо малой, поэтому радиус R у всех одинаков. Одна содержит однопериодную синусоиду. В пространстве эта кривая представляет собой эллипс. Вторая – многопериодную синусоиду. Снова очень важным условием для работоспособности модели является равенство как радиусов R , так и амплитуд A двух синусоид (поэтому в уравнениях (Б.9) эти параметры не имеют индекса j). Введем еще одно звено (ленту) с вертикальными пазами, расположенными по окружности равномерно, в которых располагаются точки пересечения одной из групп, а именно первой. Таким образом, получим модель «синусошариковой» передачи (рисунок Б.6), разработкой которой в Могилевском машиностроительном институте еще в 70-х гг. прошлого столетия начал заниматься Р. М. Игнатищев [40].

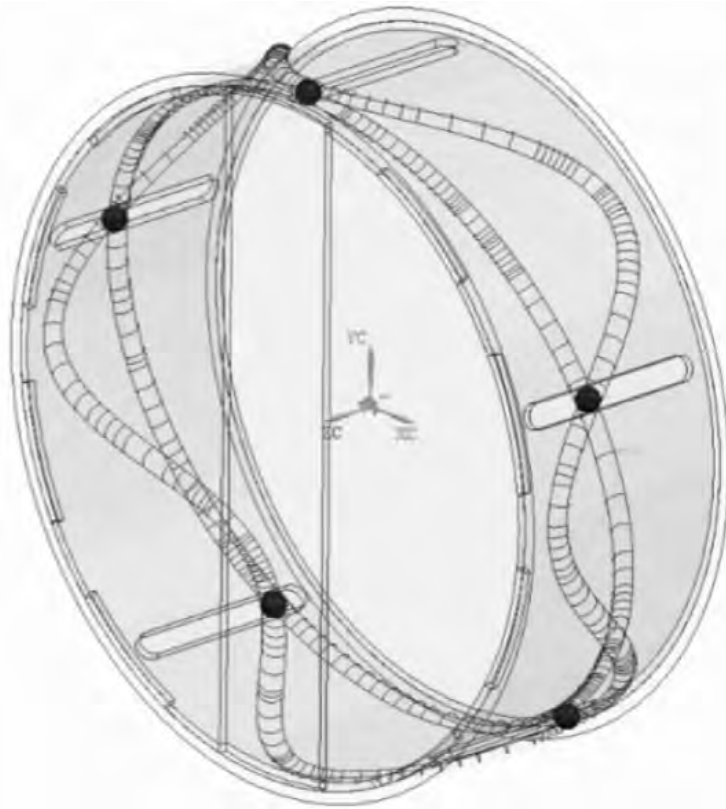


Рисунок Б.6 – Модель синусошариковой передачи [163]

Если на плоскости одна синусоида поступательно движется относительно другой вдоль оси s , то в пространстве звено (лента) с однопериодной синусоидой поворачивается относительно оси Oz . Звено (лента) с многопериодной синусоидой остается неподвижным, а звено с равномерно расположенными отрезками, где располагаются точки пересечения двух синусоид, также поворачивается относительно оси Oz .

Конструкция синусошарикового редуктора. Преимущества и недостатки, область применения, кинематика синусошариковых передач.

Р. М. Игнатищев предложил название «синусошариковая передача». Поясним почему. Если представить, что точки пересечения синусоид одной группы – это центры тел качения (шариков), а сами синусоиды – это беговые дорожки, то получим механизм – редукторную передачу (рисунок Б.7).

