УДК 378

РЕШЕНИЯ НАИБОЛЕЕ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ
XIV ОТКРЫТОЙ ОЛИМПИАДЫ БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА ПО МАТЕМАТИКЕ

В. Г. ЗАМУРАЕВ

Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

Наиболее сложными заданиями четырнадцатой Открытой олимпиады Белорусско-Российского университета по математике [1] были рассматриваемые ниже задачи 1 и 2. Правильные ответы в этих задачах дали соответственно четыре и пять участников.

Задача 1 [2, с. 534]. После лекции воздух в аудитории объёмом 10800 кубических метров содержит 0,12 % CO_2 . Сколько кубических метров воздуха, содержащего 0,04 % CO_2 , надо ежеминутно доставлять в зал, чтобы через 10 минут после перерыва содержание углекислоты в аудитории составило 0,06 %?

Решение

Пусть a – искомая величина, а $x(t)$ – количество углекислоты в момент времени t . Дифференциальное уравнение задачи имеет вид

$$dx = a \left(0,0004 - \frac{x}{10800} \right) dt.$$

Решая данное линейное дифференциальное уравнение, получаем

$$x' + \frac{a}{10800}x = 0,0004a, \left(xe^{\frac{at}{10800}} \right)' = 0,0004ae^{\frac{at}{10800}},$$

$$x(t) = ce^{-\frac{at}{10800}} + 4,32 -$$

общее решение уравнения.

Учитывая, что $x(0) = 0,0012 \cdot 10800 = 12,96$, находим $c = 8,64$.

Таким образом, $x(t) = 8,64e^{-\frac{at}{10800}} + 4,32$. По условию

$$x(10) = 0,0006 \cdot 10800 = 6,48,$$

т. е. $8,64e^{-\frac{a}{1080}} = 2,16$, откуда

$$e^{-\frac{a}{1080}} = 0,25, \quad a = -1080 \ln 0,25 = 2160 \ln 2.$$

Ответ: $2160 \ln 2$.

Задача 2 [3, с. 267]. Найдите произведение решений уравнения

$$(3x)^{3 \log_6 2x-4} = 2024 \cdot x^{\log_6 x}.$$

Решение

При $x > 0$ обе части уравнения положительны. Логарифмируя по основанию 6, получаем

$$(3 \log_6 2x - 4) \log_6 3x = \log_6^2 x + \log_6 (2024);$$

$$(3 \log_6 2 + 3 \log_6 x - 4)(\log_6 3 + \log_6 x) = \log_6^2 x + \log_6 (2024);$$

$$2 \log_6^2 x - \log_6 x + (3 \log_6 2 - 4) \log_6 3 - \log_6 (2024) = 0;$$

$$2 \log_6^2 x - \log_6 x + 3 \log_6 2 \log_6 3 - \log_6 2^3 \cdot 3^4 \cdot 11 \cdot 23 = 0.$$

Убедившись в том, что данное квадратное относительно $\log_6 x$ уравнение имеет два действительных решения, по теореме Виета получаем, что сумма этих решений равна $\frac{1}{2}$ и, значит, произведение решений исходного уравнения равно $\sqrt{6}$.

Ответ: $\sqrt{6}$.

Наиболее простыми заданиями олимпиады оказались приведенные ниже задачи 3 и 4, правильные ответы в которых дали по 27 участников.

Задача 3 [4, с. 574]. При каком наименьшем действительном значении a неравенство $\sin^6 x + \cos^6 x + a \sin x \cos x \geq 0$ выполняется при всех действительных x ?

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

Задача 4 [5, с. 50]. Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^4 + 1}} + \frac{2}{\sqrt{n^4 + 2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^4 + n}} \right).$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Замураев, В. Г.** Открытая олимпиада Белорусско-Российского университета по математике / В. Г. Замураев // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – С. 18–20.
2. **Пономарев, К. К.** Составление дифференциальных уравнений / К. К. Пономарев; под ред. Ю. С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1973. – 560 с.
3. Пособие по математике для поступающих в вузы / Под ред. Г. Н. Яковлева. – М. : Наука, 1981. – 608 с.
4. **Дорофеев, Г. В.** Пособие по математике для поступающих в вузы / Г. В. Дорофеев, М. К. Потапов, Н. Х. Розов. – М.: Наука, 1976. – 638 с.
5. **Янович, Э. А.** Задачи студенческих математических олимпиад / Э. А. Янович. – СПб.: СПбГПУ, 2009. – 96 с.

УДК 311.1

О ПРЕПОДАВАНИИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

В. В. ИГНАТЕНКО, Е. А. ЛЕОНОВ

Белорусский государственный технологический университет
Минск, Беларусь

Следует отметить, что в последние годы возникла парадоксальная ситуация с преподаванием математики в технических университетах. С одной стороны, значительно уменьшилось количество часов по математике в учебных планах и сильно упал уровень школьной подготовки по математике, а с другой – требования математической подготовки к будущим инженерам возросли. Появились новые разделы математики, которые должен знать инженер.

Выход из этого положения состоит в практико-ориентированной форме обучения, с ориентацией на реальные производственные задачи будущей специальности [1–3]. Поясним, как это делается в Белорусском государственном технологическом университете при преподавании линейного программирования (ЛП) для специальностей «Лесная инженерия и логистическая инфраструктура лесного комплекса» (профилизий «Технология лесопромышленного производства» и «Логистические системы и инфраструктура лесного комплекса») и «Технология деревообрабатывающих производств» (профилизий «Технология деревообработки» и «Технология и дизайн мебели»).

Методами линейного программирования (ЛП) решаются многие задачи лесопромышленного комплекса, поэтому в курсе высшей математики изучается