

Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор Белорусско-Российского
университета


Ю.В. Машин

Регистрационный № УД-010304/Б.1.0.19/р

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

Квалификация Бакалавр

	Форма обучения
	Очная
Курс	2
Семестр	4
Лекции, часы	16
Лабораторные работы, часы	34
Зачёт, семестр	4
Контактная работа по учебным занятиям, часы	50
Самостоятельная работа, часы	58
Всего часов / зачётных единиц	108 / 3

Кафедра-разработчик программы: «Высшая математика»

Составитель: Д.В. Роголев, канд. физ.-мат. наук, доц.

Могилёв, 2023

Рабочая программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика №11 от 10.01.2018, учебным планом рег. номер 010304-2.1 от 28.04.2023

Рассмотрена и рекомендована к утверждению кафедрой «Высшая математика»
28 сентября 2023 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой  В.Г. Замураев

Одобрена и рекомендована к утверждению Научно-методическим советом
Белорусско-Российского университета

18 10 2023 г., протокол № 2.

Зам. председателя
Научно-методического совета

 С.А. Сухоцкий

Рецензент: Наталья Владимировна Кожуренко, доцент кафедры программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова», кандидат физико-математических наук

Рабочая программа согласована:

Ведущий библиотекарь

 Е.Н. Кесельова

Начальник учебно-методического
отдела

 О.Е. Печковская

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины является формирование специалистов, умеющих обоснованно и результативно применять существующие и осваивать новые методы численного анализа, применяемые при решении прикладных задач, не имеющих аналитического решения, либо имеющих его, но, по ряду причин, получение которого затруднено.

1.2 Планируемые результаты изучения дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- теоретические основы прямых и итерационных методов численного решения нелинейных уравнений и систем;
- теоретические основы методов численного интегрирования и дифференцирования функций;
- теоретические основы методов интерполяции и аппроксимации функций;

уметь:

- применять численные методы для решения практических задач;
- выбирать требуемый метод в соответствии с особенностями задачи и имеющимися ограничениями на реализацию;
- использовать имеющееся программное обеспечение для решения задач и оценивать погрешности выбранных методов решения;

владеть:

- практическими вычислительными навыками решения прикладных задач;
- опытом выбора оптимального и оценки погрешностей реализованного численного метода.

1.3 Место учебной дисциплины в системе подготовки студента

Дисциплина относится к блоку 1 «Дисциплины (модули)» (обязательная часть).

Перечень учебных дисциплин, изучаемых ранее, усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины:

- математический анализ;
- программирование;
- вычислительные методы алгебры.

Перечень учебных дисциплин (циклов дисциплин), которые будут опираться на данную дисциплину:

- математическое программирование;
- численные методы математической физики;
- исследование операций и теория игр.

Кроме того, знания, полученные при изучении дисциплины на лабораторных занятиях будут применены при прохождении ознакомительной практики, а также при подготовке выпускной квалификационной работы и дальнейшей профессиональной деятельности.

1.4 Требования к освоению учебной дисциплины

Освоение данной учебной дисциплины должно обеспечивать формирование следующих компетенций:

Коды формируемых компетенций	Наименования формируемых компетенций
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Вклад дисциплины в формирование результатов обучения выпускника (компетенций) и достижение обобщённых результатов обучения происходит путём освоения содержания обучения и достижения частных результатов обучения, описанных в данном разделе.

2.1 Содержание учебной дисциплины

Но- мер тем	Наименование тем	Содержание	Коды форми- руемых ком- петенций
1	Решение нелинейных уравнений методами половинного деления и простой итераций. Метод Ньютона	Проблема отделение корней уравнения. Метод половинного деления. Итерационные методы: простой итерации, релаксации. Теорема о сходимости. Ускорение сходимости метода итерации. Принцип сжимающих отображений. Методы секущих и касательных (Ньютона). Выбор начального приближения.	ОПК-2
2	Решение систем нелинейных уравнений (СНУ)	Решение СНУ методами простых итераций, Зейделя. Метод Ньютона и его модификации.	ОПК-2
3	Интерполирование функций	Задачи интерполирования функций. Интерполирование в линейных нормированных пространствах. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Сплайн-интерполирование. Интерполяционный кубический сплайн.	ОПК-2
4	Аппроксимация функций	Среднеквадратичное приближение функций алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Задача построения ортонормированного базиса.	ОПК-2
5	Численное дифференцирование	Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. Безразностные формулы численного дифференцирования. Метод неопределённых коэффициентов.	ОПК-2
6	Численное интегрирование: квадратурные формулы	Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона).	ОПК-2
7	Статистические методы вычисления кратных интегралов	Нормирование области интегрирования. Статистические методы вычисления кратных интегралов (методы Монте-Карло).	ОПК-2
8	Одномерная и многомерная минимизация	Метод не направленного поиска. Метод дихотомии. Методы золотого сечения и Фибоначчи. Методы покоординатного и градиентного спуска многомерной оптимизации	ОПК-2