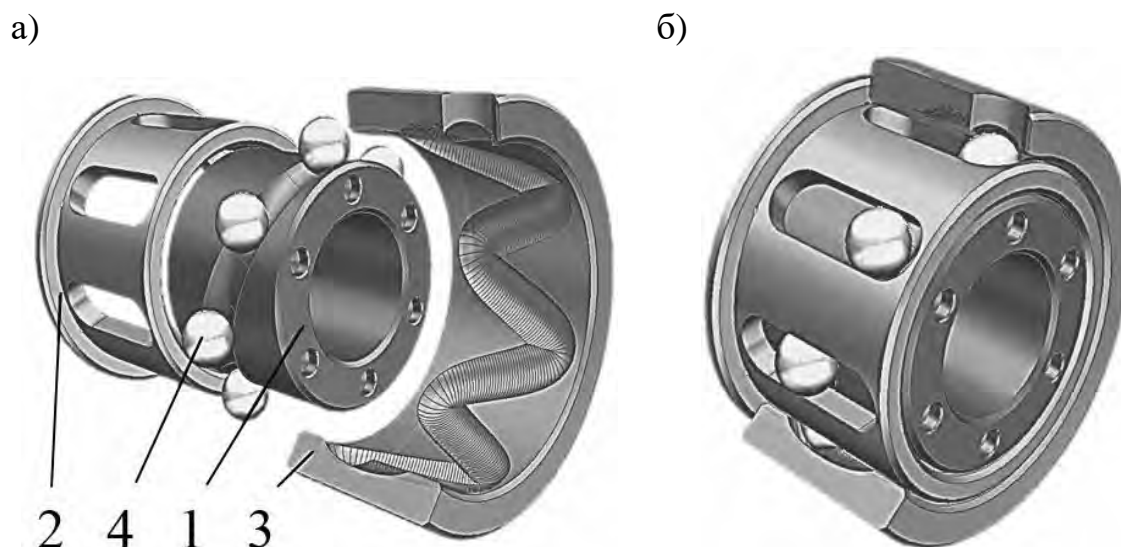


Рисунок Б.7 – Детали одной секции синусошарикового редуктора (а) и секция в сборе (б)

Одна секция редуктора состоит из внутренней втулки с замкнутой синусоидальной беговой дорожкой 1, сепаратора 2 с осевыми пазами, наружной втулки 3 с замкнутой синусоидальной беговой дорожкой на внутренней поверхности и шариков 4, перемещающихся в процессе работы по беговым дорожкам втулок. Шарики при этом совершают колебательные движения вдоль пазов сепаратора и вращают его относительно оси передачи.

Передача по внешнему виду представляет собой, по сути, радиальный шарикоподшипник. Поэтому промежуточное звено, как и у подшипника, названо сепаратором. Отличие состоит в том, что отверстия для шариков в подшипнике круглые, а в данной передаче – в виде пазов.

Для более глубокого понимания принципа работы передачи рекомендуется посмотреть ролик: <https://www.youtube.com/watch?v=8Gm57np7Hbs>.

Передаточное отношение синусошариковой передачи зависит от числа периодов беговых дорожек и не зависит, непосредственно, от диаметральных габаритов передачи, в отличие от зубчатых передач. Для рассматриваемой схемы оно определяется по формуле

$$i_{12}^{(3)} = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1}. \quad (\text{Б.10})$$

В одной ступени можно реализовать диапазон передаточных отношений 1...12 при максимальном диаметре корпуса около 150...180 мм.

Как уже упоминалось, промежуточное звено названо сепаратором по аналогии с конструкцией подшипника. Однако оно не только разделяет тела качения, но и передает нагрузку. Если рассматривать данную передачу по аналогии с простейшим планетарным механизмом с внешним и внутренним зацеплениями, то промежуточное звено можно назвать водилом, тела качения – сателлитами. Аналогом центрального (солнечного) колеса, связанного с ведущим валом, выступает внутренняя втулка, а аналогом центрального колеса с внутренними зубьями – наружная втулка. При этом число зубьев колес соответствует числу периодов беговых дорожек. Внутренняя втулка с однопериодной беговой дорожкой, таким образом, условно эквивалентна центральному солнечному колесу с одним зубом. Формула (Б.10) применима как для синусошариковых передач, так и для планетарных зубчатых.

Рассмотрим преимущества и недостатки синусошариковых передач.

Преимущества:

– возможность передавать большие нагрузки при малых габаритах, т. к. мощность передается по множеству параллельных потоков (низкая материалоемкость). Если в зубчатой передаче одновременно передает нагрузку одна пара зубьев, в лучшем случае несколько, то в синусошариковой передаче одновременно участвуют в передаче нагрузки все шарики.

Компоновочные преимущества:

- малые радиальные габариты, соосность всех валов;
- возможность проектирования центрального отверстия.

Недостатки:

- низкий КПД, т. к. тело качения контактирует одновременно с тремя поверхностями. Качение может осуществляться одновременно только по двум различным поверхностям, поэтому большую долю потерь мощности занимают потери на скольжение;
- повышенный износ контактирующих поверхностей;
- низкая прочность сепаратора, т. к. это тонкая трубчатая деталь со сквозными пазами.

Такие преимущества, как малые радиальные размеры, определили основную область применения синусошариковых передач – механизмы для бурения и обслуживания нефтяных и газовых скважин (рисунок Б.8). Увеличить нагрузочную способность можно, установив параллельно несколько секций на общих основаниях (на ведущем валу, сепараторе и в корпусе). Передаточное отношение при этом останется тем же, однако удельная нагрузка на элементы снизится.

