УДК 629.113

Г. И. Мамити

УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ

UDC 629.113

G. I. Mamiti

EQUATIONS OF STRAIGHT LINE MOTION OF WHEELED VEHICLES

Аннотация

Предложены новые расчетные силовые схемы и уравнения движения колесной машины, в основу которых положено приведение всех действующих сил и моментов к центру пятна контакта колеса с дорогой.

Ключевые слова:

уравнение, прямолинейное движение, колесная машина, дорога, колесо, силовая схема, сила, момент, центр, пятно контакта.

Abstract

New design force diagrams and equations of motion of a wheeled vehicle are proposed, which are based on the reduction of all acting forces and moments to the center of contact patch between the wheel and the road.

Key words:

equation, linear motion, wheeled vehicle, road, wheel, force diagram, force, moment, center, contact patch.

Общепринятая силовая расчетная схема колесной машины при разгоне на подъеме для случая, когда радиус r колеса меньше высоты h центра масс, высоты h_w центра парусности, высоты h_x расположения буксирного крюка, т. е. $r < h, h_w, h_x$, представлена на рис. 1, где угол α можно связать с превышением H_α и заложением B_α как $i = H_\alpha / B_\alpha = \mathrm{tg}\alpha$. При этом уравнение движения запишем в виде [1]

$$P - mj\delta - \psi G - P_w - P_x = 0. \quad (1)$$

Для этого же случая ($r < h, h_w, h_x$) в [2–6] для решения различных задач получено и использовано новое уравнение движения колесной машины

$$P = mj\delta - \psi G - \frac{P(h_w - r)}{r} - \frac{P(h_x - r)}{r} - P_k = 0, \quad (2)$$

где P – сила тяги при равномерном движении, $P = M_e\eta i/r$; M_e – эффективный момент двигателя; i, η – передаточное число и коэффициент полезного действия трансмиссии; r – радиус колеса; $mj\delta$ – приведенная сила инерции; m – масса; j – ускорение машины; δ – коэффициент учета вращающихся масс, $\delta = (h - r)/r + (J_M\eta i^2 + J_k)/mr$; J_M – момент инерции маховика двигателя; J_k – момент инерции всех колес машины; G – сила тяжести машины, $G = mg$; g – ускорение свободного паде-

© Мамити Г. И., 2017

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

ния; ψ – коэффициент сопротивления дороги, $\psi = f \cos\alpha + [(h - r) / r] \sin\alpha$; f – коэффициент сопротивления качению; α – угол подъема; P_w – сила сопротивления воздуха; P_x – сила сопротивления прицепа; P_k – сумма сил, приложенных к корпусу машины, приведенных к оси ведущих колес, $P_k = P_w + P_j + P_\alpha + P_x$; P_j – сила инерции поступательно движущихся масс машины, $P_j = mj$; P_α – сила сопротивления подъему, $P_\alpha = G \sin\alpha$.

Составим новую расчетную силовую схему [6] колесной машины (рис. 2), освободив ось ведущих колес от дополнительных связей, приведя к оси ведущих колес по теореме Вариньона все действующие на машину силы Z, P_w, P_j, P_α, P_x и образуемые ими моменты $M_f = Z \cdot a$, где a – смещение вперед, по ходу движения, равнодействующей Z нормальных реакций дороги от вертикального диаметра колеса; $M_w = P_w(h_w - r)$; $M_j = P_j(h - r)$; $M_\alpha = P_\alpha(h - r)$; $M_x = P_x(h_x - r)$, а также тяговый момент M и инерционный момент M_ε сопротивления ускоренному вращению колес машины.

