DOI: 10.24412/2077-8481-2025-2-14-23

УДК 621.83.06

М. Е. ЛУСТЕНКОВ, *д-р техн. наук*, *проф.*
С. А. ЗЫЛЬ
Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ САТЕЛЛИТА ЦИКЛОИДАЛЬНО-ЦЕВОЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Аннотация

Рассмотрены вопросы технологической подготовки единичного и мелкосерийного производства сателлитов циклоидально-цевочной передачи. Проведен анализ геометрии сателлита и установлены условия размещения отверстий, а также роликов на цевочном колесе. Получены параметрические уравнения, описывающие циклоидальный профиль зубьев в зависимости от числа зубьев (передаточного отношения), коэффициента укорочения эпициклоиды и эксцентриситета установки сателлита на водиле. Приведена конструкция приспособления для фрезерования циклоидальных зубьев.

Ключевые слова:

циклоидально-цевочная передача, сателлит, технология изготовления зубчатых колес, циклоидально-цевочный редуктор.

Для цитирования:

Лустенков, М. Е. Некоторые аспекты технологии изготовления сателлита циклоидально-цевочной передачи / М. Е. Лустенков, С. А. Зыль // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. – № 2 (87). – С. 14–23.

Введение

Циклоидально-цевочные передачи получили широкое распространение в приводах роботов, манипуляторов и в приводных системах, где важным являются малые габариты и масса механизмов, возможность получения больших передаточных отношений, а также высокий КПД, благодаря замене скольжения качением [1–3]. От технологического обеспечения производства зависят качество и точность изготовления основных деталей передачи, соответственно, ее технические характеристики. Основным элементом ЦЦП является сателлит с циклоидальным профилем зубьев. В [4] сравниваются методы электроэрозионной обработки и изготовления колес на фрезерных станках с ЧПУ. Электроэрозионная обработка в настоящее время обеспечивает лучшее качество поверхности, однако является менее производительным и более затратным способом и целесообразна при серийном производстве [5]. Применение вертикально-фрезерных станков с ЧПУ распространено при единичном и мелкосерийном изготовлении редукторов. Перспективными являются технологии трехмерной печати, однако требует решения вопрос обеспечения прочности деталей, изготовленных из спекаемых порошковых материалов. Надежность и удовлетворительный КПД зацепления циклоидально-цевочных редукторов достигаются высокой точностью изготовления деталей [6, 7]. В [8] рассмотрены возможности подбора посадок сопряжения контактирующих деталей в передачах с промежуточными телами качения так, чтобы снизить точность изготовления циклоидальных колес и оставить точность передачи не ниже начального уровня изготовления. При этом погрешности элементов механизма параллельных кривошипов оказывают влияние на кинематическую точность цевочного

© Лустенков М. Е., Зыль С. А., 2025

редуктора [9]. На распределение усилий в зацеплении циклоидальной передачи также влияет погрешность изготовления звеньев [10]. В [11] разработана математическая модель и предложен математический аппарат, позволяющие моделировать кинематическую погрешность редуктора с учетом, в том числе, погрешности изготовления. Повышению точности передачи и значительному снижению затрат времени способствует разработка и использование параметрического программирования для разработки управляющих программ для обработки профиля сателлита на стенках с ЧПУ [12].

Во всех случаях необходимо определить геометрию изготавливаемой детали для задания траектории движения инструмента, что и являлось основной целью данной работы.

Вывод параметрических уравнений эпициклоидального зубчатого профиля

Для изготовления сателлита различными способами, в том числе с помощью аддитивных технологий, необходимо создать компьютерную модель детали. Поверхность зубьев может быть описана параметрическими уравнениями зубчатого профиля. Для их вывода используем параметрические уравнения центровых профилей в виде укороченных эпициклоид, которые описывают траекторию движения оси инструмента при изготовлении циклоидальных зубьев сателлита,

$$x(\varphi)=\frac{A}{\lambda}\cdot(Z+1)\cdot\cos(\varphi)-A\cdot\cos\left((Z+1)\cdot\varphi\right); \quad (1)$$

$$y(\varphi)=\frac{A}{\lambda}\cdot(Z+1)\cdot\sin(\varphi)-A\cdot\sin\left((Z+1)\cdot\varphi\right), \quad (2)$$

где A – эксцентриситет установки сателлита на ведущем валу; Z – число зубьев сателлита; λ – коэффициент укорочения эпициклоиды; φ – параметр (центральный угол), изменяемый от нуля до $2\cdot\pi$ рад.

