

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

ФИЗИКА

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
для студентов всех специальностей и направлений подготовки
заочной формы обучения*

**МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**



Могилев 2024

УДК 535
ББК 22.33
Ф55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «17» апреля 2024 г.,
протокол № 9

Составители: ст. преподаватель В. В. Глущенко;
ст. преподаватель Н. С. Манкевич;
доц. С. О. Парашков;
д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко

Рецензент канд. техн. наук Е. В. Ильюшина

В методические рекомендации включены задачи по разделам физики «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», краткий теоретический материал и примеры решения типовых задач. В приложении приведены некоторые физические величины и постоянные.

Учебное издание

ФИЗИКА

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2024

Содержание

1 Программа курса физики.....	4
2 Общие указания к решению задач.....	5
3 Учебно-методические материалы по разделам курса физики.....	6
3.1 Физические основы классической механики.....	6
3.2 Молекулярная физика и термодинамика.....	22
Список литературы.....	35
Приложение А.....	36

1 Программа курса физики

Физические основы классической механики. Механическое движение как простейшая форма движения материи. Представления о свойствах пространства и времени, лежащие в основе классической (ньютоновской) механики. Поступательное движение твердого тела. Элементы кинематики материальной точки. Скорость и ускорение точки как производные радиуса-вектора по времени. Нормальное и тангенциальное ускорения. Радиус кривизны траектории.

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Закон инерции и инерциальные системы отсчета. Законы динамики материальной точки и системы материальных точек. Внешние и внутренние силы. Центр масс (центр инерции) механической системы и закон его движения. Закон сохранения импульса. Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Работа переменной силы. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил, приложенных к системе.

Поле как форма материи, осуществляющая силовое взаимодействие между частицами вещества. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле и ее связь с силой, действующей на материальную точку. Понятие о градиенте скалярной функции координат. Поле центральных сил. Потенциальная энергия системы. Закон сохранения механической энергии. Диссипация энергии. Закон сохранения и превращения энергии как проявление неуничтожимости материи и ее движения. Применение законов сохранения к рассмотрению абсолютно упругого и неупругого ударов двух тел.

Элементы кинематики вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейными скоростями и ускорениями точек вращающегося тела. Момент силы и момент импульса механической системы. Момент силы относительно оси. Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения. Момент инерции тела относительно оси. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Кинетическая энергия вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса и его связь с изотропностью пространства.

Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

Элементы специальной теории относительности. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени. Интервал между событиями и его инвариантность по отношению к выбору инерциальной системы отсчета как проявление взаимосвязи пространства и времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистский импульс. Основной закон релятивистской динамики материальной точки. Релятивистское выражение для кинетической энергии. Взаимосвязь массы и энергии. Энергия связи системы. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы. Границы применимости классической (ньютоновской) механики. Понятие об общей теории относительности.

Основы молекулярной физики и термодинамики. Статистический и термо-

динамический методы исследования. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы, их изображение на термодинамических диаграммах. Уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов для давления и его сравнение с уравнением Клапейрона – Менделеева. Средняя кинетическая энергия молекул. Молекулярно-кинетическое толкование термодинамической температуры. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Теплоемкость.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Барометрическая формула. Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Время релаксации. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах. Опытные законы диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Молекулярно-кинетическая теория этих явлений.

Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам и адиабатному процессу идеального газа. Зависимость теплоемкости идеального газа от вида процесса. Классическая молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей идеальных газов и ее ограниченность. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Второе начало термодинамики. Независимость КПД цикла Карно от природы рабочего тела. Энтропия. Энтропия идеального газа. Статистическое толкование второго начала термодинамики. Отступления от законов идеальных газов. Реальные газы. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Эффективный диаметр молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными. Фазовые переходы первого и второго рода. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа.

2 Общие указания к решению задач

Решения задач следует начинать с краткой записи условия с приведением единиц измерения к единицам системы измерений (СИ), а далее сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

Решать задачу надо в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени. Основные физические постоянные, характеристики веществ приводятся в таблицах А.1–А.8.

При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 – $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.

Вычисления по расчетной формуле необходимо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

3 Учебно-методические материалы по разделам курса физики

3.1 Физические основы классической механики

3.1.1 Основные формулы. Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела) вдоль оси x :

$$x = f(t),$$

где x – некоторая функция времени.

Проекция средней скорости на ось x

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость

$$\bar{V} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Путь Δs в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т. е. $\Delta s \geq 0$. Тогда проекция мгновенной скорости на ось x

$$V_x = \frac{dx}{dt}.$$

Проекция среднего ускорения на ось x

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}.$$

Проекция мгновенного ускорения на ось x

$$a_x = \frac{dV_x}{dt}.$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности

$$\varphi = f(t) \quad (r = R = \text{const}).$$

Модуль угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$V = \omega \cdot R; \quad a_\tau = \varepsilon \cdot R; \quad a_n = \omega^2 \cdot R,$$

где V – модуль линейной скорости;

a_τ, a_n – модули тангенциального и нормального ускорений;

ω – модуль угловой скорости;

ε – модуль углового ускорения;

R – радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad \text{или} \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным \vec{a} и нормальным \vec{a}_n ускорениями

$$\alpha = \arccos(a_n / a).$$

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью \vec{V} ,

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V}.$$

Второй закон Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где \vec{F} – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

– сила упругости

$$\vec{F} = -k \cdot \Delta \vec{x},$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость);

$\Delta \vec{x}$ – абсолютная деформация;

– сила гравитационного взаимодействия

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где γ – гравитационная постоянная;

m_1, m_2 – массы взаимодействующих тел;

r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

– сила тяжести

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g},$$

где g – ускорение свободного падения.