Сепаратор (водило) будет представлять собой трубу с пазами. Соседние ряды пазов смещены (повернуты) друг относительно друга и располагаются в шахматном порядке для повышения прочности сепаратора.

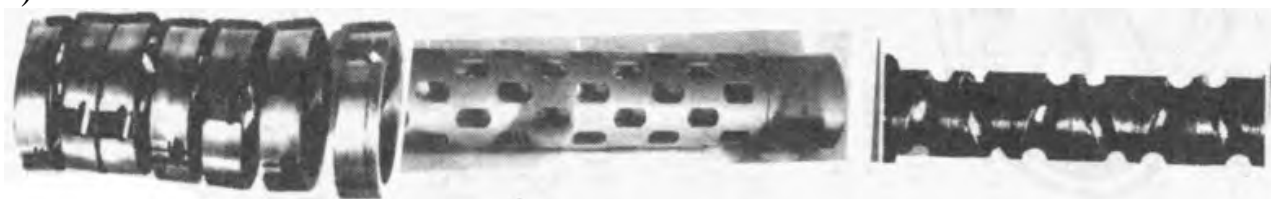
Информация о синусошариковых редукторах была внесена в ГОСТ 15880–83 *Электробуры. Общие технические требования.*

Синусошариковый редуктор использовался для бурения первой в мире горизонтальной скважины на Кольском полуострове.

Также данную передачу можно использовать в усилителях момента для передачи усилий в труднодоступные места в механизмах баллонных ключей, гайковертов и т. д.

В синусошариковых передачах используется чаще всего первая группа точек пересечения синусоид, т. к. условия создания клина более благоприятны. Ветви синусоид образуют как бы лезвия ножниц, которые при смыкании как бы двигают, выталкивают ее. Для второй группы точек возможно заклинивание тел качения. При этом передаточное отношение определяется по другой формуле, отличной от формулы (Б.10).

а)



б)

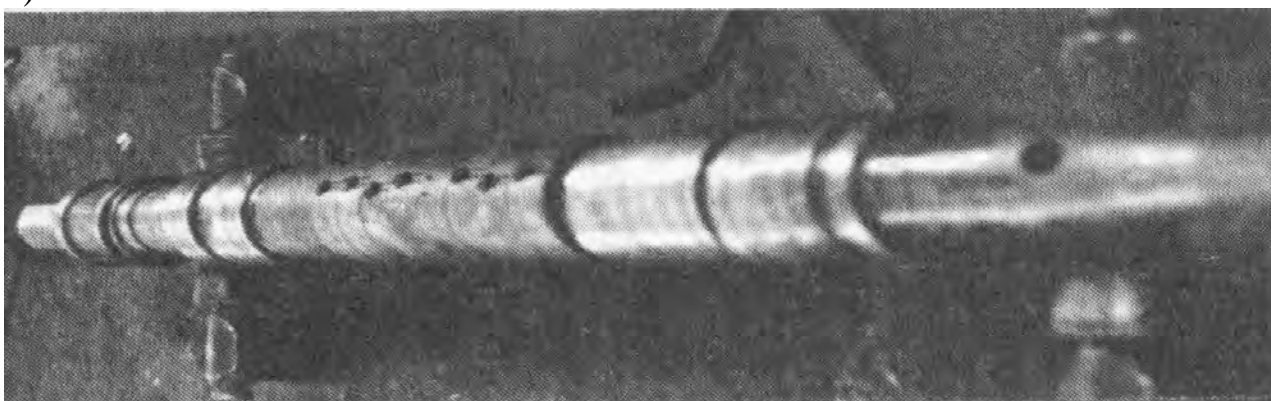


Рисунок Б.8 – Редукторная вставка (многосекционный синусошариковый редуктор) турбобура и ее основные детали: наружные втулки, сепаратор, внутренние втулки (а), турбобур в сборе (б)

Исторически принята следующая индексация. Индекс «1» присвоен ведущему звену, как правило, это внутренняя втулка. Индекс «2» у сепаратора (водила), т. к. он располагается между втулками, и индекс «3» у параметров наружных втулок.

