

Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор Белорусско-
Российского университета

О.В. Машин

«20» _____ 2023 г.

Регистрационный № УД-010304/Б.1.0.21/р

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ
(наименование дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

Квалификация Бакалавр

	Форма обучения
	Очная
Курс	2
Семестр	4
Лекции, часы	34
Практические занятия, часы	34
Зачёт, семестр	4
Контактная работа по учебным занятиям, часы	68
Самостоятельная работа, часы	40
Всего часов / зачетных единиц	108/3

Кафедра-разработчик программы: «Высшая математика»

Составитель: И.И. Маковецкий, к.ф.-м.н., доцент, О.А. Маковецкая
(И.О. Фамилия, ученая степень, ученое звание)

Могилев, 2023

Рабочая программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика №11 от 10.01.2018, учебным планом рег. номер 010304-2.1 от 28.04.2023г.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению кафедрой «Высшая математика» 28.09.2023 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой  В.Г. Замураев

Одобрена и рекомендована к утверждению Научно-методическим советом Белорусско-Российского университета

«18» октября 2023 г., протокол № 2

Зам. председателя
Научно-методического совета

 С.А. Сухоцкий

Рецензент:

И.Н. Сидоренко, доцент кафедры программного обеспечения информационных технологий Могилевского государственного университета им. А.А. Кулешова, к.ф.-м.н.
(И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание рецензента)

Рабочая программа согласована:

Ведущий библиотекарь

 Р.Н. Киселев

Начальник учебно-методического
отдела

 О.Е. Печковская

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины является получение студентами навыков математического моделирования физических и экономических процессов с использованием уравнений с частными производными, а также освоение методов решения и исследования краевых задач для них

1.2 Планируемые результаты изучения дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- классификацию и методы приведения к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя и многими независимыми переменными;
- методы решения и обоснования корректности задачи Коши для уравнения колебания струны и уравнения теплопроводности;
- постановку и методы решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типа;
- постановку и методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа;

уметь:

- приводить к каноническому виду уравнения второго порядка;
- решать задачу Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности;
- решать смешанные задачи для уравнений колебания струны и теплопроводности;
- решать краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона;

владеть:

- навыками практического использования изученного математического аппарата для решения конкретных задач;
- современными компьютерными технологиями, позволяющими решать и дифференциальные уравнения с частными производными;
- навыками использования открытых Интернет-ресурсов в этих целях.

1.3 Место учебной дисциплины в системе подготовки студента

Дисциплина относится к Блоку 1 "Дисциплины (модули)" (Обязательная часть).

Перечень учебных дисциплин, изучаемых ранее, усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины:

- Линейная алгебра;
- Математический анализ;
- Аналитическая геометрия;
- Вычислительные методы алгебры;
- Теория вероятностей и случайные процессы;
- Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Перечень учебных дисциплин, которые будут опираться на данную дисциплину:

- Теория функций и функциональный анализ;
- Численные методы математической физики;
- Исследование операций и теория игр;
- Математическое моделирование в естествознании, технике и экономике.

Кроме того, знания, полученные при изучении дисциплины на практических занятиях будут применены при подготовке выпускной квалификационной работы и дальнейшей профессиональной деятельности.

1.4 Требования к освоению учебной дисциплины

Освоение данной учебной дисциплины должно обеспечивать формирование следующих компетенций:

Коды формируемых компетенций	Наименования формируемых компетенций
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем
ПК-1	Способен проводить научно-исследовательские разработки при исследовании самостоятельных тем

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Вклад дисциплины в формирование результатов обучения выпускника (компетенций) и достижение обобщенных результатов обучения происходит путём освоения содержания обучения и достижения частных результатов обучения, описанных в данном разделе.