2.2 Учебно-методическая карта учебной дисциплины

№ недели	Лекции (наименование тем)	Часы	Лабораторные занятия	Часы	Самостоятельная работа, часы	Форма контроля знаний	Баллы (max)
Модуль 1							
1	1. Решение нелинейных уравнений методами половинного деления и простой итераций. Метод Ньютона	2	Л. р. 1 Приближённое решение уравнения вида $f(x) = 0$ методом половинного деления	2	3	ЗЛР	5
2			Л. р. 2 Приближённое решение уравнения вида $f(x) = 0$ итерационными методами: простой итерации, секущих и касательных (комбинированный метод)	2	3		

3	2. Решение систем нелинейных уравнений (СНУ)	2	Л. р. 2 Приближённое решение уравнения вида $f(x) = 0$ итерационными методами: простой итерации, секущих и касательных (комбинированный метод)	2	3	ЗЛР	5
4			Л. р. 3 Приближённое решение системы нелинейных уравнений методом итераций	2	4	ЗЛР	5
5	3. Интерполирование функций	2	Л. р. 4 Приближённое решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона	2	3	ЗЛР	5
6			Л. р. 5 Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона	2	3		
7	4. Аппроксимация функций	2	Л. р. 5 Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона	2	3	ЗЛР	5
8			Л. р. 6 Сплайн-интерполяция	2	4	ЗЛР ПКУ	5 30
Модуль 2							
9	5. Численное дифференцирование	2	Л. р. 7 Аппроксимация функции по методу наименьших квадратов	2	3		
10			Л. р. 7 Аппроксимация функции по методу наименьших квадратов	2	3	ЗЛР	5
11	6. Численное интегрирование: квадратурные формулы	2	Л. р. 8 Приближённое дифференцирование функций	2	4	ЗЛР	5
12			Л. р. 9 Приближённое вычисление определённого интеграла по формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона	2	3		
13	7. Статистические методы вычисления кратных интегралов	2	Л. р. 9 Приближённое вычисление определённого интеграла по формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона	2	4	ЗЛР	5
14			Л. р. 10 Приближённое вычисление двойного интеграла методом Монте-Карло	2	4		
15	8. Одномерная и многомерная минимизация	2	Л. р. 10 Приближённое вычисление двойного интеграла методом Монте-Карло	2	4	ЗЛР	5
16			Л. р. 11 Минимизация функции одной переменной	2	3	ЗЛР	5
17			Л. р. 12 Оптимизация функции нескольких переменных методами спуска	2	4	ЗЛР ПКУ ПА (зачёт)	5 30 40
	Итого	16		34	58		100

Принятые обозначения:

Текущий контроль –

ЗЛР – защита лабораторной работы;

ПКУ – промежуточный контроль успеваемости.

ПА - Промежуточная аттестация.

Итоговая оценка определяется как сумма текущего контроля и промежуточной аттестации и соответствует баллам:

Зачёт

Оценка	Зачтено	Не зачтено
Баллы	51-100	0-50

3 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При изучении дисциплины используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студентов. Применение форм и методов проведения занятий при изучении различных тем курса представлено в таблице.

№ п/п	Форма проведения занятия	Вид аудиторных занятий		Всего часов
		Лекции	Лабораторные занятия	
1	Мультимедиа	1-8		16
2	С использованием ЭВМ		1-12	34
	ИТОГО	16	34	

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Используемые оценочные средства по учебной дисциплине представлены в таблице и хранятся на кафедре.

