МАШИНОСТРОЕНИЕ

DOI: 10.24412/2077-8481-2024-2-5-15

УДК 629.113

Н. Н. ГОРБАТЕНКО, канд. техн. наук, доц. Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РУЛЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ ГРУЗОВОГО АВТОМОБИЛЯ С ГИДРОУСИЛИТЕЛЕМ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА

Аннотация

Представлена математическая модель, описывающая физические свойства и поведение основных компонентов рулевого управления грузового автомобиля: рулевой колонки, винтореечного рулевого механизма, гидроусилителя интегрального типа с роторным распределителем, рулевого привода, управляемых колес, гидронасоса, трубопроводов. Модель предназначена для исследования совместного влияния параметров механических и гидравлических компонентов рулевого управления на динамические характеристики автомобиля. Результаты моделирования показывают, что предложенная модель адекватно воспроизводит как качественные, так и количественные аспекты функционирования системы рулевого управления автомобиля с гидроусилителем.

Ключевые слова:

математическое моделирование, грузовой автомобиль, рулевой привод, винтореечный рулевой механизм, гидроусилитель интегрального типа с роторным распределителем.

Для цитирования:

Горбатенко, Н. Н. Математическая модель рулевого управления грузового автомобиля с гидроусилителем интегрального типа / Н. Н. Горбатенко // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2024. – № 2 (83). – С. 5–15.

Введение

Гидроусилители играют важную роль в обеспечении эффективного и комфортного управления грузовыми автомобилями. Они существенно снижают усилия, которые водителю необходимо приложить к рулевому колесу при маневрировании и поворотах транспортного средства, особенно на низких скоростях.

Вопросы математического моделирования гидроусилителей были рассмотрены во многих работах. Например, в [1] была разработана модель системы рулевого управления с гидроусилителем интегрального типа для прогнозирования крутящего момента на рулевом колесе грузового автомобиля. В [2] была описана модель рулевого управления для изучения времени срабатывания, плавности включения и устойчивости работы гидроусилителя. В [3] предложена имитационная модель криволинейного движения грузового автомобиля с учетом динамики винтореечного рулевого механизма и гидроусилителя, которая использовалась для разработки алгоритма функционирования контроллера системы управления поперечной устойчивостью автомобиля.

В этих и других исследованиях обычно не учитывается динамическая роль рулевого привода, т. к. его передаточное отношение принимается постоянным, хотя в реальности оно может изменяться до двух раз, например, при повороте колес от упора до упора. Это означает, что вклад рулевого привода в отклик автомобиля на поворот рулевого

[©] Горбатенко Н. Н., 2024

колеса не учитывается должным образом при моделировании.

Целью работы является разработка математической модели для исследования совместного влияния параметров рулевого привода и гидроусилителя интегрального типа с роторным распределителем на динамические характеристики автомобиля.

Моделирование механической подсистемы рулевого управления

Схематизация физических свойств компонентов механических системы (рис. 1, а) выполнена с помощью метода сосредоточенных масс с учетом следующих допущений: продольная и поперечная тяги рулевого привода считаются абсолютно жесткими; масса рулевых тяг не учитывается из-за их малости по сравнению с массами колес; отсутствуют зазоры в зацеплении «винт – шариковая гайка – рейка – зубчатый сектор»; не учитывается эффект упругого гистерезиса момента сопротивления при циклическом изменении угла поворота колес; кинематика поворота колес удовлетворяет принципу Аккермана, согласно которому колеса при повороте описывают дуги окружностей разного радиуса с общим центром, а углы поворота колес связаны соотношением [4]

$$\operatorname{ctg} \theta_{e} - \operatorname{ctg} \theta_{i} = \frac{l_{0}}{L}, \qquad (1)$$

где θ_e , θ_i — углы поворота внешнего и внутреннего колеса по отношению к центру поворота соответственно; l_0 — расстояние между осями шкворней поворотных цапф управляемых колес; L — база автомобиля.