Профиль зубьев будет описываться уравнениями эквидистанты к центровой кривой. Параметрические уравнения эквидистанты в общем виде

$$x_p(\varphi)=x(\varphi)\mp\frac{r_s\cdot\dfrac{dy(\varphi)}{d\varphi}}{\sqrt{\left(\dfrac{dx(\varphi)}{d\varphi}\right)^2+\left(\dfrac{dy(\varphi)}{d\varphi}\right)^2}}; \quad (3)$$

$$y_p(\varphi)=y(\varphi)\pm\frac{r_s\cdot\dfrac{dx(\varphi)}{d\varphi}}{\sqrt{\left(\dfrac{dx(\varphi)}{d\varphi}\right)^2+\left(\dfrac{dy(\varphi)}{d\varphi}\right)^2}}, \quad (4)$$

где r_s – радиус окружностей, построенных с размещением их центров на центровой кривой.

Огибающими к этим окружностям являются эквидистанты – искомые профили циклоидальных зубьев. Верхние знаки в уравнениях (3) и (4) принимаются для профиля, расположенного внутри центрового профиля (для внешних зубьев), нижние – для профиля снаружи центрового профиля (для внутренних

зубьев). Далее рассматриваем профиль для внешних зубьев.

Определим производные от уравнений (1) и (2) по $d\varphi$:

$$\frac{dx(\varphi)}{d\varphi} = A\cdot(Z+1)\cdot\sin\left((Z+1)\cdot\varphi\right) - \frac{A\cdot(Z+1)\cdot\sin(\varphi)}{\lambda}; \tag{5}$$

$$\frac{dy(\varphi)}{d\varphi} = -A\cdot(Z+1)\cdot\cos\left((Z+1)\cdot\varphi\right) + \frac{A\cdot(Z+1)\cdot\cos(\varphi)}{\lambda}. \tag{6}$$

После подстановок выражений (5) и (6) в формулы (3) и (4) и преобразований получим

$$x_p(\varphi) = x(\varphi) - \frac{r_s\cdot\left(\cos(\varphi) - \lambda\cdot\cos\left((Z+1)\cdot\varphi\right)\right)}{\sqrt{\lambda^2 - 2\cdot\lambda\cdot\cos(Z\cdot\varphi)+1}}; \tag{7}$$

$$y_p(\varphi) = y(\varphi) + \frac{r_s\cdot\left(\lambda\cdot\sin\left((Z+1)\cdot\varphi\right) - \sin(\varphi)\right)}{\sqrt{\lambda^2 - 2\cdot\lambda\cdot\cos(Z\cdot\varphi)+1}}. \tag{8}$$

На рис. 1 показаны кривые, построенные с учетом следующих параметров: A = 2 мм, λ = 0,5, Z = 6, r_s = 3 мм.

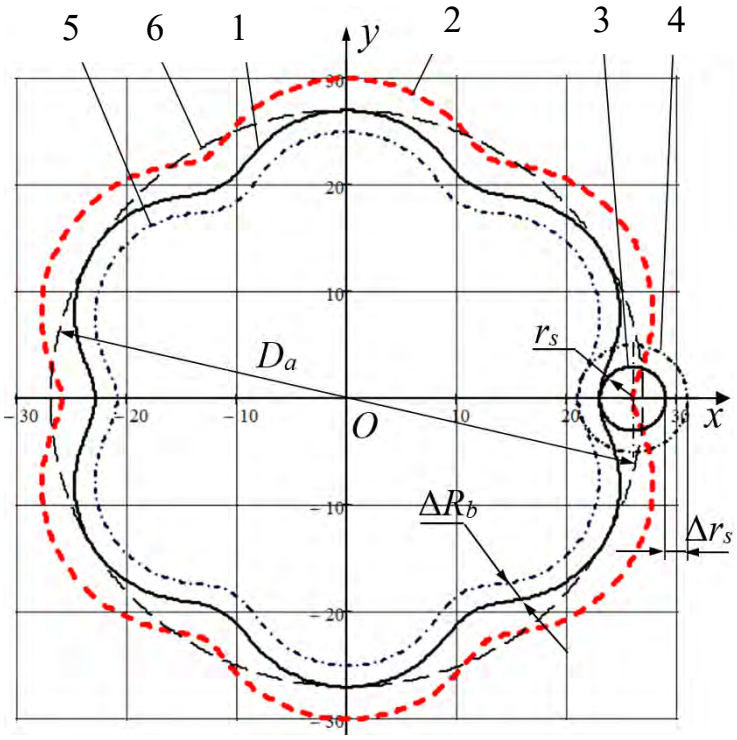

Рис. 1. Схема формирования циклоидального зубчатого профиля: 1 – укороченная эпициклоида (центровой профиль); 2 – эквидистанта к укороченной эпициклоиде (профиль зубьев сателлита); 3 – профиль инструмента; 4 – профиль инструмента при моделировании погрешности; 5 – эквидистанта при моделировании погрешности радиальных размеров сателлита; 6 – окружность расположения вершин зубьев сателлита

В выражениях (1) и (2) выражение $(A/\lambda)\cdot(Z+1)$ может быть заменено на R_b – радиус окружности размещения осей роликов цевочного колеса. Параметр R_b является управляемым при моделировании погрешности радиальных размеров сателлита ΔR_b по уравнениям (7) и (8). Параметр r_s является управляемым при моделировании погрешности Δr_s (см. рис. 1). Моделирование погрешностей позволяет определить влияние допусков на точность сборки и работы зацепления.