№ п/п	Вид оценочных средств	Количество комплектов
1	Задания в тестовой форме	1
2	Вопросы к лабораторным работам	1
3	Вопросы к зачёту	1
4	Задания к зачёту	1

5 МЕТОДИКА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

5.1 Уровни сформированности компетенций

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Содержательное описание уровня	Результаты обучения
<i>ОПК-2.</i> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем			
<i>ИОПК-2.8</i> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач методы численного анализа, анализировать результаты			
1	Пороговый уровень	Понимание основных принципов выбора математических моделей.	Умение выбрать математические методы и модели для решения алгебраических задач
2	Продвинутый уровень	Умение анализировать практическую задачу, выбирать и использовать подходящие математические методы и модели для её решения.	Применение математических моделей для решения практических задач, анализ результатов.
3	Высокий уровень	Навыки математического моделирования практических задач.	Выбор и создание математических моделей для решения алгебраических задач.

5.2 Методика оценки знаний, умений и навыков студентов

Результаты обучения	Оценочные средства
<i>ОПК-2.</i> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем	
Пороговый уровень	Задания в тестовой форме. Вопросы к зачёту. Билеты к зачёту.
Продвинутый уровень	Задания в тестовой форме. Вопросы к зачёту. Билеты к зачёту.
Высокий уровень	Задания в тестовой форме. Вопросы к зачёту. Билеты к зачёту.

5.3 Критерии оценки лабораторных работ

Лабораторные работы (ЗЛР) оцениваются до 5 баллов:

0-1 баллов – полное отсутствие навыков выполнения работы;

2-3 балла – грубые ошибки при выполнении работы;

4 балла – уверенное выполнение работы при наличии незначительных ошибок;

5 баллов – уверенное выполнение работы с полным объяснением.

5.4 Критерии оценки зачёта

Итоговая оценка на зачёте (зачтено, незачтено) определяется как сумма баллов промежуточного контроля успеваемости и промежуточной аттестации и соответствует суммарным баллам:

Оценка	Зачтено	Незачтено
Баллы	51-100	0-50

При этом промежуточный контроль успеваемости оценивается до 60 баллов, а промежуточная аттестация – до 40 баллов. Зачёт состоит из 4 заданий, оцениваемых до 10 баллов каждое.

Критерий оценки ответа на вопрос или решения задачи на зачёте

1 балл – полное отсутствие знаний по теоретическому вопросу; отсутствие навыков решения задачи даже под руководством преподавателя.

3 балла – фрагментарные знания теоретического вопроса в объёме учебной программы, незнание используемой в вопросе терминологии, грубые ошибки в рассуждениях или в решении задачи; неуверенное решение задачи под руководством преподавателя.

5 баллов – частичное знание теоретического вопроса в объёме учебной программы, используемой в вопросе терминологии; уверенное решение задачи под руководством преподавателя.

8 баллов – знание теоретического вопроса в объёме учебной программы при наличии незначительных ошибок в используемых формулах, формулировках и определениях, которые сам студент исправляет в процессе ответа; уверенное самостоятельное решение задачи при наличии незначительных ошибок.

10 баллов – уверенное знание теоретического вопроса в объёме учебной программы и уверенное знание используемой в вопросе терминологии; уверенное самостоятельное решение задачи и уверенное знание используемой в задаче терминологии.

6 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Самостоятельная работа студентов (СРС) направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, развитие практических умений. СРС включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- изучение конспекта лекций, методических рекомендаций, основной и дополнительной литературы, ресурсов сети Интернет;
- решение индивидуальных задач во время проведения лабораторных занятий под контролем преподавателя.

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов приведён в приложении и хранится на кафедре.

Для СРС рекомендуется использовать источники, приведённые в п. 7.

7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 512 с.	Рек. Редакционно-издательским советом Московского авиационного института (национального исследовательского университета) в качестве учебного пособия	https://znanium.com/catalog/product/2002583

2	Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А. В. Гулин, О. С. Мажорова, В. А. Морозова. – М. : ИН-ФРА-М, 2022. – 368 с.	Доп. УМО по классическому университетскому образованию в качестве учеб. пособ. для студ. высших учебных заведений, обучающихся по направлениям «Прикладная математика и информатика» и «Фундаментальная информатика и информационные технологии»	https://znanium.com/catalog/product/1852192
---	---	--	---