Динамическая модель содержит шесть сосредоточенных масс, пять из которых – это массы вращательного движения J_v , J_s , J_a , J_{w1} , J_{w2} , представляющие собой моменты инерции роторного золотника, рулевого винта, рулевой сошки, управляемых колес соответственно и одна масса поступательного движения m_p – масса поршня гидроцилиндра. Движение сосредоточенных масс подчиняется четырем голономным связям. Уравнения голономных связей между различными компонентами рулевого управления задаются следующим образом. Угол поворота рулевого винта θ_s связан с перемещением поршня гидроцилиндра x_p уравнением

$$\theta_s = x_p u_{sp} \,, \tag{2}$$

где u_{sp} – передаточное отношение передачи «винт – шариковая гайка», $u_{sp} = 2\pi/p_s$ (здесь p_s – шаг винта рулевого механизма).

Перемещение поршня гидроцилиндра связано с углом поворота рулевой сошки θ_a уравнением

$$x_p = \theta_a r_s, \qquad (3)$$

где r_s – радиус делительной окружности зубчатого сектора вала сошки.

Угол поворота вала сошки связан с углом поворота левого колеса θ_{w1} уравнением

$$\theta_a = \theta_{w1} u_{aw}, \qquad (4)$$

где u_{aw} – передаточное отношение участка рулевого привода от рулевой сошки к шкворню левого колеса.

Углы поворота левого θ_{w1} и правого θ_{w2} колес связаны уравнением

$$\theta_{w1} = \theta_{w2} u_{st} \,, \tag{5}$$

где *u_{st}* – передаточное отношение рулевой трапеции.

Рассматриваемая система имеет

две степени свободы (разность между числом сосредоточенных масс и числом уравнений голономных связей). В качестве обобщенных координат выберем угол поворота роторного золотника θ_{v} и перемещение поршня гидроцилиндра x_{p} и воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода для вывода уравнений движения системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{v}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_{v}} + \frac{\partial U}{\partial \theta_{v}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}_{v}} = Q_{\theta};$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{p}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_{p}} + \frac{\partial U}{\partial x_{p}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_{p}} = Q_{x}, \quad (6)$$

где T – кинетическая энергия системы; U – потенциальная энергия системы; F – диссипативная функция Релея; Q_{θ}, Q_{x} – обобщенные силы.



Рис. 1. Динамическая модель рулевого управления: *a* – винтореечный рулевой механизм с гидроусилителем интегрального типа и роторным распределителем; *б* – геометрия дроссельных окон роторного распределителя; 1 – рулевое колесо; 2 – вал рулевой колонки; 3 – роторный золотник; 4 – гильза; 5 – торсионный вал; 6 – ограничитель поворота золотника; 7 – рулевой винт; 8 – поршень гидроцилиндра с рейкой и шариковой гайкой; 9 – гидроцилиндр; 10 – зубчатый сектор вала сошки; 11 – рулевая сошка; 12 – роторный распределитель

Кинетическая энергия системы определяется как сумма кинетических

энергий сосредоточенных масс, входящих в систему:

$$T = 0.5 \left(J_{\nu} \dot{\theta}_{\nu}^{2} + J_{s} \dot{\theta}_{s}^{2} + m_{p} \dot{x}_{p}^{2} + J_{a} \dot{\theta}_{a}^{2} + J_{w1} \dot{\theta}_{w1}^{2} + J_{w2} \dot{\theta}_{w2}^{2} \right).$$
(7)

Потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий упругих звеньев:

$$U = 0.5 \left[c_c (\theta_c - \theta_v)^2 + c_t (\theta_v - \theta_s)^2 \right], \quad (8)$$

где θ_c – угол поворота рулевого колеса;

C_c – коэффициент жесткости вала рулевой колонки; *C_t* – коэффициент жесткости торсионного вала распределителя.

Диссипативная функция Релея учитывает потери энергии в диссипативных элементах:

$$F = 0.5 \Big[b_c (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_v)^2 + b_t (\dot{\theta}_v - \dot{\theta}_s)^2 + b_v \dot{\theta}_v^2 + b_p \dot{x}_p^2 \Big],$$
(9)