Условия изготовления отверстий в сателлите

Помимо циклоидального профиля зубьев, изготавливаемого на поверхности сателлита, необходимо размещение в нем центрального отверстия для установки на водило и ряда отверстий для обеспечения контакта сателлита с пальцами ведомого вала в механизме параллельных кривошипов для передачи относительного вращения на ведомый вал. Установим зависимости геометрических параметров ЦЦП для выполнения условий соседства – возможности изготовления отверстий в сателлите и размещения роликов на центральном цевочном колесе.

На окружности с диаметром D_b ($D_b = 2\cdot R_b$) располагаются оси роликов цевочного колеса (рис. 2). Радиус цевки равен r_s, при этом их количество $n = u + 1$, где u – модуль передаточного отношения. Оси отверстий сателлита для механизма параллельных кривошипов располагаются на окружности диаметром D_0 ($D_0 = 2\cdot R_0$), количество отверстий равно n_p. Центральное отверстие имеет диаметр $D_{отв}$ ($D_{отв} = 2\cdot R_{отв}$).

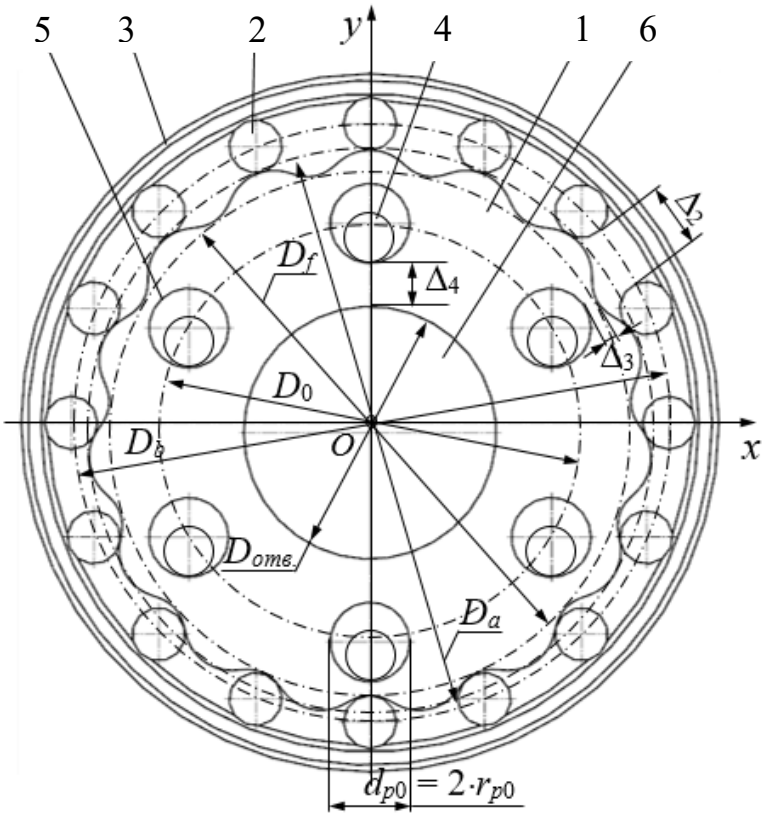

Рис. 2. Схема передачи: 1 – сателлит; 2 – цевки; 3 – центральное колесо; 4 – пальцы ведомого вала; 5 – отверстия для размещения пальцев; 6 – центральное отверстие для установки сателлита на водило

Выполнение условия соседства заключается в отсутствии интерференции между двумя соседними отверстиями в сателлите и двумя соседними цевками центрального колеса. Оно предполагает наличие перемычки между отверстиями с минимально допустимой шириной, равной [Δ_1], определяемой из условий прочности [2, 3]. Для исследуемой передачи, состоящей из стальных деталей, примем [Δ_1] = 2 мм. Рассмотрим два отверстия для размещения пальцев ведомого вала (рис. 3), расположенных симметрично относительно оси *Oy*. Из центра *O* проведем две касательные к отверстиям 1 и 2 в точках B_1 и B_2 соответственно.