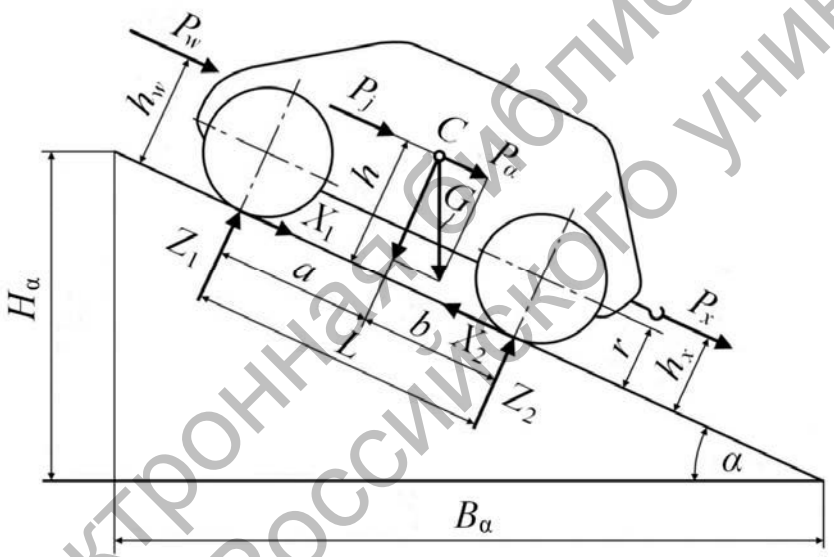

Рис. 1. Общепринятая схема сил, действующих на колесную машину при разгоне на подъеме

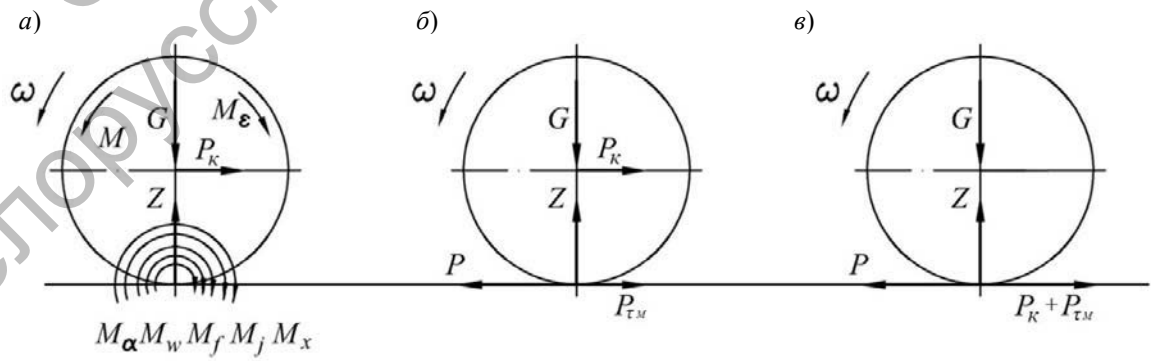

Рис. 2. Новая расчетная схема колесной машины: *а* – расчетная схема, в которой все силы и моменты, действующие на колесную машину, приведены к оси ведущих колес и их контакту с дорогой; *б*, *в* – эквивалентные расчетные схемы

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

Новая силовая схема (см. рис. 2) позволяет безошибочно вывести уравнение движения автомобиля (2) проецированием суммы продольных сил $P_к$, действующих на ось ведущих колес, на плоскость контакта колес с дорогой и нахождением реакций опорной поверхности от действующих моментов M_f, M_w, M_j, M_α, M_x, M, $M\varepsilon$ путем деления на радиус r.

Согласно рис. 2,

$$P - P_к - P_{\tau м} = 0,$$

где $P_{\tau м}$ – реакция опорной поверхности от воздействия действующих моментов, $P_{\tau м} = (M\varepsilon + M_f + M_w + M_\alpha + M_j + M_x)/r$.

Подставив в это уравнение значения составляющих, получим уравнение движения колесной машины (2).

Одним преимуществом уравнения (2) по сравнению с общепринятым (1) является учет высот h, h_w, h_x приложения сил (точнее – точек), другим – возможность выявления роли радиуса r ведущих колес при изучении силового взаимодействия машины и прицепа.