где b_c – коэффициент диссипации энергии в рулевой колонке; b_t – коэффициент диссипации энергии в торсионе; b_v – коэффициент вязкого трения роторного золотника о стенки гильзы; b_p – коэффициент вязкого трения поршня о стенки цилиндра. Выразив углы поворота сосредоточенных масс θ_s , θ_a , θ_{w1} , θ_{w2} через обобщенные координаты θ_v , x_p с помощью уравнений (2)–(5) и подставив полученные зависимости в формулы (7)–(9), получим выражения кинетической энергии, потенциальной энергии и диссипативной функции Релея в обобщенных координатах

$$T(\dot{\theta}_{v}, \dot{x}_{p}) = 0, 5 \left(J_{v} \dot{\theta}_{v}^{2} + m_{r} \dot{x}_{p}^{2} \right);$$
(10)

$$U(\theta_{v}, x_{p}) = 0.5 \Big[c_{c} (\theta_{c} - \theta_{v})^{2} + c_{t} (\theta_{v} - x_{p} u_{sp})^{2} \Big];$$
(11)

$$F(\dot{\theta}_{v}, \dot{x}_{p}) = 0.5 \Big[b_{c} (\dot{\theta}_{c} - \dot{\theta}_{v})^{2} + b_{t} (\dot{\theta}_{v} - \dot{x}_{p} u_{sp})^{2} + b_{v} \dot{\theta}_{v}^{2} + b_{p} \dot{x}_{p}^{2} \Big],$$
(12)

где *m_r* – приведенная к поршню масса подвижных частей механической системы:

$$m_r = m_p + J_s u_{sp}^2 + \frac{J_a}{r_s^2} + \frac{J_{w1}}{r_s^2 u_{aw}^2} + \frac{J_{w2}}{r_s^2 u_{aw}^2 u_{st}^2}.$$
 (13)

Выражения для расчета обобщенных сил найдем из условия равенства элементарных работ, совершаемых этими силами, работе всех внешних сил, приложенных к сосредоточенным массам:

$$Q_{\theta}\delta\theta_{v} + Q_{x}\delta x_{p} = \Delta p_{h}A_{p}\delta x_{p} - F_{fr}\operatorname{sgn}(\dot{x}_{p})\delta x_{p} - M_{r1}\operatorname{sgn}(\dot{\theta}_{w1})\delta\theta_{w1} - M_{r2}\operatorname{sgn}(\dot{\theta}_{w2})\delta\theta_{w2}, \quad (14)$$

где Δp_h – разность давлений в рабочих камерах гидроцилиндра, $\Delta p_h = p_a - p_b$; A_p – площадь поршня; F_{fr} – сила сухого трения поршня о стенки гидроцилиндра; M_{r1} , M_{r2} – моменты сопротивления повороту левого и правого колеса соответственно; $\delta \theta_{v}$, δx_{p} – вариации обобщенных координат; $\delta \theta_{w1}$, $\delta \theta_{w2}$ – возможные перемещения управляемых колес.

Из уравнений (3)-(5) находим

$$\delta \Theta_{w1} = \frac{\delta x_p}{r_s u_{aw}}; \quad \delta \Theta_{w2} = \frac{\delta x_p}{r_s u_{aw} u_{st}}.$$
 (15)

Подстановка выражений для $\delta \theta_{w1}$, $\delta \theta_{w2}$ в равенство (14) дает

$$Q_{\theta} = 0;$$
 $Q_x = \Delta p_h A_p - \left(F_{fr} + \frac{M_{r1} + M_{r2}/u_{st}}{r_s u_{aw}}\right) \operatorname{sgn}(\dot{x}_p).$ (16)

При проектировании рулевого управления инженеры стремятся поддерживать постоянным и близким к единице передаточное отношение участка рулевого привода от сошки к шкворню левого колеса, чтобы кинематика поворота колес определялась исключительно рулевой трапецией. Поэтому значение u_{aw} в расчетах принималось равным единице.

Передаточное отношение рулевой трапеции $u_{st} = \dot{\theta}_{w1} / \dot{\theta}_{w2}$ определялось по формуле (17), полученной дифференцированием выражения (1) по времени. При этом учитывалось, что в случае поворота колес вправо $\theta_e = \theta_{w1}$, $\theta_i = \theta_{w2}$, влево $-\theta_e = \theta_{w2}$, $\theta_i = \theta_{w1}$ и что $\theta_{w1} = x_p / (r_s u_{aw})$:

$$u_{st}(x_{p}) = \begin{cases} \frac{1 + \left[\operatorname{ctg}(x_{p}/(r_{s}u_{aw})) \mp l_{0}/L \right]^{2}}{1 + \operatorname{ctg}^{2}(x_{p}/(r_{s}u_{aw}))}, & x_{p} \neq 0; \\ 1, & x_{p} = 0. \end{cases}$$
(17)

В этой формуле принимается знак «минус» при повороте колес вправо от нейтрального положения и знак «плюс» при повороте колес влево.

