МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» дневной формы обучения

Могилев 2024

УДК 621.38
ББК 31.26
О 33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «17» апреля 2024 г., протокол № 9

Составители: д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко;
канд. техн. наук, доц. А. Г. Старовойтов;
канд. техн. наук Н. В. Герасименко

Рецензент канд. физ.-мат. наук С. О. Парашков

Методические рекомендации к практическим занятиям предназначены для студентов направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» дневной формы обучения.

Учебное издание

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×80/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

Содержание

1 Практическое занятие № 1. Эквивалентные преобразования схем электрических цепей. Расчет электрических цепей постоянного тока при помощи закона Ома и правил Кирхгофа…………………………… 4

2 Практическое занятие № 2. Расчет электрических цепей постоянного тока различными методами..……………………………….. 8

3 Практическое занятие № 3. Расчет простейших электрических цепей переменного синусоидального тока…………………….……… 14

4 Практическое занятие № 4. Применение различных методов для расчета разветвленных электрических цепей синусоидального тока в комплексной форме…... 21

5 Практическое занятие № 5. Расчет электрических цепей в режиме резонанса…..……………………………………….................... 25

6 Практическое занятие № 6. Расчет электрических цепей с взаимной индуктивностью………………………………………………… 28

7 Практическое занятие № 7. Анализ простейших трехфазных цепей с помощью комплексных чисел……………………………………….... 32

8 Практическое занятие № 8. Расчет электрических цепей с несинусоидальными периодическими ЭДС……………………………… 39

Список литературы………………………………………………… 45

1 Практическое занятие № 1. Эквивалентные преобразования схем электрических цепей. Расчет электрических цепей постоянного тока при помощи закона Ома и правил Кирхгофа

Основные теоретические положения

1 Закон Ома для пассивного участка цепи $I = \dfrac{U}{R}$.

2 Закон Ома для активного участка цепи $I = \dfrac{\pm\sum E \pm \sum U}{\sum R}$.

Знак «плюс» пишется, если направления ЭДС и напряжения совпадают с направлением тока.

3 Первый закон Кирхгофа для электрического узла

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0,$$

где I_k – ток k-й ветви, присоединенной к данному узлу, причем втекающие токи в узел берутся со знаком «плюс», вытекающие – со знаком «минус» либо наоборот.

4 Второй закон Кирхгофа для замкнутого контура

$$\sum_{k=1}^{n} E_k = \sum_{i=1}^{m} I_i R_i \,,$$

где E_k – ЭДС k-го источника контура;

I_i – ток, протекающий через резистор R_i.

I_i и E_k берутся со знаком «плюс», если их направления совпадают с направлением обхода контура.

5 Мощность, потребляемая активным сопротивлением,

$$P = I^2 \cdot R.$$

Баланс мощности для электрической цепи постоянного тока

$$\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot I_i = \sum_{i=1}^{n} I_i^2 \cdot R_i ,$$

где $\left(E_i \cdot I_i\right)$ берется со знаком «плюс», если направления ЭДС и тока совпадают, и со знаком «минус», если их направления не совпадают.

6 Эквивалентное преобразование электрических цепей постоянного тока.

Расчет сложных электрических цепей во многих случаях можно упростить и сделать более наглядным путем эквивалентного преобразования схемы одного вида в схему другого вида. При этом токи и напряжения в частях цепи, не затронутых преобразованием, должны остаться такими же, как и в исходной схеме. Целесообразное преобразование схемы приводит к уменьшению числа ее ветвей или узлов, а значит, и числа уравнений, необходимых для расчета.

Примеры преобразования схем:

– замена нескольких последовательно или параллельно соединенных резисторов одним (рисунок 1.1);

– преобразование треугольника резисторов в эквивалентную звезду и наоборот (рисунок 1.2).

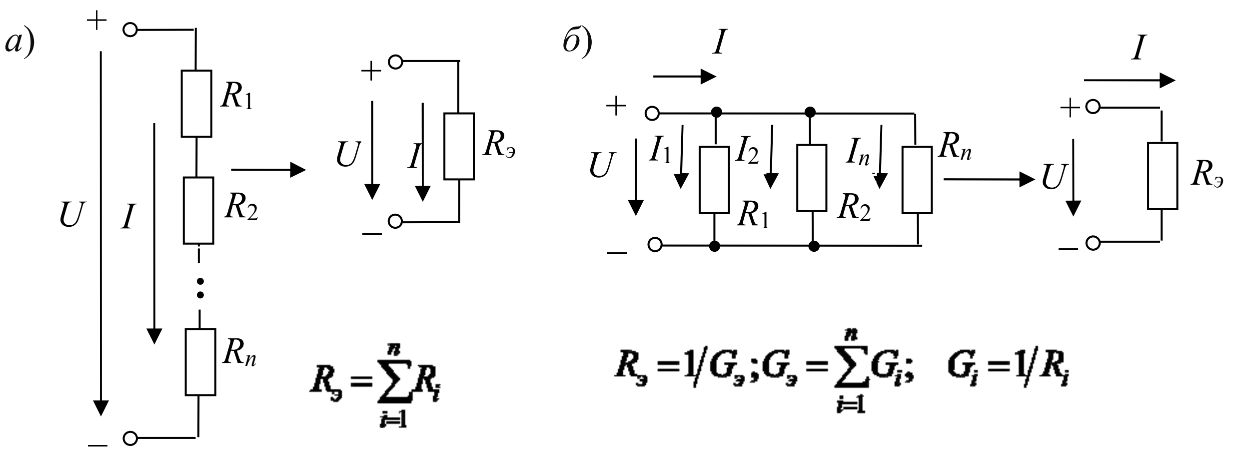


Рисунок 1.1 – Последовательное (*а*) и параллельное (*б*) соединение резисторов

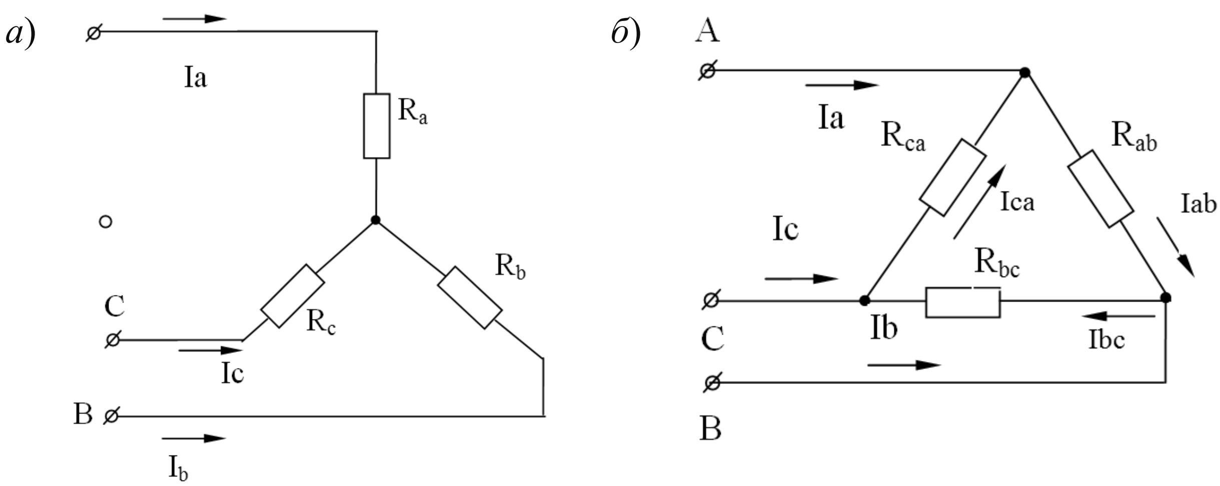


Рисунок 1.2 – Соединение резисторов звездой (*а*) и треугольником (*б*)

Формулы для расчета R_A, R_B, R_C (преобразование треугольника в звезду)

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \quad R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \quad R_C = \frac{R_{CA} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}.$$

Формулы для расчета R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} (преобразование звезды в треугольник)

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}; \quad R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}; \quad R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C \cdot R_A}{R_B}.$$

Пример решения задачи

Задача. Определить токи и напряжения на отдельных участках схемы (рисунок 1.3), если напряжение на входе U = 240 В, а сопротивления резисторов $R_1 = R_2$ = 0,5 Ом, $R_3 = R_5$ = 10 Ом, $R_4 = R_6 = R_7$ = 5 Ом. Определить мощность P, потребляемую электрической цепью.

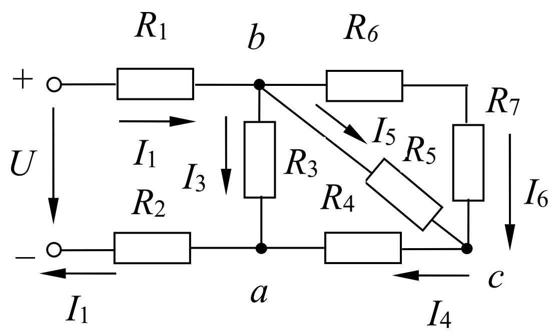


Рисунок 1.3 – Электрическая цепь постоянного тока

Решение

Определим эквивалентное сопротивление схемы:

$$R_{bc} = \frac{(R_6 + R_7) \cdot R_5}{R_5 + R_6 + R_7} = \frac{(5+5) \cdot 10}{5+5+10} = 5 \text{ Ом},$$

т. к. резисторы R_6 и R_7 соединены последовательно друг с другом и параллельно с резистором R_5.

$$R_{ab} = \frac{(R_{bc} + R_4) \cdot R_3}{R_{bc} + R_4 + R_3} = \frac{(5+5) \cdot 10}{5+5+10} = 5 \text{ Ом},$$

т. к. резисторы R_{bc} и R_4 соединены последовательно друг с другом и параллельно с резистором R_3.

$$R_э = R_{ab} + R_1 + R_2 = 5 + 0{,}5 + 0{,}5 = 6 \text{ Ом}.$$

Ток I_1 определяем по закону Ома: $I_1 = U / R_э = 240/6 = 40$ А.

Напряжение между точками a и b определяем по закону Ома: $U_{ab} = R_{ab} \cdot I_1 = 40 \cdot 5 = 200$ В, или по второму закону Кирхгофа: $U_{ab} = U - (R_1 + R_2) \cdot I_1 = 200$ В.

Токи

$$I_3 = U_{ab} / R_3 = 200/10 = 20 \text{ А};$$

$$I_4 = I_1 - I_3 = 40 - 20 = 20 \text{ А};$$

$$I_6 = I_5 = I_4 / 2 = 20 / 2 = 10 \text{ А}, \quad \text{т. к. } R_6 + R_7 = R_5.$$

Напряжения

$$U_{bc} = R_5 \cdot I_5 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ В};$$

$$U_{ca} = R_4 \cdot I_4 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ В}.$$

Мощность, потребляемая электрической цепью,

$$P = U \cdot I_1 = 240 \cdot 40 = 9600 \text{ Вт}.$$

Проверим правильность решения задачи, осуществив моделирование работы схемы в среде Multisim (рисунок 1.4).

После запуска программы на экране появляется рабочее поле, предназначенное для виртуального построения принципиальной схемы электрической цепи с подключением к ней необходимых источников воздействий и измерительно-регистрирующих приборов.

Вызов необходимых компонентов осуществляется или нажатием левой кнопки мыши на соответствующем меню панели компонентов, расположенном горизонтально над экраном, или нажатием правой кнопки мыши на пустом месте наборного поля с последующим вызовом меню компонентов через *PlaceComponent*. Показания измерительных приборов соответствуют расчётным значениям.

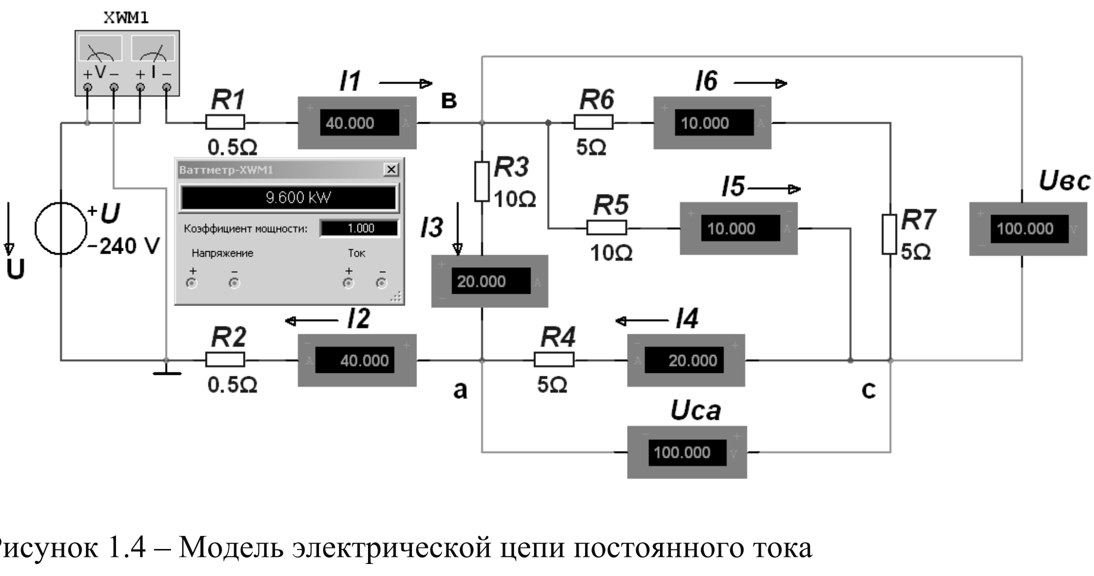


Рисунок 1.4 – Модель электрической цепи постоянного тока

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем, а также следующую задачу.

Задача. Для цепи (рисунок 1.5) известны значения $R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и ток I_2: R_0 = 0,1 Ом, R_1 = 0,7 Ом, R_2 = 40 Ом, R_3 = 8 Ом, R_4 = 4 Ом, R_5 = 2,4 Ом, R_6 = 4 Ом, I_2 = 0,25 А.

Определить ЭДС источника, а также значения токов в ветвях.

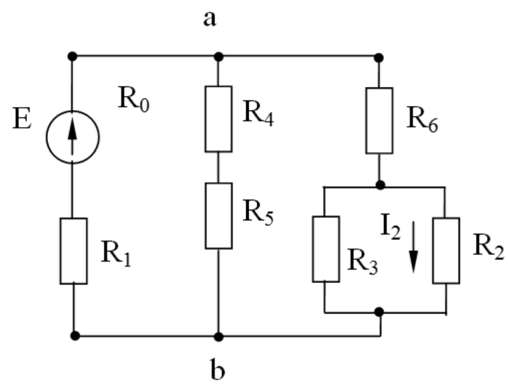


Рисунок 1.5 – Электрическая цепь

Контрольные вопросы

1 Дать информацию о способах определения эквивалентного сопротивления электрической цепи.

2 Записать закон Ома для пассивного и активного участков цепи.

3 Сформулировать законы Кирхгофа.

4 Записать формулы расчета мощности, потребляемой электрической цепью.

2 Практическое занятие № 2. Расчет электрических цепей постоянного тока различными методами

Основные теоретические положения

Расчет сложных электрических цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа.

Метод непосредственного применения законов Кирхгофа является универсальным при расчетах и анализах сложных электрических цепей.

Порядок расчета по этому методу состоит в следующем:

– указываем произвольно положительные направления токов в ветвях, а также направления обхода в выбранных независимых контурах;

– записываем уравнения по первому закону Кирхгофа. Количество уравнений по первому закону Кирхгофа равно k – 1, где k – число узлов электрической цепи;

– записываем уравнения по второму закону Кирхгофа применительно к контуру.

Число уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа, равно $n-\left(k-1\right)$, здесь n – число ветвей электрической цепи.

Решая систему полученных уравнений, определяем токи ветвей.

Для проверки правильности расчета электрической цепи используют уравнение баланса мощностей.

Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов.

Метод контурных токов вытекает из метода, основанного на непосредственном применении законов Кирхгофа. Уравнения по методу контурных токов составляют по второму закону Кирхгофа – введением так называемых контурных токов. Количество уравнений, составленных по методу контурных токов, равно $n-(k-1)$.

Направления контурных токов выбираются произвольно. При составлении уравнений положительными принимаются ЭДС, совпадающие с направлениями контурных токов. Решая систему уравнений, определим значение контурных токов. Во внешних ветвях контурные токи будут являться истинными токами. Токи в смежных ветвях определяют по первому закону Кирхгофа.

Пример решения задачи

Задача 1. Рассмотрим пример расчета электрической цепи (рисунок 2.1) методом непосредственного применения законов Кирхгофа и методом контурных токов.

Метод непосредственного применения законов Кирхгофа.

Число узлов *k* = 4. Число ветвей *n* = 6.

Число уравнений по первому закону Кирхгофа $k-1=4-1=3$.

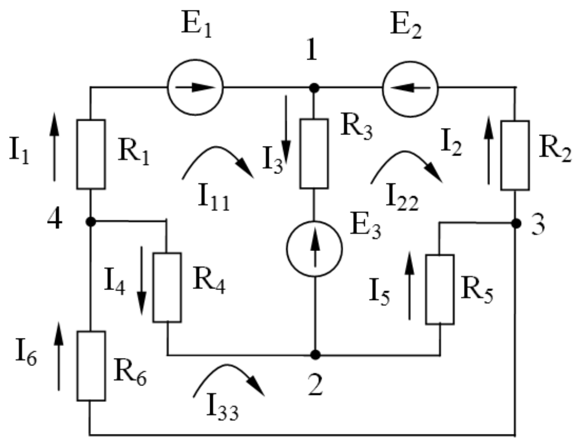


Рисунок 2.1 – Электрическая цепь

Число уравнений по второму закону Кирхгофа $n-(k-1)=6-(4-1)=3$.

Число всех уравнений *n* = 6.

Узел 1: $I_1+I_2-I_3=0$.

Узел 2: $I_3+I_4-I_5=0$.

Узел 3: $I_5-I_6-I_2=0$.

Контур 1, 2, 4, 1: $E_1 - E_3 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4$.
Контур 1, 3, 2, 1: $E_3 - E_2 = -I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3$.
Контур 2, 3, 4, 2: $0 = I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 + I_4 \cdot R_4$.

Метод контурных токов.
Количество уравнений $n - (\kappa - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$.
Обозначение контурных токов: I_{11}, I_{22}, I_{33}.
Система уравнений

$$\begin{cases} E_1 - E_3 = I_{11} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{22} \cdot R_3 - I_{33} \cdot R_4 - \text{контур } 1, 2, 4, 1; \\ E_3 - E_2 = -I_{11} \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_2 + R_5 + R_3) - I_{33} \cdot R_5 - \text{контур } 1, 3, 2, 1; \\ 0 = -I_{11} \cdot R_4 - I_{22} \cdot R_5 + I_{33} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - \text{контур } 2, 3, 4, 2. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, определяем значения контурных токов I_{11}, I_{22}, I_{33}.

Находим значения токов в ветвях: $I_1 = I_{11}$, $I_2 = I_{22}$, $I_3 = I_{11} - I_{22}$, $I_4 = I_{33} - I_{11}$, $I_5 = I_{33} - I_{22}$, $I_6 = I_{33}$.

Проверяем правильность расчета, составив уравнение баланса мощности:

$$E_1 \cdot I_1 - E_3 \cdot I_3 + E_2 \cdot I_2 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6.$$

Расчет сложных электрических цепей методом двух узлов.

Метод двух узлов применяется в тех случаях, если схема имеет два узла и ряд параллельных ветвей между ними. Для нахождения неизвестных токов составляют уравнения по закону Ома:

$$I_i = \frac{\pm E_i \pm U_{AB}}{R_i} = (\pm E_i \pm U_{AB}) \cdot G_i,$$

где I_i – ток i-й ветви;
E_i – ЭДС i-й ветви;
U_{AB} – узловое напряжение;
R_i – сопротивление i-й ветви;
G_i – проводимость i-й ветви, $G_i = 1 / R_i$.

ЭДС E_i и напряжение U_{AB} берутся со знаком «плюс» (+), если их направления совпадают с направлением тока рассматриваемой ветви.

Величина U_{AB} находится по формуле

$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\pm E_i \cdot G_i)}{\sum_{i=1}^{n} G_1}.$$

В этой формуле E_i берется со знаком «плюс» (+), если ее направление противоположно направлению U_{AB}, и со знаком «минус» (–), если их направления совпадают.

Задача 2. Составить необходимые уравнения для определения значений токов в ветвях схемы (рисунок 2.2), используя метод двух узлов.

По закону Ома токи в ветвях определяются следующим образом:

$$I_1 = \left(E_1 + U_{AB}\right) \cdot G_1;\ \ I_2 = \left(E_2 - U_{AB}\right) \cdot G_2;$$

$$I_3 = \left(E_3 + U_{AB}\right) \cdot G_3;\ I_4 = -U_{AB} \cdot G_4,$$

где $G_1 = 1/\left(R_1 + R_5\right);\ G_2 = 1/R_2;\ G_3 = 1/R_3;\ G_4 = 1/R_4.$

Напряжение между двумя узлами

$$U_{AB} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\pm E_i \cdot G_i\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} G_1} = \frac{-E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2 - E_3 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}.$$

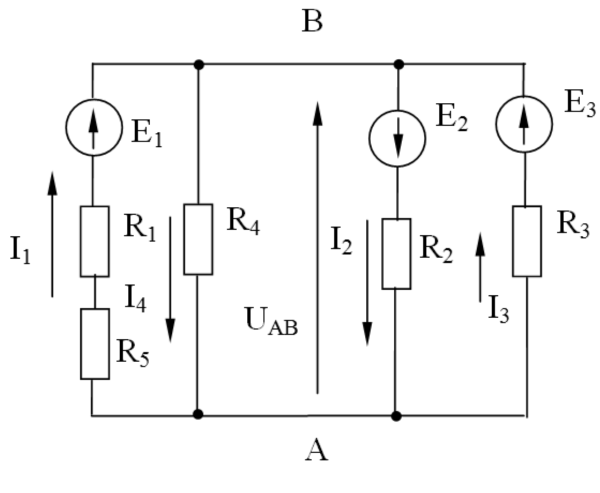


Рисунок 2.2 – Электрическая цепь к расчёту методом двух узлов

Задача 3. Расчет электрических цепей методом эквивалентного генератора напряжений.

Данным методом целесообразно пользоваться, если необходимо рассчитать только ток одной ветви. Сущность метода состоит в том, что любая сложная активная цепь представляется активным двухполюсником, внутренняя ЭДС которого равна напряжению холостого хода U_{xx} на участке, где определяется ток при отключении резистора, а внутреннее сопротивление – сопротивлению всей остальной цепи при отключенной ветви и закороченных источниках ЭДС ($R_{кз}$).

Ток в i-й ветви определяется по формуле

$$I_1 = \frac{U_{xx}}{R_{кз} + R_1},$$

где U_{xx} – напряжение холостого хода относительно точек разрыва в ветви, где определяется ток;

$R_{кз}$ – внутреннее сопротивление цепи при отключенной нагрузке и закороченных источниках ЭДС;

R_1 – сопротивление резистора, где определяется ток.

Напряжение U_{xx} эквивалентного генератора напряжения определяется путем расчета цепи при отключенной нагрузке любым из методов расчета.

Сопротивление $R_{кз}$ определяется как $R_{экв}$ электрической цепи относительно точек разрыва и закороченных источниках ЭДС.

Задача 4. Определить значение тока I_5 в схеме (рисунок 2.3, *а*).

Определяем напряжение холостого хода U_{xx} (рисунок 2.3, *б*), используя второй закон Кирхгофа:

$$U_{xx} = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1.$$

Токи в ветвях (см. рисунок 2.3, *б*)

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_4};$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + R_3}.$$

Определяем значение сопротивления $R_{кз}$ (рисунок 2.3, *в*):

$$R_{кз} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

Определяем значение тока I_5:

$$I_5 = \frac{U_{xx}}{R_{кз} + R_5}.$$

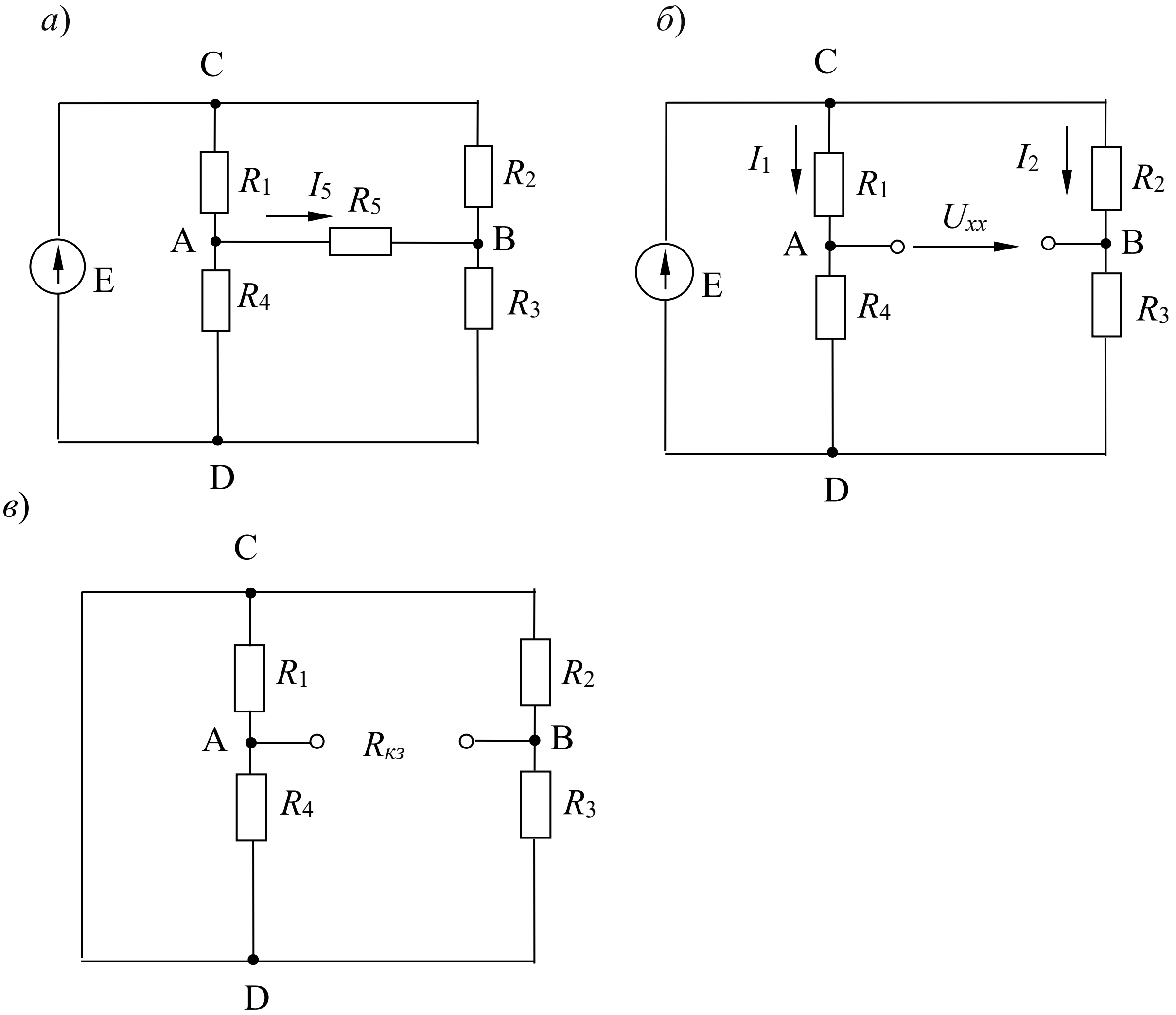


Рисунок 2.3 – Электрические схемы

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем, а также следующую задачу.

Задача. Для разветвленной электрической цепи (рисунок 2.4), пользуясь законами Кирхгофа и методом контурных токов, определить токи во всех ветвях.

Дано: E_1 = 24 В, E_2 = 48 В, E_3 = 96 В, R_1 = 16 Ом, R_2 = 8 Ом, R_3 = 16 Ом, R_4 = 8 Ом.

Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

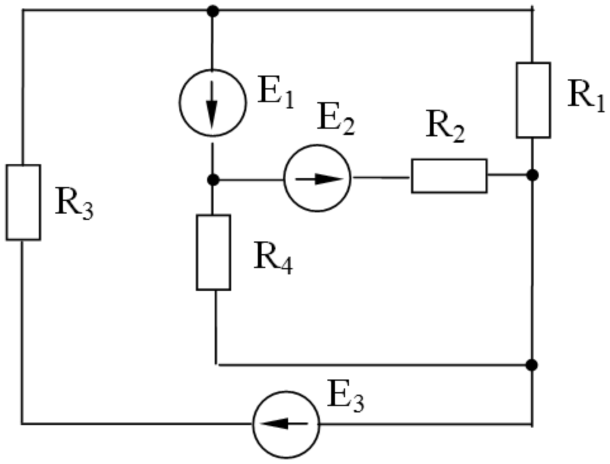


Рисунок 2.4 – Электрическая цепь

3 Практическое занятие № 3. Применение комплексного метода для расчета простейших электрических цепей синусоидального тока

Основные теоретические положения

Символический метод расчета цепей переменного тока.

Сущность символического метода состоит в том, что гармонической функции тока (напряжения, ЭДС) ставится в соответствие комплексная гармоническая функция:

$$i = I_m \sin\left(\omega t \pm \varphi\right);\ \dot{I}_m = I_m \cdot e^{j(\omega t \pm \varphi)}.$$

Для $t = 0$ комплексное амплитудное значение тока $\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j(\pm\varphi)}$, а комплекс действующего значения тока $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\pm\varphi)}$, аналогично $\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\pm\varphi)}$.

Закон Ома в символической форме имеет вид

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}},$$

где $\underline{Z}$ – комплексная величина полного сопротивления цепи.

При последовательном соединении элементов R, L, C

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j\left(X_L - X_C\right) = z \cdot e^{j\varphi},$$

где $z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}$;

$$\varphi = \operatorname{arctg}\,\frac{X_L - X_C}{R}.$$

При параллельном соединении элементов

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \ldots + \frac{1}{\underline{Z}_i}.$$

Полное сопротивление любого количества последовательно соединенных приемников

$$Z = \sqrt{\left(\sum R\right)^2 + \left(\sum X_L - \sum X_C\right)^2}\,.$$

Полная проводимость любого количества параллельно соединенных приемников

$$Y = \sqrt{\left(\sum G\right)^2 + \left(\sum B_L - \sum B_C\right)^2}\,,$$

где G, B – активные и реактивные проводимости.

Примеры решения задач

Задача 1. Пусть задана расчетная схема с последовательным соединением элементов R, L и C с параметрами R_1, $R_2 \ldots R_n$, X_{L1}, $X_{L2} \ldots X_{Ln}$, X_{C1}, $X_{C2} \ldots X_{Cn}$ и напряжением U на входе (рисунок 3.1). Определить ток I, угол сдвига по фазе φ и мощность на входе цепи.

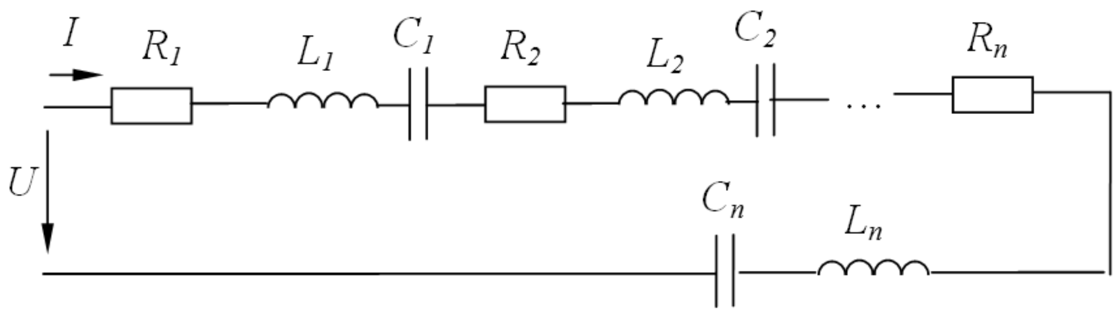


Рисунок 3.1 – Электрическая цепь

Решение

Комплексное действующее значение тока $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}}$, где $\dot{U} = U$, т. к. $\varphi = 0°$.

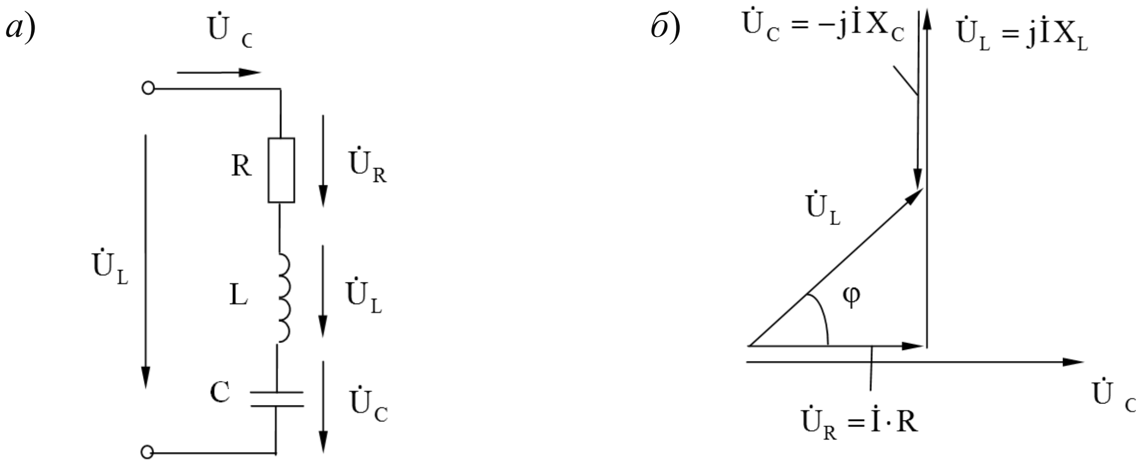
$$\underline{Z} = \left(R_1 + R_2 + \ldots + R_n\right) + j\left(X_{L1} - X_{C1} + X_{L2} - X_{C2} + \ldots + X_{Ln} - X_{Cn}\right);$$

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = P \pm jQ\,,$$

где $\overset{*}{I}$ – сопряженное значение комплексного тока.

Задача 2. Катушка с активным сопротивлением R = 6 Ом и индуктивностью L = 25,5 мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого C = 1590 мкФ.

Определить ток, напряжения на катушке и конденсаторе, мощности катушки, конденсатора и всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений, если напряжение на входе схемы (рисунок 3.2, *а*) U = 127 В и частота f = 50 Гц. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.



а – схема электрической цепи; *б* – векторная диаграмма

Рисунок 3.2 – Электрическая цепь переменного тока

Решение

Реактивные сопротивления элементов цепи

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 25{,}5 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 1590 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом}.$$

Комплексное полное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) = R + jX = 6 + j6 = \sqrt{6^2 + 6^2}\, e^{j\left(arctg\frac{6}{6}\right)^\circ} = 8{,}5\, e^{j45^\circ}.$$

Комплексное полное сопротивление катушки

$$\underline{Z}_k = R + jX_L = 6 + j8 = \sqrt{6^2 + 8^2}\, e^{j\left(\text{arctg}\,\frac{8}{6}\right)^\circ}\, 10\, e^{j53^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексные значения напряжения и тока

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{\underline{Z}}=\frac{127}{8{,}5\cdot e^{j45^\circ}}=14{,}9\cdot e^{-j45^\circ}=14{,}9\cdot\cos\left(-45^\circ\right)+j\cdot\sin\left(-45\right)^\circ=10{,}5-j10{,}5\ \text{А}.$$

Комплексные действующие значения напряжений:
– на конденсаторе

$$\dot{U}_C=\underline{Z}_C\cdot\dot{I}=-j\cdot X_C\cdot\dot{I}=-j2\cdot 14{,}9\cdot e^{-j45^\circ}=29{,}8\cdot e^{-j135^\circ}=-21{,}1-j21{,}1\ \text{В};$$

– на катушке

$$\dot{U}_k=\underline{Z}_k\cdot\dot{I}=10\cdot e^{j53^\circ}\cdot 14{,}9\cdot e^{-j45^\circ}=149\cdot e^{j8^\circ}=147{,}5+j20{,}7\ \text{В}.$$

Комплексная полная мощность

$$\tilde{S}=\dot{U}\cdot\overset{*}{I}=127\cdot 14{,}9\cdot e^{j45^\circ}=1892\cdot e^{j45^\circ}=1338+j1338\ \text{В}\cdot\text{А},$$

где $\overset{*}{I}$ – сопряженное значение комплексного тока.

Следовательно, активная мощность цепи составляет P = 1338 Вт, а реактивная – Q = 1338 вар.

Реактивная мощность конденсатора

$$Q_C=I^2\cdot X_C=14{,}9^2\cdot 2=444\ \text{вар}.$$

Комплексная полная мощность катушки

$$\tilde{S}=\dot{U}_k\cdot\overset{*}{I}=149\cdot 14{,}9\cdot e^{j8^\circ}\cdot e^{j45^\circ}=2220\cdot e^{j53^\circ}=1336+j1773\ \text{В}\cdot\text{А}.$$

Векторная диаграмма приведена на рисунке 3.2, *б*.

Проверим правильность решения задачи, осуществив моделирование её работы в среде Multisim.

В качестве источника питания для цепи на рисунке 3.3 можно использовать источник *ACPower* из группы *Sources*, установив действующее значение напряжения *RMS* и частоту *F*. Измерительные приборы перевести в режим *AC*. При этом они осуществляют индикацию действующих значений токов и напряжений. Результаты моделирования соответствуют расчётным значениям с небольшой погрешностью.

Измерение мощностей P, S и Q можно провести с помощью ваттметра, который в Multisim, кроме активной мощности, измеряет коэффициент мощности $\cos\varphi=\dfrac{P}{S}$.

В соответствии с показаниями ваттметра можно записать следующее: P = 1343 Вт; $\cos\varphi=0{,}707$; φ = 45° (напряжение опережает ток по фазе);

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 1900 \ \text{В} \cdot \text{А};$$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1343$ вар, что с небольшой погрешностью соответствует расчётным значениям.

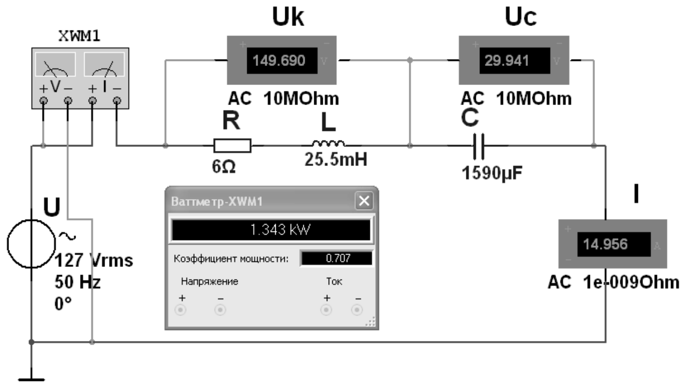


Рисунок 3.3 – Модель электрической цепи переменного тока в среде Multisim к задаче 2

Задача 3. Определить токи в электрической цепи (рисунок 3.4), если напряжение на входе U_{ab} = 120 В, а значение сопротивлений X_{L0} = 4 Ом, R_1 = 6 Ом, X_{L1} = 8 Ом, X_C = 5 Ом, R_1 = 5 Ом. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

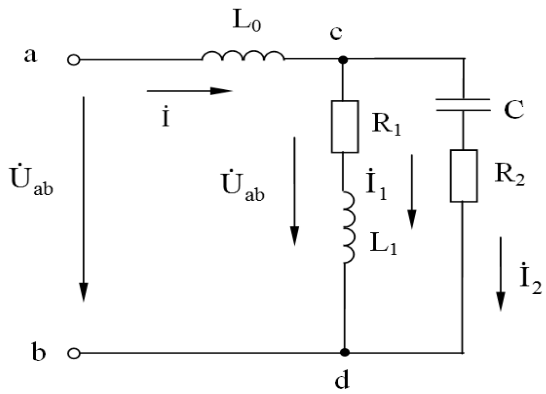


Рисунок 3.4 – Электрическая цепь переменного тока с параллельным соединением элементов к задаче 3

Решение

Входное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{cd} = \underline{Z}_0 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = jX_{L0} + \frac{(R_1 + jX_{L1}) \cdot (R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_{L1} + R_2 - jX_C} =$$

$$= j4 + \frac{(6 + j8) \cdot (5 - j5)}{6 + j8 + 5 - j5} = 6{,}15 + j3{,}23 \ \text{Ом}.$$

Общий ток цепи

$$\dot{I} = \frac{U_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{120}{6{,}15 + j3{,}23} = 15{,}39 - j8{,}08 = 17{,}4 \cdot e^{-j27{,}7^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное напряжение на зажимах *cd* по второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{cd} = \dot{U}_{ab} - \dot{U}_{ac} = 120 - j4 \cdot (15{,}39 - j8{,}08) = 87{,}78 - j61{,}5 = 107{,}2 \cdot e^{-j35^\circ} \text{ В.}$$

Токи в ветвях

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_1} = \frac{87{,}8 - j61{,}5}{6 + j8} = 0{,}34 - j10{,}7 = 10{,}71 \cdot e^{-j88{,}2^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_2} = \frac{87{,}8 - j61{,}5}{5 - j5} = 14{,}92 + j2{,}64 = 15{,}2 \cdot e^{j10^\circ} \text{ А.}$$

Комплексная полная мощность всей цепи

$$\tilde{S} = \dot{U}_{ab} \cdot \overset{*}{I} = 120 \cdot (15{,}39 + j8{,}08) = 1846 + j970 = 2085 \cdot e^{j27{,}7^\circ} \text{ В·А;}$$

$$S = \sqrt{1846^2 + 970^2} = 2085 \text{ В·А,}$$

откуда P = 1846 Вт, Q = 970 вар.

Модель электрической цепи в среде Multisim приведена на рисунке 3.5. Действующие значения токов I_1, I_2, I_3, напряжения U_{cd} и активной мощности цепи P с небольшой погрешностью соответствуют расчётным.

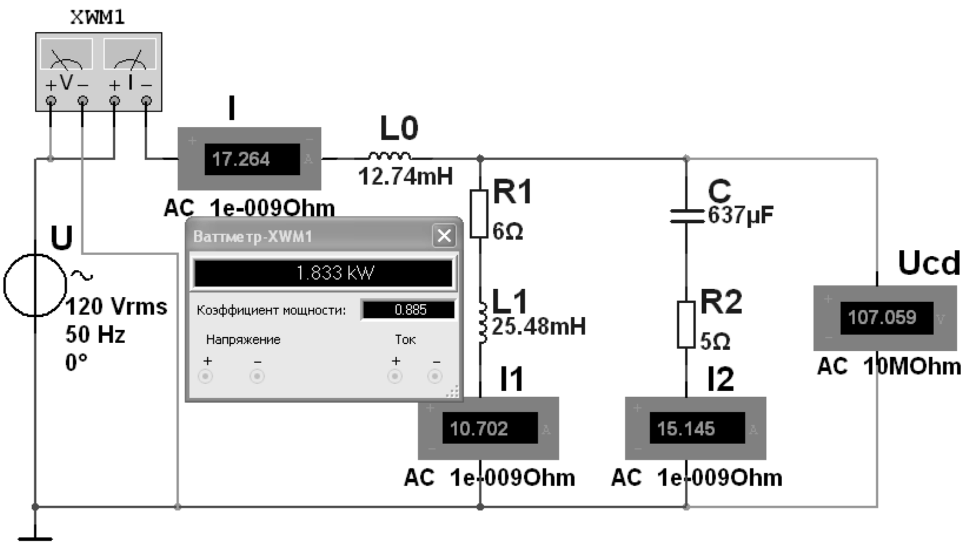


Рисунок 3.5 – Модель электрической цепи переменного тока с параллельным соединением элементов к задаче 3

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем, а также следующую задачу.

Задача. В цепь переменного тока частотой 50 Гц (рисунок 3.6) включена катушка, обладающая активным сопротивлением R и индуктивным сопротивлением X_L. К цепи приложено напряжение $u = U_m \sin \omega t$. Определить показания измерительных приборов, а также активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить треугольник сопротивлений и векторную диаграмму. R = 3 Ом, X_L = 4 Ом, U_m = 282 В. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

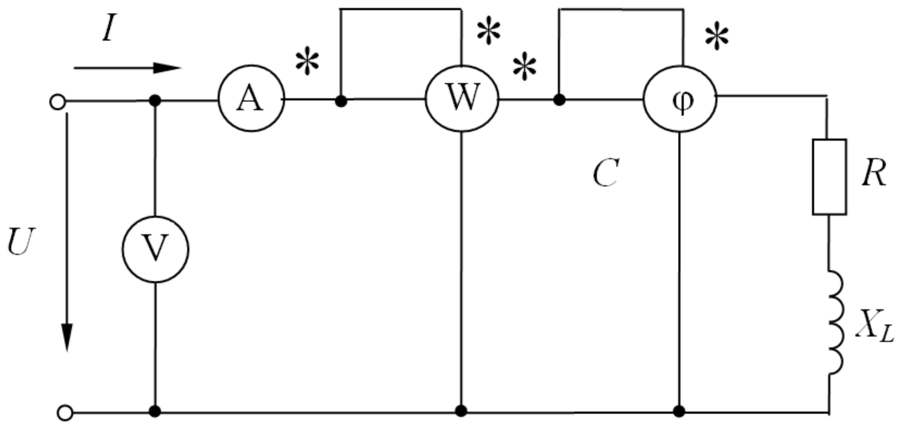


Рисунок 3.6 – Электрическая цепь с катушкой переменного тока

Контрольные вопросы

1 Записать формулы комплексного сопротивления участка цепи при последовательном соединении элементов R, L, C.

2 Дать формулировку и запишите закон Ома в комплексной форме для участка цепи с последовательным соединением элементов R, L, C.

3 Записать комплексное сопротивление двух параллельно соединенных ветвей.

4 Записать формулы для расчета комплексной мощности.

5 Пояснить, что понимают под коэффициентом мощности и какое экономическое значение он имеет.

4 Практическое занятие № 4. Применение различных методов для расчета разветвленных электрических цепей синусоидального тока в комплексной форме

Основные теоретические положения

Все методы расчета цепей постоянного тока применимы в комплексной форме к расчету цепей переменного тока, но расчетные формулы записываются в комплексной форме, где вместо I, U, R, E следует записывать их комплексные значения $\dot{I}, \dot{U}, \underline{Z}, \dot{E}$.

Пример решения задачи

Задача. В электрической цепи включены два источника переменного напряжения: $e_1 = 141\sin\omega t$ и $e_2 = 141\sin(\omega t + 90°)$ (рисунок 4.1). Задачу решить методом контурных токов. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

Определить токи в ветвях, если R_1 = 3 Ом, C_1 = 796,2 мкФ, R_2 = 8 Ом, L_2 = 19,1 мГн, L_3 = 31,85 мГн.

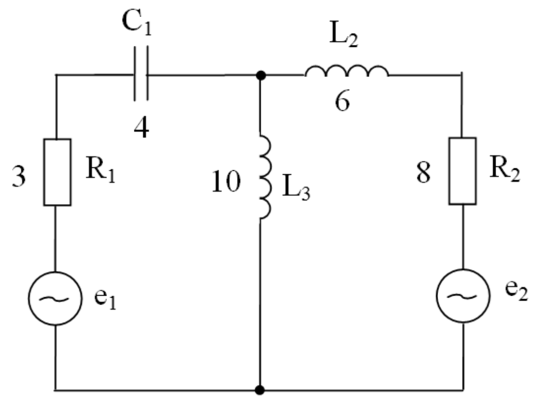


Рисунок 4.1 – Цепь переменного тока с двумя источниками питания

Решение

Определим значение реактивных сопротивлений элементов:

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 796{,}2} = 4 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 314 \cdot 19{,}1 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 314 \cdot 31{,}85 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом}.$$

Определим полные сопротивления отдельных ветвей в комплексной форме:

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = 3 - j4 = 5 \cdot e^{-j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 8 + j6 = 10 \cdot e^{j37^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = jX_{L3} = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Тогда исходная схема для решения методом контурных токов преобразуется к виду, представленному на рисунке 4.2.

Определим значения ЭДС источников в комплексной форме:

$$\dot{E}_1 = \frac{E_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В}; \ \dot{E}_2 = \frac{E_{m2}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\phi} = \frac{141}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ} = j100 \text{ В}.$$

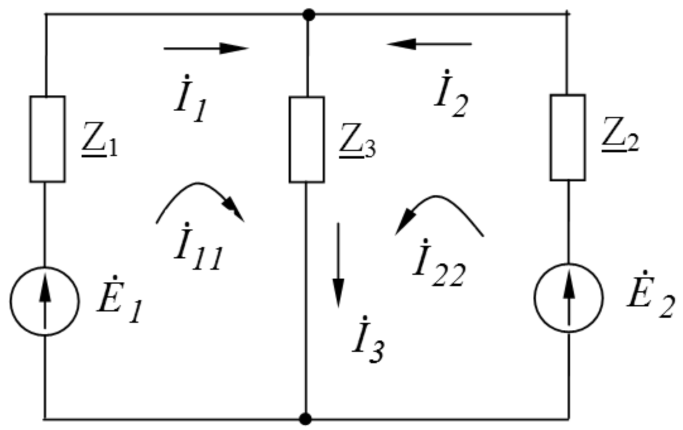


Рисунок 4.2 – Цепь переменного тока с двумя источниками питания

Система уравнений для определения контурных токов

$$\begin{cases} \dot{E}_{11} = \dot{I}_{11}\underline{Z}_{11} + \dot{I}_{22}\underline{Z}_{12}; \\ \dot{E}_{22} = \dot{I}_{11}\underline{Z}_{21} + \dot{I}_{22}\underline{Z}_{22}, \end{cases}$$

где $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 = 100$ В;

$\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 = j100 = 100 \cdot e^{j90^\circ}$ В;

$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 3 - j4 + j10 = 3 + j6 = 6,7 \cdot e^{j63^\circ}$ Ом;

$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 = j10 + 8 + j6 = 8 + j16 = 17,9 \cdot e^{j63^\circ}$ Ом;

$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_3 = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ}$ Ом.

Таким образом,

$$100 = \dot{I}_{11} \cdot (3 + j6) + \dot{I}_{22} \cdot j10; \ j100 = \dot{I}_{11} j10 + \dot{I}_{22} \cdot (8 + j16).$$

Находим значение контурных токов:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \dot{I}_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

где $\Delta = \begin{vmatrix} 3+j6 & j10 \\ j10 & 8+j16 \end{vmatrix} = 28 + j96 = 100 \cdot e^{j74^\circ};$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & j10 \\ j100 & 8+j16 \end{vmatrix} = 1800 + j1600 = 2408 \cdot e^{j42^\circ};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3+j6 & 100 \\ j10 & j100 \end{vmatrix} = -600 - j700 = 922 \cdot e^{-j130^\circ};$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{2408 \cdot e^{j42^\circ}}{100 \cdot e^{j74^\circ}} = 24{,}08 \cdot e^{-j32^\circ} = 20{,}42 - j12{,}76 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{922 \cdot e^{-j130^\circ}}{100 \cdot e^{j74^\circ}} = 9{,}22 \cdot e^{-j204^\circ} = -8{,}42 + j3{,}75 \text{ А}.$$

Найти решение системы уравнений в комплексной форме можно, воспользовавшись *Калькулятором* (рисунок 4.3).

Токи в ветвях

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 20{,}42 - j12{,}76 = 24{,}08 \cdot e^{-j32^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} = -8{,}42 + j3{,}75 = 9{,}22 \cdot e^{-j204^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 20{,}42 - j12{,}76 - 8{,}42 + j3{,}75 = 12 - j9 = 15 \cdot e^{-j37^\circ} \text{ А}.$$

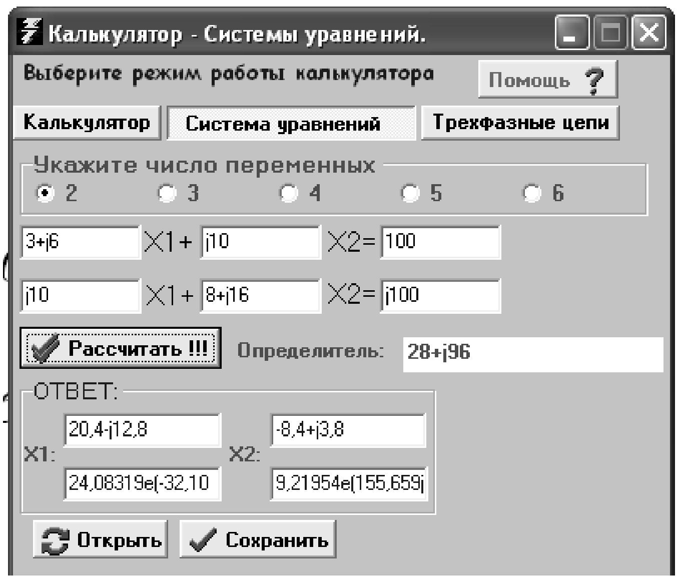


Рисунок 4.3 – Программа *Калькулятор* для решения системы уравнений

Модель электрической цепи в среде Multisim приведена на рисунке 4.4, действующие значения токов I_1, I_2, I_3 соответствуют расчётным.

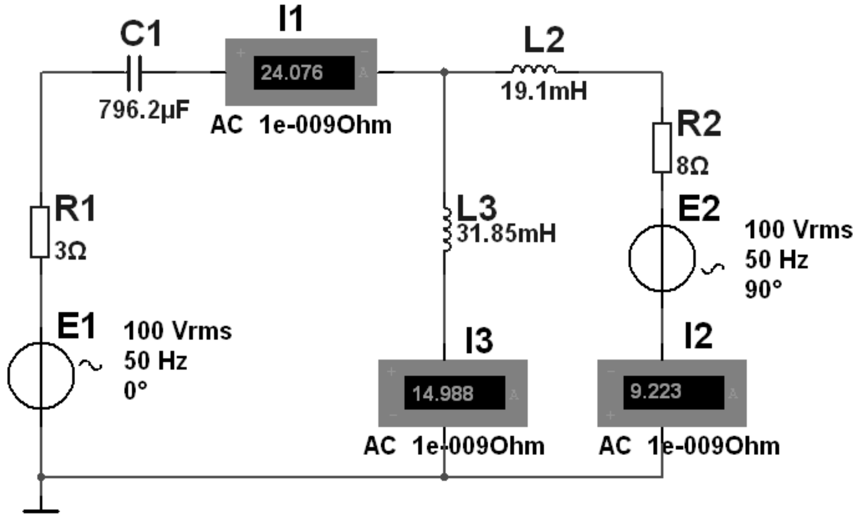


Рисунок 4.4 – Модель цепи переменного тока в Multisim с двумя источниками питания

Комплексные мощности источников ЭДС

$$\dot{E}_1 \cdot \overset{*}{I}_1 = 100 \cdot \left(20,42 + j12,76\right) = 2042 + j1276 \text{ В·А};$$

$$\dot{E}_2 \cdot \overset{*}{I}_2 = 100 \cdot \left(-8,42 - j3,75\right) = 375 - j842 \text{ В·А},$$

где $P_{ист} = P_1 + P_2 = 2042 + 375 = 2417$ Вт;
$Q_{ист} = Q_1 + Q_2 = 1276 - 842 = 434$ Вт.

Комплексные мощности нагрузки

$$\tilde{S}_{нагр} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + j\left(-X_1 I_1^2 + I_2^2 X_2 + I_3^2 X_3\right) = 24,08^2 \cdot 3 + 9,22^2 \cdot 8 +$$

$$+ j\left(-4 \cdot 24,08^2 + 9,22^2 \cdot 6 + 15^2 \cdot 10\right) = 2419 + j440 \text{ В·А}.$$

Небольшие расхождения в полученных значениях мощностей объясняются округлением величин при расчете.

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем.

Контрольные вопросы

1 Пояснить методику расчета цепей переменного тока при смешанном соединении сопротивлений.

2 Указать, в чем состоит сходство и различие методов расчета цепей постоянного и переменного тока.

3 Пояснить порядок расчета сложных электрических цепей переменного тока с несколькими источниками питания.

5 Практическое занятие № 5. Расчет электрических цепей в режиме резонанса

Основные теоретические положения

В цепях переменного тока с последовательно соединенными катушкой, резистором и конденсатором, в которых реактивные сопротивления равны между собой ($X_L = X_C$), наступает резонанс напряжений. В этом случае сопротивление становится минимальным и равным активному сопротивлению. Так как реактивные сопротивления зависят от частоты, то резонанс наступит при определенной частоте, которая называется резонансной.

Циклическая резонансная частота

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Резонансная частота тока

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Волновое сопротивление

$$Z_в = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Добротность цепи

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{IZ_в}{IR} = Q.$$

Мощность при резонансе напряжений

$$P = S\cos\varphi = S.$$

Напряжения на индуктивности и емкости при резонансе равны между собой и могут оказаться больше по значению напряжения цепи. Понятие добротности имеет важное практическое значение (например, для антенн).

Примеры решения задач

Задача 1. В сеть синусоидального тока с частотой f = 50 Гц включены последовательно реостат с сопротивлением R = 5 Ом, индуктивность L и емкость C. Вычислить индуктивность L и емкость C, если напряжения на R, L и C одинаковы.

Дано: f = 50 Гц, R = 5 Ом, $U_L = U_C = U_R$.

Определить L, C.

Решение

Так как в неразветвленной цепи ток на всех участках (сопротивлениях) имеет одинаковое значение, то и падение напряжения на всех участках цепи имеет одинаковое значение при одинаковых сопротивлениях участков. R = 5 Ом, X_L = 5 Ом, X_C = 5 Ом.

Схема цепи изображена на рисунке 5.1.

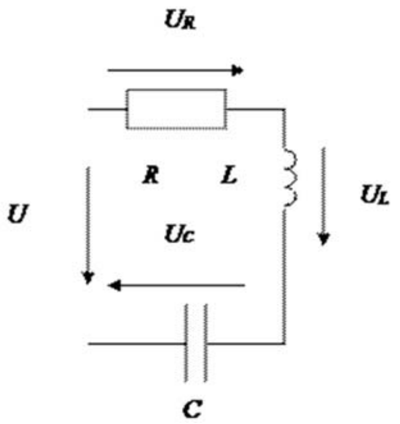


Рисунок 5.1 – Схема цепи

Индуктивное сопротивление

$$X_L = 2\pi f L.$$

Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}.$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5}{2\pi \cdot 50} = 0{,}0159 \text{ Гн} = 15{,}9 \text{ мГн}.$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^5}{2\pi \cdot 50 \cdot 5} = 636{,}9 \text{ мкФ}.$$

В цепи имеет место резонанс напряжений, т. к. равенство напряжений на реактивных элементах возможно только при наличии резонанса.

Задача 2. В цепи, изображённой на рисунке 5.2, имеет место резонанс токов. Мощность, потребляемая цепью, P = 50 Вт. Показания амперметров следующие: I_1 = 4 А, I_2 = 5 А. Определить параметры контура R, X_L и X_C.

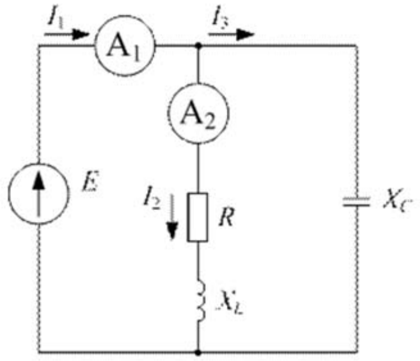


Рисунок 5.2 – Электрическая цепь

Решение

В параллельном колебательном контуре в режиме резонанса токов равны реактивные составляющие токов параллельных ветвей в силу равенства реактивных проводимостей этих ветвей (b_L = b_C). Следовательно, для данной цепи справедливо соотношение $I_{R2} = I = I_3$.

Реактивные токи замыкаются в параллельном контуре, и во входной цепи протекает только активный ток: $I_1 = I_{R2}$ = 4 А, $I_3 = \sqrt{I_2^2 - I_1^2} = 3$ А.

Мощность, потребляемая цепью, выделяется на сопротивлении R, т. е. $P = I_2^2 \cdot R$, тогда $R = P / I_2^2$ Ом и $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = U \cdot I_1$.

Напряжение на параллельном колебательном контуре $U = P / I_1 = 12{,}4$ В.

Сопротивление конденсатора $X_C = U / I_3$ Ом.

Из условия резонанса для параллельного контура имеем $\dfrac{X_L}{R^2 + X_L^2} = \dfrac{1}{X_C}$, откуда $X_L^2 - X_L X_C + R^2 = 0$.

Подставляем в последнее выражение численные значения и определяем величину модулей реактивного сопротивления катушки: $X_{L1} = 3{,}13$ Ом, $X_{L2} = 5{,}15$ Ом. Из решения следует, что резонанс токов может наступить при двух значениях индуктивного сопротивления.

Ответ: R = 2 Ом, X_C = 4,13 Ом, X_{L1} = 3,13 Ом, X_{L2} = 5,15 Ом.

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем.

Контрольные вопросы

1 Что является модулем комплексной проводимости?
2 Как связаны между собой активная, реактивная и комплексная проводимости?
3 Как вычислить полную проводимость схемы?
4 Каков порядок построениz векторной диаграммы?
5 Каково условие резонанса токов?
6 Каково условие резонанса напряжений?

6 Практическое занятие № 6. Анализ простейших трехфазных цепей с помощью комплексных чисел

Основные теоретические положения

Фазные напряжения для схемы (рисунок 6.1) в комплексной форме определяются по заданному линейному напряжению:

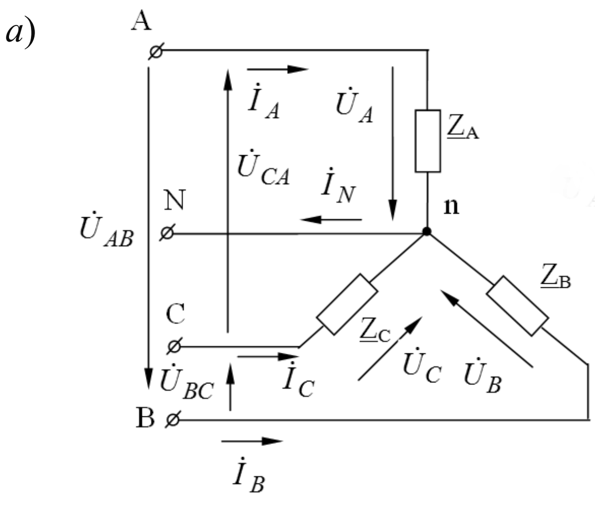
$$\dot{U}_A = U_A; \quad \dot{U}_B = U_B \cdot e^{-j120°}; \quad \dot{U}_C = U_C \cdot e^{-j240°},$$

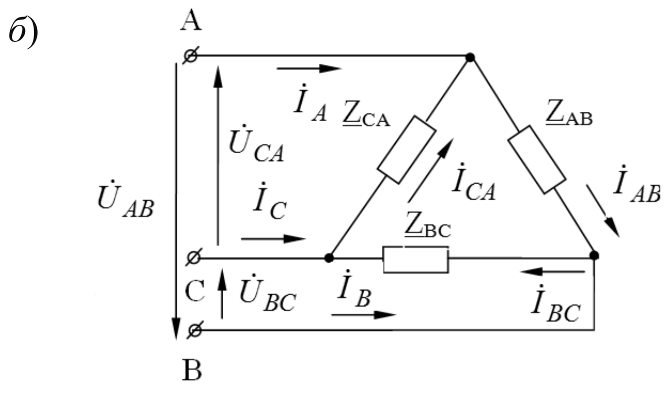
где $U_A = U_B = U_C = U_ф = U_л / \sqrt{3}$.

Для схемы (см. рисунок 6.1, *б*) фазные и линейные напряжения равны: $U_л = U_ф$.

В комплексной форме

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB}; \quad \dot{U}_{BC} = U_{BC} \cdot e^{-j120°}; \quad \dot{U}_{CA} = U_{CA} \cdot e^{-j240°}.$$





а – треугольник; *б* – звезда

Рисунок 6.1 – Трехфазные электрические цепи

Примеры решения задач

Задача 1. К трехфазной линии электропередачи, линейные напряжения которой симметричны: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 220$ В, присоединены три приемника энергии по схеме треугольник (рисунок 6.2). Комплексные сопротивления этих приемников $\underline{Z}_{AB} = 22$ Ом, $\underline{Z}_{BC} = 19 - j11$ Ом, $\underline{Z}_{CA} = 19 + j11$ Ом. Определить линейные и фазные токи в цепи и построить векторную диаграмму.

Решение

Запишем значения линейных напряжений в комплексной форме:

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 220 \text{ В}.$$

Тогда

$$\dot{U}_{BC} = U_{BC} \cdot e^{-j120°} = 220 \cdot e^{-j120°} = -110 - j190 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = U_{CA} \cdot e^{-j240°} = 220 \cdot e^{-j240°} = -110 + j190 \text{ В}.$$

На основании закона Ома определим фазные токи:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB} = 220 / 22 = 10 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC} = \left(-110 - j190\right) / \left(19 - j11\right) = -j10 = 10 \cdot e^{-j90°} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA} = \left(-110 + j190\right) / \left(19 + j11\right) = j10 = 10 \cdot e^{j90°} \text{ А}.$$

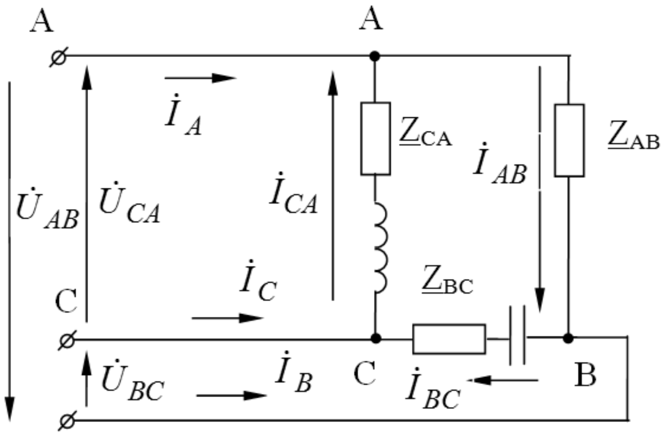


Рисунок 6.2 – Трехфазная электрическая цепь к задаче 1

Применив первый закон Кирхгофа к точкам A, B, C, найдем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 10 - j10 = 14{,}1 \cdot e^{-j45°} \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{CA} = -10 - j10 = 141 \cdot e^{-j135°} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = j20 = 20 \cdot e^{j90°} \text{ А}.$$

Проверка: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

$$10 - j10 - j10 - 10 + j20 = 0.$$

Задача 2. Определить токи в трехфазной цепи (рисунок 6.3), если линейные напряжения на входе в цепь симметричны: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 208$ В, а комплексные сопротивления фаз $\underline{Z}_A = 8 + j6$ Ом, $\underline{Z}_B = 8 - j6$ Ом, $\underline{Z}_C = 25$ Ом.

Решение

Комплексные проводимости фаз

$$\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A = 1/\left(R_A + jX_A\right) = 1/\left(8 + j6\right) = 0{,}08 - j0{,}06 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = 1/\underline{Z}_B = 1/\left(R_B + jX_B\right) = 1/\left(8 - j6\right) = 0{,}08 + j0{,}06 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C = 1/R_C = 1/25 = 0{,}04 \text{ См}.$$

Фазные напряжения генератора

$$U_A = U_B = U_C = U_{AB}/\sqrt{3} = 208/\sqrt{3} = 120 \text{ В}.$$

Значения фазных напряжений в комплексной форме

$$\dot{U}_A = 120 \text{В}; \ \dot{U}_B = U_B \cdot e^{-j120°} = 120 \cdot e^{-j120°} = -60 - j104 \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = U_C \cdot e^{-j240°} = 120 \cdot e^{-j240°} = -60 + j104 \text{ В}.$$

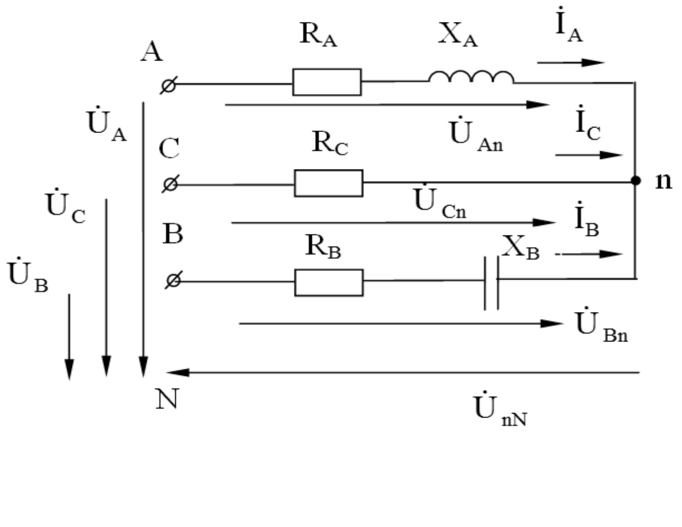


Рисунок 6.3 – Трехфазная электрическая цепь к задаче 2

Напряжение между нейтральными точками генератора и нагрузки

$$U_{nN} = \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

$$U_{nN} = \frac{120 \cdot (0{,}08 - j0{,}06) + (-60 - j104) \cdot (0{,}08 + j0{,}06) + (-60 + j104) \cdot 0{,}04}{0{,}08 - j0{,}06 + 0{,}08 + j0{,}06 + 0{,}04} =$$

$$= 43{,}2 - j74{,}8 = 86{,}3 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

Фазные напряжения нагрузки

$$\dot{U}_{An} = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 120 - 43{,}2 + j74{,}8 = 76{,}8 + j74{,}8 = 107{,}2 \cdot e^{j44^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = -60 - j104 - 43{,}2 + j74{,}8 = -103{,}2 - j28{,}2 = 107{,}2 \cdot e^{-j165^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = -60 + j104 - 43{,}2 + j74{,}8 = -103{,}2 + j178{,}8 = 206{,}4 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

Комплексные линейные токи

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} \cdot \underline{Y}_A = \left(76{,}8 + j74{,}8\right) \cdot \left(0{,}08 - j0{,}06\right) = 10{,}63 + j1{,}38 = 10{,}7 \cdot e^{j7{,}4^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_{Bn} \cdot \underline{Y}_B = \left(-103{,}2 - j28{,}2\right) \cdot \left(0{,}08 + j0{,}06\right) = -6{,}5 - j8{,}53 = 10{,}7 \cdot e^{-j127^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} \cdot \underline{Y}_C = \left(-103{,}2 + j28{,}2\right) \cdot 0{,}04 = -4{,}13 + j7{,}15 = 8{,}25 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

Проверка: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

$$10{,}63 - j1{,}38 - 6{,}5 - j8{,}53 - 4{,}13 + j7{,}15 = 0.$$

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем.

Контрольные вопросы

1 Записать комплексные выражения для фазных и линейных напряжений при соединении нагрузок звездой и треугольником.

2 Объяснить назначение нейтрального провода.

3 Записать формулу, определяющую смещение нейтрали и фазные напряжения приемника, фазы которого соединены звездой без нейтрального провода.

7 Практическое занятие № 7. Расчет переходных процессов в электрических цепях постоянного и переменного тока

Основные теоретические положения

Основные положения классического метода.

Расчёт переходного процесса в линейной электрической цепи с сосредоточенными параметрами сводится к решению линейного дифференциального уравнения n-го порядка, полученного на основании законов Кирхгофа. Порядок дифференциального уравнения n определяется количеством реактивных элементов в схеме и способом их соединения. Для всех вариантов схем n = 2.

Классический метод расчёта предполагает нахождение решения в виде суммы свободной и принуждённой составляющих:

$$X(t) = X_{пр}(t) + X_{св}(t)\,, \tag{7.1}$$

где $X_{пр}(t)$ – частное решение неоднородного дифференциального уравнения (принуждённая составляющая);

$X_{св}(t)$ – общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения (свободная составляющая).

В электротехнической практике в качестве частного решения обычно используют значение $X_{пр}(t)$, получаемое из расчёта рассматриваемой схемы в установившемся режиме.

Общее решение $X_{св}(t)$ определяется видом корней характеристического уравнения p:

– если характеристическое уравнение имеет два действительных и разных корня ($p_1 \neq p_2$), то

$$X_{св}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}\,, \tag{7.2}$$

где A_1, A_2 – постоянные интегрирования;

– если корни действительные и равные ($p_1 = p_2 = p$), то

$$X_{св}(t) = (A_1 + A_2 \cdot t) \cdot e^{p \cdot t}\,; \tag{7.3}$$

– если корни комплексно-сопряжённые ($p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega'$), то

$$X_{св}(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega' \cdot t + \nu)\,. \tag{7.4}$$

Для получения характеристического уравнения достаточно составить выражение для входного сопротивления схемы после коммутации в комплексной форме $Z_{вх}(j\omega)$, заменить $j\omega$ на p и приравнять это выражение к нулю либо приравнять к нулю матрицу контурных сопротивлений или матрицу узловых проводимостей схемы. При определении $Z_{вх}$ все источники ЭДС в схеме закорачиваются, а источники тока отбрасываются с сохранением в схеме их внутренних сопротивлений.

Для определения A_1 и A_2 либо A и ν (при комплексных корнях) необходимо вычислить значение искомой величины $X(0_+)$ и её производной $\left.\dfrac{dX}{dt}\right| t = 0_+$ в момент времени непосредственно после коммутации ($t = 0_+$), используя законы Кирхгофа для послекоммутационной схемы и законы коммутации.

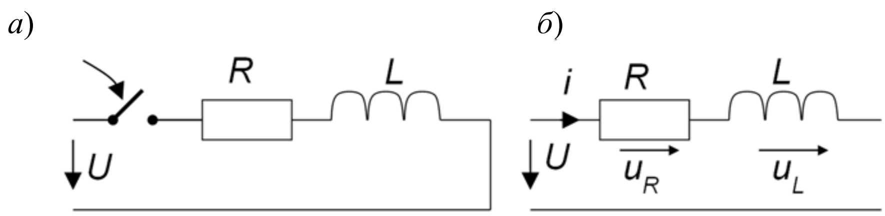
При этом не изменяющиеся мгновенно токи в индуктивностях и напряжения на ёмкостях определяются из расчёта схемы до коммутации.

Основным недостатком классического метода является необходимость определения постоянных интегрирования A. Этого недостатка лишён операторный метод расчёта переходных процессов.

Примеры решения задач

1 Включение цепи с последовательным соединением R и L на постоянное напряжение.

Задача 1. Дано: U, R, L. Определить $i(t)$ и $u_L(t)$ при переходном процессе (рисунок 7.1).



а – до коммутации; *б* – после коммутации

Рисунок 7.1 – Цепь с последовательным соединением *R* и *L* на постоянное напряжение

Решение

Производим коммутацию и запускаем переходный процесс. Уравнение второго закона Кирхгофа $U = u_R + u_L$.

Аналитическое решение.

1 Составляем дифференциальное уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи, образовавшейся после коммутации:

$$u_R + u_L = U; \qquad L\frac{di}{dt} + Ri = U.$$

Его общее решение (искомый ток i) имеет две составляющие:

– принужденная составляющая тока.

Математически – это частное решение дифференциального уравнения, имеющее вид свободного члена. В данном случае свободный член (u = const) – постоянное число. Следовательно, $i_{пр} = \text{const}$.

Подставляя $i_{пр} = \text{const}$ в исходное дифференциальное уравнение, получаем $U = i_{пр}R + 0$. Отсюда $i_{пр} = \dfrac{U}{R}$. Физически – это ток установившегося режима после завершения переходного процесса;

– свободная составляющая искомого тока – $i_{св}$.

Математически – это общее решение однородного уравнения, которое имеет вид экспоненты

$$i_{св} = Ae^{pt},$$

где A – постоянная интегрирования;

p – корень характеристического уравнения.

Это уравнение получают, подставив имеющееся решение в однородное уравнение $0 = Ae^{pt}R + LpAe^{pt}$. Сокращая на $Ae^{pt} \neq 0$ – уменьшается со временем.

Эта выражение соответствует физике процессов в цепи, лишенной внешнего источника энергии.

2 Промежуточный ответ: $i = i_{пр} + i_{св} = \dfrac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}$.

3 Определяем A, полагая в этом уравнении $t = 0$:

$$i(0_+) = \frac{U}{R} + A.$$

Тогда $A = i(0_+) - \dfrac{U}{R}$.

Для данного примера $i(0_+) = i(0_-) = 0$. Следовательно, $A = -\dfrac{U}{R}$.

4 Окончательный ответ: $i = \dfrac{U}{R} - \dfrac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \dfrac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$.

Проверка: при $t = 0$ $i(0_+) = 0$; при $t = \infty$ $i_{уст} = \dfrac{U}{R}$ $(e^{-\infty} = 0)$.

5 Напряжение на индуктивности

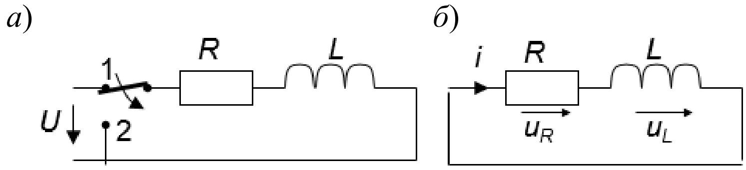
$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left[\frac{U}{R} - \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right] = L\left[\left(-\frac{U}{R}\right)\left(-\frac{R}{L}\right)e^{-\frac{R}{L}t}\right] = +Ue^{-\frac{R}{L}t}.$$

Проверка: при $t = 0$ $u_L(0) = U$; при $t = \infty$ $u_L(\infty) = 0$.

В цепи с одним накопителем энергии кривые тока и напряжения изменяются монотонно; колебательные процессы отсутствуют.

2 Замыкание цепи с последовательным соединением R и L накоротко.

Задача 2. Дано: U, R, L. Определить $i\ (t)$ и $u_L(t)$ при переходном процессе (рисунок 7.2).



а – до коммутации; *б* – после коммутации

Рисунок 7.2 – Цепь с последовательным соединением *R* и *L* накоротко

Решение

Проводим коммутацию и запускаем переходный процесс. Уравнение второго закона Кирхгофа $U = u_R + u_L$.

Аналитическое решение.

1 Составляем дифференциальное уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи, образовавшейся после коммутации:

$$u_R + u_L = 0;\ L\frac{di}{dt} + Ri = 0.$$

2 Его общий интеграл (искомый ток i) имеет одну составляющую:

$$i = i_{св} = Ae^{pt},$$

где A – постоянная интегрирования;

$p^{св}$ – корень характеристического уравнения $R + pL = 0,\ p = -R/L$.

3 Промежуточный ответ: $i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$.

4 Определяем A, полагая в этом уравнении $t = 0$: $i(0_+) = A$. Для данного примера $i(0_+) = i(0_-) = \dfrac{U}{R}$, а следовательно, $A = \dfrac{U}{R}$.

5 Окончательный ответ.

Искомый ток $i = \left(\dfrac{U}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t}$.

Проверка: при $t = 0$ $i(0_+) = \dfrac{U}{R}$; при $t = \infty$ $i(\infty) = 0$.

6 Напряжение на индуктивности

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{U}{R}\right)\left(-\frac{R}{L}\right)e^{-\frac{R}{L}t}\right] = -Ue^{-\frac{R}{L}t}.$$

Проверка: при $t = 0$ $u_C(0+) = -U$; при $t = \infty$ $u_C(\infty) = 0$.

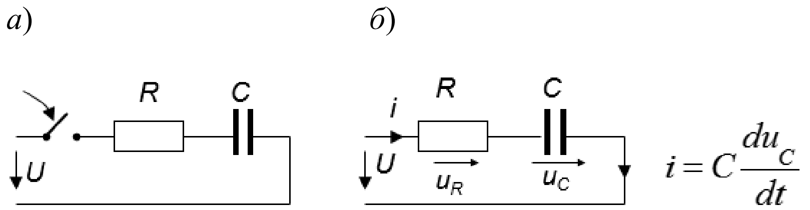
Заметим, что в цепи с одним накопителем энергии кривые тока и напряжения изменяются монотонно; колебательные процессы отсутствуют.

3 Включение цепи с последовательным соединением R и C на постоянное напряжение.

Задача 3. Дано: U, R, C. Определить $i\ (t)$ и $u_C\ (t)$ при переходном процессе (рисунок 7.3).

Решение

Производим коммутацию и запускаем переходный процесс. Уравнение второго закона Кирхгофа имеет вид $U = u_R + u_L$.



а – до коммутации; *б* – после коммутации

Рисунок 7.3 – Цепь с последовательным соединением *R* и *C* на постоянное напряжение

Аналитическое решение.

1 Составляем дифференциальное уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи, образовавшейся после коммутации:

$$u_R + u_C = Ri + u_C = 0,$$

где $i = C\dfrac{du_C}{dt}$.

Тогда $U = CR\left(\dfrac{du_C}{dt}\right) + u_C$.

Заметим, что в цепях с емкостью дифференциальное уравнение составляется относительно неизвестного напряжения на емкости u_C.

2 Общий интеграл этого уравнения $u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв}$.

Здесь принужденная составляющая $u_{Cпр} = u_{Cуст} = U$.

Свободная составляющая

$$u_{Cсв} = Ae^{pt},$$

где A – постоянная интегрирования;

p – корень характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение цепи $CRp+1=0$.

Его корень $p=-1/CR$.

3 Промежуточный ответ: $u_C = U + Ae^{pt} = U + Ae^{-\frac{1}{CR}t}$.

4 Постоянную A определяем при t = 0: $u_C(0_+) = U + A$. Тогда $A = u_C(0_+) - U$. Для данного примера $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$. Следовательно, $A = -U$.

5 Окончательный ответ: $u_C = U - Ue^{-\frac{1}{CR}t} = U\left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$.

Проверка: при t = 0 $u_C(0_+) = U(1-1) = 0$; при t = ∞ $u_C(\infty) = u_{Cуст} = U(1-0) = U$.

6 Ток цепи (в емкости)

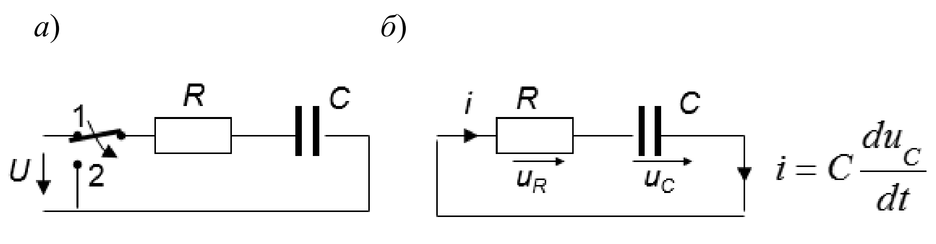
$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(U - Ue^{-\frac{1}{CR}t}\right) = C\left[(-U)\left(-\frac{1}{CR}\right)e^{-\frac{1}{CR}t}\right] = \frac{U}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}.$$

Проверка: при $t = 0$ $i_C(0_+) = \dfrac{U}{R}$; при $t = \infty$ $i_C(\infty) = 0$.

В цепи с одним накопителем энергии кривые тока и напряжения изменяются монотонно; колебательные процессы отсутствуют.

4 Замыкание цепи с последовательным соединением R и C накоротко.

Задача 4. Дано: U, R, C. Определить $i(t)$ и $u_C(t)$ при переходном процессе (рисунок 7.4).



а – до коммутации; *б* – после коммутации

Рисунок 7.4 – Цепь с последовательным соединением R и C накоротко

Решение

Производим коммутацию и запускаем переходный процесс. Уравнение второго закона Кирхгофа $U = u_R + u_L$.

Аналитическое решение.

1 Составляем дифференциальное уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи, образовавшейся после коммутации:

$$u_R + u_C = Ri + u_C = CR\frac{du_C}{dt} + u_C = 0.$$

2 Его общий интеграл u_C имеет одну составляющую:

$$u_C = u_{Cсв} = Ae^{pt},$$

где A – постоянная интегрирования;

p – корень характеристического уравнения $CRp + 1 = 0$.

Следовательно, $p = -\frac{1}{CR}$.

3 Промежуточный ответ: $u_C = Ae^{-\frac{1}{CR}t}$.

4 Определяем A, полагая в уравнении $t = 0$: $u_C(0_+) = A$. Для данного примера $u_C(0_+) = u_C(0_-) = U$. Таким образом, $A = U$.

5 Окончательный ответ: $u_C(t) = Ue^{-\frac{1}{CR}t}$.

Проверка: при $t = 0$ $u_C(0_+) = U$; при $t = \infty$ $u_C(\infty) = u_{Cуст} = 0$.

6 Ток цепи (в емкости)

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(Ue^{-\frac{1}{CR}t}\right) = C\left[(U)\left(-\frac{1}{CR}\right)e^{-\frac{1}{CR}t}\right] = -\frac{U}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}.$$

Проверка: при $t = 0$ $i_C(0_+) = -\frac{U}{R}$; при $t = \infty$ $i_C(\infty) = 0$.

5 Электромагнитная постоянная времени. Практическая длительность переходного процесса.

С помощью τ определяют практическую длительность переходного процесса:

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right|.$$

Тогда во всех примерах $e^{pt} = e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Через время t = (4…5)τ после начала переходного процесса этот переходный процесс практически завершается.

Ток цепи (в емкости) $e \approx 2{,}71$ (неперово число).

Самостоятельная работа

Решить задачи на переходные процессы в цепях постоянного тока, рекомендованные преподавателем.

8 Практическое занятие № 8. Расчет нелинейных электрических цепей при постоянных и синусоидальных воздействиях

Основные теоретические положения

Свойства нелинейных элементов описывают с помощью вольт-амперных, вебер-амперных и кулон-вольтных характеристик (рисунок 8.1).

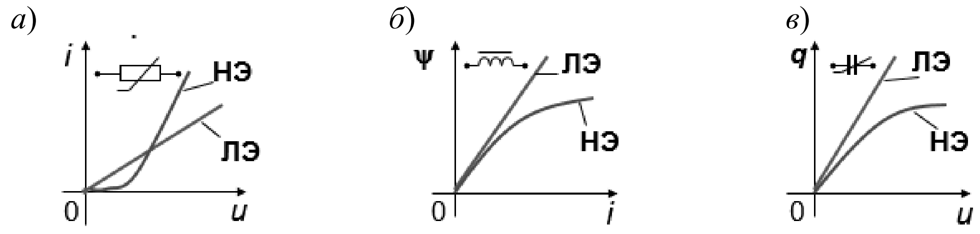


Рисунок 8.1 – Вольт-амперная характеристика (*а*), вебер-амперная характеристика (*б*), кулон-вольтная характеристика (*в*)

1 Статические и динамические характеристики.

Характеристики всех нелинейных элементов получают экспериментально.

Статические характеристики получают на постоянном токе (с помощью реостата, амперметра и вольтметра).

Динамические характеристики получают на переменном токе сразу на экран осциллографа.

У тех элементов, нелинейность которых не связана с тепловыми процессами, статические и динамические характеристики практически совпадают.

У элементов, нелинейность которых связана с тепловыми процессами, динамические характеристики могут значительно отличаться от статических.

Статические и дифференциальные параметры определяются из статических характеристик.

Заметим, что у линейных элементов статические и дифференциальные параметры совпадают.

2 Понятие о методах расчета нелинейных электрических цепей.

Нелинейные цепи описываются дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами *R*, *L* и *C*. Общих методов расчета таких уравнений не существует. Поэтому пользуются различными частными и методами – графическими и аналитическими.

При графических методах расчета искомое решение получают в результате графических построений.

Для аналитического расчета необходимо иметь математические выражения заданных нелинейных характеристик. Это можно сделать только приближенно.

Замена реальной характеристики ее приближенным аналитическим выражением называется аппроксимацией этой характеристики.

Наиболее общим способом аналитической аппроксимации является представление реальной характеристики в виде степенного ряда (ряд Маклорена):

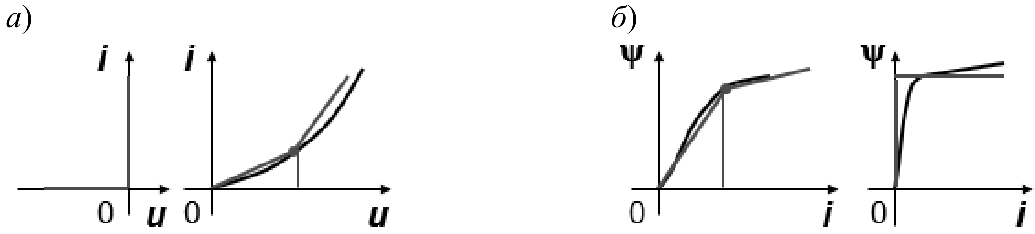
$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + ...,$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, … – постоянные коэффициенты.

Чем больше членов ряда, тем точнее аппроксимация, но тем сложнее расчет. На практике обычно ограничиваются одним или двумя членами ряда, например:

$$y = a_2x^2;\ y = a_3x^3;\ y = a_1x + a_2x^2;\ y = a_1x + a_3x^3.$$

Иногда реальную характеристику заменяют отрезками прямых – это кусочно-линейная аппроксимация (рисунок 8.2).



а – полупроводниковый диод; *б* – катушка индуктивности

Рисунок 8.2 – Кусочно-линейная аппроксимация

Примеры решения задач

1 Расчет нелинейных цепей постоянного тока графическим методом.

Задача 1. Задана цепь с последовательным соединением двух нелинейных сопротивлений (рисунок 8.3). U = const, $U_1(I)$, $U_2(I)$. Определить I, U_1, U_2.

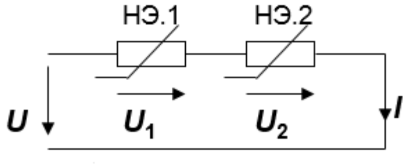


Рисунок 8.3 – Цепь с последовательным соединением двух нелинейных сопротивлений

Решение

По второму закону Кирхгофа $U = U_1 + U_2$ при любом I. Цель расчета – найти суммарную ВАХ цепи $U(I)$. Задачу решаем графически (рисунок 8.4).

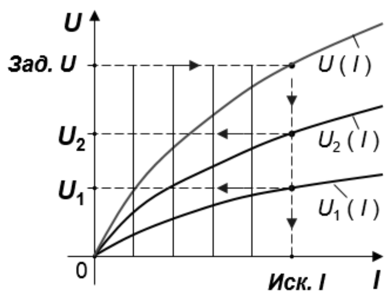


Рисунок 8.4 – Зависимость напряжений от тока для цепи с последовательным соединением двух нелинейных сопротивлений

Задача 2. Задана цепь с параллельным соединением двух нелинейных сопротивлений (рисунок 8.5). U = const, $U(I_1)$, $U(I_2)$. Определить I, I_1, I_2.

Решение

По первому закону Кирхгофа $I = I_1 + I_2$ при любом U. Цель расчета – найти суммарную ВАХ цепи $U(I)$.

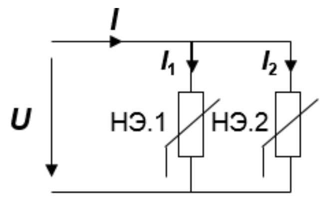


Рисунок 8.5 – Цепь с параллельным соединением двух нелинейных сопротивлений для задачи 2

Задачу решаем графически (рисунок 8.6).

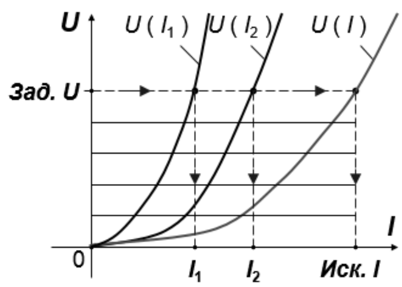


Рисунок 8.6 – Зависимость напряжений от тока для цепи с параллельным соединением двух нелинейных сопротивлений

Задача 3. Задана цепь со смешанным соединением трех нелинейных сопротивлений. Определить $U(I_1)$, $U(I)$.

Решение

При последовательно-параллельном соединении (рисунок 8.7): по первому закону Кирхгофа $I_1 = I_2 + I_3$, по второму закону Кирхгофа $U = U_1 + U_{23}$.

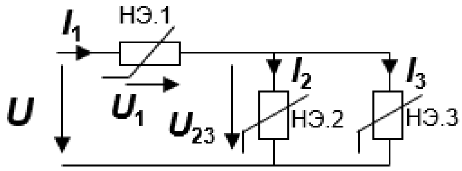


Рисунок 8.7 – Цепь с последовательно-параллельным соединением трех нелинейных сопротивлений для задачи 3

Порядок нахождения $U(I_1)$:

1) находим характеристику $U(I)$:

$$U_{23}(I_1) = U_2(I_2) + U_{23}(I_3);$$

2) находим общую характеристику:

$$U(I_1) = U_1(I_1) + U_{23}(I_1).$$

Для параллельно-последовательного соединения (рисунок 8.8): по первому закону Кирхгофа $I = I_{12} + I_3$, по второму закону Кирхгофа $U = U_1 + U_2$.

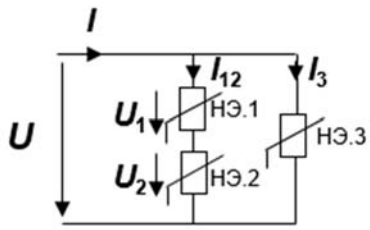


Рисунок 8.8 – Цепь с параллельно-последовательным соединением трех нелинейных сопротивлений для задачи 3

Порядок нахождения $U(I)$:

1) находим характеристику: $U(I_{12}) = U_1(I_{12}) + U_2(I_{12})$;

2) находим общую характеристику:

$$U(I) = U(I_{12}) + U(I_3).$$

2 Аналитический расчет нелинейной цепи постоянного тока.

Задача 4. Задана цепь с последовательным соединением двух нелинейных сопротивлений (рисунок 8.9) с известными U, R, $U_{НЭ}(I) = \alpha I + \beta I^2$. Определить ток цепи I.

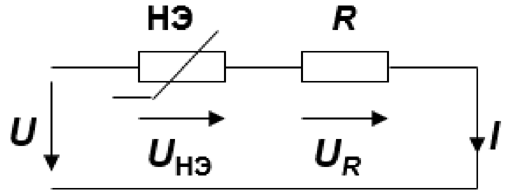


Рисунок 8.9 – Цепь с последовательным соединением двух нелинейных сопротивлений

Решение

По второму закону Кирхгофа $U = U_{НЭ} + IR$. Тогда $U = \left(\alpha I + \beta I^2\right) + IR$ или $\beta I^2 + \left(\alpha + R\right) I - U = 0$.

Это квадратное уравнение относительно тока I вида $ax^2 + bx + c = 0$. Оно имеет два корня: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Искомый ток есть положительный вещественный корень этого уравнения.

Задача 5. Произвести аналитический расчет цепи переменного тока (рисунок 8.10) с инерционными нелинейными элементами (ИНЭ) при заданных $u = U_m \sin\left(\omega t + \psi_u\right)$, L, C, $U_R = \alpha I^2$, где α – постоянное число. Определить ток цепи i.

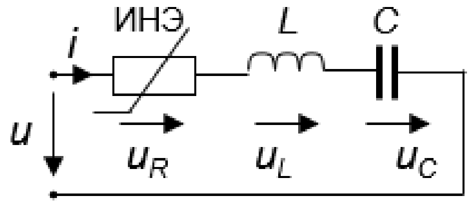


Рисунок 8.10 – Цепь переменного тока с инерционными нелинейными элементами для задачи 5

Решение

К инерционным элементам применимы все методы расчета линейных цепей, кроме метода наложения. Воспользуемся символическим методом:

$$\dot{U} = Ue^{i\psi_u}; \quad \dot{U}_L = j\omega L\dot{I}; \quad \dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}; \quad \dot{U}_R = (\alpha I)\dot{I},$$

αI имеет размерность R.

По второму закону Кирхгофа

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}\left(\alpha I + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}\right) = \dot{I}\left[\alpha I + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] = \dot{I}\left[\alpha I + jX\right] = \dot{I}\underline{Z}.$$

Формулу закона Ома $\dot{I} = \dot{U} / \underline{Z}$ применить нельзя, т. к. $\underline{Z} = f(I)$.

Для определения тока i используем другой подход. Запишем данное уравнение в показательной форме:

$$Ue^{j\psi_u} = Ie^{j\psi_i} \sqrt{(\alpha I)^2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j\operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\alpha I}}.$$

Известно, что два комплексных числа равны между собой, если равны их модули и равны их аргументы.

Уравнение для модулей

$$U = I\sqrt{(\alpha I)^2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Уравнение для аргументов

$$\psi_u = \psi_i + \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\alpha I}.$$

Из уравнения для модулей находим I как положительный вещественный корень биквадратного уравнения $\alpha^2 I^4 + (\omega L - 1/\omega C)^2 I^2 - U = 0.$

Из уравнения для аргументов находим $\psi_i = \psi_u - \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\alpha I}$. Тогда искомый ток $i = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_i)$.

Безынерционными называют элементы, нелинейность которых не связана с тепловыми процессами (полупроводниковые приборы, катушки на ферромагнитных сердечниках). Их ВАХ выражают зависимости между мгновенными значениями тока и напряжения.

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, рекомендованные преподавателем [3–5].

Список литературы

1 **Марченко, А. Л.** Электротехника и электроника : учебник: в 2 т. Т. 1: Электротехника / А. Л. Марченко, Ю. Ф. Опадчий. – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 574 с.

2 **Миленина, С. А.** Электротехника, электроника и схемотехника : учебник и практикум для академ. бакалавриата / С. А. Миленина; под ред. Н. К. Миленина. – Москва : Юрайт, 2015. – 399 с.

3 Сборник задач по электротехнике и электронике / Под общ. ред. Ю. В. Бладыко. – Минск : Вышэйшая школа, 2012. – 478 с.

4 **Марченко, А. Л.** Лабораторный практикум по электротехнике и электронике в среде Multisim: учебное пособие для вузов / А. Л. Марченко, С. В. Освальд. – Москва : ДМК Пресс, 2010. – 448 с.

5 **Бессонов, Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л. А. Бессонов. – 11-е изд., испр. и доп. – Москва : Гардарики, 2007.

6 **Мякишев, В. М.** Переходные процессы в линейных электрических цепях (в примерах): учебное пособие для вузов / В. М. Мякишев, М. С. Жеваев. – Москва : ИНФРА-М, 2020. – 347 с.