УДК 378.147

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

В. Э. ГАРИСТ
Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова
Могилев, Беларусь

Настоящим прорывом в компьютерной математике (СКМ) следует считать возможность оперировать не только с традиционными численными, но и символьными вычислениями. Под символьными вычислениями подразумевают широкий спектр преобразований с разнообразными математическими объектами: алгебраические преобразования выражений, формальное дифференцирование и интегрирование, разложение функций в степенные ряды, матричные вычисления и т. д. В последнем случае элементами матриц могут служить символы различной природы. Символьные вычисления могут проводиться и с числами: разложение на множители, разворачивание произведений. Исторически пионером применения символьных вычислений следует считать, видимо, СКМ Maxima [1], а наиболее ярко их возможности проявляются в СКМ Mathcad. СКМ Smath

Studio [2], придерживаясь стиля СКМ Mathcad, является при этом доступной для пользователя [3].

Поддержка символьных вычислений значительно упрощает работу пользователя, позволяя создавать своеобразные шаблоны – математические модели решения задачи. Загружая в такую модель конкретные числовые данные, на выходе имеем не только ответ, но и важнейшие промежуточные контрольные точки решения. Рассмотрим математическую модель приведения к каноническому виду общего уравнения кривой 2-го порядка.

Рассмотрим кривую $F(x;y)=7\cdot x^2-6\sqrt{3}x\cdot y+13\cdot y^2-4\sqrt{3}x-4y-60$. Будем подбирать ортогональное преобразование, которое диагонализирует матрицу квадратичной формы: $Q=\begin{pmatrix}7 & -3\sqrt{3}\\ -3\sqrt{3} & 13\end{pmatrix}$. Матрица линейной формы $L=\begin{pmatrix}-4\sqrt{3}\\ -4\end{pmatrix}$ также будет использована позже. В отличие от СКМ Mathcad, программа Smath Studio в настоящее время не предлагает встроенных функций для нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы напрямую. Поэтому воспользуемся имеющимися возможностями и некоторыми расширениями, которые могут быть подключены при желании (меню – сервис – дополнения – галерея онлайн – выбор нужного расширения). Из предложенного списка подключим расширение Maple Tools, основанное на движке из СКМ Maple. Рассчитаем (рис. 1) собственные числа матрицы Q квадратичной формы символьно:

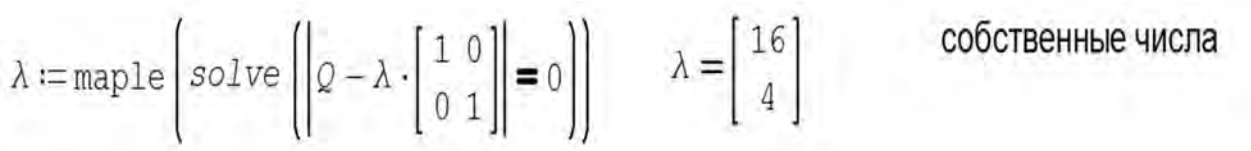

Рис. 1. Расчет собственных чисел матрицы в СКМ SMath Studio

Для нахождения собственных векторов матрицы и их дальнейшего нормирования воспользуемся следующей процедурой (рис. 2 и 3).