Момент сопротивления повороту управляемого колеса от нейтрального

положения при стоящем на месте автомобиле рассчитывался по формуле, согласно [4], адаптированной для использования в области малых углов поворота колеса:

$$M_{r} = G_{w} \Big[0.14 \varphi r_{fr} + f_{rs} r_{wt} + l_{sa} \alpha \sin \left(\theta_{w} \pm \operatorname{actg}(\beta/\alpha) \right) \Big] \operatorname{th} \left(2\theta_{w}/\theta_{ws} \right), \quad (18)$$

где G_w – вертикальная статическая нагрузка на колесо; φ – коэффициент сцепления шины с дорогой; r_{fr} – свободный радиус колеса без нагрузки; f_{rs} – коэффициент сопротивления качению колеса; r_{wt} – радиус обкатки колеса; l_{sa} – длина поворотной цапфы колеса; α – угол поперечного наклона шкворня; β – угол продольного наклона шкворня; θ_w – угол поворота колеса; θ_{ws} – параметр, задающий темп нарастания момента сопротивления при малых углах поворота колеса.

В этой формуле принимается знак «плюс» для внутреннего колеса по отношению к центру поворота и знак «минус» для внешнего колеса.

Выполнив дифференцирование в (6), получим уравнения динамики механической подсистемы рулевого управления

$$J_{\nu}\hat{\theta}_{\nu} + b_{\nu}\hat{\theta}_{\nu} = M_{c} - M_{t}; \qquad (19)$$

$$m_{r}\ddot{x}_{p} + b_{p}\dot{x}_{p} + \frac{1}{2}\frac{dm_{r}}{dx_{p}}\dot{x}_{p}^{2} = M_{t}u_{sp} + \Delta p_{h}A_{p} - \left(F_{fr} + \frac{M_{r1} + M_{r2}/u_{st}(x_{p})}{r_{s}u_{aw}}\right)\operatorname{sgn}(\dot{x}_{p}), \quad (20)$$

где M_c , M_t – крутящие моменты на валу рулевой колонки и торсионном валу распределителя:

$$M_{c} = c_{c}(\theta_{c} - \theta_{v}) + b_{c}(\dot{\theta}_{c} - \dot{\theta}_{v});$$

$$M_t = c_t(\theta_v - x_p u_{sp}) + b_t(\dot{\theta}_v - \dot{x}_p u_{sp}).$$
(21)

Производная

$$\frac{dm_r}{dx_p} = \frac{4J_{w2}(\sigma_2^2 + 1)^2}{r_s^2 u_{aw}^3 \sigma_1^3} \times$$

$$\times \left[(\sigma_2 \mp l_0 / L) (\sigma_2^2 + 1) - \sigma_1 \sigma_2 \right], \quad (22)$$

где

$$\sigma_1 = (\sigma_2 \mp l_0 / L)^2 + 1;$$

$$\sigma_2 = \operatorname{ctg}\left(x_p / (r_s u_{aw})\right). \quad (23)$$

Моделирование гидравлической подсистемы рулевого управления

Гидроусилитель руля включает в себя три основных компонента: насос, роторный распределитель и гидроцилиндр (см. рис. 1, *a*). Максимальный угол поворота золотника распределителя ограничивается ограничителем 6. На цилиндрических поверхностях золотника и гильзы выполнены продольные

пазы, образующие 12 пар рабочих кромок. Секция из последовательно расположенных окон s_i , i = 1, ..., 4, образует дросселирующий распределитель. Три таких распределителя работают параллельно, их внешние линии соединены с рабочими полостями гидроцилиндра, напорной магистралью насоса и гидробаком.

Чтобы обеспечить высокую чувствительность автомобиля к повороту рулевого колеса и избежать возниковения высочастотных пульсаций давления в гидросистеме, характеристики изменения площадей проходных сечений дроссельных окон распределителя делают нелинейными [5-7]. В данной работе нелинейность характеристик достигнута за счет двух прямоугольных насечек длиной l_e и шириной W_e , выполненных на зубе золотника (рис. 1, б). При вращении золотника относительно гильзы ширина w_е дроссельного окна постепенно уменьшается, и после определенного угла поворота золотника окно полностью закрывается, при этом прямоугольная насечка становится единственной открытой областью.