7.2 Дополнительная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 9-е изд. – М. : Лаборатория знаний, 2020. – 636 с.	Рек. Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студ. физико-математических специальностей высших учебных заведений	https://znanium.com/catalog/product/1087429
2	Вабищевич, П. Н. Численные методы. Вычислительный практикум. Практическое применение численных методов при использовании алгоритмического языка PYTHON / П. Н. Вабищевич. – 4-е изд., стер. – М. : ЛЕНАНД, 2021. – 320с.	–	8
3	Самарский А. А. Задачи и упражнения по численным методам : учеб. пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. – изд. стер. – М. : ЛИБРОКОМ, 2021. – 208с.	–	8

7.3 Перечень ресурсов сети Интернет по изучаемой дисциплине

1. GNU Octave [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.gnu.org/software/octave/support>, свободный.
2. Octave Forge – Packages [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://octave.sourceforge.io/packages.php>, свободный.
3. Документация MATLAB [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.exponenta.ru/>, требуется свободная авторизация.
4. Трифонов, А. Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения [Электронный ресурс] / А. Г. Трифонов. – Режим доступа: <https://hub.exponenta.ru/post/postanovka-zadachi-optimizatsii-i-chislennyye-metody-ee-resheniya356>, свободный.
5. EqWorld. Мир математических уравнений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, свободный.
6. Сайт кафедры информатики и компьютерного проектирования МХТУ им. Д.И. Менделеева: материалы лекционного курса «Вычислительная математика». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://technosystems1.narod.ru/study/math/lectures.html>, свободный.

7.4 Перечень наглядных и других пособий, методических рекомендаций по проведению учебных занятий, а также методических материалов к используемым в образовательном процессе техническим средствам

7.4.1 Методические рекомендации

1. Роголев Д.В., Бондарев А.Н. Численный анализ. Методические рекомендации к лабораторным работам для студентов направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» дневной формы обучения. Могилев : Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования «Белорусско-Российский университет», 2021 – 48 с.

7.4.2 Перечень программного обеспечения, используемого в учебном процессе

Свободно распространяемое ПО: Python, GNU Octave, Adobe Reader, LibreOffice (темы № 1-8).

7.4.3 Информационные технологии

Мультимедийные презентации

Тема 1 - Решение нелинейных уравнений методами половинного деления и простой итераций. Метод Ньютона

Тема 2 - Решение систем нелинейных уравнений (СНУ)

Тема 3 - Интерполирование функций

Тема 4 - Аппроксимация функций

Тема 5 - Численное дифференцирование

Тема 6 - Численное интегрирование: квадратурные формулы

Тема 7 - Статистические методы вычисления кратных интегралов

Тема 8 - Одномерная и многомерная минимизация

8 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины содержится в паспорте лаборатории ауд. 405, рег. номер ПУЛ-4.535-405/1-23.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

АННОТАЦИЯ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

	Форма обучения
	Очная
Курс	2
Семестр	4
Лекции, часы	16
Лабораторные работы, часы	34
Зачёт, семестр	4
Контактная работа по учебным занятиям, часы	50
Самостоятельная работа, часы	58
Всего часов / зачётных единиц	108 / 3

1. Цель учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины является формирование специалистов, умеющих обоснованно и результативно применять существующие и осваивать новые методы численного анализа, применяемые при решении прикладных задач, не имеющих аналитического решения, либо имеющих его, но, по ряду причин, получение которого затруднено.

2. Планируемые результаты изучения дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- теоретические основы прямых и итерационных методов численного решения нелинейных уравнений и систем;

- теоретические основы методов численного интегрирования и дифференцирования функций;

- теоретические основы методов интерполяции и аппроксимации функций;

уметь:

- применять численные методы для решения практических задач;

- выбирать требуемый метод в соответствии с особенностями задачи и имеющимися ограничениями на реализацию;

- использовать имеющееся программное обеспечение для решения задач и оценивать погрешности выбранных методов решения;

владеть:

- практическими вычислительными навыками решения прикладных задач;

- опытом выбора оптимального и оценки погрешностей реализованного численного метода.

3. Требования к освоению учебной дисциплины

Освоение данной учебной дисциплины должно обеспечивать формирование следующих компетенций:

Коды формируемых компетенций	Наименования формируемых компетенций
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем

4. Образовательные технологии

Мультимедиа, с использованием ЭВМ