Недостаток уравнения (2) в том виде, в котором оно записано, заключается в налагаемом на него ограничении – оно применимо только в случае, когда $r < h$, h_w, h_x.

Однако уравнение движения колесной машины (2) имеет возможное ограничение. Ведь если точка приложения силы к корпусу машины находится на высоте h_x ниже радиуса колеса ($r > h_x$), то реакция опорной поверхности станет положительной. Тогда сумма отрицательных реакций, вызываемых действующими моментами, определится как

$$P_{\tau м} = (M\varepsilon + M_f + M_w + M_\alpha + M_j - M_x)/r.$$

Этот недостаток легко устраняется. Для этого в уравнении (2) достаточно плечи приложения сил P_w, P_j, P_α, P_x относительно оси ведущих колес записать в виде ($h - r$), если $r < h$, или ($r - h$), если $r > h$. Тогда уравнение (2) примет универсальный вид, независимый от разностей ($h - r$) или ($r - h$):

$$P = mj\delta - \psi G - P_w h_w / r - P_x h_x / r = 0; \quad (3)$$

$$\delta = h / r + (J_м \eta i^2 + J_k) / mr^2;$$

$$\psi = f \cos\alpha + (h \sin\alpha) / r.$$

Проверим правильность полученных результатов. Для этого изменим основную систему и составим выражения моментов от действующих сил относительно центра пятна контакта ведущего колеса с дорогой:

$$M_f = G \cdot \alpha; \quad M_w = P_w \cdot h_w;$$

$$M_j = P_j \cdot h; \quad M_\alpha = P_\alpha \cdot h;$$

$$M_x = P_x \cdot h_x.$$

Приведя продольные силы $P_к = P_w + P_j + P_\alpha + P_x$ к плоскости контакта колес с опорной поверхностью и сложив с реакциями дороги от действующих моментов M/r; M_f/r; $P_w h/r$; $P_j h/r$; $P_\alpha h/r$; $P_x h_x/r$, вновь получим уравнение (3).

Как видно из изложенного, одни и те же уравнения движения колесной машины получены из двух разных расчетных схем (см. рис. 1 и 2). То, что уравнения (2) и (3) верны, исчерпывающе доказано методом изменения основной системы.

Для доказательства теоретических выводов и разработанных расчетных схем проведем физический эксперимент. С этой целью возьмем две катушки (рис. 3) с внутренней (*а*) и внешней (*г*) намоткой ниток и потянем их с силой P_x (сопротивление прицепа).

Из рис. 3, *б* видно, что момент M_x вызовет в контакте колеса с дорогой касательную реакцию $P_{\tau x}$ (рис. 3, *в*), кото-

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

рая будет меньше величины P_x, и первая катушка $(r > h_x \neq 0)$ покатится в сторону большей силы P_x.

Вторая катушка $(r > h_x = 0)$ не покатится, т. к. момент M_x (рис. 3, *д*) вызовет реакцию $P_{\tau x}$, равную P_x, и действующие в контакте силы (рис. 3, *е*) уравновесятся.