2.1 Содержание учебной дисциплины

Номер тем	Наименование тем	Содержание	Коды формируемых компетенций
1	Дифференциальные уравнения в частных производных первого и второго порядков	Дифференциальные уравнения в частных производных. Квазилинейное уравнение с частными производными второго порядка. Главная часть уравнения, ее преобразование при замене координат. Приведение линейного уравнения к каноническому виду в точке. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка. Приведение главной части линейного уравнения с двумя переменными к каноническому виду в окрестности точки. Понятие характеристики для линейного уравнения второго порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Коши–Ковалевской. Квазилинейные уравнения первого порядка	ОПК-2, ПК-1
2	Волновое уравнение	Вывод уравнения колебаний струны. Задача Коши для уравнения струны, формула Даламбера. Волновое уравнение с правой частью. Краевые задачи для полуограниченной струны, метод отражений, условия согласования. Ограниченная струна. Метод Фурье. Задача Штурма–Лиувилля. Формула Кирхгофа. Формула Пуассона. Распространение волн в R , R^2 , R^3 . Область зависимости решений от начальных данных	ОПК-2, ПК-1
3	Уравнение теплопроводности	Вывод уравнения теплопроводности. Физический смысл краевых условий. Смешанная краевая задач. Принцип максимума в цилиндре. Теорема единственности и непрерывной зависимости решения первой краевой задачи от начальных и граничных условий. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности при помощи преобразования Фурье. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности, его свойства. Краевые задачи на полупрямой, Функция Грина.	ОПК-2, ПК-1

		Построение функций Грина методом отражений. Краевые задачи на отрезке. Решение краевых задач методом Фурье. Функция Грина первой и второй краевых задач на отрезке	
4	Уравнение Лапласа	Формулы Грина. Гармонический функции, их свойства. Принцип максимума. Уравнение Пуассона. Основные краевые задачи для уравнения Лапласа. Единственность решения задачи Дирихле в ограниченной области, условие существования решения задачи Неймана. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа, ее свойства. Метод отражений. Функция Грина для шара R^n . Формула Пуассона. Краевые задачи для уравнения Лапласа в круге и квадрате, решение методом Фурье. Понятие корректности задачи математической физики. Примеры корректных и некорректных задач	ОПК-2, ПК-1

2.2 Учебно-методическая карта учебной дисциплины

№ недели	Лекции (наименование тем)	Часы	Практические (семинарские) занятия	Часы	Самостоятельная работа, часы	Форма контроля знаний	Баллы (max)
Модуль 1							
1	1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	2	Пр. р. 1 Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Классификация и приведение к канонической форме	2	2		
2	1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	2	Пр. р. 1 Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Классификация и приведение к канонической форме	2	2		
3	1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	2	Пр. р. 2 Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Получение аналитических решений	2	2		
4	1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	2	Пр. р. 2 Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Получение аналитических решений	2	2		
5	2. Волновое уравнение	2	Пр. р. 3 Задача Коши для волнового уравнения	2	2		
6	2. Волновое уравнение	2	Пр. р. 3 Задача Коши для волнового уравнения	2	2		
7	2. Волновое уравнение	2	Пр. р. 4 Краевые задачи для полуограниченной струны	2	2	КР ЗИЗ	15 15
8	2. Волновое уравнение	2	Пр. р. 5 Задача Штурма-Лиувилля. Краевые задачи на отрезке	2	2	ПКУ	30
Модуль 2							
9	2. Волновое уравнение	2	Пр. р. 5 Задача Штурма-Лиувилля. Краевые задачи на отрезке	2	2		
10	3. Уравнение теплопроводности	2	Пр. р. 6 Задача Коши для уравнения теплопроводности	2	2		
11	3. Уравнение теплопроводности	2	Пр. р. 6 Задача Коши для уравнения теплопроводности	2	2		
12	3. Уравнение теплопроводности	2	Пр. р. 7 Краевые задачи для полуограниченного стержня	2	2		
13	3. Уравнение теплопроводности	2	Пр. р. 8 Краевые задачи на отрезке	2	2		

14	3. Уравнение теплопроводности	2	Пр. р. 8 Краевые задачи на отрезке	2	2		
15	4 Уравнение Лапласа	2	Пр. р. 9 Гармонические функции	2	6	КР ЗИЗ	15 15
16	4 Уравнение Лапласа	2	Пр. р. 10 Краевые задачи для уравнения Лапласа	2	3		
17	4 Уравнение Лапласа	2	Пр. р. 10 Краевые задачи для уравнения Лапласа	2	3	ПКУ ПА (зачет)	30 40
	Итого	34		34	40		100

Принятые обозначения:

Текущий контроль –

КР – контрольная работа;

ЗИЗ – защита индивидуального задания;

ПКУ – промежуточный контроль успеваемости.

ПА - Промежуточная аттестация.

Итоговая оценка определяется как сумма текущего контроля и промежуточной аттестации и соответствует баллам:

Зачет

Оценка	Зачтено	Не зачтено
Баллы	51-100	0-50

3 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При изучении дисциплины используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студентов. Применение форм и методов проведения занятий при изучении различных тем курса представлено в таблице.