Из геометрических построений

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{0,5\cdot\Delta_1}{OB_1}; \quad (9)$$

$$\alpha=\gamma-2\cdot\tau=\frac{2\cdot\pi}{n_p}-2\cdot\tau;$$

$$\tau=\arcsin\left(\frac{r_{p0}}{R_0}\right); \quad (10)$$

$$OB_1=\frac{r_{p0}}{\mathrm{tg}(\tau)};$$

$$OB_1=\frac{r_{p0}}{\mathrm{tg}\left(\arcsin\left(\frac{r_{p0}}{R_0}\right)\right)}. \quad (11)$$

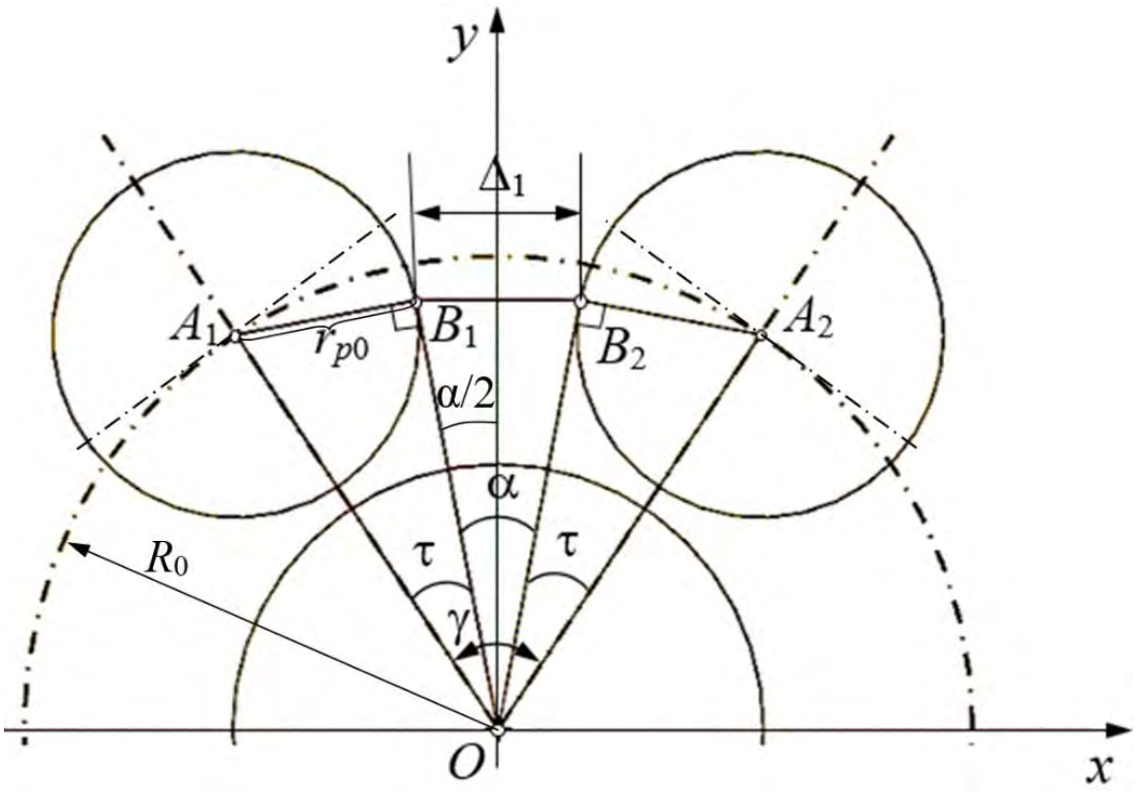

Рис. 3. Схема размещения отверстий в сателлите

Выразив из зависимости (9) Δ_1 и проведя подстановки в соответствии с формулами (10) и (11), получим

$$\Delta_1 = \frac{2 \cdot r_{p0}}{\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{r_{p0}}{R_0}\right)\right)} \times$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi}{n_p} - \arcsin\left(\frac{r_{p0}}{R_0}\right)\right). \quad (12)$$

Тогда после преобразований условие соседства

$$\Delta_1 = 2 \cdot \sqrt{R_0^2 - r_{p0}^2} \times$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi}{n_p} - \arcsin\left(\frac{r_{p0}}{R_0}\right)\right) \geq \left[\Delta_1\right]. \quad (13)$$

Для циклоидально-цевочной передачи с $D_0 = 63$ мм, $r_{p0} = 6$ мм, $n_p = 6$ получили $\Delta_1 = 20{,}155$ мм. Условие соседства выполнено ($\Delta_1 \geq 2$ мм).