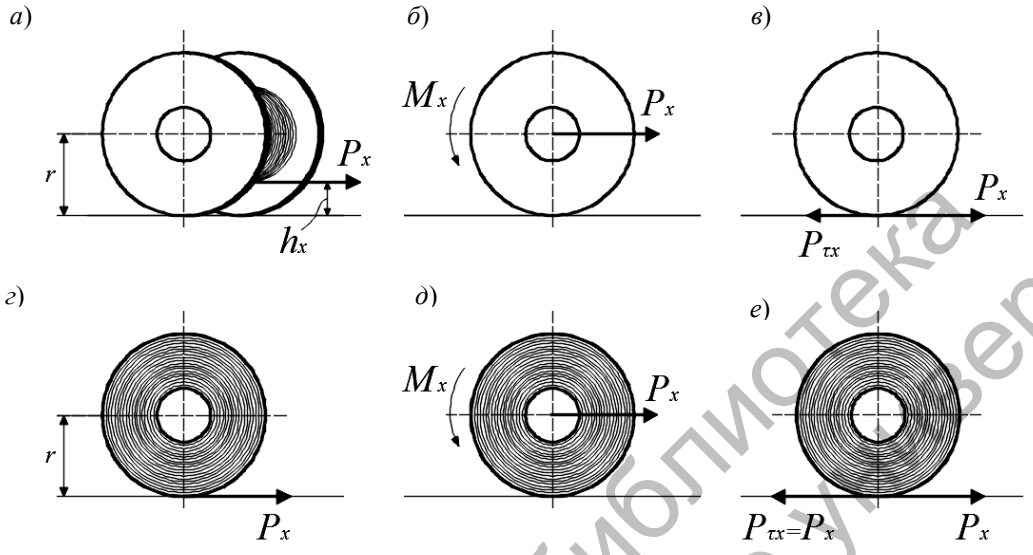

Рис. 3. Катушки с намоткой ниток и эквивалентные им расчетные схемы: *а* – катушка с внутренней намоткой ниток; *б* – расчетная схема, эквивалентная катушке с внутренней намоткой ниток при $r > h_x > 0$; *в* – то же при $r > h_x = 0$; *г* – катушка с наружной намоткой ниток; *д* – расчетная схема, эквивалентная катушке с наружной намоткой ниток при $r > h_x > 0$; *е* – то же при $r > h_x = 0$

Приведем примеры использования уравнений (2) и (3).

Основной задачей тягового расчета любой высокоскоростной колесной машины является определение мощности сопротивлений движению и, тем самым, требуемой мощности двигателя колесной машины.

Полученные уравнения (2) и (3) позволяют решить указанную задачу и таким образом найти требуемую мощность двигателя автомобиля для достижения максимальной скорости $V_{\max}$ на горизонтальном участке дороги:

$$N_{ev} = [(fG + P_w h_w / r)V_{\max}]r. \quad (4)$$

Так как $P_w = kFV^2_{\max}$, то для определения мощности двигателя автомобиля по формуле (4) необходимо знать величину коэффициента обтекаемости k, рассчитать площадь фронтального сечения F и высоту центра парусности h_w. Разработанные методики определения F и h_w и пример их расчета приведены в [5].

В качестве второго примера использования нового уравнения движения (2) рассмотрим динамическое преодоление автомобилем невысокого порога (см. рис. 3) высотой [6]

$$h_{\max} = (r - r_0)/2,$$

где r_0 – радиус обода колеса.

Движущая сила при этом будет создаваться как двигателем автомобиля, так и приведенной силой инерции δmj, учитывающей поступательно движущиеся и вращающиеся массы автомобиля.

Воспользуемся способом приведения сил, приложенных к корпусу авто-

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

мобиля, к контакту колес с опорной поверхностью [2] при составлении уравнения движения колесной машины и сведем все силы и моменты, действующие на полноприводный автомобиль (рис. 4), к оси *O* передних колес и к грани *A* порога (рис. 5).

