

DOI 10.24412/2077-8481-2024-4-17-27

УДК 621.83.06

Е. С. ЛУСТЕНКОВА, канд. техн. наук**С. А. ЗЫЛЬ**

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ КРИВОШИПОВ ПЛАНЕТАРНОЙ ЦИКЛОИДАЛЬНО-ЦЕВОЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Аннотация

Рассматриваются вопросы проектирования механизма параллельных кривошипов планетарной циклоидально-цевочной передачи с одновенцовым сателлитом, спроектированной по схеме $k-h-v$. Приводится силовой расчет механизма, определяются нормальные усилия, действующие в контакте пальцев ведомого вала и сателлита. Определен минимальный радиус пальцев по критерию контактной прочности. Результатами компьютерного моделирования подтверждены теоретические зависимости кинематических параметров элементов механизма и проведена оценка его КПД в зависимости от коэффициента трения при работе в редукторном и мультипликаторном режимах.

Ключевые слова:

циклоидально-цевочная передача, механизм параллельных кривошипов, контактная прочность, КПД механизма, компьютерное моделирование.

Для цитирования:

Лустенкова, Е. С. Расчет механизма параллельных кривошипов планетарной циклоидально-цевочной передачи / Е. С. Лустенкова, С. А. Зыль // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2024. – № 4 (85). – С. 17–27.

Введение и постановка задачи

Планетарные циклоидально-цевочные передачи имеют высокую нагрузочную способность и низкую материалоемкость [1]. На их основе возможно создание малогабаритных редукторов с большими значениями передаточных отношений благодаря реализуемой разнице чисел цевок центрального колеса и чисел зубьев сателлита, равной единице [2]. Передачи с одновенцовыми сателлитами, выполненными по схеме $k-h-v$ [3], имеют высокий КПД. Выпуск редукторов на их основе налажен мировыми производителями, такими как Sumitomo, Spinea, Nabtesco и др. В этих передачах необходимо проектировать механизм передачи движения с плоско-параллельно движущегося сателлита на ведомый вал. Этот механизм может быть выполнен в виде муфты Гука или сферического шарнира [4]. Наиболее расп-

ространен механизм параллельных кривошипов (МПК). Качество проектирования, изготовления и сборки этого механизма очень важно, т. к. КПД МПК влияет на общий КПД редуктора (мультипликатора) как множитель в произведении КПД зацеплений для параллельно соединенных механизмов. Методы силового анализа МПК изложены в [5, 6], где предложено определять усилия в контакте с использованием уравнений деформаций звеньев. При этом реакции в контакте ведомого вала и сателлита определяются в системе координат, связанных с сателлитом. Указанные методы имеют много допущений и могут быть упрощены в инженерных методиках расчета и проектирования на основе алгоритмов, применяемых для сферических роликовых передач [7]. Целью работы являлась разработка алгоритма силового анализа МПК и расчета его прочности с подтверждением тео-

ретических кинематических и силовых зависимостей результатами компьютерного моделирования.

Определение кинематических параметров механизма

В схеме планетарной передачи (рис. 1) с циклоидально-цевочным зацеплением и МПК зубчатые профили сателлита и центрального цевочного колеса заменены делительными окружностями с радиусами R_b и R соответственно. Установим кинематические зависимости

основных элементов передачи.

Если рассматривать равномерное вращение ведущего вала (эксцентрика) с угловой скоростью ω_h , то сателлит будет вращаться в противоположном направлении относительно центра C с угловой скоростью ω_4 . При этом

$$\omega_4 = \frac{v_C}{R} = \frac{\omega_1 \cdot A}{A \cdot Z} = \frac{\omega_h}{Z}, \quad (1)$$

где Z – число зубьев сателлита; A – величина эксцентриситета установки сателлита на ведущем валу.

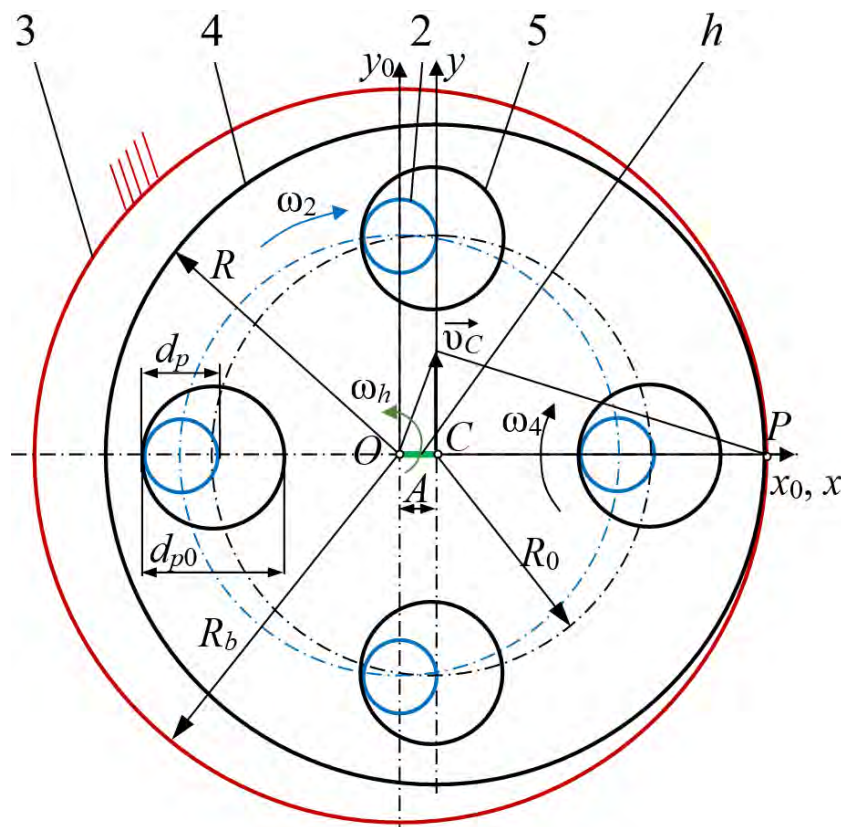


Рис. 1. Кинематическая схема циклоидально-цевочной передачи с МПК: h – эксцентрик (водило); 2 – пальцы ведомого вала; 3 – центральное цевочное колесо; 4 – сателлит; 5 – отверстия в сателлите