№ п/п	Форма проведения занятия	Вид аудиторных занятий**		Всего часов
		Лекции	Практические занятия	
1	Традиционные		Пр. р. 1-17	34
2	Мультимедиа	Лекции 1-5		34
	ИТОГО	34	34	68

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Используемые оценочные средства по учебной дисциплине представлены в таблице и хранятся на кафедре.

№ п/п	Вид оценочных средств	Количество комплектов
1	Вопросы к зачету	1
2	Контрольные задания	2
3	Индивидуальные задания	2

5 МЕТОДИКА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

5.1 Уровни сформированности компетенций

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Содержательное описание уровня	Результаты обучения
-------	-------------------------------------	--------------------------------	---------------------

<i>Компетенция ОПК-2</i> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем			
ИОПК-2.10 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач методы и модели теории дифференциальных уравнений в частных производных, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем			
1	Пороговый уровень	Обязательный для всех выпускников университета по завершении ООП ВПО	Знает основные типы дифференциальных уравнений в частных производных, основные методы их решений, умеет их применять к решению типовых задач
2	Продвинутый уровень	Превышение минимальных характеристик сформированности компетенции для выпускника университета	Владеет методами решения дифференциальных уравнений в частных производных, умеет их применять
3	Высокий уровень	Максимально возможная выраженность компетенции	Владеет методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений в частных производных, способен модифицировать известный метод теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения для решения конкретной прикладной задачи
<i>Компетенция ПК-1</i> Способен проводить научно-исследовательские разработки при исследовании самостоятельных тем			
ИПК-1.5 Способен применять знание теории дифференциальных уравнений в частных производных при проведении научно-исследовательских разработок			
1	Пороговый уровень	Обязательный для всех выпускников университета по завершении ООП ВПО	Способен различать математические модели, для исследования которых необходимо использовать математический аппарат теории дифференциальных уравнений в частных производных
2	Продвинутый уровень	Превышение минимальных характеристик сформированности компетенции для выпускника университета	Способен выполнить постановку задачи математического моделирования с использованием математического аппарата теории дифференциальных уравнений в частных производных
3	Высокий уровень	Максимально возможная выраженность компетенции	Способен произвести декомпозицию математической модели и самостоятельно выполнить анализ ее компонентов с использованием теории дифференциальных уравнений в

		частных производных, трактовать результаты математического моделирования
--	--	--

5.2 Методика оценки знаний, умений и навыков студентов

Результаты обучения	Оценочные средства
<i>Компетенция ОПК-2</i> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем	
Знает основные типы дифференциальных уравнений в частных производных, основные методы их решений, умеет их применять к решению типовых задач	Индивидуальные задания. Контрольные задания
Владеет методами решения дифференциальных уравнений в частных производных, умеет их применять	Индивидуальные задания. Контрольные задания
Владеет методами решения дифференциальных уравнений в частных производных, способен модифицировать известный метод теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения для решения конкретной прикладной задачи	Индивидуальные задания. Контрольные задания
<i>Компетенция ПК-1</i> Способен проводить научно-исследовательские разработки при исследовании самостоятельных тем	
Способен различать математические модели, для исследования которых необходимо использовать математический аппарат теории дифференциальных уравнений в частных производных	Индивидуальные задания. Контрольные задания
Способен выполнить постановку задачи математического моделирования с использованием математического аппарата теории дифференциальных уравнений в частных производных	Индивидуальные задания. Контрольные задания
Способен произвести декомпозицию математической модели и самостоятельно выполнить анализ ее компонентов с использованием теории дифференциальных уравнений в частных производных, трактовать результаты математического моделирования	Индивидуальные задания. Контрольные задания

5.3 Критерии оценки практических работ

Для оценки практических работ предусмотрена модульно-рейтинговая система. В 3 семестре запланировано выполнение по одному индивидуальному заданию и по одной контрольной работе в первом и втором модулях. Одно индивидуальное задание содержит 3 задания, успешное выполнение каждого из которых оценивается в 5 баллов, индивидуальное задание оценивается до 15 баллов. Контрольная работа содержит 5

заданий, успешное выполнение которого оценивается в 3 балла, успешное выполнение контрольной работы оценивается до 15 баллов.

5.4 Критерии оценки зачета

Для оценки зачета предусмотрено выполнение 4 практических заданий, каждое из которых оценивается в 10 баллов. Всего можно набрать 40 баллов.