Площади проходных сечений дроссельных окон при повороте золотника по часовой стрелке рассчитывались по следующим формулам:

$$s_{1,3}(\theta_{vs}) = \begin{cases} (w_s + r_v \theta_{vs})l_s + l_e w_e, & 0 \le \theta_{vs} < \theta_{vs\max}; \\ (w_s + r_v \theta_{vs\max})l_s + l_e w_e, & \theta \ge \theta_{vs\max}; \end{cases}$$
(24)
$$s_{2,4}(\theta_{vs}) = \begin{cases} (w_s - r_v \theta_{vs})l_s + l_e w_e, & 0 \le \theta_{vs} < \theta_{vs1}; \\ [w_e - r_v (\theta_{vs} - \theta_{vs1})]l_e + A_l, & \theta_{vs1} \le \theta_{vs\max}; \end{cases}$$
(25)
$$A_l, \quad \theta_{vs} \ge \theta_{vs\max}, \end{cases}$$

где r_v – радиус золотника; l_s , w_s – длина и ширина дроссельного окна распределителя; θ_{vs} – угол рассогласования золотника и гильзы: $\theta_{vs} = \theta_v - \theta_s$; $\theta_{vs \max}$ – максимальный угол рассогласования золотника и гильзы; θ_{vs1} – угол рассогласования, при котором дроссельное окно $S_{2,4}$ закрывается; A_l – площадь утечек при закрытом дроссельном окне.

Гидравлическая часть распределителя представлена в виде гидравлического моста из четырех дросселей переменного сечения А, в одну диагональ которого подключен гидроцилиндр, а в другую – источник питания и гидробак (см. рис. 1). Гидросистема разделена узлами на отдельные участки. Участок $p_s - p_p$ моделирует напорную гидролинию распределителя, а участок *p*_t – гидробак – сливную гидролинию распределителя. Напорная и сливная гидролинии имеют относительно небольшую длину, поэтому они рассматривались как объекты с сосредоточенными параметрами. На рис. 1, а символами $m_{h1,2}$, $V_{h1,2}$, $r_{h1,2}$ обозначены масса жидкости, объем жидкости и гидравлическое сопротивление гидролинии соответственно.

Допущения, принятые при моделировании: жидкость сжимаема; насос является идеальным источником потока; гидролинии, соединяющие распределитель с гидроцилиндром, короткие, поэтому потерями давления в этих гидролиниях и их динамикой пренебрегаем; коэффициент расхода жидкости через золотник постоянен; гидродинамические силы, действующие на золотник, пренебрежимо малы; внешние и внутренние утечки жидкости из рабочих полостей гидроцилиндра отсутствуют; кинематическая вязкость, плотность рабочей жидкости, количество нерасворенного воздуха не изменяются.

Динамика гидросистемы рулевого

управления описывалась уравнениями

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{E_{h1}}{0.5V_{h1}}(q_f - q_{h1}); \qquad (26)$$

$$\frac{dp_{p}}{dt} = \frac{E_{h1}}{0.5V_{h1}}(q_{h1} - q_2 - q_3); \quad (27)$$

$$\frac{dp_t}{dt} = \frac{E_{h2}}{V_{h2}}(q_1 + q_4 - q_{h2}); \quad (28)$$

$$\frac{dp_a}{dt} = \frac{E_{h3}}{V_{a0} + A_p x_p} (q_3 - q_4 - A_p \dot{x}_p) ; (29)$$

$$\frac{dp_b}{dt} = \frac{E_{h3}}{V_{b0} - A_p x_p} (A_p \dot{x}_p + q_2 - q_1); \quad (30)$$

$$\frac{dq_{h1}}{dt} = \frac{A_{h1}^2}{m_{h1}} \left(p_s - p_p - r_{h1}q_{h1} |q_{h1}| \right); \quad (31)$$

$$\frac{dq_{h2}}{dt} = \frac{A_{h2}^2}{m_{h2}} \left(p_t - r_{h2} q_{h2} \left| q_{h2} \right| \right), \quad (32)$$