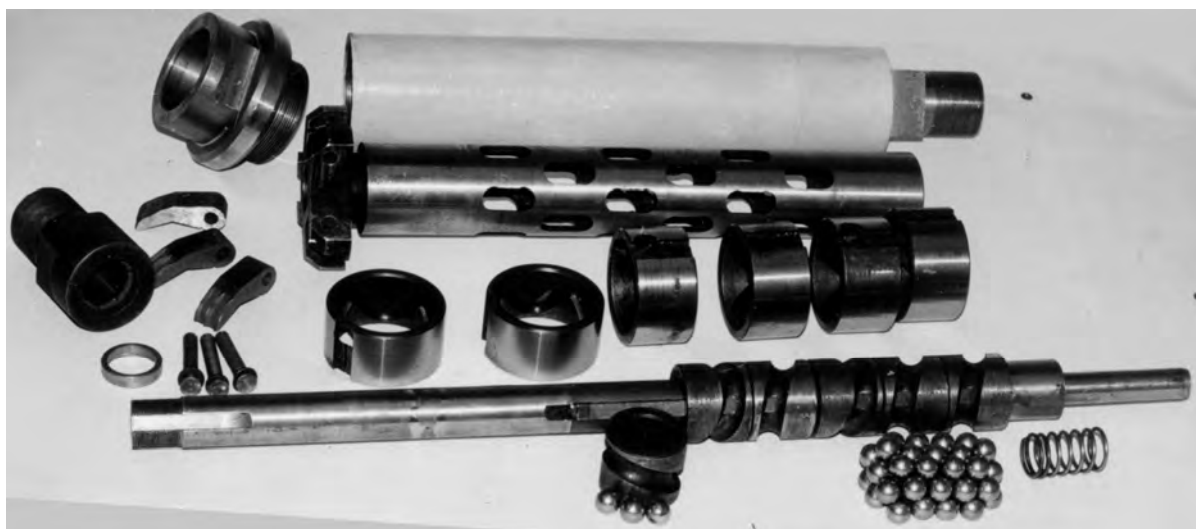
Название передачи «синусошариковая» все же достаточно условно. Более общим будет название – передачи с промежуточными телами качения (ППТК), потому что в роли тел качения могут выступать не только шарики, но и ролики. Периодические кривые, по которым изготавливают беговые дорожки, могут с тем же успехом быть описаны функцией косинуса. Более того, многочисленные исследования показали, что в качестве кривых могут использоваться самые разнообразные кривые: циклоидальные, кусочно-винтовые и т. д.

Для повышения КПД разработаны конструкции передачи с составными роликами: <https://www.youtube.com/watch?v=IK0QtNqkH9Y>.

Каждый из элементов ролика катится по одной из поверхностей трех основных деталей (внутренней, наружной втулок и сепаратора).

Кинематическая схема с остановленным водилом применена в механизме для отвинчивания колонны бурильных труб (рисунок Б.9), оставшихся в скважине в результате аварии, поломки и т. д.

а)



б)

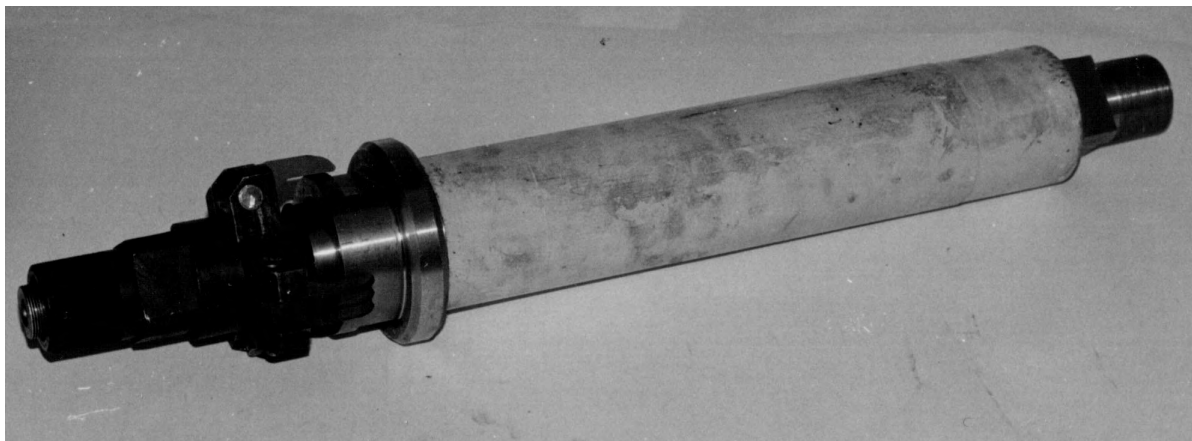


Рисунок Б.9 – Детали устройства для отвинчивания аварийных труб в скважине (а) и устройство в сборе (б)

Устройство, разработанное в Белорусско-Российском университете, опускается в скважину. Водило с помощью якорей стопорится внутри обсадной колонны (внутри скважины). С поверхности вращается ведущий вал с внутренними втулками, а корпус соединяется с ловильным инструментом – метчиком, который врезается в оставшиеся трубы и развинчивает их с увеличенным моментом и сниженной частотой вращения.