Для размещения цевок цевочного колеса необходимым условием будет $[\Delta_2] = 0$. В качестве расчетной можно использовать схему, приведенную на рис. 3. Только в этом случае r_{p0} заменяется на r_s, R_0 на R_b, а n_p на n. Проводя преобразования по аналогии, получим условие соседства для цевок цевочного колеса

$$\Delta_2 = 2 \cdot \sqrt{R_b^2 - r_s^2} \times$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi}{n} - \arcsin\left(\frac{r_s}{R_b}\right)\right) \geq \left[\Delta_2\right]. \quad (14)$$

Для ЦЦП с $R_b = 45$ мм, $r_s = 4$ мм и $n = 16$ получили $\Delta_2 = 9{,}6044$ мм. Условие соседства выполняется.

Для размещения отверстий необходимо выполнение дополнительных условий: наличие перемычек между отверстием сателлита и впадиной зубьев шириной $[\Delta_3]$ и между отверстием для пальцев выходного вала и центральным отверстием шириной $[\Delta_4]$ (см. рис. 2). Для исследуемой передачи для выполнения условия прочности минимальное значение $[\Delta_3] = [\Delta_4] = 2$ мм.

Условие обеспечения гарантированного зазора между отверстиями сателлита для пальцев выходного вала и впадинами зубьев

$$\Delta_3 = \frac{D_f}{2} - \left(R_0 + r_{p0}\right) \geq \left[\Delta_3\right]. \quad (15)$$

При этом диаметр впадин зубьев

$$D_f = 2 \cdot R_b - A - r_s, \quad (16)$$

где A – эксцентриситет установки сателлита на ведущем валу.

Для исследуемой передачи $A = 1{,}5$ мм. Тогда $\Delta_3 = 4{,}75$ мм. Условие соседства выполнено ($\Delta_3 \geq 2$ мм).

Условие соседства размещения отверстий сателлита для пальцев выходного вала и центрального отверстия из рис. 2

$$\Delta_4 = R_0 - r_{p0} - R_{отв} \geq \left[\Delta_4\right]. \quad (17)$$

Для исследуемой передачи $R_{отв} = 19$ мм. Соответственно, $\Delta_4 = 6{,}5$ мм. Условие соседства выполнено ($\Delta_4 \geq 2$ мм).

Технология обработки циклоидального зубчатого профиля на вертикально-фрезерных станках с ЧПУ

Исследовался сателлит циклоидально-цевочной передачи с числом зубьев $Z = 11$, диаметром вершин $D_a = 95$ мм и впадин $D_f = 85$ мм, устанав-

ливаемый на ведущий вал с эксцентриситетом A = 2,5 мм. На рис. 4 показана схема формирования зубчатого профиля сателлита при перемещении цилиндрической фрезы диаметром r_s = 5 мм.

Параметрические уравнения траектории оси инструмента могут быть представлены в виде уравнений (18) и (19) с учетом преобразований, включающих замену осей:

$$x(\varphi) = (R_н + A)\cdot\sin(\varphi) - A\cdot\sin((Z+1)\cdot\varphi); \quad (18)$$

$$y(\varphi) = (R_н + A)\cdot\cos(\varphi) - A\cdot\cos((Z+1)\cdot\varphi), \quad (19)$$

где $R_н$ – радиус окружности расположения начальной точки траектории оси инструмента; φ – центральный угол, отсчитываемый от нуля до $2\cdot\pi$ рад.