где E_{hk} , k = 1, ..., 3 – эффективный модуль объемной упругости жидкости; V_{a0}, V_{b0} – объемы жидкости в рабочих полостях гидроцилиндра в среднем положении поршня; p_s , p_p , p_t , p_a , *p*_b – давления в узлах гидравлической $c_s, c_p,$ схемы; $C_t, \quad C_a,$ C_b коэффициенты жесткости жидкости, сосредоточенной в узлах; q_{h1} , q_{h2} – расходы жидкости в напорной и сливной гидролинии распределителя; q_f полача насоса; q_i , *i*=1,...,4 – расход жидкости через регулируемый дроссель А, распределителя; A_{h1}, A_{h2} – площади поперечного напорной сечения сливной И гидролинии.

Уравнения (26)–(30) описывают, как изменяются давления в узлах гидросистемы, и по своей сути являются уравнениями непрерывности потока жидкости в узлах. Уравнения (31) и (32) описывают динамику расхода жидкости в напорной и сливной гидролиниях на основе уравнения Бернулли.

Эффективный модуль объемной упругости жидкости вычислялся по формуле [8]

$$E_{hk} = \left(\frac{1}{E_f} + \frac{d_{hk}}{t_{ck}E_{ck}}\right)^{-1},$$
 (33)

где E_f — модуль объемной упругости газожидкостной смеси; d_{hk} , t_{ck} , E_{ck} — внутренний диаметр, толщина стенки, модуль объемной упругости материала стенки гидролинии/гидроцилиндра соответственно.

Модуль объемной упругости газожидкостной смеси [7]

$$E_f = E_0 \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^n + r_a \right] \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^n + \frac{r_a E_0}{np} \right]^{-1}, \quad (34)$$

где E_0 — модуль объемной упругости жидкости; p — давление жидкости; p_0 — атмосферное давление; n — показатель политропы; r_a — процент нерастворенного воздуха в жидкости.

Коэффициент гидравлического сопротивления гидролинии [8]

$$r_{h1,2} = \frac{\rho}{2A_{h1,2}^2} \left(\lambda \frac{l_{h1,2}}{d_{h1,2}} + \sum \zeta_{h1,2} \right), \quad (35)$$

где ρ – плотность рабочей жидкости; λ – коэффициент потерь на трение по длине гидролинии; $l_{h1,2}$ – длина гидролинии; $\sum \zeta_{h1,2}$ – сумма коэффициентов местных сопротивлений гидролинии.

Коэффициент потерь на трение рассчитывался по формуле (36) в зависимости от значения числа Рейнольдса Re, определяющего режим течения жидкости в гидролинии. Re ≤ 2000 соответствует ламинарному режиму, Re ≥ 4000 – турбулентному режиму, 2000 < Re < 4000 – течению потока жидкости в переходной зоне [10].

$$\lambda = \begin{cases} 64/\text{Re}, & \text{Re} \le 2000; \\ 0,0242 + 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ Re}, & 2000 < \text{Re} < 4000; \\ 0,3164/\text{Re}^{0.25}, & \text{Re} \ge 4000. \end{cases}$$
(36)

Расход жидкости через регулируемый дроссель *А*, распределителя

$$q_i = C_d A_i(\theta_{vs}) \sqrt{2 |\Delta p_i| / \rho} \operatorname{sgn}(\Delta p_i), \quad (37)$$

где C_d – коэффициент расхода рабочей жидкости; Δp_i – разность давлений на дросселе. Площадь проходного сечения дросселя $A_i(\theta_{vs}) = 3s_i(\theta_{vs})$.

На рис. 2 приведены графики, построенные на основе результатов решения системы уравнений (19), (20), (26)–(32) в среде Matlab/Simulink для случая поворота рулевого колеса от нейтрального положения $0^{\circ} \rightarrow +360^{\circ} \rightarrow$ $0^{\circ} \rightarrow -360^{\circ} \rightarrow 0^{\circ}$ с угловой скоростью 6,28 рад/с на неподвижном автомобиле. Положительные значения указывают на поворот вправо, а отрицательные – на поворот влево. Зависимость угла поворота рулевого колеса от времени $\theta_c = f(t)$ описывалась кусочно-линейной функцией. В модели использовались параметры, близкие по значению к грузовым автомобилям.