Передаточное отношение будет, в данном случае, равно $-Z_3/Z_1$, как и у планетарной зубчатой передачи с остановленным водилом и вращающимся

корпусом. Знак «минус» показывает, что корпус с инструментом будет вращаться в обратную сторону по отношению к вращению ведущего вала с внутренними втулками.

Можно использовать и другие схемы. Передаточное отношение каждый раз будет разным и определяться известной формулой Виллиса.

В данном приложении рассмотрен только один тип ППТК – синусошариковые передачи, как исторически первый, разработанный в университете. В настоящее время разработана масса конструкций, где беговые дорожки располагаются не только на цилиндрических поверхностях, но и на плоскости. Особое направление связано с развитием передач сферического типа [164, 165], результаты которого представлены в монографии.

В ММИ – МГТУ – БРУ создана научная школа, которая занимается разработкой передач данного типа. Белорусско-Российский университет является одним из мировых центров исследования ППТК.

Оглавление

Введение.....	3
1 Проблемы и перспективы создания новой редукторной техники для малогабаритных приводов.....	5
1.1 Обоснование актуальности темы и выбора объекта исследований.....	5
1.2 Анализ развития передач с промежуточными телами качения.....	11
1.3 Конструкции сферических передач с промежуточными телами качения для малогабаритных приводов и их классификация.....	14
1.4 Перспективы применения сферических роликовых передач для малогабаритных приводов.....	32
2 Проектирование конструкции сферической роликовой передачи, исследование ее структуры, геометрии и кинематики.....	35
2.1 Разработка конструкции сферической роликовой передачи и исследование ее структуры.....	35
2.2 Разработка и исследование геометрической модели сферической роликовой передачи.....	39
2.3 Вывод уравнений центровых кривых и их анализ.....	41
2.4 Определение углов подъема центровых кривых.....	47
2.5 Исследование кинематики сферической роликовой передачи.....	51
2.6 Определение средних значений углов подъема беговых дорожек сферических роликовых передач.....	58
3 Определение сил в зацеплении и КПД сферической роликовой передачи, расчет на прочность ее основных элементов.....	64
3.1 Определение действующих сил в сферической роликовой передаче и теоретическая оценка ее КПД.....	64
3.2 Критерии и оценка прочности основных деталей сферической роликовой передачи.....	77
3.3 Расчет основных геометрических параметров сферической роликовой передачи для малогабаритных приводов.....	82
3.4 Исследование влияния параметров сферической роликовой передачи на ее нагрузочную способность.....	85
3.5 Уравнение движения и динамические давления на опоры в сферической роликовой передаче.....	88

3.6 Анализ энергетических затрат в плоских и сферических передачах.....	91
3.7 Анализ применимости СРП для создания мультипликаторных механизмов.....	98
4 Разработка методики расчета и проектирования сферической роликовой передачи и практическая апробация результатов работы.....	107
4.1 Компьютерное моделирование сферических передач в системе NX.....	107
4.2 Объект, цели и средства испытаний сферической роликовой передачи.....	119
4.3 Результаты экспериментальных исследований сферической роликовой передачи.....	122
4.4 Методика расчета и проектирования сферической роликовой передачи для малогабаритных приводов.....	131
4.5 Разработка редукторных механизмов для малогабаритных приводов на основе сферических роликовых передач.....	140
4.6 Обоснование экономической эффективности сферической роликовой передачи.....	146
Заключение.....	152
Список литературы.....	155
Приложение А. Пример расчета сферической роликовой передачи.....	167
Приложение Б. Принцип работы передачи с промежуточными телами качения.....	178

Научное издание

Лустенков Михаил Евгеньевич
Лустенкова Екатерина Сергеевна

**СФЕРИЧЕСКИЕ РОЛИКОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ
С ДВУХРЯДНЫМ САТЕЛЛИТОМ
ДЛЯ МАЛОГАБАРИТНЫХ ПРИВОДОВ**

Редакторы *И. В. Голубцова, А. Т. Червинская*
Художественное оформление обложки *Е. С. Лустенкова*
Компьютерный дизайн *Е. С. Лустенкова*

Подписано в печать 07.05.2024. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 11,16. Уч.-изд. л. 12,28. Тираж 100 экз. Заказ № 373.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.