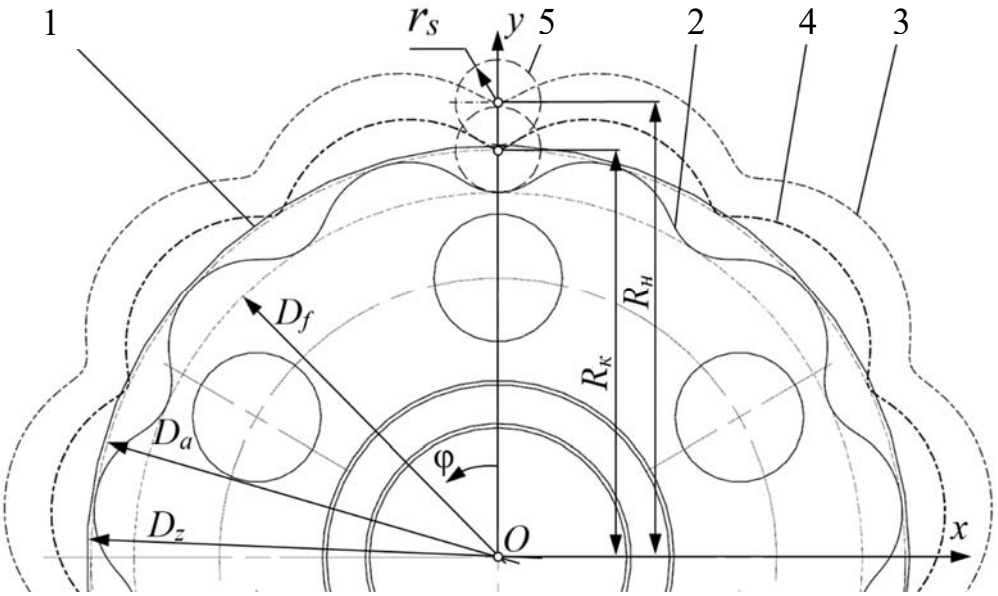

Рис. 4. Изготовление циклоидального профиля: 1 – заготовка; 2 – циклоидальный профиль; 3 – конечная траектория центра профиля фрезы; 4 – начальная траектория центра профиля фрезы; 5 – профиль цилиндрической фрезы

Начальная точка траектории рабочего движения фрезы расположена на оси ординат с координатами (0; $R_н$). Параметр $R_н$ в уравнениях (18) и (19) зависит от радиуса заготовки R_z:

$$R_н = R_z + A + r_s. \quad (20)$$

Радиус заготовки, в свою очередь, определяется согласно уравнению

$$R_z = 0,5\cdot D_z = 0,5\cdot(D_a + 2\cdot f_\Delta), \quad (21)$$

где f_Δ – припуск на радиус заготовки для формирования поверхности вершин зубьев.

При f_Δ = 0,5 мм получим R_z = 48 мм, $R_н$ = 55,5 мм.

При движении фрезы по начальной траектории 3 (см. рис. 4) происходит касание инструмента в точках, расположенных на отрезках, соединяющих центр сателлита O со впадинами зубьев. Следующий проход фрезы будет осуществляться по траектории, описываемой уравнениями (18) и (19) с изменен-

ным параметром $R_н$ на величину припуска. Завершающий проход будет описан траекторией с параметром, равным

$$R_к = 0,5 \cdot D_f + r_s . \qquad (22)$$

В рассматриваемом случае $R_к = 46,5$ мм. Параметр в скобках при первом слагаемом в левых частях уравнения будет изменяться при изготовлении профиля от 55,5 до 50 мм с интервалом, равным припуску Δr на радиус заготовки, снимаемому за один проход (при изменении φ от 0 до $2 \cdot \pi$ рад). Число проходов, таким образом, $n_п = (R_н - R_к)/ \Delta r$.

Для изготовления сателлита на обрабатывающем центре HAAS TM1 было разработано приспособление для установки заготовки (рис. 5).