Значения параметров механической подсистемы рулевого управления: $J_{rv} = 0,0015 \text{ кг}\cdot\text{m}^2; J_s = 0,0055 \text{ кг}\cdot\text{m}^2;$ $J_a = 0,042 \text{ кг}\cdot\text{m}^2; J_{w1,2} = 1,684 \text{ кг}\cdot\text{m}^2;$ $m_p = 3,76 \text{ кг}; C_c = 4208 \text{ H}\cdot\text{M}/\text{pad};$ $b_c = 3,918 \text{ H}\cdot\text{M}\cdot\text{c}/\text{pad}; C_t = 170 \text{ H}\cdot\text{M}/\text{pad};$ $b_t = 11,5 \text{ H}\cdot\text{M}\cdot\text{c}/\text{pad}; b_v = 0,0283 \text{ H}\cdot\text{M}\cdot\text{c}/\text{pad};$ $p_s = 0,018 \text{ M}; r_s = 0,0675 \text{ M};$ $A_p = 5,2956\cdot10^{-3} \text{ M}^2; b_p = 20,668 \text{ H}\cdot\text{c}/\text{M};$ $F_{fr} = 50 \text{ H}; G_w = 22072 \text{ H}; \varphi = 0,7;$ $r_{fr} = 0,540 \text{ M}; f_{rs} = 0,018; r_{wt} = 0,066 \text{ M};$ $l_{sa} = 0,150 \text{ M}; \alpha = 8^\circ; \beta = 2^\circ 30';$ $u_{aw} = 1; l_0 = 1,893 \text{ M}; L = 3,85 \text{ M};$ $\theta_{emax} = 27^\circ; \theta_{imax} = 34^\circ; \theta_{ws} = 6^\circ.$

Значения параметров гидравлической подсистемы рулевого управления: $w_s = 0,8 \cdot 10^{-3}$ м; $w_e = 5,08997 \cdot 10^{-4}$ м; $l_s = 20 \cdot 10^{-3}$ м; $l_e = 2 \cdot 10^{-3}$ м; $r_v = 12,5 \cdot 10^{-3}$ м; $\theta_{vsmax} = 6^\circ$; $\theta_{vs1} = 3,6669^\circ$; $E_0 = 1,4 \cdot 10^9$ Па; $E_{h1,2} = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $E_{h3} = 2 \cdot 10^{11}$ Па; $\rho = 860$ кг/м³; $C_d = 0,63$; $l_{h1} = 0,865$ м; $d_{h1} = 0,012$ м; $d_{h2} = 0,014$ м; $l_{h2} = 0,751$ м; $t_{h1,2} = 0,001$ м; $t_{h3} = 0,01$ м; $q_f = 1,6667 \cdot 10^{-4}$ м³/c; $V_{a0} = 2,118 \cdot 10^{-4}$ м³; $V_{b0} = 2,118 \cdot 10^{-4}$ м³; $r_a = 2$ %; n = 1,4; $d_{h3} = 0,090$ м; $\sum \zeta_{h1} = 17,6$; $\sum \zeta_{h2} = 9,6$; $A_l = 3,144 \times 10^{-9}$ м³; $p_0 = 10^5$ Па.

Анализ графиков на рис. 2 позволяет сделать вывод, что разработанная

модель адекватно воспроизводит как качественные, так и количественные аспекты функционирования гидроусилителя рулевого управления автомобиля.

В нейтральном положении рулевого колеса (период времени от 0 до 0,5 с) угол рассогласования золотника и гильзы θ_{vs} равен нулю, проходные сечения регулируемых дросселей распределителя $A_{1,3}$ и $A_{2,4}$ одинаковы по величине, давления p_a , p_b в рабочих полостях гидроцилиндра равны между собой, управляемые колеса находятся в неподвижном состоянии ($\theta_{w1,2} = 0$).

При повороте рулевого колеса вправо (период времени от 0,5 до 1,5 с) угол рассогласования появляется $\theta_{vs} > 0$, в результате чего проходные сечения дросселей А_{1,3} увеличиваются, а проходные сечения дросселей А24 уменьшаются. Это приводит к повышению давления p_a в гидроцилиндре и движению поршня вместе с управляемыми колесами вслед за поворотом рулевого колеса. Видно, что перемещение поршня x_p и углы поворота управляемых колес $\theta_{w1,2}$ изменяются пропорционально углу поворота рулевого колеса θ_c , давление на выходе насоса *p_s* и в гидроцилиндре *p_a* определяется величиной момента сопротивления повороту колес $M_{r1,2}$.