Рассматриваем работу передачи как обкатывание без скольжения центроиды сателлита с радиусом R по неподвижной центроиде с радиусом R_b . Для внецентроидного зацепления радиус окружности расположения осей цевок R_b определяет габаритные размеры и может

быть задан, но в данном случае примем $R = A \cdot Z$, $R_b = R + A$. Угловая скорость ведомого вала $\omega_2 = -\omega_h/u$, где u – модуль передаточного отношения.

$$\omega_4 = \omega_2 = -\frac{\omega_h}{u}. \quad (2)$$

В выражении (2) знаком «минус» учтена разнонаправленность вращений звеньев. Если рассматривать движение сателлита как сложное, состоящее из переносного вращения с угловой скоростью ω_h и относительного с угловой скоростью ω_{4r} вокруг оси, перпендикулярной плоскости схемы и проходящей через точку C , то, спроецировав векторное уравнение – теорему о сложении угловых скоростей $\vec{\omega}_4 = \vec{\omega}_h + \vec{\omega}_{4r}$ – на ось Oz , получим

$$\omega_{4r} = -\omega_h + \omega_4. \quad (3)$$

С учетом того, что ω_4 имеет знак, противоположный знаку ω_h ,

$$\omega_{4r} = -\omega_h \left(1 + \frac{1}{u} \right). \quad (4)$$

При интегрировании по времени формул (1)–(4) можно перейти от угловых скоростей ω_i к углам поворота φ_i , при этом полученные зависимости параметров сохранятся [8].

В системе Siemens NX была разработана модель механизма для проверки кинематических зависимостей и оценки его КПД (рис. 2).

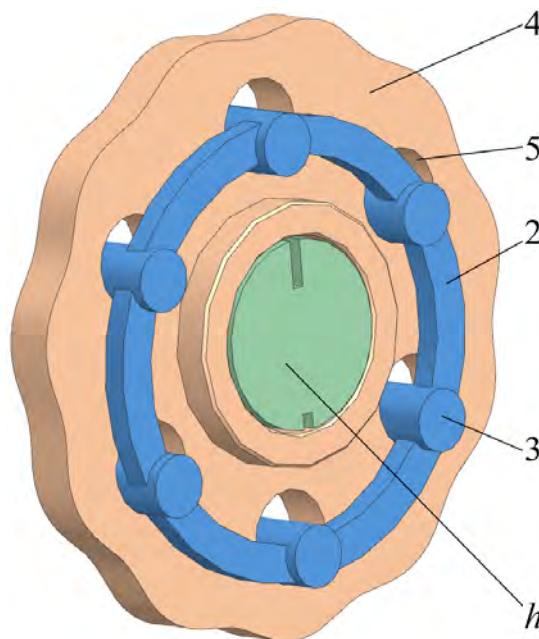


Рис. 2. Параметрическая модель МПК: h – эксцентрик; 2 – ведомый вал; 3 – пальцы ведомого вала; 4 – сателлит; 5 – отверстия сателлита, контактирующие с пальцами

Исходными данными для моделирования являются: модуль передаточного отношения u , эксцентриситет A , количество пальцев на ведомом валу (соответственно, количество отверстий сателлита) n_p , диаметр пальцев d_p , радиус окружности расположения центров (осей) пальцев и центров отверстий сателлита R_0 . Рассмотрим численный пример, приняв следующие параметры передачи: $u = 11$, $A = 2,5$ мм, $n_p = 6$, $d_p = 10$ мм, $R_0 = 32,5$ мм. Согласно расчетам, по-

лучим число цевок $n = u + 1 = 12$, $Z = u = 11$, $R = A \cdot Z = 27,5$ мм, $R_b = R + A = 30$ мм. Диаметр отверстий в сателлите определяется как $d_{p0} = d_p + 2 \cdot A = 15$ мм.

В рассматриваемой модели МПК в приложении программы Siemens NX Motion simulation устанавливался вращательный шарнир для ведущего вала с эксцентриком с полиномиальным драйвером с постоянной угловой скоростью $\omega_h = 2 \cdot \pi$ рад/с. Вращательные шарниры

также устанавливались между эксцентриком и сателлитом и между ведомым валом и стойкой. В шарнире между эксцентриком и сателлитом устанавливался драйвер для обеспечения принудительного вращения сателлита относительно своей оси с угловой скоростью, рассчитанной по формуле (4), т. е. $2 \cdot \pi \cdot (1+1/u)$. Этим вращением снималась необходимость моделирования центрального цевочного колеса, т. к. контакт сателлита с ним вносил погрешности при опреде-

лении кинематических и силовых параметров, не связанных с МПК. Дополнительно задавался 3D-контакт между сателлитом и ведомым валом. Коэффициент жесткости принимался равным 20000 Н/мм, коэффициент демпфирования – 20 Н·с/мм, экспонента затухания силы равна 2. Использовался решатель RecurDyn, число точек вычислений – 900, время симуляции движения – 1 с. Результат вычислений показан на рис. 3.

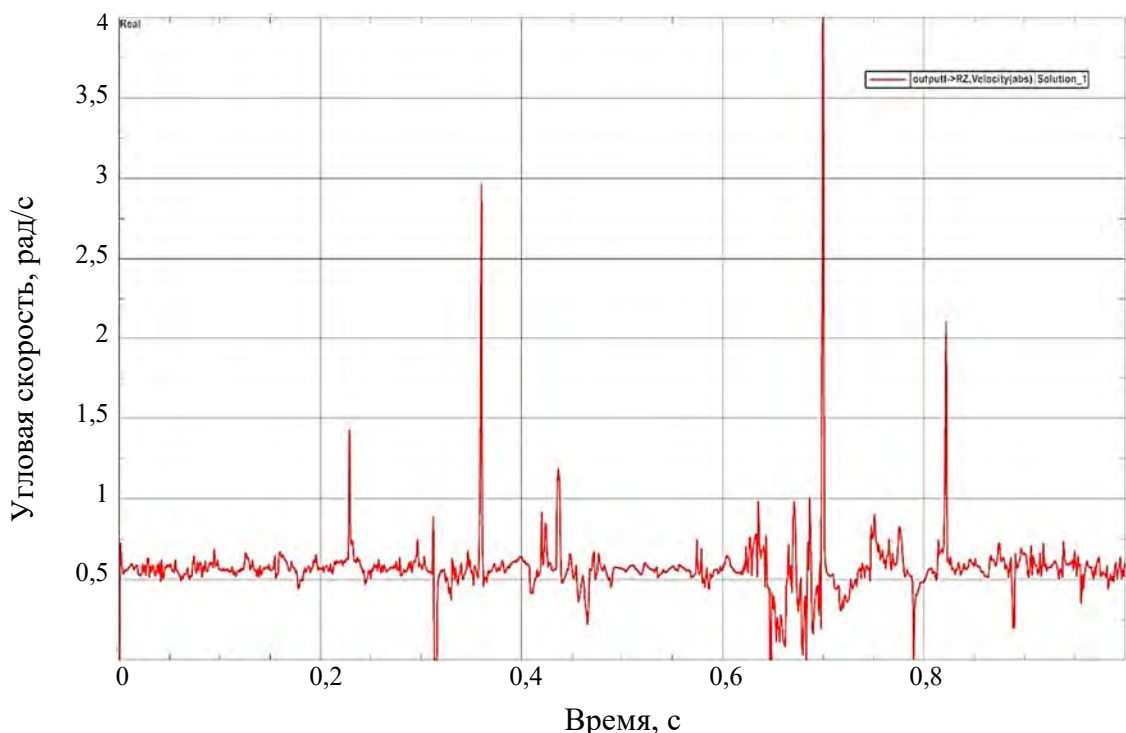


Рис. 3. График изменения угловой скорости ведомого вала при $\omega_h = 2\pi$ рад/с и $u = 11$

Как видно, среднее значение угловой скорости ведомого вала совпадает с расчетным $2 \cdot \pi / u = 0,57$ рад/с. Колебания графика обусловлены параметрами жесткости и демпфирования и другими настройками 3D-контактов в программе.

Силовой анализ механизма параллельных кривошипов

Рассмотрим схему силового взаимодействия на рис. 4, присвоив пальцам ведомого вала индексы $i = 0, 1, \dots, n_p - 1$.

Неподвижную систему координат $Ox_0y_0z_0$ свяжем со стойкой, ось z_0 совпадает с осью вращения ведомого вала. Подвижная система координат $xyzC$ связана с сателлитом.

Для удобства примем направление вращения кривошипа (ведущего вала с эксцентриком) по ходу часовой стрелки (угол φ_h). Тогда и ведомый вал (угол поворота φ_2), и сателлит (угол поворота φ_4) будут вращаться в положительном направлении. На рис. 4 показано начальное положение передачи.

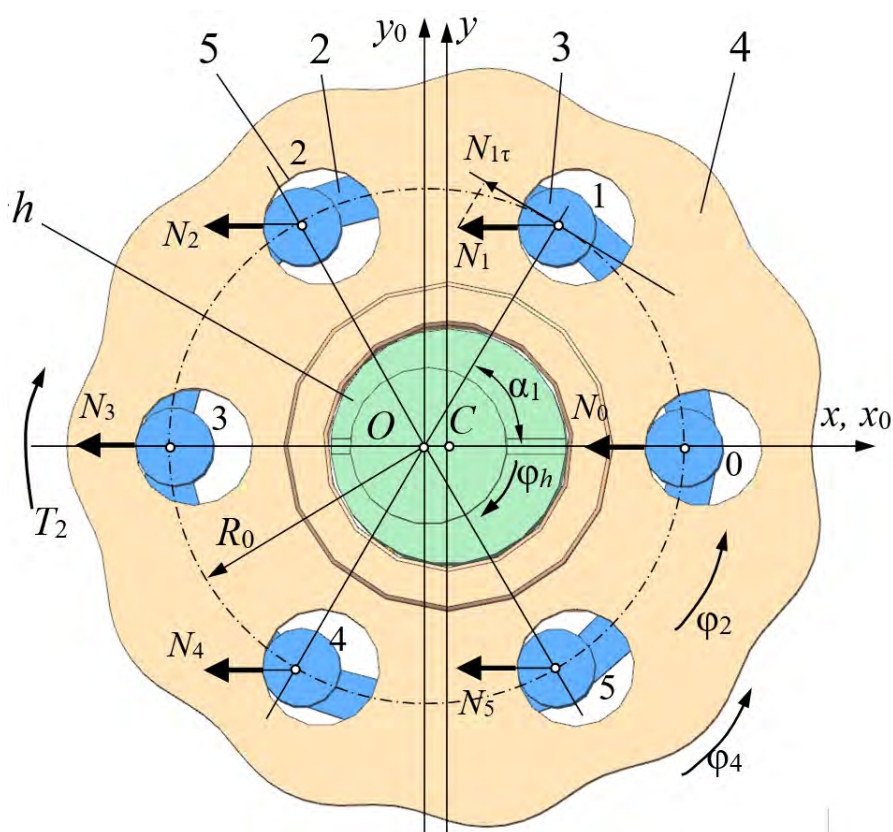


Рис. 4. Схема силового взаимодействия сателлита и ведомого вала: обозначения звеньев приняты, как на рис. 2

Применим принцип освобождения от связей для ведомого вала 2, на который действует момент полезного сопротивления T_2 . При числе пальцев более двух система будет статически неопределимой. Для раскрытия этой неопределенности предположим идеальное изготовление звеньев и равномерное распределение нагрузки между ними с учетом параллельности всех реакций [9]: $N_0 = N_1 = \dots = N_{n_p-1} = N$. В положении, показанном на рис. 4, момент будут компенсировать окружные составляющие нормальных реакций, причем те, которые создают моменты, противодействующие моменту T_2 , — составляющие реакций пальцев 1 и 2.

Из уравнения равновесия моментов относительно точки O

$$\begin{aligned} T_2 &= \sum_{i=0}^{n_p-1} N_i \cdot \sin(\alpha_i) \cdot R_0 = \\ &= \sum_{i=0}^{n_p-1} N_i \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n_p}\right) \cdot R_0 = \\ &= N \cdot R_0 \cdot \sum_{i=0}^{n_p-1} \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n_p}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

Силы, действующие на пальцы 0 и 3, момента не создают, т. к. угол α_i равен, соответственно, 0 и π рад. Не будут создавать момент и реакции пальцев 4 и 5, т. к. окружные усилия действуют в сопутствующем моменту T_2 направлении, т. е. пальцы совершают холостой ход.

В соответствии с формулой (4), записанной для углов поворота, а не угловых скоростей, можно показать, что при повороте водила на угол -2π сателлит относительно своей оси повернется в обратном направлении на угол $\varphi_4 = 2\pi \cdot (1 + 1/u)$. При этом ведомый вал также повернется в том же направлении на угол $\varphi_2 = 2\pi/u$. Поворот сателлита относительно ведомого вала произойдет на угол $\varphi_4 - \varphi_2 = 2\pi$, т. е. при повороте водила на угол φ_h сателлит повернется относительно ведомого вала также на угол φ_h .

С учетом вышесказанного, формулу для определения абсолютного значения реакции в контакте «палец – отвести сателлита», как функцию угла поворота водила, можно записать в виде

$$N(\varphi_h) = \frac{T_2}{R_0 \cdot \sum_{i=0}^{n_p-1} f_{\sin}(\varphi_h, n_p, i)}, \quad (6)$$

где $f_{\sin}(\varphi_h, n_p, i)$ – геометрическая функция, которая зависит от положения пальца в механизме. Алгоритмически эта функция может быть описана в виде

$$f_{\sin}(\varphi_h, n_p, i) = \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n_p} + \varphi_h\right)$$

$$\text{if } \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n_p} + \varphi_h\right) > 0,$$

$$f_{\sin}(\varphi_h, n_p, i) = 0 \text{ otherwise.} \quad (7)$$

В программе Mathcad был составлен алгоритм вычислений величин реакций. На рис. 5 показано, как изменяется значение реакций в контакте при повороте ведущего вала (водила) на угол 2π в передаче с вышеуказанными параметрами и моментом на ведомом валу, равным 20 Н·м.

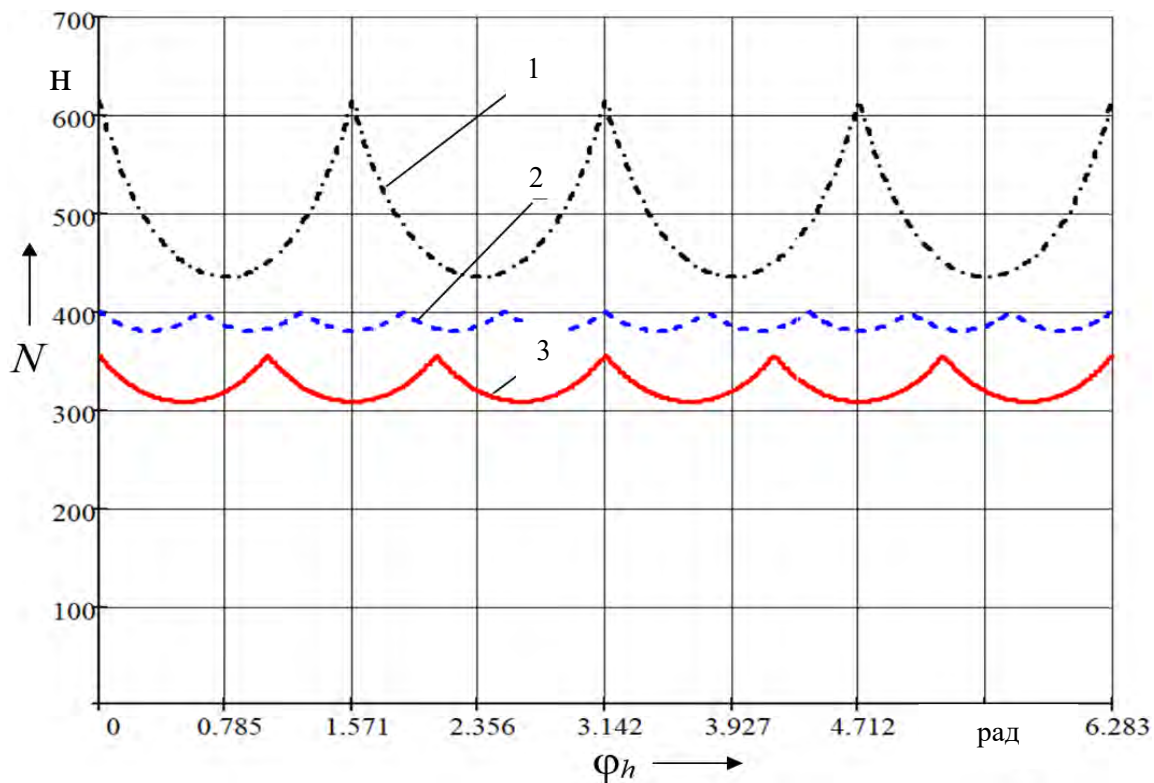


Рис. 5. Изменение реакций, действующих на пальцы механизма: 1 – $n_p = 6$; 2 – $n_p = 5$; 3 – $n_p = 4$

С ростом числа пальцев амплитуда колебаний силы относительно среднего значения снижается, равномерность работы механизма увеличивается. Число пиков нагрузки за один оборот ведущего вала равно числу пальцев. При числе пальцев менее трех механизм теряет работоспособность. При нечетном числе пальцев равномерность распределения нагрузки увеличивается. При четном числе пальцев во время работы механизма периодически одновременно два пальца попадают в нерабочие положения. Этот момент показан на рис. 4 (пальцы с индексами 0 и 3). Нагрузка при этом распределяется на оставшиеся пальцы в рабочем положении. При нечетном числе в указанное нерабочее положение одновременно может попасть только один палец (при $\alpha = 0$ рад и $\alpha = \pi$ рад).

Максимальное значение силы N определяем по формуле

$$N_{\max} = \frac{T_2}{R_0 \cdot S \cdot \sum_{i=0}^{\text{floor}\left(\frac{n_p}{2}\right)} \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n_p}\right)}, \quad (8)$$

где floor – оператор выделения целой части числа; S – число параллельных потоков мощности, $S = 1$ или $S = 2$.

Применение сдвоенного сателлита ($S = 2$), элементы которого устанавливаются на эксцентрики, смещенные друг относительно друга на угол π рад относительно оси ведущего вала (водила), позволяет вдвое снизить нагрузку на сателлит, но повышает требования к качеству изготовления деталей и сборки передачи. При использовании сдвоенного эксцентрика множитель $S = 2$ также появится в знаменателе формулы (8).

Оценка КПД МПК и его контактной прочности

В компьютерной модели приложим векторный момент $T_2 = -20$ Н·м к ведомому валу, направленный вдоль оси Oz . В параметрах 3D-контакта зададим кулоновское трение: динамический коэффициент трения $f = 0,05$, статический коэффициент трения $f_{cu} = 0,06$. Определим момент T_4 , который действует на сателлит относительно оси Oz , т. е. относительный момент во вращательном шарнире сателлита и эксцентрика (рис. 6).

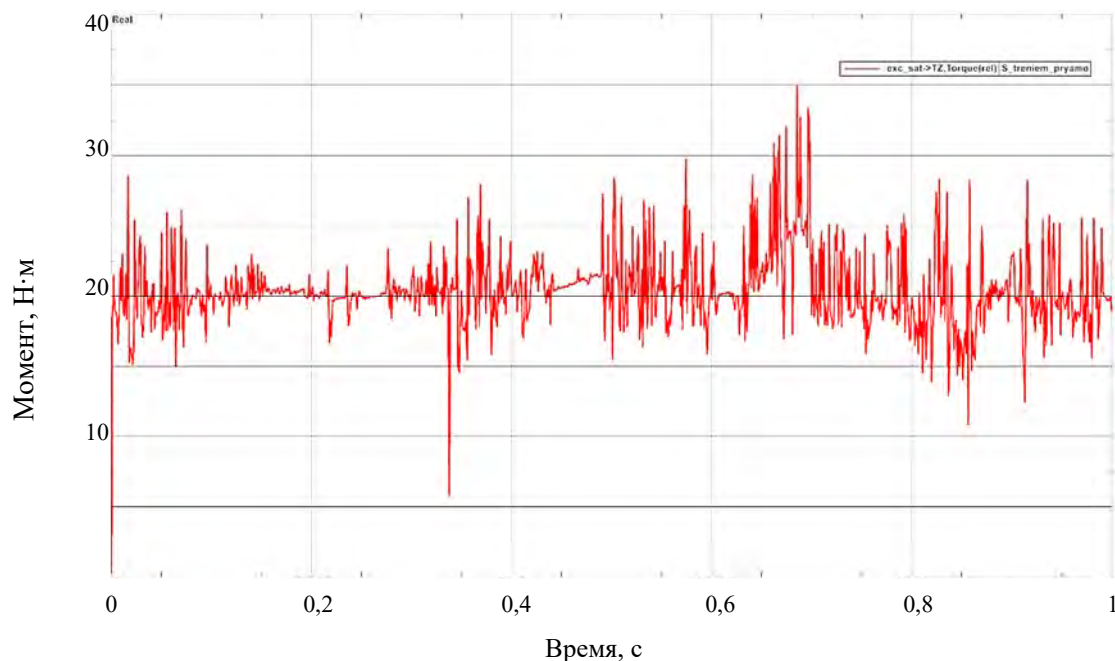


Рис. 6. Момент, действующий на сателлит, при $f = 0,05$

КПД механизма, вследствие равенства углов поворота и угловых скоростей сателлита в относительном движении и ведомого вала, определяется как отношение моментов T_2/T_4 , где T_4 – среднее значение момента. Как видно из рис. 6, изменение T_4 происходит относительно среднего значения, близкого 20 Н·м, соответственно, КПД МПК близок к единице. При увеличении коэффициентов трения до $f = 0,2$ и $f_{сц} = 0,3$ момент на сателлите также увеличится (рис. 7), КПД механизма, соответственно, снизится до 0,94...0,96. При увеличении трения заметно повышение нестациональности процесса (увеличение амплитуды колебаний момента).

Для повышения адекватности модели реальной передаче введем в нее неподвижное опорное звено – цевочное колесо. Добавим 3D-контакт между ним и сателлитом, но без трения, для того чтобы оценивать потери мощности толь-

ко в МПК. В данном случае для вычислений применялся решатель Adams. В редукторном режиме работы передачи изменение момента на эксцентрик показано на рис. 8.

В мультипликаторном режиме вращение будет передаваться от ведомого вала на эксцентрик. В модели установим момент сопротивления на эксцентрик $T_h = -20/11$ Н·м, а драйвер перенесем с шарнира ведущего вала на шарнир ведомого вала и установим постоянную угловую скорость, равную $2 \cdot \pi / 11$ рад/с. Результат вычислений показан на рис. 9. В мультипликаторном режиме процесс передачи нагрузки происходит более неустойчиво, КПД МНТК падает до 0,89...0,91.

Основным критерием надежности МПК будет являться контактная прочность пальцев (втулок) и поверхностей отверстий ведомого вала.

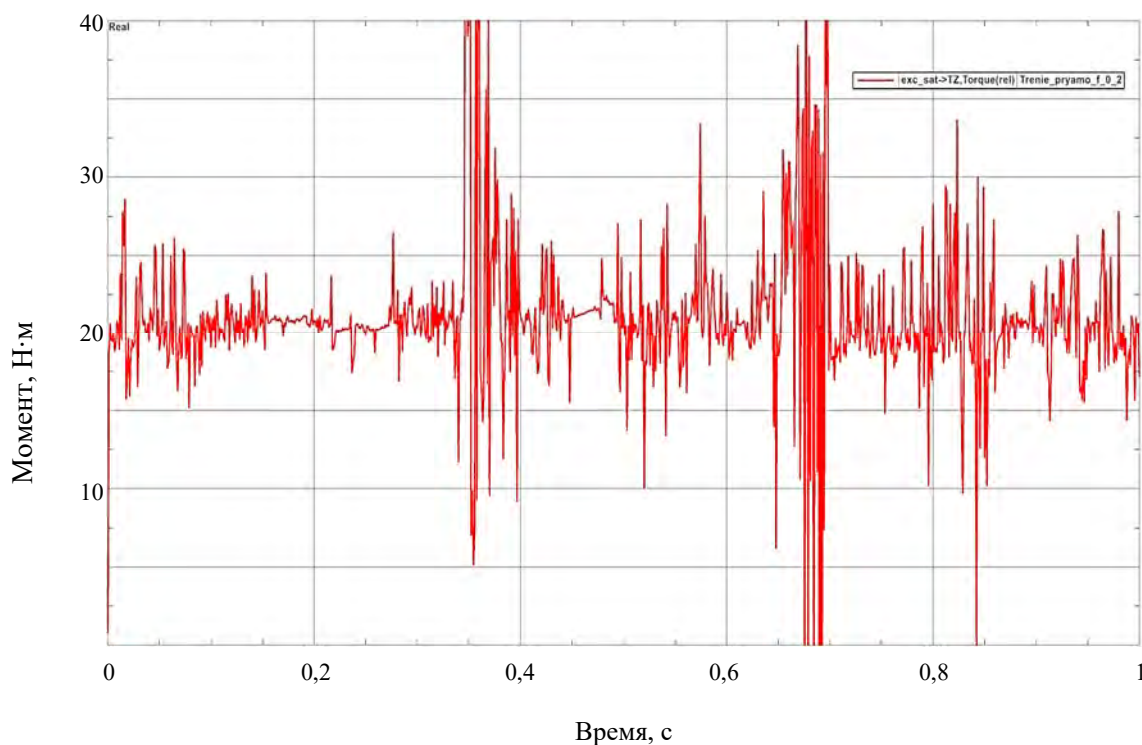
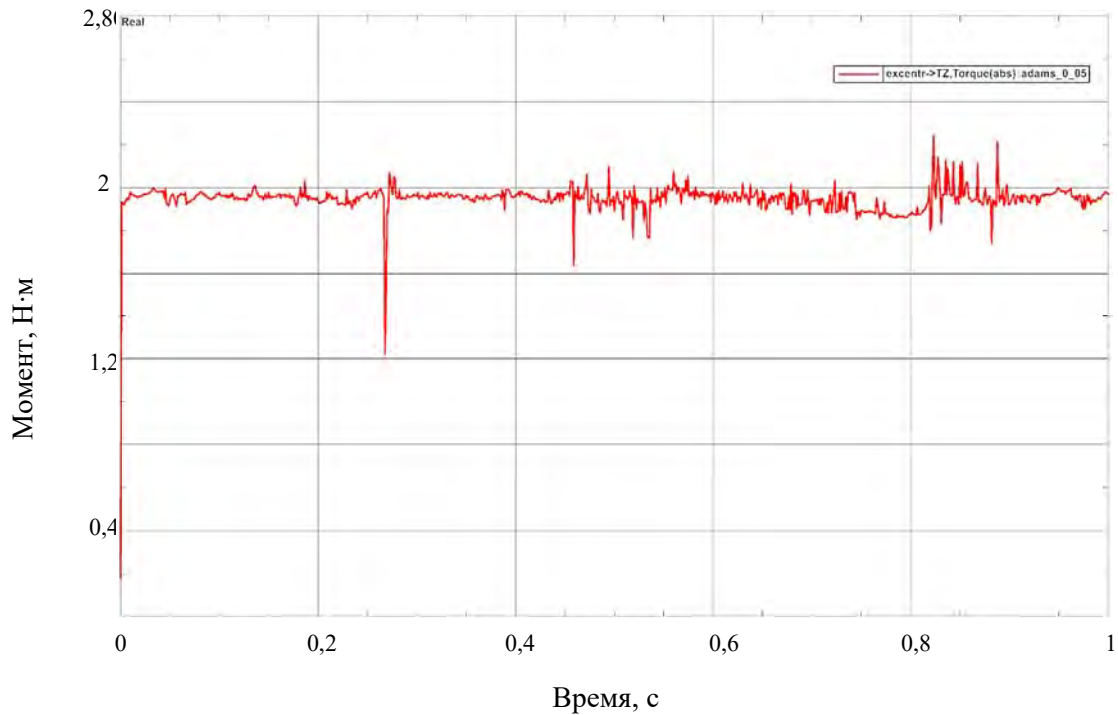
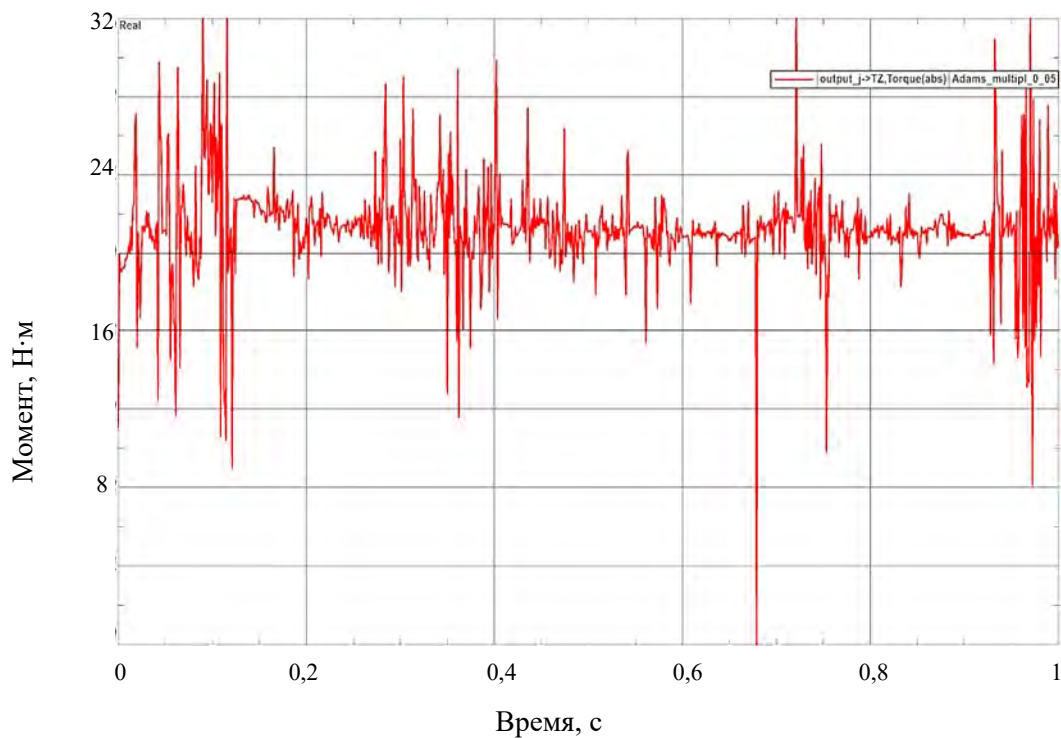


Рис. 7. Момент, действующий на сателлит, при $f = 0,2$

Рис. 8. Момент, действующий на эксцентрик, при $f = 0,05$ Рис. 9. Момент, действующий на вал с пальцами, при $f = 0,05$

Для определения максимальных контактных напряжений (давлений) σ_H (МПа) используем соотношение для

задачи о контакте цилиндра с радиусом образующей окружности $r_p = 0,5d_p$ с внутренней поверхностью отверстия с

радиусом $r_{p0} = 0,5d_{p0}$ [10]:

$$\sigma_H = 0,798 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot \frac{r_{p0} - r_p}{2 \cdot r_{p0} \cdot r_p}}{\theta_1 + \theta_2}}, \quad (9)$$

где p – максимальное значение силы прижатия поверхностей; θ_1, θ_2 – коэффициенты, зависящие от свойств материалов контактирующих тел [11].

$$\theta_{1(2)} = (1 - \mu_{1(2)}^2) \cdot E_{1(2)}^{-1}, \quad (10)$$

где $\mu_{1(2)}$ – коэффициент Пуассона материала пальца 1 или поверхности отверстия ведомого вала 2 соответственно; $E_{1(2)}$ – модуль упругости (для стали $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$).

При одинаковых материалах пальцев и ведомого вала получим $\theta_1 = \theta_2 = \theta = 4,333 \cdot 10^{-6}$ МПа⁻¹.

В качестве максимальной силы прижатия используем выражение (8), полагая, что $p = N_{\max}$. С учетом зависимости $r_{p0} = r_p + A$ после преобразований условие прочности для стальных деталей МПК может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma_H = K_\theta \cdot \sqrt{N_{\max} \cdot \frac{A}{r_p^2 + r_p \cdot A}} \leq [\sigma_H], \quad (11)$$

где $[\sigma_H]$ – допускаемые контактные напряжения, МПа; K_θ – коэффициент, согласующий размерности параметров, Н^{1/2}/мм^{3/2}.

$$K_\theta = 0,798 \cdot \sqrt{\frac{1}{4 \cdot \theta}}. \quad (12)$$

Для стальных деталей $K_\theta = 191,673$ Н^{1/2}/мм^{3/2}.

Минимальный радиус пальцев, обеспечивающий контактную прочность МПК, можно определить из условия

контактной прочности (11), решив квадратное уравнение.

$$r_{p\min} = 0,5 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot K_\theta^2 \cdot N_{\max}}{[\sigma_H]^2} + A^2} - 0,5 \cdot A. \quad (13)$$

Для передачи, нагруженной моментом 20 Н·м, с вышеуказанными параметрами заданный радиус пальцев $r_p = 5$ мм обеспечит контактную прочность при допускаемых напряжениях $[\sigma_H] = 932,844$ МПа. Это может быть обеспечено при использовании легированных сталей с закалкой и поверхностным упрочнением. При применении сдвоенного сателлита допускаемые напряжения могут быть снижены до $[\sigma_H] = 659,6$ МПа.

Заключение

Установлено, что при работе в мультипликаторном режиме механизм параллельных кривошипов имеет меньший КПД, чем в редукторном режиме, однако при низких коэффициентах трения (менее 0,05) разница незначительна.

Предложен алгоритм силового расчета МПК на основе освобождения от связей ведомого вала и предположения о равномерном нагружении всех пальцев (втулок). Получены зависимости для проведения проверочного расчета на контактную прочность и определения минимального радиуса пальцев. Для снижения нагрузки на пальцы и поверхности отверстий сателлита необходимо использовать конструкцию МПК со сдвоенным сателлитом, элементы которого устанавливаются на двух эксцентриках ведущего вала. В этом случае число нагруженных пальцев увеличивается вдвое. Увеличивается также равномерность нагружения и уравновешенность системы, однако возрастают габариты передачи и требования к точности изготовления ее деталей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
2. Диняева, Н. С. Конструирование механизмов антенн: учеб. пособие / Н. С. Диняева. – М.: МАИ, 2002. – 340 с. : ил.
3. Кудрявцев, В. Н. Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – М. ; Л. : Машиностроение, 1966. – 307 с.
4. Борисенко, Л. А. Малогабаритные передаточные механизмы для мехатронных устройств : монография / Л. А. Борисенко. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2013. – 187 с.
5. Шанников, В. М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением / В. М. Шанников. – М. : МАШГИЗ, 1948. – 172 с.
6. Фомин, М. В. Планетарно-цевочные передачи: учеб. пособие. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 64 с. : ил.
7. Лустенков, М. Е. Сферические роликовые передачи с двухрядным сателлитом для малогабаритных приводов: монография / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2024. – 191 с. : ил.
8. Lustenkov, M. Comparative Analysis of Dynamic Characteristics of Spherical and Eccentric Transmissions with a Double-Ring Satellite / M. Lustenkov, I. Khalilov, A. Moiseenko // Advances in Science and Technology. – 2024. – Vol. 148. – P. 103–110.
9. Лустенков, М. Е. Силовой анализ передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2016. – № 10. – С. 26–31.
10. Биргер, И. А. Расчет на прочность деталей машин: справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.: ил.
11. Lustenkov, M. E. Analysis of contact strength of spherical roller transmission with double-row pinion / M. E. Lustenkov, A. N. Moiseenko // IOP Conf. Series: International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies (MEMT 2020). – 2021. – Vol. 1118 (2021) 012006. – 6 p.

Статья сдана в редакцию 2 августа 2024 года

Контакты:

fittsova@gmail.com (Лустенкова Екатерина Сергеевна);
serge070802@gmail.com (Зыль Сергей Андреевич).

E. S. LUSTENKOVA, S. A. ZYL

CALCULATION OF A MECHANISM OF PARALLEL CRANKS OF A PLANETARY CYCLOIDAL-LANTERN GEAR

Abstract

The article discusses designing a mechanism of parallel cranks of a KHV-type planetary cycloidal-lantern gear with a single-ring satellite. The force calculation of the mechanism is given, and the normal forces acting at the points of contact of pins of the driven shaft with the satellite are determined. The minimum radius of the pins is defined based on the contact strength criterion. The results of computer modeling have confirmed the theoretical dependencies of kinematic parameters of the mechanism elements, and assessed its efficiency depending on the friction coefficient when operating in gear and multiplier modes.

Keywords:

cycloidal-lantern gear, parallel crank mechanism, contact strength, mechanism efficiency, computer modeling.

For citation:

Lustenkov, E. S. Calculation of a mechanism of parallel cranks of a planetary cycloidal-lantern gear / E. S. Lustenkov, S. A. Zyl // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2024. – № 4 (85). – P. 17–27.