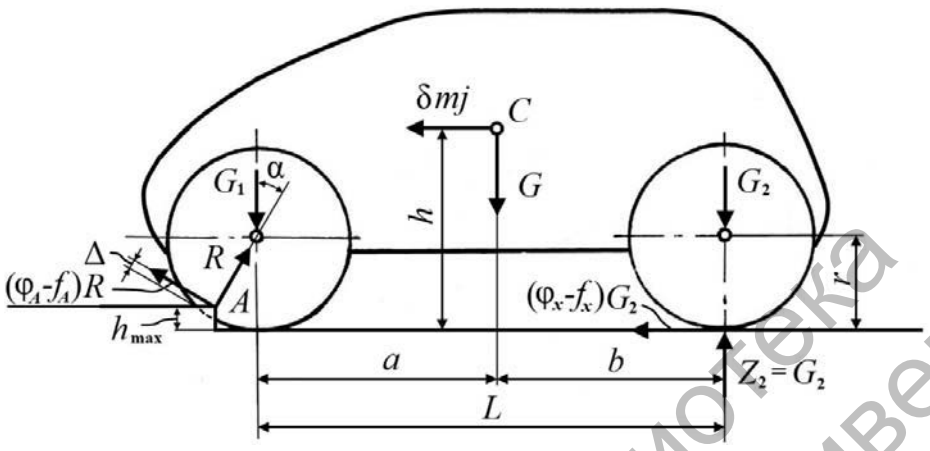

Рис. 4. Силы, действующие на полноприводный автомобиль при динамическом преодолении невысокого порога

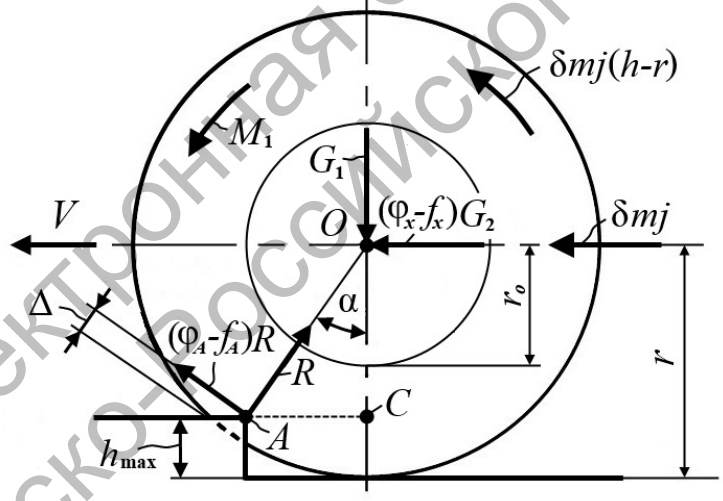

Рис. 5. Силы, действующие на передние колеса полноприводного автомобиля при динамическом преодолении порога высотой h_{max}

Составим сумму проекций, действующих на передние колеса полноприводного автомобиля сил, на направление реакции *R*:

$$R - G_1 \cos\alpha - [(\varphi_x - f_x)G_2 + \\ + \delta mj]\sin\alpha = 0.$$

Тогда

$$R = G_1 \cos\alpha + [(\varphi_x - f_x)G_2 + \\ + \delta mj]\sin\alpha. \quad (5)$$

Далее составим сумму моментов относительно точки *A* кромки препятствия:

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

$$M_1 - G_1(r-\Delta)\sin\alpha + [(\varphi_x - f_x)G_2 +$$

$$+ \delta mj](r-\Delta)\cos\alpha + \delta mj(h-r) = 0. \quad (6)$$

Максимальное значение суммы моментов $M_1 + \delta mj(h-r)$ не может быть больше $\varphi_A R(r-\Delta)$:

$$M_1 + \delta mj(h-r) \le \varphi_A R(r-\Delta), \quad (7)$$

где M_1 – момент, подведенный от двигателя к передним колесам автомобиля.

Подставив в уравнение (6) выражения (7) и (5), получим

$$\varphi_A(r-\Delta)\{G_1\cos\alpha + \left[(\varphi_x - f_x)G_2 + \right.$$

$$\left. + \delta mj\right]\sin\alpha\} = G_1(r-\Delta)\sin\alpha -$$

$$-\left[(\varphi_x - f_x)G_2 + \delta mj\right](r-\Delta)\cos\alpha. \quad (8)$$