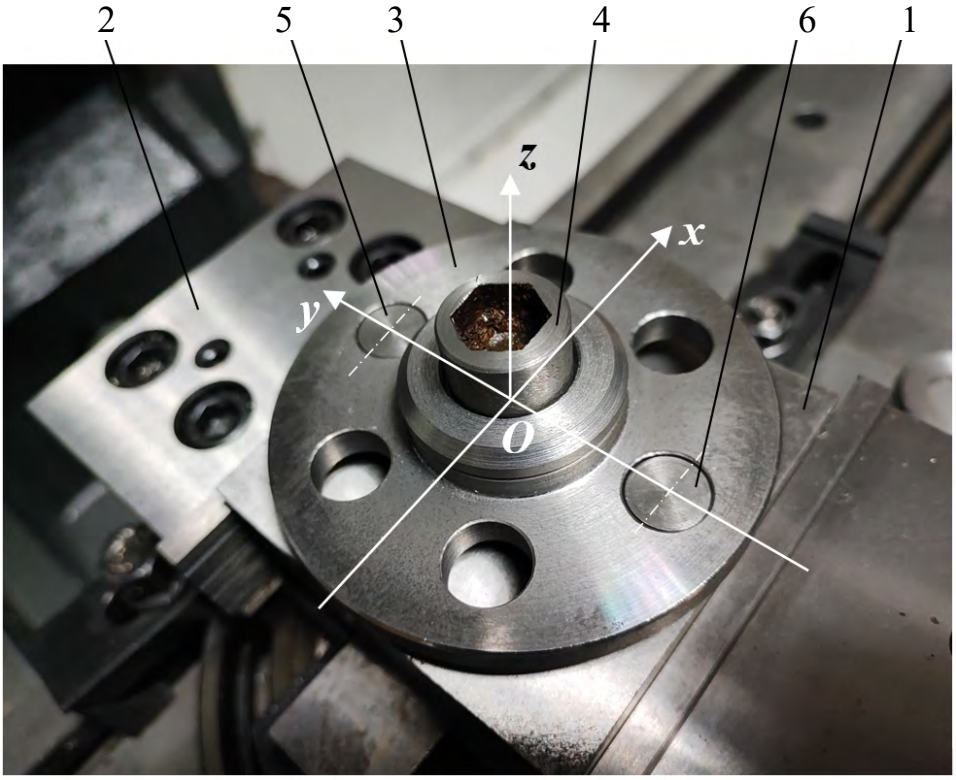

Рис. 5. Установка заготовки в приспособление станка

Основание 1 приспособления крепится в тисках 2 станка. Заготовка 3 устанавливается таким образом, что ее центр совпадает с началом системы координат станка. Базирование осуществляется по внутренней поверхности отверстия сателлита с помощью цилиндрического стержня, фиксация осуществляется гайкой 4 на резьбе стержня. Заданное положение заготовки обеспечивается с помощью двух стержней 5 и 6, которые устанавливаются в отверстиях сателлита, предназначенных для контакта с пальцами ведомого вала. Процесс обработки сателлита показан на рис. 6.

Как видно из рис. 6, вышеописанная обработка проходит в несколько этапов, количество которых зависит от ширины зубчатого венца b_w. В рассматриваемом случае $b_w = 8$ мм. За один проход обрабатывалась высота 2 мм, далее фреза перемещалась вдоль оси z и операции повторялись. Число проходов, таким образом, составило 8.

Заключение

Получены уравнения профиля циклоидальных зубьев сателлита ЦЦП на основе параметрических уравнений центрового профиля в виде укороченной эпициклоиды в зависимости от коэффициента укорочения эпициклоиды λ, чисел зубьев *Z*, равных модулю передаточного отношения ЦЦП, эксцентриситета *A* установки сателлита на водиле и радиуса роликов r_s цевочного колеса. Получены зависимости, определяющие возможность изготовления отверстий и размещения цевок в ЦЦП в зависимости от ее геометрических параметров: радиусов окружностей расположения осей отверстий (цевок), чисел и радиусов самих отверстий (цевок) и допускаемых зазоров между ними, определяемых из условий прочности. Для снижения погрешностей изготовления зубчатого профиля и установки сателлита в передаче рекомендуется фрезеровать зубья и сверлить отверстия, не изменяя базирования заготовки. В случае разделения операций с двумя установками разработано приспособление для базирования сателлита при изготовлении циклоидальных зубьев.