В случае гравитационного притяжения тела массой к Земле

$$g = \gamma \frac{M}{R^2},$$

где M, R – масса и радиус Земли соответственно;

– сила трения (скольжения)

$$F = \mu \cdot N,$$

где μ – коэффициент трения;

N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const},$$

для двух тел ($n = 2$)

$$m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 = m_1 \cdot \vec{U}_1 + m_2 \cdot \vec{U}_2,$$

где \vec{V}_1, \vec{V}_2 – скорости тел в момент времени, принятый за начальный;

\vec{U}_1, \vec{U}_2 – скорости тех же тел в конечный момент времени.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = m \cdot V^2 / 2$$

или

$$T = p^2 / 2m.$$

Потенциальная энергия:

– упругодеформированной пружины

$$П = k \cdot x^2 / 2,$$

где k – жесткость пружины;

x – абсолютная деформация;

– гравитационного взаимодействия

$$П = -\frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{r},$$

где γ – гравитационная постоянная;

m_1, m_2 – массы взаимодействующих тел;

r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

– тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$П = m \cdot g \cdot h,$$

где g – ускорение свободного падения;

h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, здесь R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии

$$E = T + П = \text{const.}$$

Работа A , совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси z

$$\vec{M}_z = J_z \cdot \vec{\epsilon},$$

где \vec{M}_z – результирующий момент внешних сил относительно оси z , действующих на тело;

$\vec{\epsilon}$ – угловое ускорение;

J_z – момент инерции относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси z , проходящей через центр масс:

– стержня длиной L относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$J_z = \frac{1}{12} m \cdot L^2;$$

– обруча (тонкостенного цилиндра) радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$J_z = m \cdot R^2;$$

– диска (сплошного цилиндра) радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска (совпадающей с осью цилиндра),

$$J_z = \frac{1}{2} m R^2.$$

Проекция на ось z момента импульса тел, вращающихся относительно неподвижной оси z ,

$$L_z = J \cdot \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z ,

$$J_z \cdot \vec{\omega} = \text{const},$$

где J_z – момент инерции системы тел относительно оси z ;

$\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения тел системы вокруг оси z .

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z ,

$$T = J_z \cdot \omega^2 / 2$$

или

$$T = L_z^2 / (2 J_z).$$

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \beta^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе, относительно которой стержень покоится (собственная длина);

l – длина стержня, относительно которой он движется;

β – скорость частицы, выраженная в долях скорости света, $\beta = v/c$.

Промежуток времени Δt в системе, движущейся по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени Δt_0 в неподвижной для наблюдателя системе отношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя.

Релятивистский импульс

$$p = m \cdot V = \frac{m_0 \cdot V}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 \cdot c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = m \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 + T,$$

где T – кинетическая энергия частицы;

E_0 – энергия покоя частицы, $E_0 = m_0 \cdot c^2$.

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = E_0^2.$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)}.$$

3.1.2 Примеры решения задач.

Пример 1 – Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид: $x = A + B \cdot t + C \cdot t^3$, где $A = 2$ м; $B = 1$ м/с; $C = -0,5$ м/с³. Найти координату x , скорость V_x и ускорение a_x точки в момент времени $t = 2$ с.

Дано:	Решение
$x = A + B \cdot t + C \cdot t^3;$ $A = 2$ м; $B = 1$ м/с; $C = -0,5$ м/с ³ ; $t = 2$ с	Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B и C и времени t : $x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) = 0.$
$x - ?$ $V_x - ?$ $a_x - ?$	Мгновенная скорость относительно оси x есть первая производная от координаты по времени: $V_x = \frac{dx}{dt} = B + 3C \cdot t^2.$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = 6C \cdot t$.

В момент времени $t = 2$ с

$$V_x = 1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2 = -5 \text{ м/с};$$

$$a_x = 6 \cdot (-0,5) \cdot 2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2 – Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + B \cdot t + C \cdot t^2$, где $B = 20 \text{ рад/с}$; $C = 2 \text{ рад/с}^2$. Определите полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 0,1 \text{ м}$ от оси вращения, для момента времени $t = 4 \text{ с}$.

Дано:

$$\varphi = A + B \cdot t + C \cdot t^2;$$

$$B = 20 \text{ рад/с};$$

$$C = 2 \text{ рад/с}^2;$$

$$r = 0,1 \text{ м};$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$a - ?$$

Решение

Полное ускорение \vec{a} точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения \vec{a}_τ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения \vec{a}_n , направленного к центру кривизны траектории (рисунок 1).

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Так как $\vec{a}_\tau \perp \vec{a}_n$, то модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{\vec{a}_\tau^2 + \vec{a}_n^2}. \quad (1)$$

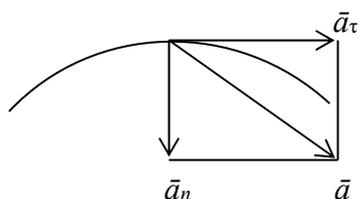


Рисунок 1

Модули a_τ и a_n выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r; \quad a_n = \omega^2 \cdot r,$$

где ω – модуль угловой скорости;

ε – модуль углового ускорения.

Тогда (1) можно записать в виде

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 \cdot r^2 + \omega^4 \cdot r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени $t = 4 \text{ с}$

$$\omega = 20 + 2 \cdot (-2) \cdot 4 = 4 \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение ε найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = 2(-2) = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставив в (2) значения ω , ε и r , получим

$$a = 0,1 \cdot \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Пример 3 – Тело массой $m = 1$ кг движется вдоль оси x так, что его координата изменяется во времени по закону $x = A - B \cdot t + C \cdot t^2$, где $C = 1 \text{ м/с}^2$. Определите ускорение тела и действующую на тело силу к концу 5-й секунды движения.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$x = A - B \cdot t + C \cdot t^2$;	Ускорение найдем, взяв вторую производную от координаты по времени. Зависимость скорости от времени
$C = 1 \text{ м/с}^2$;	
$t = 5 \text{ с}$	
$a = ? F = ?$	

$$V = \frac{dx}{dt} = -B + 2C \cdot t;$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 2C = 2 \cdot 1 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Для нахождения силы, воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$F = m \cdot a = 1 \cdot 2 = 2 \text{ Н.}$$

Пример 4 – Маховик в виде сплошного диска радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 50$ кг раскручен до частоты вращения $n_1 = 480 \text{ мин}^{-1}$ и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через $t = 50$ с. Определите момент M сил трения.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$R = 0,2 \text{ м}$;	Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде
$m = 50 \text{ кг}$;	
$n_1 = 480 \text{ мин}^{-1} = 8 \text{ с}^{-1}$;	
$t = 50 \text{ с}$	
$M = ?$	$dL_Z = M_Z \cdot dt,$

где dL_Z – изменение проекции на ось Z момента импульса маховика, вращающегося относительно оси Z , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt ;

M_Z – момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси Z .