Разделив выражение (7) на $(r-\Delta)\cos\alpha$, получим

$$\varphi_A\{G_1 + [(\varphi_x - f_x)G_2 +$$

$$+ \delta mj]\mathrm{tg}\alpha = G_1\mathrm{tg}\alpha +$$

$$+ (\varphi_x - f_x)G_2 - \delta mj,$$

откуда определим замедление автомобиля при преодолении порога:

$$j = \{[G_1(\mathrm{tg}\alpha - \varphi_A)/(1+\varphi_x\mathrm{tg}\alpha)] -$$

$$- (\varphi_x - f_x)G_2\}/\delta m. \quad (9)$$

Рассмотрим треугольник АОС (см. рис. 5), в котором

$$\cos\alpha = \frac{r - h_{\max}}{r-\Delta},$$

тогда угол α определяется как

$$\alpha = \arccos\frac{r - h_{\max}}{r-\Delta}.$$

Функциональная зависимость (9) позволяет оценить возможность преодоления невысокого порога без неприятных ощущений для людей и возможность недопущения поломок подвески.

Расчетную схему, приведенную на рис. 5, можно использовать и для неполноприводных автомобилей. Если автомобиль заднеприводный, в нем будет отсутствовать момент M_1, подводимый от двигателя, а если переднеприводный – будет отсутствовать толкающая сила $(\varphi_x - f_x)G_2$, вместо которой останется сила сопротивления качению ($-f_xG_2$).

Проинтегрировав выражение (9) по времени, можно рассчитать безопасную начальную скорость для преодоления порога определенной высоты.

Выводы

Изложенное, в том числе пример расчета, свидетельствует о том, что для вывода уравнения движения колесной машины следует привести, согласно теореме Вариньона, продольные, параллельные опорной поверхности составляющие всех действующих на корпус машины сил к основным системам, за центры моментов которых следует принять ось вращения ведущих колес или центр пятна контакта ведущих колес с опорной поверхностью.

Уравнения (2) и (3) верны, т. к. прошли исчерпывающую аналитическую проверку методом изменения основной системы. Разработанные расчетные схемы экспериментально подтверждены на физических моделях.

Использование уравнений (2) и (3) при проектировании колесных машин будет способствовать совершенствованию последних.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мамити, Г. И.** Теория движения двухосной колесной машины. Ч. 1. Механика эластичного колеса. Тяговая и тормозная динамика. Тяговый расчет. Моделирование процесса торможения. Топливная экономичность, маневренность, проходимость и плавность хода : учебник для вузов / Г. И. Мамити. – Владикавказ : Горский госагроуниверситет, 2012. – 216 с.

2. **Мамити, Г. И.** Приведение сил и моментов, действующих на колесную машину, к контакту колеса с опорной поверхностью / Г. И. Мамити // Изв. ФГБОУ ВПО «Горский ГАУ». – 2013. – Т. 50, ч. 4. – С. 155–158.

3. **Мамити, Г. И.** Новое уравнение движения колесной машины / Г. И. Мамити // Тракторы и сельхозмашины. – 2014. – № 6. – С. 15–18.

4. **Mamiti, G. I.** New Equations of Motion of Vehicles / G. I. Mamiti // Russian Engineering Research. – 2015. – Vol. 35, № 7. – P. 493–495.

5. **Мамити, Г. И.** Новое уравнение движения, тяговый расчет, определение площади фронтального сечения и высоты центра парусности автомобиля / Г. И. Мамити // Автомобильная промышленность. – 2015. – № 10. – С. 16–18.

6. **Мамити, Г. И.** Использование нового уравнения движения для расчета параметров колесной машины / Г. И. Мамити, А. Е. Гагкуев, В. Б. Тедеев // Изв. ФГБОУ ВПО «Горский ГАУ». – 2016. – Т. 53, ч. 4. – С. 203–209.

Статья сдана в редакцию 30 декабря 2016 года

Герас Ильич Мамити, д-р техн. наук, проф., Горский государственный аграрный университет. E-mail: avtofak.ggau@yandex.ru.

Geras Ilich Mamiti, DSc (Engineering), Prof., Gorski State Agrarian University. E-mail: avtofak.ggau@yandex.ru.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета