УДК 378

# ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ НЕСОБСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

В. А. КУЗНЕЦОВА, О. В. БОНИЦКАЯ, О. В. ИНЧЕНКО
Тульский государственный университет
Тула, Россия

Изучение возможностей различных математических пакетов для решения задач, требующих аккуратных и трудоемких расчетов, необходимо каждому инженеру. Поэтому при освоении некоторых математических дисциплин целесообразно включать в образовательный процесс выполнение некоторых задач с применением таких программ. В [1] авторами приведены примеры заданий из курса математического анализа, предложенных студентам первого курса в рамках выполнения курсовой работы, предполагающих аналитическое решение и решение с помощью системы компьютерной алгебры Maxima.

В настоящей работе предложены примеры заданий на вычисление несобственных интегралов и исследование их сходимости. В целом тема «Несобственные интегралы» является очень сложной для студентов первого курса, ведь для решения практических задач необходимо иметь достаточно большой запас теоретических знаний (определений, теорем, признаков сходимости интегралов), а также уметь правильно ими распорядиться. В связи с тем, что на аудиторные занятия по этой теме не может быть выделено достаточное для успешного освоения материала количество часов, большое внимание уделяется домашней работе, именно, самостоятельной проработке методов исследования сходимости интегралов и их вычисления. В этом студентам призвана помочь курсовая работа.

После задач на вычисление определенных интегралов в курсовой работе студенты исследуют на сходимость несобственные интегралы. Сходящиеся интегралы вычисляют приближенно с заданной точностью, используя ранее разобранные методы численного интегрирования Ньютона – Котеса.

Рассмотрим пример выполнения одного из заданий.

Вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}}$ с точностью до $\varepsilon = 0{,}005$.

Несобственный интеграл имеет особенность в точке $x = 2$. Разобьем интеграл на два:

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} = \int_1^{2-\delta} \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} + \int_{2-\delta}^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

Найдем δ такое, что $\int_{2-\delta}^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} < \frac{\varepsilon}{2}$:

$$\int_{2-\delta}^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} < \int_{2-\delta}^2 \frac{\sqrt{2}dx}{2\sqrt{2-x}} = -\sqrt{2}\cdot\sqrt{2-x}\,\Big|_{2-\delta}^{2} = \sqrt{2\delta} = \frac{\varepsilon}{2}.$$

Из последнего равенства при $\varepsilon = 0{,}005$ получаем $\delta = \frac{\varepsilon^2}{8} = 0{,}000003125$. Тогда можно окончательно записать:

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} = \int_1^{1{,}999996875} \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}} + \int_{1{,}999996875}^2 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

Первый интеграл в сумме не имеет разрывов и его можно вычислить приближенно. Вычислим этот интеграл с помощью метода средних прямоугольников с точностью $\frac{\varepsilon}{2} = 0{,}0025$. Тогда исходный несобственный интеграл будет вычислен приближенно с точностью $\varepsilon = \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = 0{,}005$. Для обеспечения заданной точности в программе будем использовать цикл.

```
f(x):=sqrt(x)/sqrt(4-x^2);
numer: true;
epsilon: 0.005;
a:1; b: 2-(epsilon^2)/8;
Jc(n):=ev((b-a)/n·sum(f((a+(b-a)/n·i+a+(b-a)/n·(i+1))/2),i,0,n-1),numer);
n: 1;
while abs(Jc(n)-Jc(2·n)) >epsilon/2 do n:n+1;
n;
Jc(2·n);
```

*done*

$$f(x):=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4-x^2}}$$

***true***

0.005

1

1.999996875

$$Jc(n):=ev\left(\frac{b-a}{n}\sum_{i=0}^{n-1}\left(f\left(\frac{a+\frac{b-a}{n}i+a+\frac{b-a}{n}(i+1)}{2}\right)\right),numer\right)$$

1

*done*

2319

1.334075235689867

Отрезок был разделен на 2319 частей, а результат вычислений составил 1,334075235689867.

Осталось проверить результат вычислений несобственного интеграла с помощью встроенных функций программы wxMaxima. Для этого воспользуемся функцией quad_qags() из пакета quadpack.

```
f(x):= (sqrt(x))/(sqrt(4-x^2));
quad_qags(f(x), x, 1, 2);
```

$$f(x):=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$[1.3407102642103281, 2.815658817212352\ 10^{-11}, 315, 0]$$

Результат составил 1,34071026, точность вычислений – $2{,}8156588 \cdot 10^{-11}$, в результате вычислений отрезок был разбит на 315 частей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Применение математических пакетов для вычисления определенных интегралов / В. А. Кузнецова [и др.] // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2024. – С. 47–49.

2. О содержании курса высшей математики для IT-направлений подготовки / О. В. Боницкая [и др.] // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сб. тр. Междунар. науч. конф. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2024. – С. 1318–1320.

3. **Демидович, Б. П.** Основы вычислительной математики: учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – 8-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 672 с.

УДК 004

# ГЕНЕРАЦИЯ ДАННЫХ В R ПРИ СОСТАВЛЕНИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

В. А. ЛИВИНСКАЯ
Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

Использование генерации данных в R для составления индивидуальных заданий имеет несколько важных преимуществ. Во-первых, это повышает мотивацию студентов к самостоятельному выполнению работы из-за невозможности списать у товарища готовое решение. Во-вторых, генерация данных позволяет автоматизировать процесс создания большого количества однотипных задач, что экономит личное время преподавателя. В-третьих, используя различные функции генерации, можно адаптировать задания под разные уровни подготовки студентов.

Рассмотрим пример генерации данных при разработке индивидуальных заданий при изучении темы «Проверка статистических гипотез» для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Для генерации многомерных нормально распределенных данных в R в качестве инструмента можно использовать функцию mvrnorm() из пакета MASS, аргументами которой являются объем выборочной совокупности, вектор математических ожиданий, ковариационная матрица многомерного нормального распределения. Такая необходимость возникает при решении задач методом, например, однофакторного дисперсионного анализа, применяемого для анализа взаимосвязи количественного и категориального признаков, имеющего больше двух альтернатив.