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ($M_Z = \text{const}$), поэтому интегрирование уравнения приводит к выражению

$$\Delta L_Z = M_Z \cdot \Delta t.$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_Z = J_Z \cdot \Delta \omega,$$

где J_Z – момент инерции маховика относительно оси Z ;

$\Delta \omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части двух предыдущих равенств, получим $M_Z \cdot \Delta t = J_Z \cdot \Delta \omega$, откуда

$$M_Z = J_Z \frac{\Delta \omega}{\Delta t}.$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$J_Z = (1/2)m \cdot R^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta \omega = (\omega_2 - \omega_1)$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi \cdot n_2 - 2\pi \cdot n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу для M_Z выражения J_Z и $\Delta \omega$, получим

$$M_Z = \pi \cdot m \cdot R^2(n_2 - n_1) / \Delta t.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу измерения момента силы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][R^2][n]}{[t]} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}^2 \cdot 1 \text{ с}^{-1}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Подставляем численные значения и производим вычисления:

$$M_Z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot 0,2^2 \cdot (0 - 8)}{50} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак «минус» показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Пример 5 – Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 0,2$ м вращается относительно оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения имеет вид: $\varphi = A + B \cdot t^2 + C \cdot t^3$, где $B = 4$ рад/с²; $C = 1$ рад/с³. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определите момент сил M в момент времени $t = 2$ с.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$m = 10 \text{ кг};$	Первая производная от угла поворота по времени дает закон изменения угловой скорости от времени:
$R = 0,2 \text{ м};$	
$\varphi = A + B \cdot t^2 + C \cdot t^3;$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2B \cdot t + 3C \cdot t^2.$
$B = 4 \text{ рад/с}^2;$	
$C = 1 \text{ рад/с}^3;$	Взяв производную от угловой скорости по времени, получим закон изменения углового ускорения от времени:
$t = 2 \text{ с}$	
$M - ?$	
	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2B + 6C \cdot t.$

Для нахождения момента сил, действующих на шар, воспользуемся основным законом динамики вращательного движения:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$

где J – момент инерции шара относительно оси вращения, проходящей через центр масс шара, $J = \frac{2}{5}mR^2$.

Таким образом, закон изменения момента сил

$$M = \frac{2}{5}m \cdot R^2 (2B + 6C \cdot t).$$

В момент времени $t = 2 \text{ с}$

$$M = \frac{2}{5} \cdot 10 \cdot 0,2^2 \cdot (2 \cdot 4 + 6(1) \cdot 2) = 3,2 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Пример 6 – Две шайбы массами $m_1 = 2,5 \text{ кг}$ и $m_2 = 1,5 \text{ кг}$ движутся навстречу друг другу со скоростями $V_1 = 6 \text{ м/с}$ и $V_2 = 2 \text{ м/с}$. Определите скорости шайб после удара, кинетические энергии шайб до и после удара, долю кинетической энергии шайб, превратившейся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$m_1 = 2,5 \text{ кг};$	Неупругие шайбы не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шайбы друг от друга, и шайбы после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью U .
$m_2 = 1,5 \text{ кг};$	
$V_1 = 6 \text{ м/с};$	
$V_2 = 2 \text{ м/с}$	
$U - ? \quad T_1 - ? \quad T_2 - ?$	

Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шайбы движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме:

$$m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 = (m_1 + m_2)U,$$

откуда

$$U = \frac{m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2}{m_1 + m_2}.$$

Направление скорости первой шайбы примем за положительное, тогда при вычислении скорость второй шайбы, которая движется навстречу первой, следует взять со знаком «минус» $V_2 = -2$ м/с. Получим

$$U = \frac{2,5 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2}{4} = 3 \text{ м/с}.$$

Кинетические энергии шайб до и после удара определим по формулам

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot V_2^2}{2}; \quad T_2 = \frac{(m_1 + m_2)U^2}{2}.$$

Произведя вычисления, получим $T_1 = 48$ Дж; $T_2 = 18$ Дж.

Сравнение кинетических энергий шайб до и после удара показывают, что в результате неупругого удара произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шайб на увеличение их внутренней энергии определим следующим образом:

$$\omega = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{48 - 18}{48} = 0,62.$$

Пример 7 – Шайба массой m_1 , движущаяся горизонтально с некоторой скоростью V_1 , столкнулась с неподвижной массой m_2 . Шайбы абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю ω своей кинетической энергии первая шайба передала второй?

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
m_1, m_2, V_1	Доля энергии, переданная первой шайбе второй, выразится соотношением
$\omega - ?$	

$$\omega = \frac{T'_2}{T_1} = \frac{m_2 \cdot U_2^2}{m_1 \cdot V_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{U_2}{V_1} \right)^2,$$

где T_1 – кинетическая энергия первой шайбы до удара;

U_2, T'_2 – скорость и кинетическая энергия второй шайбы после удара.

Для нахождения U_2 воспользуемся тем, что при ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются законы сохранения импульса и механической энергии.

По закону сохранения импульса, учитывая, что вторая шайба до удара покоилась, имеем

$$m_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot U_1 + m_2 \cdot U_2.$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} = \frac{m_1 \cdot U_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot U_2^2}{2}.$$

Решая совместно два последних уравнения, получим

$$U_2 = \frac{2m_1 \cdot V_1}{m_1 + m_2}.$$

Тогда

$$\omega = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{U_2}{V_1} \right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{2m_1 \cdot V_1}{V_1(m_1 + m_2)} \right)^2 = \frac{4m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Пример 8 – Маховик в виде диска массой $m = 50$ кг и радиусом $r = 20$ см был раскручен до частоты вращения $n = 480$ мин⁻¹ и затем предоставлен самому себе. Вследствие трения маховик остановился.

Определите момент M сил трения, считая его постоянным для двух случаев:

- 1) маховик остановился через $t = 50$ с;
- 2) маховик до полной остановки сделал $N = 200$ оборотов.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$m = 50$ кг; $r = 20$ см; $n = 480$ мин ⁻¹ <hr/> $M - ?$	<p>1 По основному закону динамики вращательного движения</p> $M = \frac{\Delta L}{\Delta t},$

где ΔL – изменение момента импульса, $\Delta L = I \cdot \omega_2 - I \cdot \omega_1$;

I – момент инерции маховика (диска), $I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$;

ω_1 и ω_2 – начальная и конечная угловые скорости.

Так как $\omega_2 = 0$ и $\Delta t = t$, то $M = -\frac{m \cdot r^2 \cdot \omega}{2t}$.

Выразив угловую скорость через частоту вращения n_1 , при этом $\omega_1 = 2\pi n_1$, получим

$$M = -\frac{m \cdot r^2 \cdot 2\pi \cdot n_1}{2t} = -\frac{m \cdot r^2 \cdot \pi \cdot n_1}{t} = -\frac{50 \cdot 0,2^2 \cdot 3,14 \cdot 8}{50} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2 В условии задачи дано число оборотов, сделанных маховиком до остановки, т. е. его угловое перемещение. Поэтому применим формулу, выражающую связь работы с изменением кинетической энергии:

$$A = \frac{I \cdot \omega_2^2}{2} - \frac{I \cdot \omega_1^2}{2} \text{ или, учитывая, что } \omega_2 = 0, A = -\frac{I \cdot \omega_1^2}{2}.$$

Работа при вращательном движении $A = M \cdot \varphi$.

Тогда $M \cdot \varphi = -\frac{I \cdot \omega_1^2}{2}$. Учитывая, что $I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$, $\omega_1 = 2\pi \cdot n_1$, $\varphi = 2\pi \cdot N$,

имеем

$$M = -\frac{m \cdot r^2 \cdot \pi \cdot n_1^2}{2N} = -\frac{50 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 3,14 \cdot 8^2}{2 \cdot 200} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак «минус» показывает, что момент сил трения оказывает тормозящее действие.

Пример 9 – Платформа в виде диска радиусом $R = 1,5$ м и массой $m_1 = 180$ кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 10 \text{ мин}^{-1} = 1/6 \text{ с}^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Дано:

$R = 1,5$ м;
 $m_1 = 180$ кг;
 $n_1 = 1/6 \text{ с}^{-1}$;
 $m_2 = 60$ кг

$V = ?$

Решение

Запишем закон сохранения момента импульса:

$$(I_1 + I_2)\omega_1 = (I_1 + I'_2)\omega_2,$$

где I_1 – момент инерции платформы, $I_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot R^2$;

I_2 – момент инерции человека, стоящего в центре платформы (рассчитываем как для материальной точки), $I_2 = 0$;

I'_2 – момент инерции человека, стоящего на краю платформы,
 $I'_2 = m_2 \cdot R^2$;

ω_1 – угловая скорость до перехода человека, $\omega_1 = 2\pi \cdot n_1$;

ω_2 – угловая скорость платформы с человеком, стоящим на краю платформы.

Учитывая, что $\omega_2 = \frac{V}{R}$, получим

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot R^2 \cdot 2\pi \cdot n_1 = \left(\frac{1}{2} m_1 \cdot R^2 + m_2 \cdot R^2 \right) \cdot \frac{V}{R}.$$

Откуда

$$V = \frac{m_1 \cdot R \cdot \pi \cdot n_1}{1/2 m_1 + m_2} = \frac{180 \cdot 1,5 \cdot 3,14 \cdot 1/2}{1/2 \cdot 180 + 60} = 0,942 \text{ м/с}.$$

Пример 10 – Определить релятивистский импульс P и кинетическую энергию T электрона, движущегося со скоростью $V = 0,9c$ (где c – скорость света в вакууме, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Во сколько раз релятивистская масса больше массы электрона?

Дано:
$V = 0,9c$
$P = ? T = ?$

Решение

Релятивистский импульс

$$P = m \cdot V = \frac{m_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 \cdot c \cdot \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где $\beta = \frac{V}{c}$.

Таким образом,

$$P = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,9}{\sqrt{1 - 0,9^2}} = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия T частицы определяется как разность между полной энергией и энергией покоя E_0 .

Так как $E = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$, то учитывая зависимость массы от скорости, получим

$$T = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Откуда

$$T = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} - 1 \right) = 106,0 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 106 \text{ фДж}.$$

Во внесистемных единицах измерения энергия покоя электрона $E_0 = m_0 \cdot c^2 = 0,51$ МэВ.

Тогда

$$T = 0,51 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} - 1 \right) = 0,66 \text{ МэВ}.$$

Определим, во сколько раз релятивистская масса больше массы покоя:

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} = 2,3 \text{ раза}.$$

3.1.3 Типовые задачи.

1 Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с ; $B = -0,05$ м/с². Определите момент времени, в который скорость точки равна 0. Найти координату и ускорение в этот момент.

2 Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Определите радиус кривизны траектории камня через 3 с после начала движения.

3 Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид: $x = 2t + 0,04t^3$. Определите скорость и ускорение точки за первые 5 с движения. Найти ускорение точки за пятую секунду движения.

4 Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Определите нормальное и тангенциальное ускорения и радиус кривизны траектории через 1 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

5 Свободно падающее тело за последнюю секунду своего падения проходит путь $s = 100$ м. Определите полное время падения тела.

6 Зависимость пройденного телом пути по окружности радиусом $R = 3$ м задаётся уравнением $x = A \cdot t^2 + B \cdot t$ ($A = 0,4$ м/с²; $B = 0,1$ м/с). Определите для момента времени $t = 1$ с после начала движения нормальное, тангенциальное и полное ускорения.

7 Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что угловое перемещение меняется по закону $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с; $B = 1$ рад/с³. Для точек, лежащих на ободе колеса, определите угловую скорость, угловое ускорение, нормальное, тангенциальное и полное ускорения через 1 с после начала движения.

8 Вал вращается с постоянной частотой 180 об/мин. С некоторого момента он тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с². Через сколько времени вал остановится? Сколько оборотов он сделает до остановки?

9 На цилиндр радиусом $R = 4$ см, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали грузик и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время $t = 3$ с опустился на $h = 1,5$ м. Определите угловое ускорение ε цилиндра.

10 Диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = -2$ рад/с². Сколько оборотов N сделает диск при изменении частоты вращения от $n_1 = 240$ мин⁻¹ до $n_2 = 90$ мин⁻¹? Определите время Δt , в течение которого это произойдёт.

11 Автомобиль массой $m = 5000$ кг останавливается при торможении за $t = 8$ с, пройдя при этом расстояние $S = 33$ м. Определите начальную скорость автомобиля и силу торможения, считая движение равнозамедленным.

12 Брусок скользит с наклонной плоскости длиной 42 см и высотой 7 см и далее по горизонтальной плоскости на расстояние 142 см, после чего останавливается. Определите коэффициент трения, считая его везде одинаковым.

13 Чтобы удержать брусок массой $m = 2$ кг на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$, к нему приложили силу, направленную вдоль наклонной плоскости. Коэффициент трения между бруском и поверхностью плоскости $\mu = 0,2$. Чему равна эта сила?

14 На тело массой 10 кг, лежащее на наклонной плоскости (угол 20°), действует горизонтально направленная сила $F = 8$ Н. Пренебрегая трением, определите ускорение тела.

15 Камень, подвешенный к потолку на верёвке длиной 1,8 м, движется в горизонтальной плоскости по окружности, отстоящей от потолка на расстоянии 1,25 м. Определите частоту вращения камня.

16 На тело массой $m = 2$ кг, вначале покоившееся на горизонтальной плоскости, в течение времени $t = 2,6$ с действует горизонтальная сила $F = 12$ Н. Коэффициент трения о плоскость $\mu = 0,1$. Какое расстояние S пройдет тело за время движения?

17 Определите, какую мощность развивает двигатель автомобиля, если известно, что масса автомобиля $m = 1$ т и он едет с постоянной скоростью 36 км/ч в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути. Коэффициент трения $\mu = 0,07$.

18 Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы лежащий на земле стержень длиной $l = 2$ м и массой $m = 100$ кг поставить вертикально?

19 С башни высотой $h = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Определите кинетическую и потенциальную энергии камня через время $t = 1$ с после начала движения. Масса камня $m = 0,2$ кг.

20 Подвешенный на нити шарик массой $m = 200$ г отклоняют на угол 45° . Определите силу натяжения нити в момент прохождения шариком положения равновесия.

21 В тело массой 990 г, лежащее на горизонтальной поверхности, попадает пуля массой 10 г и застревает в нём. Скорость пули направлена горизонтально и равна 700 м/с. Какой путь пройдёт тело до остановки, если коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,05$?

22 Летящий снаряд разорвался на два осколка с одинаковыми массами. Модули скоростей осколков составляют $V_1 = 300$ м/с и $V_2 = 400$ м/с, угол между векторами V_1 и V_2 равен 90° . Определите скорость снаряда до разрыва.

23 В шар массой $M = 5$ кг, висящий на нити длиной $L = 49$ см, попадает пуля массой $m = 20$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v_1 = 1000$ м/с. Пробив шар, пуля продолжает движение в том же направлении со скоростью $v = 500$ м/с. Определите угол отклонения нити от вертикали.

24 В шар массой $M = 0,5$ кг, висящий на легком жестком стержне, попадает пуля массой $m = 5$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v_1 = 500$ м/с. Пуля застревает в шаре. При какой предельной длине подвеса (расстоянии от точки подвеса до центра шара) шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности?

25 Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией в 5 Дж. Считая удар центральным и упругим, определите кинетическую энергию первого тела до и после удара.

26 Определите момент инерции J тонкого однородного стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на $1/3$ его длины.

27 На обод маховика диаметром $d = 60$ см намотан шнур, к концу которого

привязан груз массой $m = 2$ кг. Определите момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

28 Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается относительно оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид: $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $B = 4$ рад/с²; $C = -1$ рад/с³. Запишите закон изменения момента сил, действующих на шар. Определите момент сил M в момент времени $t = 2$ с.

29 Маховик начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,5$ рад/с² и через время $t_1 = 15$ с после начала движения приобретает момент импульса $L_1 = 73,5$ кг·м²/с. Определите кинетическую энергию колеса через время $t_2 = 20$ с после начала движения.

30 Кинетическая энергия T вращающегося маховика равна 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N = 80$ оборотов, остановился. Определите момент силы торможения.

31 Шар и сплошной цилиндр одинаковой массы, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.

32 Платформа в виде однородного диска $m = 100$ кг вращается с частотой $n_1 = 10$ мин⁻¹. На краю платформы стоит человек, масса которого равна $m_1 = 60$ кг. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

33 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной $l = 2,4$ м и массой $m = 8$ кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $n_1 = 1$ с⁻¹. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг·м².

3.2 Молекулярная физика и термодинамика

3.2.1 Основные формулы. Количество вещества тела (системы)

$$\nu = N / N_A,$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), составляющих тело (систему);

N_A – постоянная Авогадро, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Молярная масса вещества

$$\mu = m / \nu,$$

где m – масса однородного тела (системы);

ν – количество вещества этого тела.

Количество вещества смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = N_1 / N_A + N_2 / N_A + \dots + N_n / N_A$$

или

$$\nu = m_1 / \mu_1 + m_2 / \mu_2 + \dots + m_n / \mu_n,$$

где ν_i , N_i , m_i , μ_i – количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i -го компонента смеси соответственно.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T,$$

где m – масса газа;

μ – молярная масса газа;

R – молярная газовая постоянная;

ν – количество вещества;

T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона для изопроцессов:

– закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$p \cdot V = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2;$$

– закон Гей-Люссака (изобарный процесс: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

– закон Шарля (изохорный процесс: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

– объединенный газовый закон ($m = \text{const}$)

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1, T_1 и p_2, V_2, T_2 – давление, объем и температура газа в начальном и конечном состояниях соответственно.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси;

n – число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n},$$

где m_i – масса i -го компонента смеси;

ν_i – количество вещества i -го компонента смеси, $\nu_i = m_i / \mu_i$;

n – число компонентов смеси.

Массовая доля i -го компонента смеси газа (в долях или процентах)

$$\omega_i = m_i / m,$$

где m – масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{\mu},$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе;

ρ – плотность вещества;

V – объем системы.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = 2/3 n \cdot \overline{\varepsilon_n},$$

где $\overline{\varepsilon_n}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\overline{\varepsilon_n} = 3/2 k \cdot T,$$

где k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\overline{\varepsilon_n} = \frac{i}{2} k \cdot T,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = n \cdot k \cdot T.$$

Скорости молекул:

– средняя квадратичная

$$\overline{V_{кв}} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m_1}} = \sqrt{\frac{3R \cdot T}{\mu}};$$

– средняя арифметическая

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{8k \cdot T}{\pi \cdot m_1}} = \sqrt{\frac{8R \cdot T}{\pi \cdot \mu}};$$

– наиболее вероятная

$$V_B = \sqrt{\frac{2k \cdot T}{m_1}} = \sqrt{\frac{2R \cdot T}{\mu}},$$

где m_1 – масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы

$$u = V/V_6,$$

где V – скорость данной молекулы.

Среднее число столкновений молекулы газа за 1 с

$$\overline{Z} = \sqrt{2} \pi \cdot d^2 \cdot n \cdot \overline{V},$$

где d – эффективный диаметр молекулы газа;

n – концентрация молекул газа;

\overline{V} – средняя арифметическая скорость молекул газа.

Средняя длина свободного пробега молекул (расстояние, проходимое молекулой газа между двумя последовательными столкновениями)

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \cdot d^2 \cdot n}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме c_v и постоянном давлении c_p определяются по формулам

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}.$$

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями

$$c = C / \mu; \quad C = c \cdot \mu.$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_v = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T = \frac{m}{\mu} \cdot C_v \cdot T.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – теплота, сообщенная системе (газу);

ΔU – изменение внутренней энергии системы;

A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа

– в общем случае

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV;$$

– при изобарном процессе

$$A = p (V_2 - V_1);$$

– при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

– при адиабатном процессе

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_v \cdot \Delta T \quad \text{или} \quad A = \frac{R \cdot T_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где γ – показатель адиабаты, $\gamma = C_p/C_v$.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$p \cdot V^\gamma = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя;

Q_2 – теплота, переданная рабочим телом холодильнику.

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника.

Разность энтропий двух состояний B и A определяется формулой

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

3.2.2 Примеры решения задач.

Пример 1 – Определить:

- 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t = 4^\circ\text{C}$ объем 1 мм^3 ;
- 2) массу m_1 молекулы воды.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$t = 4^\circ\text{C};$ $V = 1 \text{ мм}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$	1 Число N молекул, содержащихся в теле массой m_1 , равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν :
$N - ? \quad m_1 - ?$	$N = \nu \cdot N_A.$

Так как $\nu = \frac{m}{M}$ (где M – молярная масса, $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$), то

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A.$$

Так как $m = \rho \cdot V$ (где ρ – плотность воды, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$), то $N = \frac{\rho \cdot V}{M} N_A.$

Таким образом,

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

2 Массу одной молекулы воды найдем делением ее молярной массы на постоянную Авогадро:

$$m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Пример 2 – Определить:

- 1) среднюю кинетическую энергию движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 286 \text{ К}$;
- 2) среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ и среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_n \rangle$ поступательного движения одной молекулы;
- 3) кинетическую энергию движения всех молекул W ;
- 4) кинетическую энергию $W_{вр}$ вращательного движения всех молекул;
- 5) кинетическую энергию поступательного движения всех молекул. Масса кислорода $m = 4 \text{ г}$.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$T = 286 \text{ К};$ $m = 4 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $\langle \varepsilon \rangle = ?$	<p>1 На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$, где k – постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$.</p>

Так как молекула кислорода является двухатомной, а следовательно, обладает пятью степенями свободы ($i_{вр} = 2$; $i_{пост} = 3$; $i = i_{вр} + i_{пост} = 2 + 3 = 5$), средняя кинетическая энергия одной молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = i \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 9,87 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

2 Средняя кинетическая энергия вращательного и поступательного движения одной молекулы соответственно:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = i_{вр} \cdot \frac{1}{2} k \cdot T = k \cdot T = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 3,95 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$\langle \varepsilon_{пост} \rangle = i_{пост} \cdot \frac{1}{2} k \cdot T = \frac{3}{2} k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 5,92 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Тогда

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{вр} \rangle + \langle \varepsilon_{пост} \rangle = 9,87 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

3 Средняя кинетическая энергия движения всех молекул выразится соотношением $W = N \cdot \langle \varepsilon \rangle$, если учесть, что число всех молекул

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A,$$

где M – молярная масса, $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль,
то

$$W = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \langle \varepsilon \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 9,87 \cdot 10^{-21} = 742,72 \text{ Дж};$$

$$W_{\text{вр}} = N \cdot \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 3,95 \cdot 10^{-21} = 297,24 \text{ Дж};$$

$$W_{\text{пост}} = N \cdot \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 5,92 \cdot 10^{-21} = 445,48 \text{ Дж};$$

$$W = W_{\text{вр}} + W_{\text{пост}} = 742,72 \text{ Дж}.$$

Пример 3 – Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях ($T = 273$ К; $p = 10^5$ Па) равна $\langle l \rangle = 40 \cdot 10^{-9}$ м.