6 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Самостоятельная работа студентов (СРС) направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, развитие практических умений. СРС включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

1. Изучение литературы по дисциплине
2. Выполнение индивидуальных заданий
3. Ответы на контрольные вопросы

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов приведен в приложении и хранится на кафедре.

Для СРС рекомендуется использовать источники, приведенные в п. 7.

7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Лесин, В. В. Уравнения математической физики : учебное пособие / В.В. Лесин. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2023. — 240 с.	-	https://znanium.com/catalog/product/2126799
2	Титов, К. В. Уравнения математической физики. Практикум. Компьютерные технологии решения задач : учебное пособие / К.В. Титов. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2022. - 262 с.	—	https://znanium.com/catalog/product/1874633

7.2 Дополнительная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Торшина, О. А. Уравнения математической физики : учебное пособие / О. А. Торшина. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 59 с.	—	https://znanium.com/catalog/product/1089483

7.3 Перечень ресурсов сети Интернет по изучаемой дисциплине

<http://exponenta.ru/>

7.4 Перечень наглядных и других пособий, методических рекомендаций по проведению учебных занятий, а также методических материалов к используемым в образовательном процессе техническим средствам

7.4.1 Методические рекомендации

1 Дифференциальные уравнения в частных производных : метод. рек. к практич. занятиям для студентов / сост. О. А. Маковецкая, И. И. Маковецкий. - Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2021. - 26с.

7.4.2 Информационные технологии

Мультимедийные презентации:

1. Классификация уравнений.
2. Задача Коши для уравнений с частными производными
3. Смешанные задачи для гиперболических и параболических уравнений
4. Краевые задачи для эллиптических уравнений
5. Уравнения с частными производными в реальных моделях

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ
(наименование дисциплины)

АННОТАЦИЯ
К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

	Форма обучения
	Очная
Курс	2
Семестр	4
Лекции, часы	34
Практические занятия, часы	34
Зачёт, семестр	4
Контактная работа по учебным занятиям, часы	68
Самостоятельная работа, часы	40
Всего часов / зачетных единиц	108/3

1 Цель учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины является получение студентами навыков математического моделирования физических и экономических процессов с использованием уравнений с частными производными, а также освоение методов решения и исследования краевых задач для них

2. Планируемые результаты изучения дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- классификацию и методы приведения к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя и многими независимыми переменными;
 - методы решения и обоснования корректности задачи Коши для уравнения колебания струны и уравнения теплопроводности;
 - постановку и методы решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типа;
 - постановку и методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа;
 - описание марковских стохастических процессов;
- построение социально-экономических моделей с помощью обыкновенных стохастических дифференциальных уравнений;

уметь:

- приводить к каноническому виду уравнения второго порядка;
- решать задачу Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности;
- решать смешанные задачи для уравнений колебания струны и теплопроводности;
- решать краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона;
- применять параболические уравнения для описания случайных процессов;
- исследовать уравнения Колмогорова для марковских процессов;
- строить математические модели социально-экономических процессов, использующих уравнения с частными производными;

владеть:

- навыками практического использования изученного математического аппарата для решения конкретных задач;
- современными компьютерными технологиями, позволяющими решать и дифференциальные уравнения с частными производными;

- навыками использования открытых Интернет-ресурсов в этих целях.

3. Требования к освоению учебной дисциплины

Освоение данной учебной дисциплины должно обеспечивать формирование следующих компетенций:

Коды формируемых компетенций	Наименования формируемых компетенций
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надёжность и качество функционирования систем
ПК-1	Способен проводить научно-исследовательские разработки при исследовании самостоятельных тем

4. Образовательные технологии: мультимедийные лекции, традиционные практические занятия.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ
ДИСЦИПЛИНЫ**

по учебной дисциплине Дифференциальные уравнения в частных производных

направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

на 2024-2025 учебный год

Дополнений и изменений нет

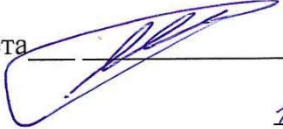
Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики

(протокол № 6 от «29» февраля 2024 г.)

Заведующий кафедрой

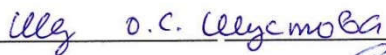
кандидат физ.-мат. наук, доцент  В.Г. Замураев

УТВЕРЖДАЮ

Декан экономического факультета  И.И. Маковецкий

16 04 2024

СОГЛАСОВАНО:

Ведущий библиотекарь  О.С. Устова

Начальник учебно-методического отдела  О.Е. Печковская

16 04 2024