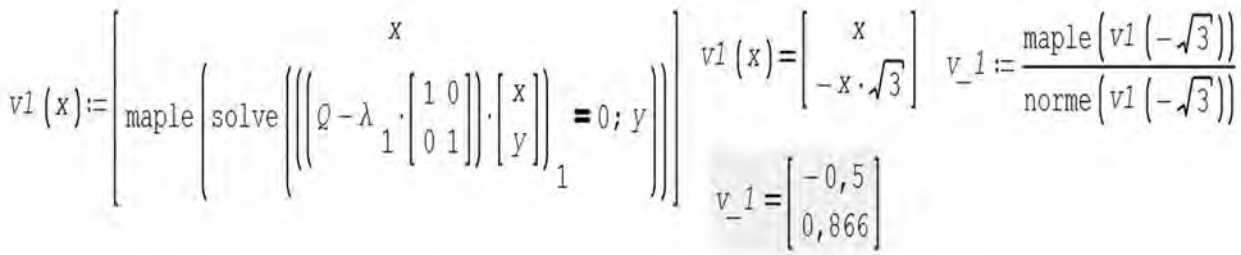

Рис. 2. Расчет и нормировка 1-го собственного вектора

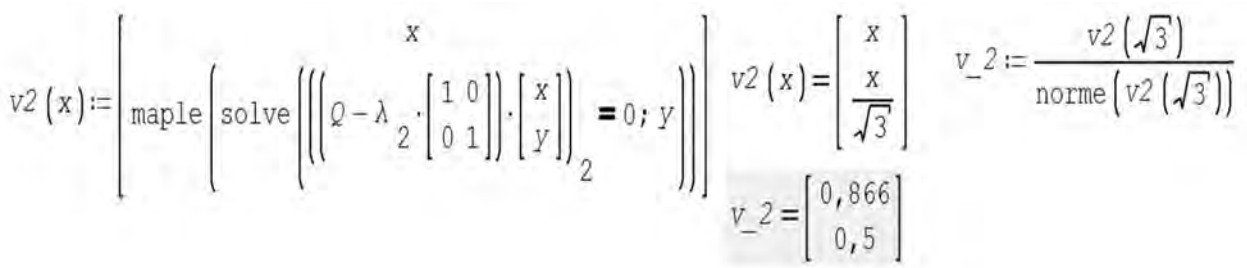

Рис. 3. Расчет и нормировка 2-го собственного вектора

Из координат рассчитанных векторов формируем (рис. 4) матрицу ортогонального преобразования координат, диагонализирующую матрицу квадратичной формы. Здесь же непосредственной проверкой (матричным пересчетом коэффициентов квадратичной и линейной части уравнения) убедимся в правильности расчётов и получим коэффициенты при новых переменных (см. рис. 4).

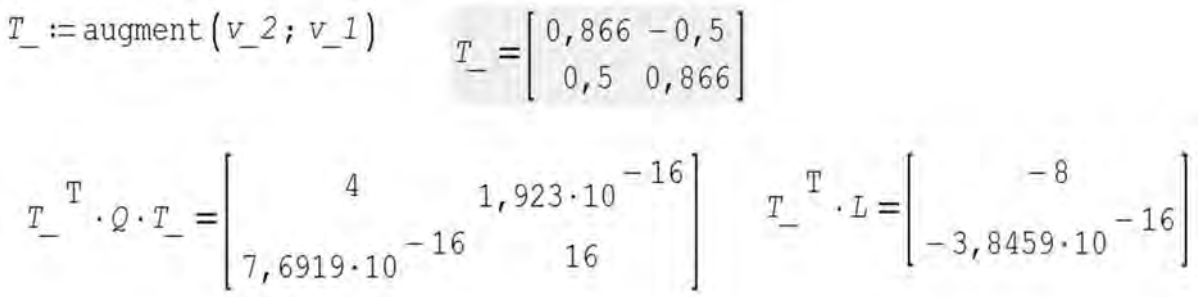

Рис. 4. Матрица ортогонального преобразования и проверка

В случае формы с двумя переменными правильность решения задачи можно оценить и визуально, переходя к графикам. Для этого удобно подключить расширение X-Y Plot Region, позволяющее строить графики неявно заданных функций. Угол поворота системы координат оценим по матрице ортогонального преобразования координат (рис. 5).

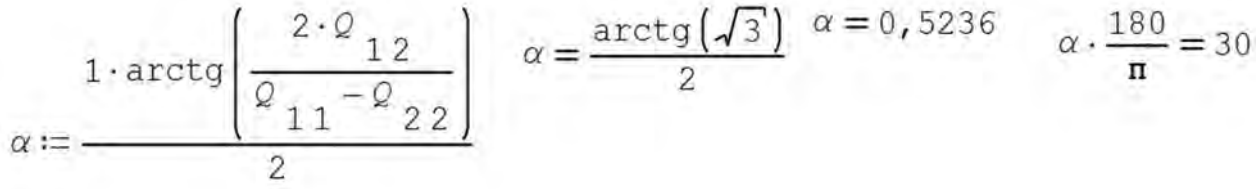

Рис. 5. Угол поворота системы координат

Составим матрицу поворота системы координат на рассчитанный угол и сравним её с рассчитанной матрицей ортогонального преобразования (рис. 6).

$$povorot := \begin{bmatrix} \cos\left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}°\right) & -\sin\left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}°\right) \\ \sin\left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}°\right) & \cos\left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}°\right) \end{bmatrix} \quad povorot = \begin{bmatrix} 0{,}866 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & 0{,}866 \end{bmatrix} \quad T_{_} = \begin{bmatrix} 0{,}866 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & 0{,}866 \end{bmatrix}$$

Рис. 6. Контроль вычислений

Построим (рис. 7) в одной системе координат графики, связанные с двумя уравнениями кривых – исходным и полученным.