Определить:

- 1) среднюю арифметическую скорость молекул;
- 2) среднюю квадратичную скорость;
- 3) наиболее вероятную скорость;
- 4) число $\langle Z \rangle$ соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$T = 273$ К; $p = 10^5$ Па; $\langle l \rangle = 40 \cdot 10^{-9}$ м	1 Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле $\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8R \cdot T}{\pi \cdot M}},$ где M – молярная масса газа, $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
$V - ?$ $V_{\text{кв}} - ?$ $V_{\text{в}} - ?$ $Z - ?$	

Тогда

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 362 \text{ м/с}.$$

2 Средняя квадратичная скорость

$$V_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 273}{44 \cdot 10^{-3}}} = 393 \text{ м/с}.$$

3 Наиболее вероятная скорость

$$V_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 273}{44 \cdot 10^{-3}}} = 321 \text{ м/с}.$$

4 Среднее число соударений в 1 с определяется отношением средней арифметической скорости $\langle V \rangle$ к средней длине свободного пробега:

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle V \rangle}{\langle l \rangle} = \frac{362}{4 \cdot 10^{-8}} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}.$$

Пример 4 – В баллоне объемом $V = 10$ л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того как из баллона был израсходован гелий массой $\Delta m = 10$ г, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К.

Определить:

- 1) давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне;
- 2) массу гелия в баллоне в начальном и конечном состояниях;
- 3) плотность гелия до и после расходования.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$T_1 = 300 \text{ К};$ $T_2 = 290 \text{ К};$ $V = 10 \text{ л} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$ $p_1 = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па};$ $\Delta m = 10 \text{ г} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	<p>1 Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его дважды (к начальному и конечному состояниям газа).</p> $p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1; \quad p_2 \cdot V = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2,$ <p>где R – универсальная газовая постоянная, $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$ M – молярная масса, $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль}.$</p>
$p_2 - ?$ $m_1, m_2 - ?$ $\rho_1, \rho_2 - ?$	

Выразим массы m_1 и m_2 в начальном и конечном состояниях:

$$m_1 = \frac{M \cdot p_1 \cdot V}{R \cdot T_1}; \quad m_2 = \frac{M \cdot p_2 \cdot V}{R \cdot T_2}$$

Вычитая, получим

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{M \cdot p_1 \cdot V}{R \cdot T_1} - \frac{M \cdot p_2 \cdot V}{R \cdot T_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление:

$$p_2 = \frac{R \cdot T_2}{M \cdot V} \left(\frac{M \cdot p_1 \cdot V}{R \cdot T_1} - \Delta m \right) = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 - \frac{\Delta m}{M} \cdot \frac{R \cdot T_2}{V}.$$

Таким образом,

$$p_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{10^{-2}} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

2 Масса гелия в начальном и конечном состояниях соответственно:

$$m_1 = \frac{M \cdot p_1 \cdot V}{R \cdot T_1} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 300} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 16 \text{ г};$$

$$m_2 = \frac{M \cdot p_2 \cdot V}{R \cdot T_2} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 3,64 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 290} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 6 \text{ г.}$$

Или

$$m_2 = m_1 - \Delta m = 16 - 10 = 6 \text{ г.}$$

3 Плотность гелия в баллоне в начальном и конечном состояниях:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V} = \frac{p_1 \cdot M}{R \cdot T_1} = \frac{16 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{p_2 \cdot M}{R \cdot T_2} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 0,6 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 5 – Определите среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ движения одной молекулы кислорода при $T = 350 \text{ К}$, а также кинетическую энергию движения всех молекул кислорода массой $m = 4 \text{ г}$.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$T = 350 \text{ К};$ $m = 4 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ <hr/> $\langle \varepsilon \rangle - ?$	<p>На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия</p> $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} k \cdot T,$

где k – постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$;

T – термодинамическая температура.

Так как молекула кислорода двухатомная, то число степеней свободы

$$i = i_{\text{вр}} + i_{\text{пост}} = 2 + 3 = 5.$$

Средняя кинетическая энергия молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon \rangle = i \cdot \frac{1}{2} k \cdot T = \frac{5}{2} k \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 1,21 \cdot 10^{-20} \text{ Дж.}$$

Кинетическая энергия всех молекул газа

$$E_k = \langle \varepsilon \rangle \cdot N,$$

где N – число молекул газа, $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$;

M – молярная масса, $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$;

N_A – число Авогадро, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

$$E_k = \langle \varepsilon \rangle \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 1,21 \cdot 10^{-20} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 910 \text{ Дж.}$$

Пример 6 – Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м³ и находится под давлением $p_1 = 0,2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м³, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 0,5$ МПа. Определите изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
O_2 ; $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $m = 2$ кг; $p_1 = 0,2 \cdot 10^6$ Па; $V_1 = 1$ м ³ ; $V_2 = 3$ м ³ ; $p_3 = 0,5 \cdot 10^6$ Па <hr/> $U - ?$ $A - ?$ $Q - ?$	Изменение внутренней энергии газа $\Delta U = C_V \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T,$ где i – число степеней свободы молекул газа (для двух атомных молекул кислорода $i = 5$); ΔT – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях, $\Delta T = T_3 - T_1$.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

откуда

$$T = p \cdot V \cdot M / (m \cdot R).$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю: $A_2 = 0$.

Следовательно, полная работа, совершаемая газом, $A = A_1 + A_2 = A_1$.

Согласно первому началу термодинамики теплота, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A : $Q = \Delta U + A$.

Произведем вычисления:

$$T_1 = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \cdot 10^6 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3,24 \cdot 10^6 = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = 3,24 + 0,4 = 3,64 \text{ МДж}.$$

Пример 7 – Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500 \text{ К}$. Определите КПД η цикла и температуру T_2 холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A = 350 \text{ Дж}$.

<i>Дано:</i>	<i>Решение</i>
$T_1 = 500 \text{ К};$ $Q_1 = 10^3 \text{ Дж};$ $A = 350 \text{ Дж}$ <hr/> $\eta - ? \quad T_2 - ?$	КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. КПД выражается формулой $\eta = A / Q_1,$

где Q_1 – теплота, полученная от нагревателя;

A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$ определить температуру холодильника T_2 :

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Произведем вычисления:

$$\eta = 350 / 10^3 = 0,35;$$

$$T_2 = 500 (1 - 0,35) = 325 \text{ К}.$$

3.2.3 Типовые задачи.