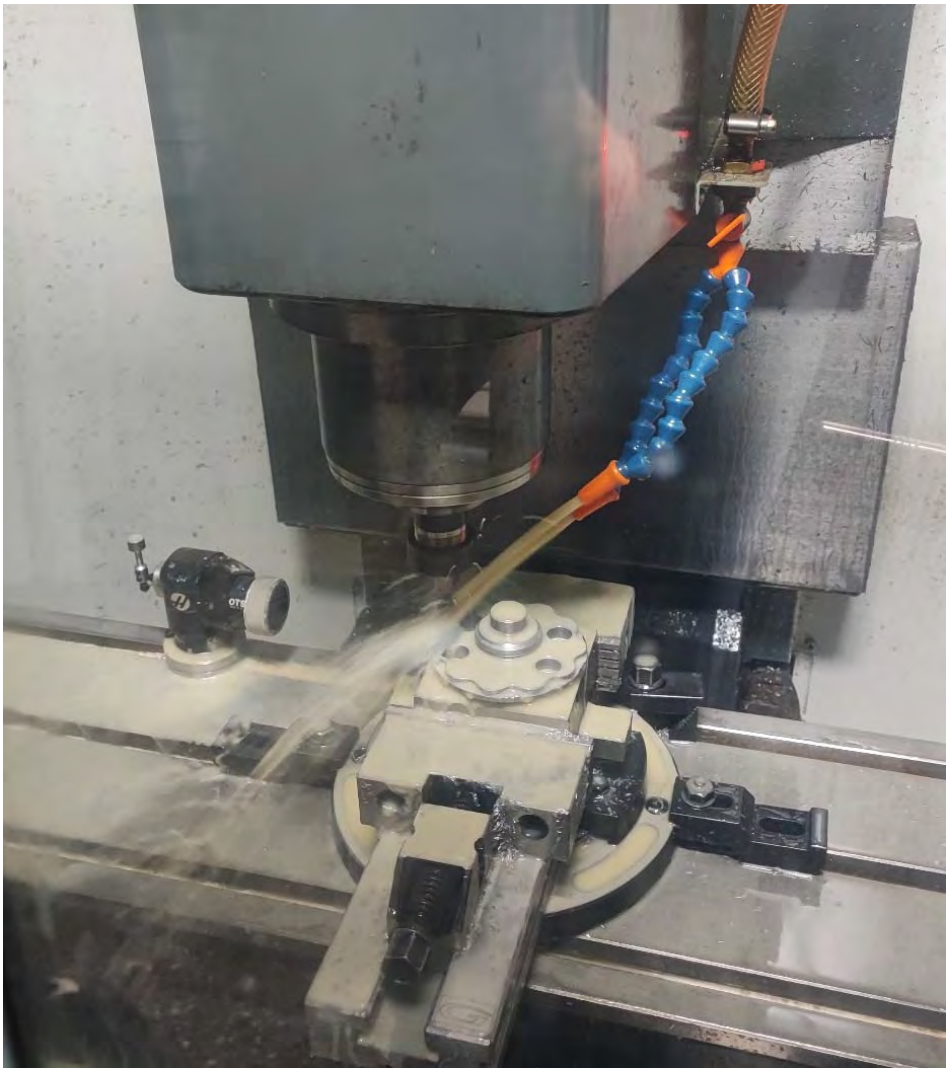

Рис. 6. Обработка профиля зубьев сателлита

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лустенков, М. Е.** Сферические роликовые передачи с двухрядным сателлитом для малогабаритных приводов: монография / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2024. – 191 с. : ил.

2. **Lustenkov, M. E.** Analysis of contact strength of spherical roller transmission with double-row pinion / M. E. Lustenkov, A. N. Moiseenko // IOP Conf. Series: International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies (MEMT 2020). – 2021. – Vol. 1118 (2021) 012006. – 6 p.

3. **Лустенков, М. Е.** Силовой анализ передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2016. – № 10. – С. 26–31.

4. **Покатилов, Д. А.** Анализ технологического процесса изготовления циклоидального профиля деталей передачи с промежуточными телами качения / Д. А. Покатилов, Е. А. Ефременков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2015. – Т. 17, № 2 (4). – С. 868–873.

5. **Петровский, А. Н.** К вопросу технологического обеспечения серийного производства циклоидальных шестерен / А. Н. Петровский, Г. А. Дружинин, А. И. Лаптев // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2018. – № 12 (705). – С. 20–29.

6. **Логинов, А. А.** Особенности конструкции и технологии производства циклоидальных редукторов (тип RV) / А. А. Логинов, В. В. Дегтярев // Неделя науки СПбПУ: материалы науч.-практ. конф. – 2015. – С. 254–259.

7. **Шарамыгин, С. А.** Особенности конструкции и технологии производства планетарно-цевочных редукторов / С. А. Шарамыгин, Н. В. Никитков // Неделя науки СПбПУ: материалы науч.-практ. конф. – 2015. – С. 264–267.

8. **Ефременков, Е. А.** Изменение точности изготовления циклоидальных колес при сохранении кинематических параметров передачи / Е. А. Ефременков, С. К. Ефременкова // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2018. – Т. 22, № 8. – С. 26–33.

9. Влияние погрешностей элементов механизма параллельных кривошипов на кинематическую точность планетарного цевочного редуктора / И. М. Егоров, С. А. Алексанин, М. Е. Федосовский [и др.] // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2014. – Т. 57, № 10. – С. 76–80.

10. **Кобза, Е. Е.** Анализ распределения усилий в зацеплении циклоидальной передачи с учетом погрешностей изготовления звеньев / Е. Е. Кобза, Е. А. Ефременков, В. Н. Демидов // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 2. – С. 22–26.

11. Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи планетарного редуктора / И. М. Егоров, С. А. Алексанин, М. Е. Федосовский [и др.] // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2014. – № 6 (94). – С. 171–176.

12. Обеспечение качества планетарно-цевочных передач при проектировании и производстве / И. И. Артемов, Е. А. Чуфистов, А. В. Липов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2018. – № 3 (47). – С. 124–139.

Статья сдана в редакцию 15 апреля 2025 года

Контакты:
lustenkov@yandex.ru (Лустенков Михаил Евгеньевич);
serge070802@gmail.com (Зыль Сергей Андреевич).

M. E. LUSTENKOV*, *S. A. ZYL

SOME ASPECTS OF THE TECHNOLOGY FOR MANUFACTURING SATELLITES OF CYCLOIDAL GEAR

Abstract

The article considers technological preparations for single- and small-batch production of cycloidal gear satellites. The satellite geometry has been analyzed, and the conditions for the placement of holes, as well as rollers on the pinion wheel, have been determined.

Keywords:

cycloidal gear, satellite, gear manufacturing technology, cycloidal reducer.

For citation:

Lustenkov, M. E. Some aspects of the technology for manufacturing satellites of cycloidal gear / M. E. Lustenkov, S. A. Zyl // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2025. – № 2 (87). – P. 14–23.