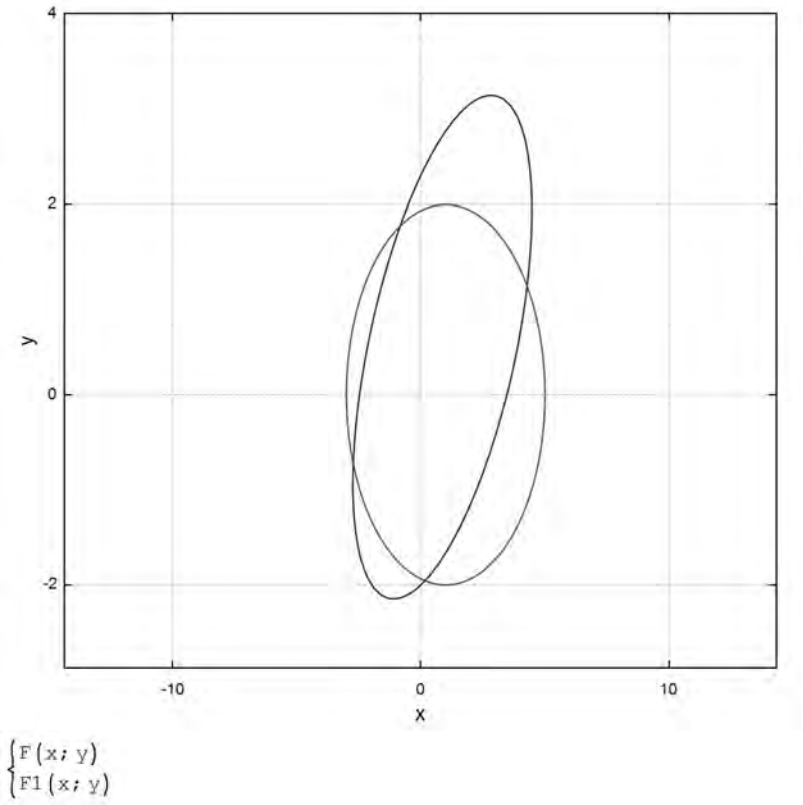

Рис. 7. Визуализация решения задачи

Приведенный пример демонстрирует как аппаратные возможности самой программы SMath Studio, так и область применения. Очевидно, построенный шаблон есть одновременно и интерактивный справочник для рассматриваемой задачи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный сайт программы Maxima. – URL: https://maxima.sourceforge.io/ru/.

2. Официальный сайт программы SMath Studio. – URL: https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/резюме.

3. **Гарист, В. Э.** Элементы аналитической геометрии в системах компьютерной математики / В. Э. Гарист // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 18 февр. 2021 г. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2021. – С. 35–37.

УДК 519.2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПОЛИКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЕ ЦИФРОВОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Е. Н. ДИК, С. А. АРСЛАНБЕКОВА, Э. Ф. МУРЗИНА
Башкирский государственный аграрный университет
Уфа, Россия

В статье рассматривается построение математической модели эксплуатационного процесса работы двигателя, а именно: определяется связь смазочного материала и мощности двигателя на основе методов теории корреляции и регрессионного анализа. Известно, эти методы математически формализуют связи переменных количественных признаков, далее изучаются свойства модели и степень адекватности построенной корреляционной модели. Приводится лабораторный пример построения линейной модели о связи расхода моторного масла в зависимости от мощности двигателя автомобиля.

Техническое обеспечение современного производства в АПК подтверждает многопрофильную подготовку кадров инженерной специализации в высшем учебном заведении. Инженер-исследователь, он же генератор идей, осваивает функции проектирования, моделирования, конструирования. Инженер-производственник эксплуатирует, внедряет технические комплексы в производственную сферу. В целом, будущий инженер должен овладеть общепрофессиональными компетенциями – инженерным ядром.

В статье рассматривается роль инженера-исследователя, способного построить, адаптировать модель технического процесса и прогнозировать изменения модели под конкретные условия. В частности, создана математическая модель линейной корреляции для несгруппированных данных, проверена достоверность и надежность на соответствие реальным данным.

Следующая задача освещает тему исследования. Имеются данные, приведенные в табл. 1, нормы расхода моторных масел на угар и замену Y л/100 л. т. в зависимости от максимальной мощности двигателя автомобиля X л. с.

Выбор факторного признака определил X – максимальную мощность двигателя автомобиля, результативный признак принадлежит переменной Y – расходу моторных масел на угар и замену.