1 Определите число молекул газа N , средняя квадратичная скорость которых при температуре $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ равна 500 м/с , если масса газа $m = 10 \text{ г}$.

2 Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы газа, находящегося под давлением $0,1 \text{ Па}$. Концентрация молекул газа равна 10^{13} см^{-3} .

3 Определите среднюю квадратичную скорость молекулы аргона при давлении 20 кПа . Концентрация молекул этого газа при указанном давлении составляет $3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

4 Чему равна энергия теплового движения 20 г кислорода при температуре $10 \text{ }^\circ\text{C}$? Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения и какая – на долю вращательного?

5 В открытом сосуде находится 90 г газа. Температуру газа увеличивают в $1,5$ раза при постоянном давлении. Во сколько раз уменьшается его плотность? Сколько граммов газа выйдет из сосуда?

6 В цилиндрическом сосуде поршень массой $m = 75 \text{ кг}$ начинает двигаться

вверх. Давление газа под поршнем постоянно и равно 450 кПа, атмосферное давление составляет 100 кПа, площадь поршня $S = 50 \text{ см}^2$. Определите скорость поршня, когда он пройдет 4 м. Трение не учитывать.

7 Определите коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега молекул при этих условиях равна $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

8 Коэффициенты диффузии и внутреннего трения водорода при некоторых условиях равны соответственно $D = 1,42 \text{ см}^2/\text{с}$ и $\eta = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$. Определите число молекул водорода в 1 м^3 при этих условиях.

9 Определите коэффициент теплопроводности воздуха, находящегося при температуре $10 \text{ }^\circ\text{C}$ и давлении 10^5 Па . Эффективный диаметр молекулы воздуха принять равным $d = 0,3 \text{ нм}$.

10 Пространство между двумя параллельными пластинами, площадь которых 150 см^2 каждая, и находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, заполнено кислородом. Одна пластина поддерживается при температуре $17 \text{ }^\circ\text{C}$, другая – при температуре $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Определите количество теплоты, прошедшее за время 5 мин посредством теплопроводности от одной пластины к другой. Кислород находится при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекул кислорода считать равным $0,36 \text{ нм}$.

11 Определите массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку 50 см^2 за 20 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен $1 \text{ кг}/\text{м}^4$. Температура азота 290 К , а средняя длина свободного пробега его молекул равна 1 мкм .

12 Какое давление надо создать внутри сферического сосуда, диаметр которого равен 100 см , чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Эффективный диаметр молекулы газа считать равным $0,3 \text{ нм}$, а температуру газа равной $0 \text{ }^\circ\text{C}$.

13 На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на её поверхности? Считать, что температура воздуха равна $17 \text{ }^\circ\text{C}$ и не изменяется с высотой.

14 Некоторый газ находится в баллоне объемом $V = 100 \text{ л}$ при температуре $T = 350 \text{ К}$ и давлении $P = 0,2 \text{ МПа}$. Теплоемкость этого газа при постоянном объеме равна $C_V = 140 \text{ Дж}/\text{К}$. Определите отношение C_p/C_V .

15 Некоторый газ массой $m = 2 \text{ кг}$ при температуре $T = 410 \text{ К}$ занимает объем $V = 0,1 \text{ м}^3$. Определите давление газа, если удельная теплоемкость $c_p = 519 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ и $\gamma = 1,67$.

16 Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой $m_1 = 14 \text{ г}$ и азот массой $m_2 = 24 \text{ г}$?

17 Разность удельных теплоемкостей $c_p - c_V$ некоторого двухатомного газа равна $260 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. Определите молярную массу M газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p .

18 Кислород массой $m = 4 \text{ кг}$ занимал объем $V_1 = 1,4 \text{ м}^3$ при давлении $p_1 = 0,3 \text{ МПа}$. Газ нагревали сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3,4 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 0,6 \text{ МПа}$. Опреде-

лите изменение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и количество теплоты, ему сообщенное.

19 При изотермическом расширении водорода массой $m = 3$ г объем газа V_1 увеличился в 2 раза. Определите работу расширения, совершенную газом, если температура газа $T = 290$ К. Определите количество теплоты, переданное при этом газу.

20 В цилиндре под поршнем находился азот массой $m = 22$ г. Газ нагрели от 310 до 460 К при постоянном давлении. Определите количество теплоты, переданное газу, совершенную газом работу и приращение внутренней энергии.

21 Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 1002$ Дж и совершил работу $A = 202$ Дж. Температура нагревателя $T_1 = 375$ К. Определите температуру холодильника.

22 Газ совершил цикл Карно. Температура нагревателя 480 К, холодильника 260 К. При изотермическом расширении газ совершил работу $A_p = 100$ Дж. Определите термический КПД η цикла, а также количество теплоты Q_2 , которое газ отдает холодильнику при изотермическом сжатии.

23 Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в $n = 3,5$ раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу $Q = 15$ Дж теплоты. Какую работу совершил газ?

24 Идеальный газ совершает цикл Карно. Нагреватель передал газу количество теплоты $Q_1 = 42$ кДж. Температура T_1 нагревателя в 3 раза выше температуры T_2 охладителя. Какую работу A совершил газ?

Список литературы

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики: учебное пособие: в 3 т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 15-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2019. – 432 с.

2 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – Москва : Наука, 2003. – 328 с.

3 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – Москва : Альянс, 2019. – 640 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Курс физики. Задачи и решения / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – Москва : Академия, 2004. – 592 с.

Приложение А (справочное)

Таблица А.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг · с ²)
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Таблица А.2 – Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

Таблица А.3 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м ³	Твердое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

Таблица А.4 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Вода (при 4 °С)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

Таблица А.5 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица А.6 – Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Таблица А.7 – Относительные атомные массы (округленные значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблица А.8 – Удельная теплота парообразования воды при разных температурах

$t, ^\circ\text{C}$	0	50	100	200
$r, \text{МДж/кг}$	2,49	2,38	2,26	1,94