После прекращения поворота рулевого колеса (период времени от 1,5 до 2,5 с) давление p_a в гидроцилиндре на устанавливается некотором постоянном уровне, достаточном для управляемых удержания колес В повернутом положении. Таким образом обеспечивается следящее действие гидроусилителя по перемещению, позволяющее удерживать управляемые колеса в нужном положении при повороте.



Рис. 2. Графики изменения фазовых переменных модели во времени: *a* – углов поворота рулевого колеса и управляемых колес; *б* – давлений в узлах гидросистемы; *в* – перемещения и скорости поршня гидроцилиндра; *г* – расходов жидкости в напорной, сливной гидролиниях и регулируемых дросселях распределителя; *д* – моментов сопротивления повороту управляемых колес, крутящего момента на рулевом колесе; *е* – угла рассогласования золотника и гильзы, площадей проходных сечений регулируемых дросселей распределителя

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Development of a truck steering system model including hydraulics to predict the steering wheel torque / J. Loof [et al.] // In 9th Graz Symposium Virtuelles Fahrzeug, 23–25 May 2016. – Graz, Austria.

2. **Михайлов, В. В.** Математическое моделирование в изучении переходных процессов и нагруженности элементов гидроусилителя руля с роторным распределителем / В. В. Михайлов, Е. Н. Строк // Наука и техника. – 2013. – № 1. – С. 18–22.

3. **Gao, B.** A study on modeling hydraulic-power-steering for heavy duty vehicles / B. Gao, K. Sanada, K. Furihata // JFPS International journal of fluid power system. – 2008. – Vol. 1, iss. 1. – P. 8–17.

4. Высоцкий, М. С. Грузовые автомобили / М. С. Высоцкий, Ю. Ю. Беленький, Л. Х. Лилелес. – Москва: Машиностроение, 1979. – 384 с.

5. Modeling and Co-simulation of Hydraulic Power Steering System / Ying Sun [et al.] // Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2011.

6. **Rösth, M.** Hydraulic power steering system design in road vehicles analysis: testing and enhanced functionality / M. Rösth. – Dissertation, Linköping University, 2007. – 116 p.

7. Birsching, J. Two Dimensional Modeling of a Rotary Power Steering Valve / J. Birsching. – SAE Technical Paper 1999-01-0396, 1999.

8. Merritt, H. E. Hydraulic control systems / H. E. Merritt. – New York: John Wiley & Sons, 1967. – 358 p.

9. Watton, J. Fundamentals of Fluid Power Control / J. Watton. – Cambridge: Cambridge university press, 2009. – 494 p.

10. Akers, A. Hydraulic power system analysis / A. Akers, M. Gassman, R. Smith. – New York: Taylor & Francis Group, 2006. – 358 p.

Статья сдана в редакцию 6 марта 2024 года

Контакты:

harbatsenka.m@yandex.ru (Горбатенко Николай Николаевич).

N. N. GORBATENKO

MATHEMATICAL MODEL OF STEERING FOR A TRUCK WITH AN INTEGRAL-TYPE HYDRAULIC BOOSTER

Abstract

The paper presents a mathematical model describing physical properties and behavior of the main steering components of a truck – a steering column, a recirculating ball-and-nut steering mechanism, an integral-type-hydraulic booster with a rotary distributor, a steering drive, steerable wheels, a hydraulic pump, and pipelines. The model is designed to study the combined effect of the parameters of mechanical and hydraulic steering components on the dynamic characteristics of the vehicle. The simulation results show that the proposed model adequately reproduces both qualitative and quantitative aspects of steering system's functioning in the vehicles with hydraulic power steering.

Keywords:

mathematical modeling, truck, power steering, recirculating ball-and-nut steering, integral-type hydraulic booster with a rotary distributor.

For citation:

Gorbatenko, N. N. Mathematical model of steering for a truck with an integral-type hydraulic booster / N. N. Gorbatenko // Belarusian-Russian University Bulletin. $-2024. - N_{2} 2 (83). - P. 5-15.$